

УДК 681.337

## Исследование влияния фазовой нестабильности тактового сигнала на характеристики тракта аналого-цифрового преобразования

М.Н. Быканов, В.С. Сериков, А.В. Смородинов, В.А. Толмачев

### Введение

Одним из основных этапов обработки радиосигналов в устройствах цифрового анализа является аналого-цифровое преобразование (АЦП). Реальные тракты АЦП вносят существенные искажения и помехи в цифровое представление сигнала в виде паразитных спектральных составляющих и шумов, вызванных нелинейностью и нестабильностью функциональных элементов, собственными и наведенными шумами, а также паразитными сигналами.

В статье рассмотрено влияние тактового сигнала на характеристики тракта АЦП, сделаны качественные выводы, получены и подтверждены некоторые аналитические зависимости. При этом в качестве обобщенной характеристики, описывающей качество тактового сигнала и характеризующей проявление источников шумов различного происхождения, принята фазовая нестабильность тактового сигнала (ФНТС).

В качестве величины, численно характеризующей ФНТС, используется параметр – дрожание фронта тактового сигнала (ДФТС), в иностранных источниках – jitter, который определяется как среднеквадратическое отклонение (СКО) положения во времени фронта тактового сигнала относительно ожидаемого значения.

В формирование ФНТС наиболее существенное влияние вносят:

- генератор тактового сигнала (ГТС) (широкополосный тепловой шум, узкополосный фазовый шум, паразитные спектральные составляющие);
- тракт формирования и преобразования сигнала тактового генератора (узлы фильтрации, усиления, согласования, компаратор, цифровая логика, внутрикристальные цепи АЦП);

*Исследовано влияние фазовой нестабильности тактового сигнала на характеристики аналого-цифрового преобразования устройств цифровой обработки сигналов. Получены аналитические зависимости отношения сигнал/шум на выходе тракта преобразования для различных искажающих факторов и помех.*

- наводки на линии передачи тактового сигнала и элементы тракта тактового сигнала от источников внешних электромагнитных полей.

В качестве наглядной иллюстрации влияния ФНТС (в частности, теплового шума тактового генератора) на спектр оцифрованного сигнала на рис. 1 и 2 показаны спектры двух входных сигналов с частотой 62,5 МГц и 6,25 МГц при прочих равных условиях. Как видно из приведенных спектров, соотношение сигнал/шум изменилось на 20 дБ при изменении частоты входного сигнала в 10 раз. Причины влияния и количественные оценки будут рассмотрены ниже.

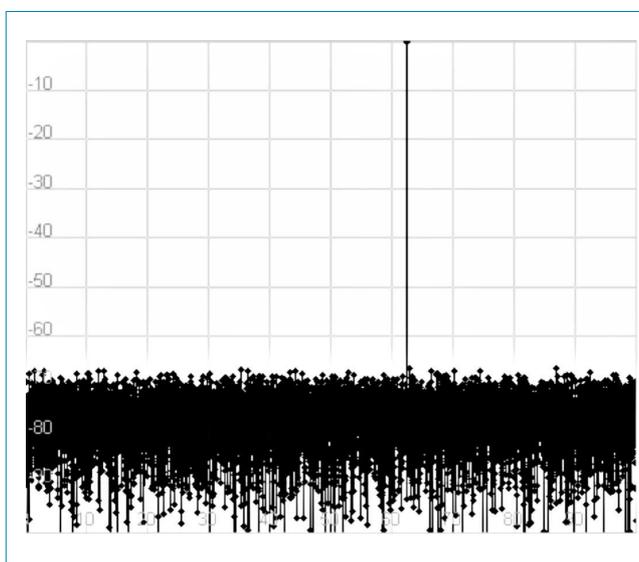


Рис. 1. Спектр сигнала частотой 62,5 МГц

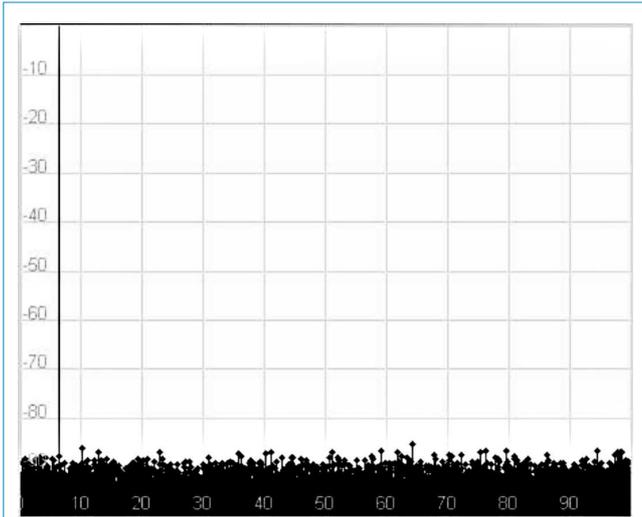


Рис. 2. Спектр сигнала частотой 6,25 МГц

### Математическая модель АЦП

Для анализа ФНТС применена математическая модель АЦП (см. рис. 3), в которой приняты следующие условия и ограничения:

- шумом квантования АЦП можно пренебречь ввиду существенно большей разрядности квантования, используемой при имитационном моделировании относительно реальных компонентов, вследствие чего в качестве модели АЦП будет использоваться модель устройства выборки-хранения-измерения (УВХИ);
- переменные, используемые при исследовании в качестве зависимых параметров, представляются

ограниченным набором (рядом) значений в диапазонах, соответствующих реальным характеристикам;

- результаты АЦП оцениваются методом спектрального анализа с использованием алгоритма дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

В состав модели АЦП входят:

- генератор идеального сигнала, генерирующий гармонический сигнал заданной частоты с единичной амплитудой и нулевой начальной фазой;
- генератор паразитных компонент, генерирующий белый шум, ограниченный в полосе частот тактового сигнала (с нормальным законом распределения и заданным СКО), или паразитные спектральные составляющие заданной частоты и амплитуды;
- сумматор 1, формирующий аддитивную смесь идеального сигнала с побочными компонентами;
- формирователь моментов выборки, преобразующий тактовый сигнал в моменты взятия отсчетов входного сигнала, подлежащего оцифровке (фиксирует момент равенства текущего значения тактового сигнала нулевому значению порога сравнения при переходе уровня тактового сигнала с отрицательного на положительный);
- генератор ДФТС, генерирующий случайную величину временного шага, распределенную по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и заданным СКО (имитирует эффекты временных нестабильностей в цепях формирования тактового сигнала);

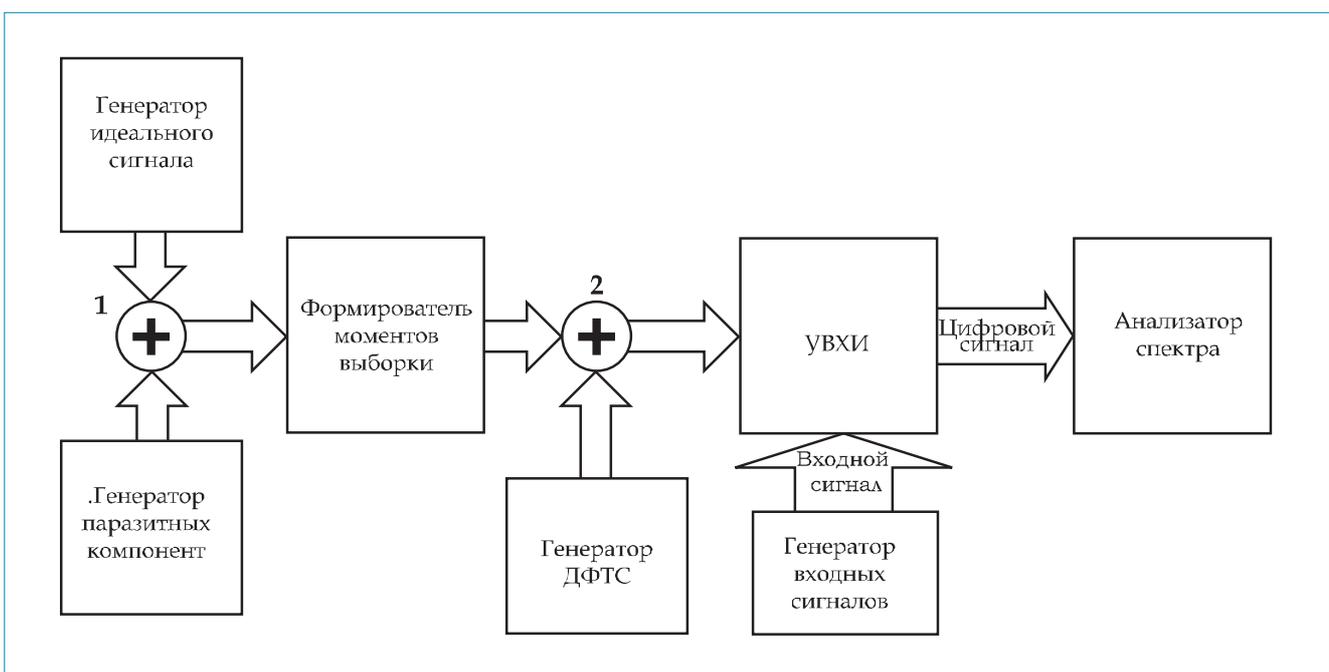


Рис. 3. Модель АЦП



- сумматор 2, формирующий результирующие моменты взятия отсчетов в УВХ;
- генератор входных сигналов, генерирующий один или два гармонических сигнала с заданными амплитудами и частотами;
- УВХИ, осуществляющие фиксацию и измерение уровня входного сигнала в момент взятия отсчетов, формируемых сумматором 2;
- анализатор спектра, выполняющий алгоритм ДПФ на 16384 точки с вычислением энергетического спектра в децибелах.

Точные номиналы частот входных сигналов при проведении исследований задаются из условия минимального уровня боковых лепестков в результате вычисления ДПФ. Расчет номиналов частот проводился в соответствии с выражением

$$f = \frac{f_0}{16384} \cdot n, \quad (1)$$

где  $f_0$  – частота тактового сигнала,  $n=1,2,\dots$

Модель АЦП используется для анализа влияния широкополосного шума и паразитных составляющих в тактовом сигнале. Анализ влияния узкополосного фазового шума ГТС осуществляется аналитическим способом.

### Анализ влияния ДФТС на характеристики АЦП

Основным показателем качества АЦП является соотношение сигнал/шум (signal-to-noise ratio, далее – SNR), вычисляемое в дБ в соответствии с выражением

$$SNR_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{A}{\sigma} \right), \quad (2)$$

где  $A$  – СКО амплитуды сигнала,  
 $\sigma$  – СКО шума.

В процессе исследований проанализированы:

- влияние величины СКО ДФТС на SNR цифрового сигнала, зависимость SNR от частоты входного сигнала;
- влияние паразитной помехи, аддитивно добавленной в тактовый сигнал, на спектр цифрового сигнала;
- влияние двух аддитивно добавленных паразитных сигналов в тактовый сигнал на спектр цифрового сигнала;
- влияние двух аддитивно смешанных входных сигналов на спектр цифрового сигнала;
- зависимость SNR цифрового сигнала от широкополосного теплового шума ГТС;
- зависимость SNR цифрового сигнала от узкополосного фазового шума ГТС.

Исследования проведены в среде Simulink пакета MathLab, в качестве процедуры спектрального преобразования применено ДПФ на 16384 точки.

### Анализ влияния величины СКО ДФТС на SNR цифрового сигнала

Исходные данные:

- в качестве ДФТС последовательно подается нормальный шум с СКО, равным 10, 20, 40, 60, 80, 100 пс;
- в качестве входного сигнала подаются синусоиды с уровнем 0 дБ и частотами 1,5625; 6,2500; 50,0000; 62,5000; 93,7500; 109,3750; 140,6250; 187,5000 МГц.

По результатам проведенных исследований, путем получения аппроксимирующей кривой, была выявлена зависимость SNR от частоты сигнала, а также от СКО ДФТС (рис. 4, 5, 6). Значения, рассчитанные по формулам, приведенным в [1], отличаются от значений, полученных при моделировании, не более чем на 0,2 дБ. Средний уровень шума в спектре на 16384 точки определяется следующей формулой:

$$G_{шума, дБ} = 20 \cdot \lg \left( \frac{A \cdot f \cdot \sigma}{14,4} \right), \quad (3)$$

где  $A$  – амплитуда сигнала,  
 $f$  – частота сигнала, Гц,  
 $\sigma$  – СКО ДФТС.

При этом мощность шума определяется выражением вида

$$P_{шума, дБ} = 20 \cdot \lg (6,283 \cdot A \cdot f \cdot \sigma). \quad (4)$$

Полученная формула (4) совпадает с формулой, приводимой в [1].

Из (4) можно получить формулу для вычисления SNR цифрового сигнала:

$$SNR_{dB} = 20 \cdot \lg \left( \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \sigma} \right). \quad (5)$$

### Анализ влияния на спектр цифрового сигнала паразитного сигнала, аддитивно добавленного в тактовый сигнал

Исходные данные:

- источник ФНТС (синусоидальный сигнал 3,125 МГц с уровнем минус 30 дБ относительно тактового; синусоидальный сигнал 6,250 МГц с уровнем минус 20 дБ относительно тактового сигнала);
- входной сигнал (синусоида с уровнем 0 дБ и частотами 25,00; 31,25; 37,50; 50; 75; 125,00; 175,00; 225,00 МГц).

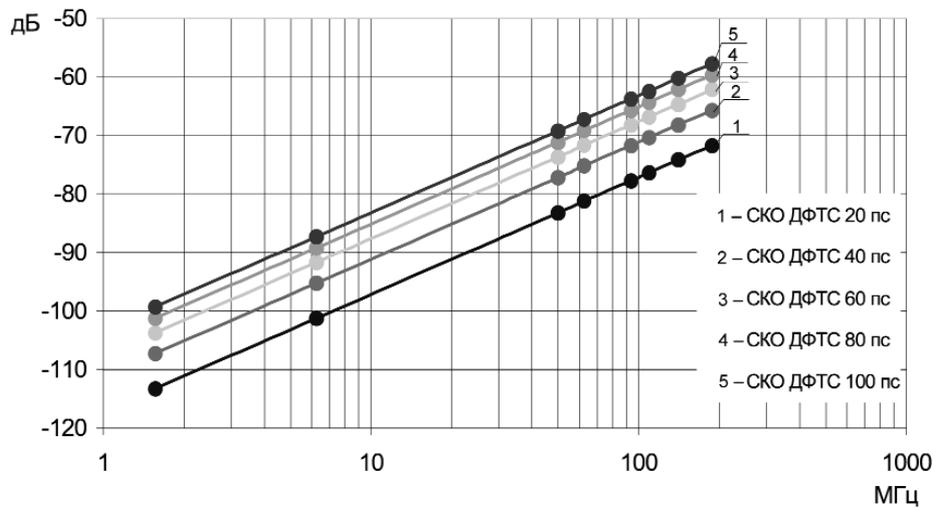


Рис. 4. Зависимость средней мощности шума в спектре от частоты сигнала при различных значениях СКО ДФТС

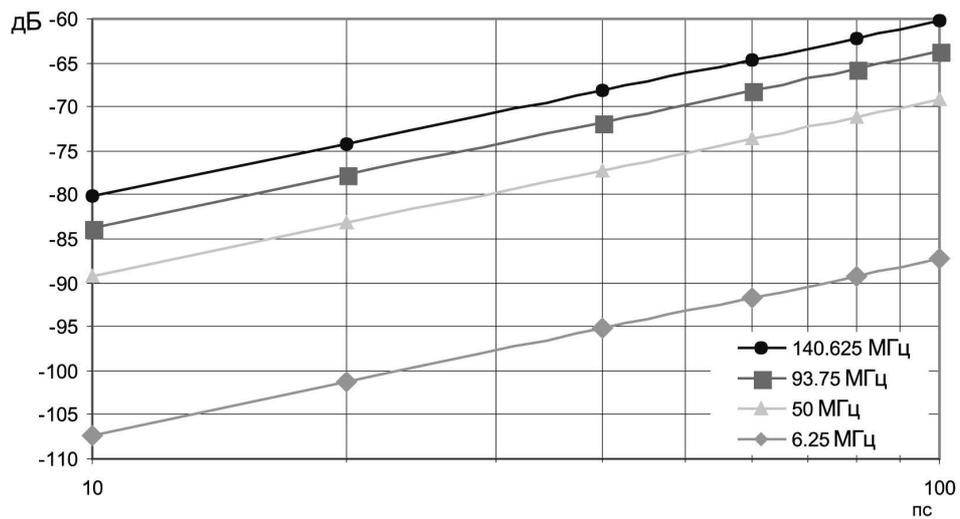


Рис. 5. Зависимость средней мощности шума в спектре от СКО ДФТС при различных частотах сигнала

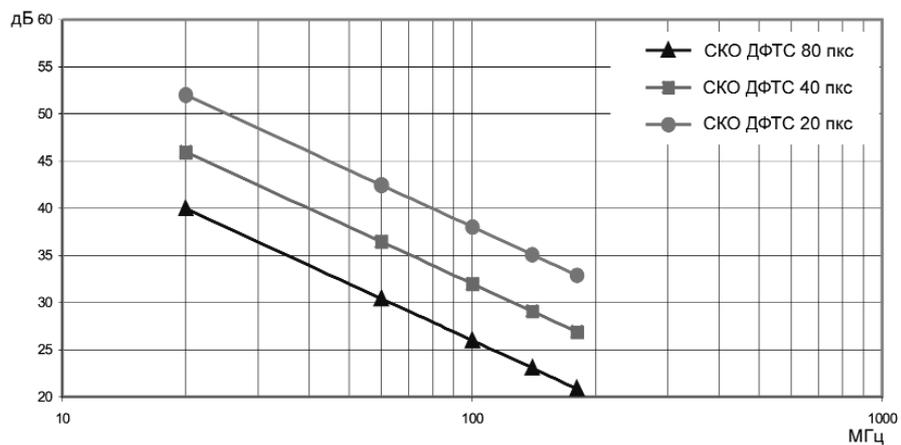
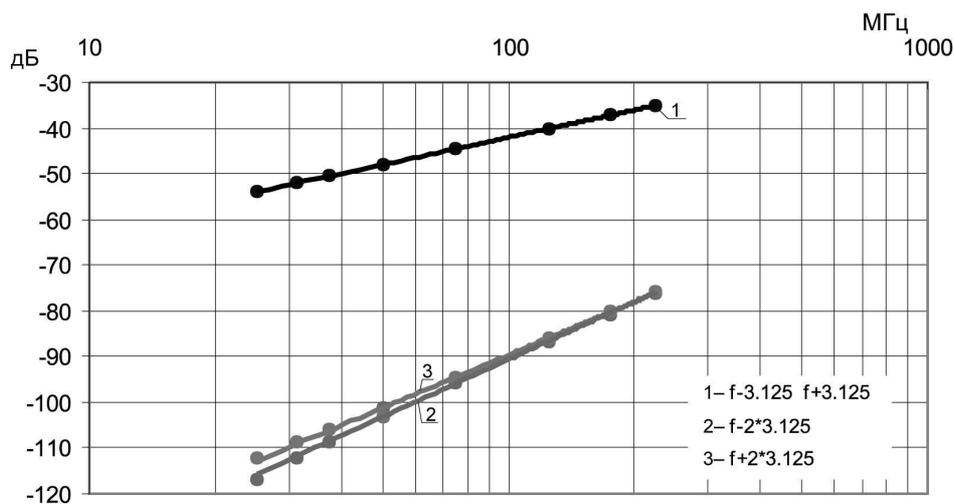


Рис. 6. Зависимость SNR оцифрованного сигнала от частоты входного сигнала при различных значениях СКО ДФТС, SNR



**Рис. 7. Зависимость мощности интермодуляционных составляющих от частоты входного сигнала при частоте паразитного сигнала 3,125 МГц с уровнем минус 30 дБ**

Уравнение аппроксимирующей кривой (рис. 7), описывающей уровень интермодуляционных составляющих второго порядка в зависимости от частоты входного сигнала, приведено в формуле (6):

$$P_{\text{второго порядка, дБ}} = 20 \cdot \lg \left( \frac{A \cdot f \cdot A_{\text{прз}}}{2 \cdot f_m} \right), \quad (6)$$

где  $A$  – амплитуда цифрового сигнала,  $f$  – частота цифрового сигнала, Гц,  $A_{\text{прз}}$  – амплитуда паразитной составляющей в тактовом сигнале,  $f_m$  – частота тактового сигнала.

Отклонение экспериментальных данных от формулы (6) составляет менее 0,3 дБ.

Уравнение аппроксимирующей кривой (рис. 7), описывающей уровень интермодуляционных составляющих третьего порядка, принимает вид:

$$P_{\text{тор}} \leq 20 \cdot \lg \left( \frac{A \cdot f^2 \cdot A_{\text{прз}}^2}{4 \cdot f_T^2} \right). \quad (7)$$

### Анализ влияния на спектр цифрового сигнала добавления двух паразитных сигналов в тактовый сигнал

Исходные данные:

- источник ФНТС (два аддитивно смешанных сигнала с частотами 25,000 МГц и 3,125 МГц и уровнем минус 30 дБ);
- входной сигнал (синусоида с уровнем 0 дБ и частотой 62,5 МГц).

В результирующем спектре присутствуют не только интермодуляционные составляющие входного сигнала

с каждой из паразитных составляющих тактового сигнала, но и комбинационные частоты всех трех сигналов. Суммарная мощность интермодуляционных составляющих увеличивается нелинейно от числа однотональных сигналов, присутствующих в тактовом сигнале.

### Исследование влияния на спектр цифрового сигнала оцифровки двух аддитивно смешанных входных сигналов

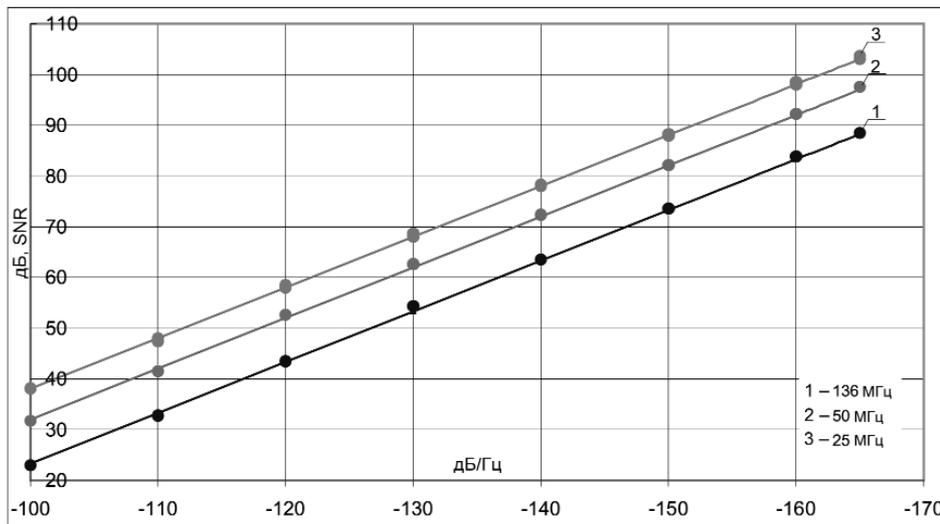
При нормальном распределении ДФТС мощность шума при наличии аддитивной смеси из двух сигналов на входе равна сумме мощностей шумов, образованных каждым входным сигналом по отдельности.

Таким образом, присутствие во входном сигнале нескольких однотональных сигналов или их гармоник и интермодуляционных составляющих увеличивает уровень среднего шума в спектре, образованного ФНТС. Шумы, образованные каждой из спектральных компонент входного сигнала, можно рассматривать по отдельности.

### Исследование влияния на SNR цифрового сигнала широкополосного теплового шума ГТС

Исходные данные:

- источник ФНТС (белый шум с заданной спектральной плотностью шума минус 100, минус 110, минус 120, минус 130, минус 140, минус 150, минус 160, минус 165 дБ/Гц, аддитивно смешанный с тактовым сигналом).



**Рис. 8. Зависимость SNR от спектральной плотности мощности широкополосного теплового шума (другие шумы отсутствуют)**

Проводился расчет SNR при различных значениях спектральной плотности мощности широкополосного теплового шума. Полученные результаты отличались от вычисленных по полученной ниже формуле (9) не более чем на 0,5 дБ.

В [1] приводится теоретическая зависимость СКО ДФТС от спектральной плотности теплового шума, которая в общем случае принимает вид

$$\sigma = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot \Delta F}{2 f_m^2}}, \quad (8)$$

где  $\sigma$  – СКО ДФТС,  $\Delta F$  – полоса частот, занимаемая шумом,  $L$  – спектральная плотность мощности широкополосного теплового шума относительно уровня мощности тактового сигнала, разы,  $f_m$  – частота тактового сигнала.

Из формул (8) и (5), принимая  $\Delta F$  равной  $f_{макс}$ , следует зависимость SNR от спектральной плотности широкополосного теплового шума (рис. 8), выраженная формулой (9):

$$SNR_{дБ} = 10 \lg(2 f_m) - 10 \lg(L) - 20 \lg(f), \quad (9)$$

где  $f$  – частота входного сигнала.

Из (9) следует, что при увеличении тактовой частоты при прочих равных условиях SNR увеличивается.

### Исследование влияния на SNR цифрового сигнала узкополосного фазового шума ГТС

Исходные данные:

- источник ФНТС (узкополосный шум, получаемый при фильтрации белого шума).

В данном случае анализ результатов проводился согласно приведенным в [1] формулам для расчета влияния фазового шума ГТС на динамические характеристики АЦП.

Фазовый шум генератора представляет собой узкополосный шум, мощность которого уменьшается в среднем на минус 20 дБ на декаду расстройки относительно частоты тактового сигнала.

На основе зависимости характеристик фазового шума от частоты расстройки, используя формулы (6) и (7), можно определить возможный шум в спектре цифрового сигнала в зависимости от частоты, если принять энергию интермодуляционных составляющих выше третьего порядка равными нулю.

В [1] приводится зависимость СКО ДФТС, образованного фазовым шумом генератора

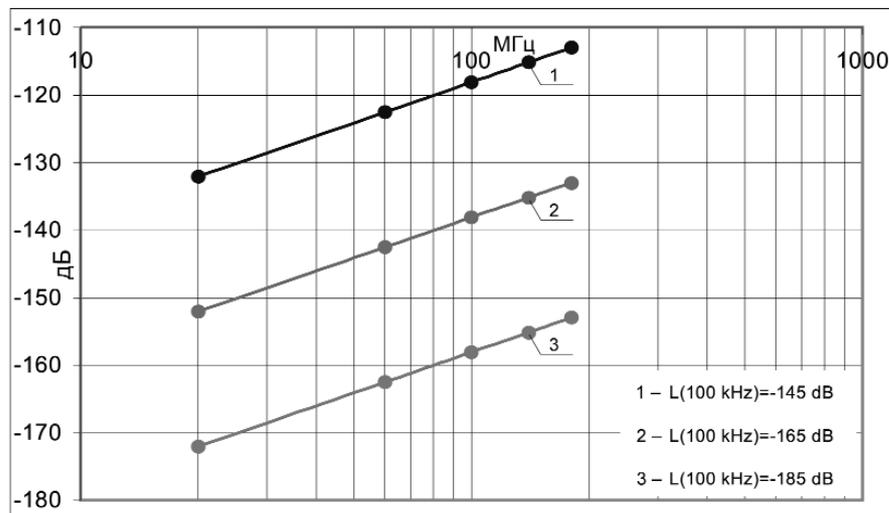
$$\sigma = \frac{\Delta f}{f_m^{1,5}} \cdot 10^{\frac{L(\Delta f)}{20}}, \quad (10)$$

где  $\sigma$  – СКО ДФТС,  $\Delta f$  – частота отстройки от частоты сигнала,  $L(f)$  – мощность фазового шума генератора при заданной частоте отстройки  $\Delta f$ , дБ, относительно уровня мощности тактового сигнала.

Если мощность фазового шума уменьшается строго на минус 20 дБ на декаду, то в качестве  $\Delta f$  можно принять любое значение  $\Delta f$  из полосы фазового шума, при этом  $\sigma$  не изменится.

Из формул (4) и (10) можно получить следующую зависимость мощности шума в цифровом сигнале от величины фазового шума (диаграмма 6), от значения  $L(\Delta f)$ :

$$P_{шума, дБ} = 20 \lg \left( 2 \cdot \pi \cdot f \cdot A \cdot \frac{\Delta f}{f_m^{1,5}} \cdot 10^{\frac{L(\Delta f)}{20}} \right). \quad (11)$$



**Рис. 9. Зависимость мощности шума, образованного фазовым шумом генератора, от частоты входного сигнала**

Из формулы (11) получаем зависимость:

$$SNR_{dB} = 20 \lg \left( \frac{f_m^{1,5}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot 10^{\frac{L(M)}{20}}} \right). \quad (12)$$

## Заключение

По полученным результатам влияния характеристик тактового сигнала на образование шума и интермодуляционных составляющих в цифровом сигнале можно сделать следующие выводы:

- при нормальном распределении ДФТС шум в спектре цифрового сигнала имеет равномерную спектральную плотность, его мощность зависит от СКО ДФТС, частоты и амплитуды входного сигнала;
- при наличии в тактовом сигнале гармонической помехи (наводки, модуляции) в спектре выходного сигнала возникают интермодуляционные составляющие, которые ухудшают динамические характеристики тракта АЦП;
- при наличии в тактовом сигнале нескольких синусоидальных сигналов в спектре выходного сигнала возникают интермодуляционные составляющие всех паразитных спектральных компонент тактового и входного сигналов;
- в случае дискретизации сигнала, содержащего несколько аддитивно смешанных гармонических

сигналов, мощность шума, образованного ДФТС, равна сумме мощностей шумов, образованных каждым сигналом в отдельности (соответственно SNR цифрового сигнала уменьшается при увеличении числа входных сигналов);

- продукты одного сигнала, образованные ФНТС, не зависят от наличия других сигналов и могут рассматриваться отдельно для каждого сигнала;
- при наличии во входном сигнале гармоник, наводок, модуляции и других сигналов средний шум в спектре повышается, а динамические характеристики тракта АЦП ухудшаются;
- тепловой широкополосный шум ГТС служит одним из основных источников образования ФНТС (выделяемая им мощность больше шумов, образованных фазовым шумом тактового генератора и паразитными частотами тактового генератора);
- фазовый шум тактового генератора расширяет спектр цифрового сигнала, но образующий шум имеет малый уровень мощности.

## Литература

1. Maxim Tutorial Design a Low-Jitter Clock for High-Speed Data Converters.
2. MAX2620 Data Sheet, Maxim Integrated Products.
3. MAX104 Data Sheet, Maxim Integrated Products.
4. Analog Devices Mixed signal and DSP design techniques.