# УДК 621.513.6

# АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НА ОСНОВЕ QR-РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК СИСТЕМ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Джиган В.И., Плетнева И.Д.

#### Введение

Сегодня адаптивные антенные решетки (ААР) [1] широко используются в системах беспроводной связи [2]. В случае различной пространственной ориентации источника полезного сигнала и источников помех такие решетки обеспечивают повышение качества приема информации за счет подавления помех, находящихся в одной полосе частот с полезным сигналом. Вычислительная

сложность, т.е. число арифметических операций, требуемых для выполнения одной итерации алгоритмов адаптивной фильтрации, лежащих в основе алгоритмов управления ААР, всегда пропорциональна числу весовых коэффициентов (антенн) *N*. Так как в системах связи в основном применяются антенные решетки с небольшим числом антенн, то не только простые (с линейной вычислительной сложностью), но и сложные адаптивные алгоритмы (с квадратичной вычислительной сложностью) [3]) уже вполне реализуемы на современных цифровых сигнальных процессорах (ЦСП).

Использование алгоритмов адаптивной фильтрации обычно требует наличия тренировочных последовательностей. Если такие последовательности стандартом связи не предусмотрены, то можно использовать алгоритмы на основе линейно-ограниченного критерия [4] или на основе критерия Constant Modulus (CM) [5]. Недостатками линейно-ограниченных алгоритмов являются необходимость знания направления на источник полезного сигнала (в координатах, связанных с антенной решеткой), большая вычислительная сложность (обусловленная матрицей ограничений), а также чувствительность к ошибкам между фактическим и аналитическим (задаваемым ограничениями) направлениями на источник полезного сигнала. Алгоритмы адаптивной фильтрации на основе СМ-критерия лишены указанных недостатков.

Вначале адаптивные алгоритмы на основе СМкритерия в основном использовались для построения «слепых», т.е. не требующих тренировочных последовательностей выравнивателей (эквалайзеров) каналов связи. Позже такие алгоритмы стали применяться и в ААР [6]. На сегодняшний день в трудах IEEE опубликовано около 900 работ по различным аспектам адаптивной фильтрации на основе СМ-критерия. Из них только около 250 работ (в основном в трудах научнотехнических конференций) относятся к ААР, что характеризует привлекательность адаптивных алгоритмов на основе СМ-критерия, а также актуальность исследова-

Рассматривается использование алгоритмов адаптивной фильтрации на основе обратного QR-разложения в адаптивных антенных решетках по критерию постоянства модуля огибающей сигналов. Приводятся вычислительные процедуры таких алгоритмов, использующих вращения Гивенса с операциями и без операций извлечения квадратного корня. Результаты моделирования демонстрируют эффективность алгоритмов в задачах подавления внешних помех, а оценки требуемых вычислительных ресурсов – реализуемость этих алгоритмов на современных цифровых сигнальных процессорах.

ний, направленных на использование этих алгоритмов в ААР.

В настоящей работе рассматривается применение рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) на основе обратного QR-разложения в качестве алгоритмов управления AAP, функционирующих по CM-критерию.

Адаптивные алгоритмы на основе СМ-критерия применяются для обработки сигналов с модуляцией типа Binary Phase Shift Keying (BPSK), Quadrature Phase Shift Keying (QPSK), а также с другими типами модуляции, характеризуемыми постоянным значением огибающей (модуля) информационных символов. Любой информационный символ  $a_i$  при таких видах модуляции обладает свойством  $|a_i| = a_i^* a_i = s = const$ , где значение S определяется типом модуляции и является известным на приемной стороне. В общем случае СМ-критерий формулируется как

$$J(p,q) = E\left[\left|s^{p} - \left|y(k)\right|^{p}\right|^{q}\right],$$
(1)

а соответствующие адаптивные алгоритмы обозначаются как СМ (p,q). Здесь  $E[\cdot]$  – операция усреднения,  $y(k) = \mathbf{h}_{N}^{H}(k-1)\mathbf{x}_{N}(k)$  – комплексный выходной сигантенной решетки нап (рис. 1),  $\mathbf{h}_{N}(k) = [h_{1}(k), ..., h_{n}(k), ..., h_{N}(k)]^{T}$  – вектор комплексвесовых ных коэффициентов,  $\mathbf{x}_{N}(k) = \left[x_{1}(k), \dots, x_{n}(k), \dots, x_{N}(k)\right]^{T}$  комплексный вектор пространственно-временных отсчетов сигналов, k – индекс дискретного времени, верхние индексы T и Н обозначают соответственно транспонирование и эрмитово сопряжение (транспонирование и комплексное сопряжение) векторов и матриц, а верхний индекс \* обозначает операцию комплексного сопряжения переменной. Матрицы обозначаются полужирными прописными символами, а векторы - полужирными строчными символами. Нижний индекс N в обозначении матриц и векторов показывает, что рассматривается квадратная матрица с числом элементов  $N \times N$  или вектор с числом элементов N.



Рис. 1. Адаптивная антенная решетка без опорного сигнала: РЧМ – радиочастотный модуль, ЦПЧ – цифровой преобразователь частоты.

Критерий (1) является нелинейным, а потому использование простых градиентных алгоритмов в качестве алгоритмов адаптивной фильтрации часто приводит к локальным решениям задачи минимизации этого критерия. RLS-алгоритмы на основе леммы об обращении матрицы или QR-разложения также напрямую не могут быть использованы в этом случае. В то же время, согласно [7], при q = 2, СМ-критерий (1) может быть преобразован в квадратичный критерий:

$$J'(k) = \sum_{i=1}^{k} \lambda^{k-i} \left| s^{p} - \mathbf{h}_{N}^{H}(k) \mathbf{z}_{N}(i) \right|^{2}, \qquad (2)$$

rde 
$$\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k)\mathbf{x}_N^H(k)\mathbf{h}_N(k-1) |\mathbf{x}_N^H(k)\mathbf{h}_N(k-1)|^{p-2}$$
,

 $(1-0.4/N) \le \lambda < 1$  – параметр экспоненциального взвешивания, предназначенный для слежения в небольших пределах за медленно изменяющимися сигналами. Это позволяет применить любой из известных RLS-алгоритмов с квадратичной вычислительной сложностью  $O(N^2)$  в качестве алгоритма поиска вектора весовых коэффициентов, минимизирующего функционал (2). В [7] для данной цели использован RLSалгоритм на основе леммы об обращении матриц [8]. Соответствующие модификации RLS-алгоритмов на основе QR-разложения [9] для решения этой же задачи приведены в табл. 1 и табл. 2.

Если p = 2, то  $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k)\mathbf{x}_N^H(k)\mathbf{h}_N(k-1)$ . В этом случае вычисление вектора  $\mathbf{z}_N(k)$  требует минимального числа арифметических операций, равного 2N умножениям и N сложениям, а длительность переходного процесса алгоритма адаптивной фильтрации минимальна, так как переменная  $\mathbf{z}_N(k)$  обладает минимальной памятью [7]. Кроме того, в условиях низких отношений сигнал-шум (ОСШ) адаптивным фильтром обеспечивается меньшее значение среднеквадратичной ошибки при p = 2, чем при p = 1 [10].

Таблица 1.

Вычисления	Ссылки
Инициализация : $\mathbf{x}_N(0) = 0_N, \widetilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \sqrt{\delta^{-2} \mathbf{I}_N}, \mathbf{h}_N(0) = \left[1, 0_{N-1}^T\right]^T$	(1.0)
<b>For</b> $k = 1, 2,, K$	
$\mathbf{u}_N^{(0)H}(k) = 0_N^T,  b_N^{(0)}(k) = 1$	(1.1)
$\mathbf{z}_{N}(k) = \mathbf{x}_{N}(k)\mathbf{x}_{N}^{H}(k)\mathbf{h}_{N}(k-1)$	(1.2)
<b>For</b> $i = 1, 2,, N$	
$a_{N,i}(k) = \lambda^{-0.5} \widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k-1) \left  \mathbf{z}_{N}(k) \right _{1:i}$	(1.3)
$b_N^{(i)}(k) = \sqrt{\left[b_N^{(i-1)}(k)\right]^2 + a_{N,i}^*(k)a_{N,i}(k)}$	(1.4)
$s_{N,i}(k) = a_{N,i}^*(k)/b_N^{(i)}(k)$	(1.5)
$c_{N,i}(k) = b_N^{(i-1)}(k) / b_N^{(i)}(k)$	(1.6)
<b>For</b> $j = 1, 2,, i$	
$\widetilde{R}_{N,i,j}^{-H}(k) = \lambda^{-0.5} c_{N,i}(k) \widetilde{R}_{N,i,j}^{-H}(k-1) - s_{N,i}^{*}(k) u_{N,j}^{(i-1)*}(k)$	(1.7)
$u_{N,j}^{(i)*}(k) = \lambda^{-0.5} s_{N,i}(k) \widetilde{R}_{N,i,j}^{-H}(k-1) + c_{N,i}(k) u_{N,j}^{(i-1)*}(k)$	(1.8)
End for <i>j</i>	
End for <i>i</i>	
$\mathbf{g}_N(k) = \mathbf{u}_N^{(N)}(k) / b_N^{(N)}(k)$	(1.9)
$\boldsymbol{\alpha}_{N}(k) = s^{2} - \mathbf{h}_{N}^{H}(k-1)\mathbf{z}_{N}(k)$	(1.10)
$\mathbf{h}_{N}(k) = \mathbf{h}_{N}(k-1) + \mathbf{g}_{N}(k)\boldsymbol{\alpha}_{N}^{*}(k)$	(1.11)
End for k	

СМ(2,2) RLS-алгоритм на основе обратного QR-разложения с использованием вращений Гивенса

### Таблица 2.

CM(2,2) RLS-алгоритм на основе обратного QR-разложения
использованием вращений Гивенса без операций извлечения квадратного корня

Вычисления	Ссылки
Инициализация: $\mathbf{x}_{N}(0) = 0_{N}, \overline{\mathbf{R}}_{N}^{-1}(0) = \sqrt{\delta^{-2}\mathbf{I}_{N}}, \mathbf{h}_{N}(0) = \begin{bmatrix} 1, 0_{N-1}^{T} \end{bmatrix}^{T}, \mathbf{K}_{N}^{R}(0) = \mathbf{I}_{N}$	(2.0)
<b>For</b> $k = 1, 2,, K$	
$\overline{\mathbf{u}}_{N}^{(0)H}(k) = 0_{N}^{T},  K_{N}^{B(0)}(k) = 1$	(2.1)
$\mathbf{z}_{N}(k) = \mathbf{x}_{N}(k)\mathbf{x}_{N}^{H}(k)\mathbf{h}_{N}(k-1)$	(2.2)
For $i = 1, 2,, N$	
$\overline{a}_{N,i}(k) = \overline{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k-1) \left  \sum_{i,1:i} \mathbf{z}_{N}(k) \right _{1:i}$	(2.3)
$K_{N}^{B(i)}(k) = K_{N}^{B(i-1)}(k) + \lambda^{-1} K_{N,i}^{R}(k-1)\overline{a}_{N,i}^{*}(k)\overline{a}_{N,i}(k)$	(2.4)
$\bar{s}_{N,i}(k) = \lambda^{-1} K_{N,i}^{R}(k-1) \bar{a}_{N,i}^{*}(k) / K_{N}^{B(i)}(k)$	(2.5)
$\overline{c}_{N,i}(k) = K_N^{B(i-1)}(k) / K_N^{B(i)}(k)$	(2.6)
<b>For</b> $j = 1, 2,, i$	
$\overline{R}_{N,i,j}^{-H}(k) = \overline{R}_{N,i,j}^{-H}(k-1) - \overline{a}_{N,i}(k)\overline{u}_{N,j}^{(i-1)*}(k)$	(2.7)
$\overline{u}_{N,j}^{(i)*}(k) = \overline{s}_{N,i}(k)\overline{R}_{N,i,j}^{-H}(k-1) + \overline{c}_{N,i}(k)\overline{u}_{N,j}^{(i-1)*}(k)$	(2.8)
End for <i>j</i>	
$K_{N,i}^{R}(k) = \lambda^{-1} K_{N,i}^{R}(k-1) \overline{c}_{N,i}(k)$	(2.9)
End for <i>i</i>	
$\mathbf{g}_N(k) = \overline{\mathbf{u}}_N^{(N)}(k)$	(2.10)
$\boldsymbol{\alpha}_{N}(k) = s^{2} - \mathbf{h}_{N}^{H}(k-1)\mathbf{z}_{N}(k)$	(2.11)
$\mathbf{h}_{N}(k) = \mathbf{h}_{N}(k-1) + \mathbf{g}_{N}(k)\boldsymbol{\alpha}_{N}^{*}(k)$	(2.12)
End for k	

В табл. 1 и табл. 2 символами  $\mathbf{0}_N$  и  $\mathbf{I}_N$  обозначены нуль-вектор и единичная матрица, соответственно. Векторы весовых коэффициентов инициализируются как  $\mathbf{h}_N(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{1}, \mathbf{0}_{N-1}^T \end{bmatrix}^T$  или  $\mathbf{h}_N(0) = \begin{bmatrix} 1/N, \mathbf{0}_{N-1}^T \end{bmatrix}^T$ . Это означает, что в начале работы алгоритмов (до первой итерации) только одна антенна принимает сигналы. Поскольку диаграмма направленности (ДН) антенного элемента ААР предполагается всенаправленной, то направление на источник полезного сигнала может быть неизвестным. В процессе адаптации формируется ДН с максимумом основного лепестка в направлении на источник полезного сигнала и с провалами в направлениях на источники помех.

с

Параметр  $\delta^2$  используется для начальной регуляризации обращения корреляционной матрицы

$$\mathbf{R}_{N}(k) = \sum_{i=1}^{k} \lambda^{k-i} \mathbf{z}_{N}(i) \mathbf{z}_{N}^{H}(i) = \widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{H}(k) \widetilde{\mathbf{R}}_{N}(k),$$

где  $\widetilde{\mathbf{R}}_{N}(k)$  – верхняя треугольная матрица, значения которой  $\widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k) = \mathbf{K}_{N}^{0.5R}(k) \overline{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k)$  (нижняя треугольная матрица) используются в алгоритмах. Параметр регуляризации выбирается из условия  $\delta^{2} \ge 0.01\sigma_{z}^{2}$  [11], где  $\sigma_{z}^{2}$  – дисперсия сигналов z(k).

Нижние индексы *i* и *j* в обозначениях переменных указывают на номера используемых элементов векторов и матриц, обозначение  $\left( \bigcirc \right|_{L^{2}}$  указывает на номера элементов строк матриц, а обозначение  $\left( \bigcirc \right|_{L^{2}}$  – на номера элементов векторов.

В алгоритме (табл. 1) для определения вектора коэффициентов Калмана  $\mathbf{g}_N(k)$ , с помощью которых в уравнении (1.11) вычисляется вектор весовых коэффициентов  $\mathbf{h}_N(k)$ , используются фигурирующие в (1.9) переменные  $\mathbf{u}_N(k)$  и  $b_N(k)$ . Эти переменные находят с помощью соотношения:

$$\mathbf{P}_{N+1}(k) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}^{0.5} \widetilde{\mathbf{a}}_{N}(k) & \boldsymbol{\lambda}^{0.5} \widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k-1) \\ 1 & \mathbf{0}_{N}^{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N} & \widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k) \\ b_{N}(k) & \mathbf{u}_{N}^{H}(k) \end{bmatrix}, \quad (3)$$
The  $\widetilde{\mathbf{a}}_{N}(k) = \widetilde{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k-1)\mathbf{z}_{N}(k),$ 

 $b_N(k) = \sqrt{1 + \lambda^{-1} \tilde{\mathbf{a}}_N^H(k) \tilde{\mathbf{a}}_N(k)}$ ,  $\mathbf{P}_{N+1}(k)$  – матрица геометрических вращений Гивенса, определяемая уравнением:

$$\mathbf{P}_{N+1}(k) = \prod_{i=1}^{N} \mathbf{P}_{N+1}^{(i)}(k) = \prod_{i=1}^{N} \begin{vmatrix} \mathbf{I}_{i-1} & \mathbf{0}_{i-1} & \mathbf{O}_{i-1} \\ \mathbf{0}_{i-1}^{T} & c_{N,i}(k) & \mathbf{0}_{N+1-i}^{T} & -s_{N,i}^{*}(k) \\ \mathbf{0}_{N+1-i,i-1}^{T} & \mathbf{0}_{N+1-i} & \mathbf{I}_{N+1-i} & \mathbf{0}_{N+1-i} \\ \mathbf{0}_{i-1}^{T} & s_{N,i}(k) & \mathbf{0}_{N+1-i}^{T} & c_{N,i}(k) \end{vmatrix}$$

Переменные  $s_{N,i}(k)$  и  $c_{N,i}(k)$  называются синусами и косинусами углов вращения [12] и удовлетворяют соотношениям  $|c_{N,i}(k)|^2 + |s_{N,i}(k)|^2 = 1$ . Здесь  $\mathbf{O}_{n,m}$  – прямоугольная нулевая матрица с числом элементов, равным  $n \times m$ .

Чтобы избавиться от операций извлечения квадратного корня матрицы, векторы в уравнении (3), подобно алгоритмам на основе прямого QR-разложения [13], масштабируются как

$$\begin{bmatrix} \lambda^{-0.5} \mathbf{K}_{N}^{0.5R}(k-1)\overline{\mathbf{a}}_{N}(k) & \lambda^{-0.5} \mathbf{K}_{N}^{0.5R}(k-1)\overline{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k-1) \\ K_{N}^{0.5B}(k) & \mathbf{0}_{N}^{T} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N}^{T} & \mathbf{K}_{N}^{0.5R}(k)\overline{\mathbf{R}}_{N}^{-H}(k) \\ K_{N}^{0.5B}(k) & K_{N}^{0.5B}(k)\overline{\mathbf{u}}_{N}^{H}(k) \end{bmatrix}.$$

Результатом этого приема является алгоритм (табл. 2). Алгоритмы (табл. 1 и табл. 2), а также алгоритм [7], математически эквивалентны друг другу и отличаются лишь вычислительной сложностью. Эквивалентность означает, что алгоритмы получены путем тождественных математических преобразований соотношений, обеспечивающих минимизацию функционала (2). Поэтому при реализации в арифметике с плавающей точкой, одинаковых параметрах адаптивного фильтра и одинаковых условиях функционирования, т.е. при обработке одинаковых сигналов, сравниваемые алгоритмы вычисляют на каждой итерации одинаковые показатели ААР (выходные сигналы, векторы весовых коэффициентов и др.). Эти показатели различаются лишь ошибками округления, так как в каждом из алгоритмов используется своя последовательность вычислений со своим числом арифметических операций. Эквивалентность обеспечивается на всем интервале наблюдения в случае,

Алгоритм (табл. 1) содержит N операций извлечения квадратного корня, что обусловлено вычислением переменной  $b_N(k)$  в уравнении (1.4) в течение N шагов i = 1,...,N на каждой k-й итерации алгоритма адаптивной фильтрации. Алгоритм (табл. 1) также содержит  $3N^2 + 12N$  операций умножения,  $1.5N^2 + 5.5N + 1$  операций сложения и N операций деления.

если алгоритмы функционируют устойчиво.

Вычислительная сложность алгоритма (табл. 2) равна  $2.5N^2 + 12N$  операциям умножения,  $1.5N^2 + 5.5N + 1$  операциям сложения и N операциям деления. Операции извлечения квадратного корня в алгоритме отсутствуют.

Для сравнения вычислительная сложность алгоритма [7] равна  $4N^2 + 6N$  операциям умножения,  $3N^2 + 5N + 2$ операциям сложения и одной операции деления.

В приведенных оценках сложности также учитывается число арифметических операций при вычислении вектора  $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$ , куда входит и вычисление выходного сигнала антенной решетки y(k). В алгоритмах в основном используются комплексные арифметические операции.



Рис. 2. Требуемое число умножений на одну итерацию: 1 – алгоритм (табл. 1), 2 – алгоритм (табл. 2), 3 - алгоритм [7].



Рис. 3. Требуемое число сложений на одну итерацию: 1 – алгоритм (табл. 1), 2 – алгоритм (табл. 2), 3 – алгоритм [7].

Для сравнения вычислительной сложности рассмотренных алгоритмов необходимо представить операции извлечения квадратного корня и операции деления также в терминах умножений и сложений. В большинстве ЦСП используются программные реализации операций извлечения квадратного корня и деления. Для этого, как правило, применяются таблично-аналитические методы [14]. Например, для реализации операции извлечения квадратного корня в прикладных библиотеках СБИС сигнальных контроллеров отечественной серии «Мультикор» [15] требуется 13 умножений и 3 сложения, а для реализации операции деления – 7 умножений и 3 сложения.

Полная вычислительная сложность рассматриваемых алгоритмов в терминах умножений (MUL) и сложений (ADD) приведена на рис. 2 и рис. 3 для случаев N = 2, ..., 32. При малых N число арифметических операций, необходимое для выполнения одной итерации алгоритмов, определяется не только квадратичной, но и линейной составляющими вычислительной сложности.

Алгоритм (табл. 2) характеризуется минимальной вычислительной сложностью. Это обусловлено отсутствием в нем операций извлечения квадратного корня. При N = 8 алгоритм требует 312 комплексных умножений и 165 комплексных сложений на одну итерацию. Поскольку в сигнальных контроллерах серии «Мультикор» арифметические операции однотактные, то одна итерация алгоритма занимает  $K_T = 4 \cdot 312 + 2 \cdot 312 + 2 \cdot 165$  тактов центрального процессора, в течение которых выполняется эквивалентное число действительных арифметических операций.

СБИС 1892ВМЗТ («Мультикор-12», МС-12) серии «Мультикор» с тактовой частотой центрального процессора 100 МГц и архитектурой SISD (Single Instruction выполнять Single Data) может примерно  $100 \cdot 10^6$  /  $K_T \approx 45 \cdot 10^3$  итераций за 1 секунду алгоритма (табл. 2). Если итерации следуют с частотой смены информационных символов, то, например, при модуляции QPSK-4 антенную решетку можно использовать в системах связи со скоростью передачи данных до  $2 \cdot 45 \cdot 10^3 = 90$  кбит/с. Здесь множитель 2 означает, что при данной модуляции один символ содержит 2 информационных бита.

При использовании СБИС 1892ВМ2Т («Мультикор-24», MC-24) с тактовой частотой центрального процессора 100 МГц и архитектурой SIMD (Single Instruction Multiple Data) число итераций алгоритма за одну секунду примерно удваивается, что обеспечивает возможность обрабатывать информацию со скоростью в 2 раза большей.

Разрабатываемая в настоящее время СБИС МСF-0428 («MultiForce») серии «Мультикор» при выполнении арифметических операций в формате с плавающей точкой характеризуется примерно в 33 раза большей производительностью по сравнению со СБИС 1892ВМЗТ, что в случае N = 8 позволяет строить цифровую ААР на основе алгоритма (табл. 2) для приема информации на скорости до  $33.90.10^3 \approx 2.97$  Мбит/с.

Приведенные цифры позволяют оценивать максимальную производительность ААР. На практике алгоритмы могут обеспечивать обработку информации на несколько меньшей скорости, так как в приведенных оценках отсутствуют операции, необходимые для организации вычислительной процедуры алгоритма (циклы, передача данных и т.п.). Точные значения предельной производительности можно получить только при реализации алгоритма на рассмотренных микроконтроллерах или других ЦСП.



Рис. 4. Результаты моделирования:  $\Theta s = 0^0$ ,  $\Theta_{II} = 21^0$ 



Рис. 5.Результаты моделирования:  $\Theta_{S} = 0^{0}, \ \Theta_{II} = 21^{0}, \ \Theta_{II} = -21^{0}.$ 



Рис.6. Результаты моделирования:  $\Theta s_0 = 0^0$ ,  $\Theta_{JI} = 21^0$ ,  $\Theta_{J2} = 38^0$ 



Рис. 7. Результаты моделирования:  $\Theta_s = 0^0$ ,  $\Theta_{J1} = 21^0$ ,  $\Theta_{J2} = -38^0$ 

Моделирование (рис. 4 – рис. 7) подтверждает работоспособность алгоритмов (табл. 1 и табл. 2). Из рисунков следует, что в процессе адаптации в направлении на источник полезного сигнала  $\theta_{\rm c}=0^\circ$  формируется ДН (темная линия) с уровнем, равным ДН синфазной антенной решетки с ориентацией основного луча в направлении  $\theta_{\rm s}=0^\circ$  (серая линия), а в направлениях на источники помех  $\theta_1 = \pm 21^\circ$  и  $\theta_2 = \pm 38^\circ$  формируются провалы. На рис. 4 – рис. 7 показаны ДН ААР в установившемся режиме. Указанные направления на источники помех совпадали с направлениями максимумов первых четырех боковых лепестков ДН синфазной антенной решетки. ДН антенных элементов предполагались всенаправленными. Расстояние между элементами решетки равнялось половине длины несущего колебания. Рассматривалась несимметричная антенная решетка.

Моделирование проводилось в информационной полосе частот. В качестве полезного сигнала использовался сигнал QPSK-4 с  $|a_i| = 1$ . В качестве сигналов источников помех использовался белый шум. Отношения сигнал-помеха для каждой из помех на входе антенного элемента равнялось -20 дБ. При моделировании были использованы следующие параметры адаптивных алгоритмов: N = 8,  $\delta^2 = 0.01$ ,  $\lambda = 0.9999$ . Все вычисления проводились в арифметике с плавающей точкой.



Рис. 8. Переходный процесс: 1 – алгоритмы (табл. 1 и табл. 2), 2 алгоритм [7]

Известно, что RLS-алгоритмы на основе QRразложения характеризуются повышенной устойчивостью по сравнению с алгоритмами на основе леммы об обращении матриц. Это справедливо и для рассмотренных модификаций алгоритмов, что подтверждается результатами моделирования на рис. 8. Значения, представленные на графиках, определялись путем усреднения параметра  $|\alpha_{N}(k)|$  на скользящем окне в 256 отсчетов. Алгоритмы (табл. 1 и табл. 2) на интервале наблюдения оставались устойчивыми, тогда как алгоритм [7] начинал расходиться после примерно 250 тыс. итераций. Кроме того, в установившемся режиме значение ошибок в алгоритмах (табл. 1 и табл. 2) меньше, чем в алгоритме [7], что обусловлено меньшим числом арифметических операций в алгоритмах (табл. 1 и табл. 2) по сравнению с алгоритмом [7].

Таким образом, рис. 8 подтверждает целесообразность использования алгоритмов (табл. 1 и табл. 2) для управления ААР систем цифровой связи с модуляцией, удовлетворяющей СМ-критерию, а рис. 4 – рис. 7 подтверждают эффективность этих алгоритмов. Материалы статьи могут представлять интерес для специалистов в области ААР и разработчиков систем беспроводной связи.

## Литература

- Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. Пер. с англ. Челпанова В.Г., Лексаченко В.А. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
- 2. Godara L.C. Application of antenna arrays to mobile communications. II. Beam-forming and direction-of-arrival considera

tions // Proceedings of the IEEE. – 1997. – Vol. 85. – №8. – P. 1195–1245.

- Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. – 2006. – №1. –С. 60–65.
- Frost O.L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // Proceedings of the IEEE. – 1972. – Vol. 60. – №8. – Р. 926–935.
- Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm // IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – №2. – P. 420–431.
- Ohgane T., Shimura T., Matsuzawa N., Sasaoka H. An implementation of a CMA adaptive array for high speed GMSK transmission in mobile communications // IEEE Trans. Vehicular Technology. 1993. Vol. 42. №3. P. 282–288.
- Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array // IEEE Trans. Signal Processing. – 2004. – Vol. 52. – №5. – P. 1452–1456.
- Giordano A.A., Hsu F.M. Least square estimation with application to digital signal processing. – Canada, Toronto: John Wiley and Sons, Inc., 1985. – 412 p.
- Джиган В.И. Многоканальные RLS- и быстрые RLSалгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. – 2004. – №11. – С. 48–77.
- Bellanger M. Which constant modulus criterion is better for blind adaptive filtering: CM(1,2) or CM(2,2)? // Proceedings of the IEEE International Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 2005. – Vol. 4. – P. IV/29–IV/32.
- Джиган В.И. Условия эквивалентности рекурсивных алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов // Телекоммуникации. – 2006. – №6. – С. 6–11.
- Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. Пер. с англ. под ред. Воеводина В.В. – М.: Мир, 1999. – 548 с.
- Hsieh S.F., Liu K.J.R., Yao K. A unified square-root-free approach for QRD based recursive least squares estimation // IEEE Trans. Signal Processing. – 1993. – Vol. 41. – №3. – P. 1405–1409.
- Солохина Т., Александров Ю., Петричкович Я. Сигнальные контроллеры компании «ЭЛВИС»: первая линейка отечественных DSP // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. – 2005. – №7. – С. 70–77.
- Wang L.-K., Schulte M.J. Decimal floating-point division using Newton-Raphson iteration // Proceedings of the 15-th IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors. – 2004. – P. 84–95.