

УДК 519.254

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОКАНАЛЬНОГО СОГЛАСОВАННОГО ФИЛЬТРА БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Беляев А.И., магистрант кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета (НГТУ), kliuchevsky@gmail.com

Букварев Е.А., младший научный сотрудник кафедры информационных радиосистем НГТУ bukvarrev@nntu.nnov.ru

Ястребов А.В., магистрант кафедры информационных радиосистем НГТУ, a.v.yastrebov@mail.ru

Ключевые слова: бинарная последовательность, согласованный фильтр, оптимизация, алгоритм, многовходовой сумматор.

Введение

В настоящее время популярны методы передачи информации с использованием ансамблей шумоподобных последовательностей и схем расширения спектра. При построении асинхронно-адресных систем связи возникает необходимость в параллельном приеме нескольких шумоподобных сигналов для обеспечения поиска нужного абонента и первичной синхронизации. Существуют методы последовательного поиска и обнаружения подобных сигналов [1, 2], которые позволяют значительно сократить сложность устройства в обмен на увеличение времени обнаружения. Однако эти методы рассчитаны на поиск одного опорного сигнала и, при необходимости одновременного поиска нескольких сигналов, требуют линейного увеличения аппаратуры либо времени поиска. Кроме того, в некоторых приложениях время реакции приемника на появление последовательности от абонента с нужным номером может оказаться критичным. В этом случае наименьшее время обнаружения обеспечит классическая согласованная фильтрация, построенная на основе вычисления ариф-

Предлагается способ реализации многоканального согласованного фильтра, учитывающего взаимные свойства опорных сигналов. Проводится оптимизация алгоритма фильтрации и оценка сложности его реализации в зависимости от числа каналов.

метических сверток входного сигнала с несколькими образцами. При этом значительно возрастает сложность аппаратуры. В статье предлагается способ реализации многоканального согласованного фильтра, учитывающего взаимные свойства опорных сигналов.

Постановка задачи

Рассмотрим классическую структуру согласованного фильтра (СФ) для M опорных сигналов $a_0 \dots a_{M-1}$. СФ выполняет операцию дискретной свертки, сигнал на выходе фильтра описывается выражением

$$Y_m[k] = \sum_{n=0}^{N-1} X[k-n] \cdot a_m[n]$$

где m – номер опорного сигнала, N – число отводов линии задержки, k – отсчет выходного сигнала, n – номер отвода линии задержки, $a_m[n]$ – коэффициенты СФ для соответствующего опорного сигнала. Общая схема такого СФ изображена на рис. 1:

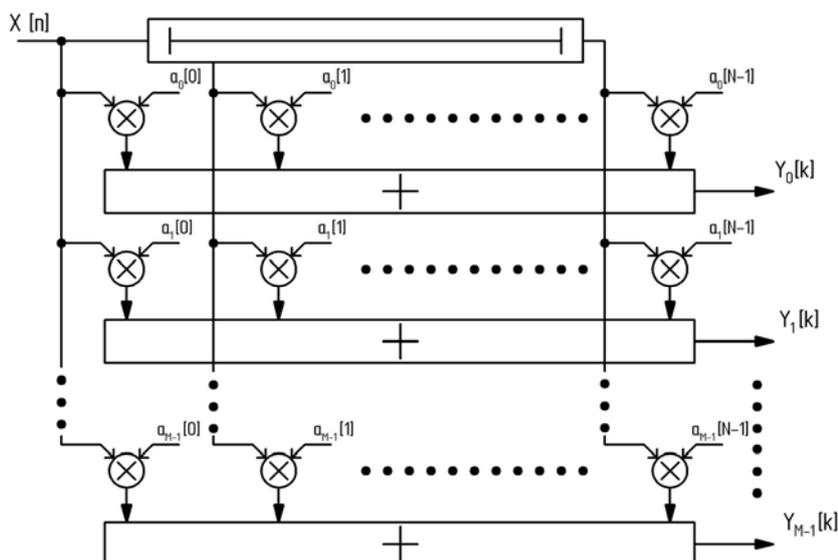


Рис. 1. Общая схема многоканального СФ

Введем некоторые ограничения. Предположим, что согласованный фильтр реализован на базе программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС). Далее, пусть опорные сигналы представляют собой бинарные псевдослучайные последовательности. Известно, что сигналы такого вида могут принимать значения либо +1, либо -1, вследствие чего операция умножения заменяется операцией сложения или вычитания. Считаем так же, что N достаточно большое число и кратно степени двойки, а постоянная составляющая любого из опорных сигналов близка или равна нулю:

$$N \gg 2^M; \quad \sum_{i=0}^{N-1} a_i \approx 0; \quad a \in \{-1, +1\}; \quad (1)$$

$$W(a) = 0,5(\delta(1) + \delta(-1)),$$

где W – плотность вероятности распределения значений a .

Требуется минимизировать количество вычислений, требуемое для получения результатов, при обязательном условии сохранения точности.

Сложность прототипа

Оценим сложность СФ (рис.1). Наиболее ресурсоемким элементом подобного фильтра является сумматор. При реализации такого узла на базе программируемой логики одним из наиболее компактных решений считается *конвейерный сумматор с логарифмическим приближением* [3]. Структура такого сумматора приведена на рис.2.

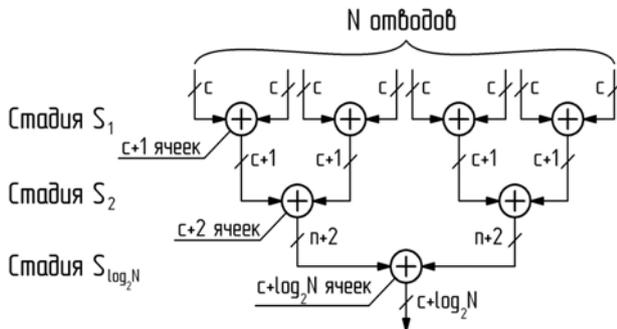


Рис. 2. Структура конвейерного сумматора

Определим сложность C реализации такого сумматора в количестве логических элементов ПЛИС (количестве ячеек, каждая из которых содержит триггер и способна выполнять одну двоичную операцию). На входы сумматоров с отводов линии задержки поступают c -разрядные отсчеты сигнала в дополнительном коде. Для сложения двух c -разрядных отсчетов требуется сумматор, емкость которого составляет $c+1$ ячеек. Как видно из рис. 2, таких сумматоров для $N=8$ отводов требуется 4. Таким образом, сложность стадии S_1 определится выражением $N/2 \times (c+1)$. На следующей стадии суммирования S_2 число сумматоров уменьшится вдвое, а разрядность числа возрастет на единицу, т.е. сложность стадии S_2 определится, как $N/4 \times (c+2)$. и т. д. Всего стадий суммирования $\log_2 N$, разрядность выходного числа составляет $c + \log_2 N$, а общая сложность узла:

$$C = N \sum_{i=1}^{\log_2 N} 0,5^i (c+i). \quad (2)$$

С учетом введенных ограничений (1) можно заключить, что число коэффициентов СФ с весом «-1» приблизительно равно числу коэффициентов с весом «+1». Следовательно, дополнительно к сумматору требуется порядка $N/2$ арифметических инверторов. Однако, с учетом структуры логических элементов ПЛИС [4], введение инверторов не увеличивает общего количества ячеек сумматора, и общая сложность СФ, представленного на рис. 1, для M сигналов определится выражением:

$$C = M \cdot N \sum_{i=1}^{\log_2 N} 0,5^i (c+i). \quad (3)$$

Оптимизация алгоритма

Общая идея сокращения сложности СФ состоит в разбиении всего сумматора на несколько *суммирующих блоков*, входы которых не соединяются между собой. Данное обстоятельство позволяет перенести операцию умножения на выход соответствующего суммирующего блока без потери линейности преобразования. Иными словами, вынести коэффициенты умножения «за скобки». Все операции, выполняемые в оптимизированном СФ, целесообразно разделить на два этапа обработки: этап предварительных вычислений S_{pre} и финальный S_{post} , каждый из которых может быть реализован конвейерным способом, содержащим несколько стадий вычислений. На этапе S_{pre} производятся вышеописанные разбиения всего сумматора и упорядочение предварительных результатов, на этапе S_{post} – подсчет результатов $Y_0 \dots Y_{M-1}$ регулярным способом.

Рассмотрим этап S_{pre} . В общем виде, для M опорных сигналов, целесообразно ввести понятие *объединенных коэффициентов* A , представляющих собой M -разрядные двоичные числа, образованные следующим образом: $A_n = a_{M-1}^b[n] \dots a_0^b[n]$, где $a_m^b[n]$ – коэффициенты опорных сигналов n -го отвода, приведенные к однобитному виду по правилу:

$$a_m^b[n] = \begin{cases} 0 & \text{при } a_m[n] = +1 \\ 1 & \text{при } a_m[n] = -1 \end{cases}; \quad n \in \overline{0, N-1}$$

Таким образом, образуется множество объединенных коэффициентов $A = \{A_0 \dots A_{N-1}\}$ размером N элементов. С учетом условия (1), можно заключить, что часть элементов вышеуказанного множества будет иметь одинаковое числовое значение. Иными словами, множество объединенных коэффициентов A разбивается на 2^M непересекающихся подмножеств одинаковых элементов A^j так, что:

$$A = \left(\bigcup_j A^j \right); \quad j \in \overline{0, 2^M - 1}; \quad A^i \cap A^j \equiv 0, \quad \text{при } i \neq j.$$

В каждом из подмножеств A^j можно выполнить суммирование без предварительного умножения на коэффициент опорного сигнала. Очевидно, что каждый из суммирующих блоков (всего 2^M блоков) представляет собой конвейерный сумматор с логарифмическим приближением, у которого в среднем имеется $N/2^M$ входов разрядности c и один выход разрядности $c + \log_2(N/2^M)$. Выходы суммирующих блоков U_i должны быть разбиты на пары,

образованные объединенными коэффициентами, значения которых представляют собой побитовую инверсию друг друга. Кроме того, эти пары целесообразно упорядочить в порядке возрастания значения «неинвертированных» объединенных коэффициентов. Например, последовательность {0, 2, 1, 3, 4, 7, 5, 6} в упорядоченном виде выглядит следующим образом: {0, 7, 1, 6, 2, 5, 3, 4}. На этом завершается этап S_{pre} , полностью определяемый свойствами опорных сигналов (структурой множества A). Сложность данного этапа незначительно варьируется в зависимости от вида опорных сигналов, отношения $N/2^M$, кратности длины N степени двойки. В среднем, сложность S_{pre} можно оценить по формуле:

$$C_{S_{pre}} = 2^M \cdot \frac{N}{2^M} \sum_{i=1}^{\log_2 \left(\frac{N}{2^M} \right)} 0,5^i (c+i) = N \sum_{i=1}^{\log_2 N-M} 0,5^i (c+i). \quad (4)$$

Рассмотрим этап S_{post} . Все вычисления на этом этапе уже не зависят от вида опорных сигналов, а определяются только параметрами M, N и c . Фактически, из 2^M чисел разрядности $c + \log_2 N - M$ вычисляется M результатов разрядности $c + \log_2 N$, соответствующих выходам СФ $Y_0 \dots Y_{M-1}$. Таким образом, этап S_{post} представим в виде регулярной вычислительной структуры глубиной M стадий. Структура образована двухходовыми сумматорами и вычитателями. На первой стадии используется $2^M / 2$ вычитателей, выполняющих функцию $R_x = U_i - U_j$, где U_i и U_j пары упорядоченных выходов этапа S_{pre} . Используя числа из приведенного ранее примера упорядоченной последовательности в качестве индексов, получим: $R_0 = U_0 - U_7, R_1 = U_1 - U_6, R_2 = U_2 - U_5, R_3 = U_3 - U_4$. Данные операции являются первой стадией конвейерного сумматора с логарифмическим приближением, вычисляющего Y_{M-1} , результата обработки старших бит всех объединенных коэффициентов A . Всего в таком сумматоре M стадий, а его сложность вычисляется следующим образом:

$$C_{Y_{M-1}} = 2^{M-1} \cdot (M - (M - 1)) \cdot (c_r - (M - 1)),$$

где $c_r = c + \log_2 N$ – разрядность чисел на выходе фильтра.

Результат Y_{M-2} получается с помощью добавления на последней стадии двухходового вычитателя, имеющего сложность:

$$C_{Y_{M-2}} = 2^{M-M} \cdot (M - (M - M)) \cdot (c_r - (M - M)) = M \cdot c_r,$$

Получение каждого из последующих результатов требует добавления к структуре вычислителя финального этапа некоторого количества сумматоров, причем

сложность получения очередного значения Y растет с уменьшением его индекса. Это вызвано тем, что при рассмотрении упорядоченного ряда «неинвертированных» объединенных коэффициентов, с уменьшением на единицу номера разряда объединенного коэффициента, удваивается количество перемен значений бит данного разряда на интервале $0 \div 2^M$. Сложность вычисления очередного значения Y имеет ярко выраженную закономерность:

$$C_{Y_{M-3}} = 2^{M-M+1} \cdot (M - (M - M + 1)) \cdot (c_r - (M - M + 1)) = 2(M-1) \cdot (c_r - 1),$$

$$C_{Y_{M-4}} = 2^{M-M+2} \cdot (M - (M - M + 2)) \cdot (c_r - (M - M + 2)) = 4(M-2) \cdot (c_r - 2).$$

В целом, сложность финального этапа можно выразить следующей формулой:

$$C_{S_{post}} = \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M-i) \cdot (c + \log_2 N - i). \quad (5)$$

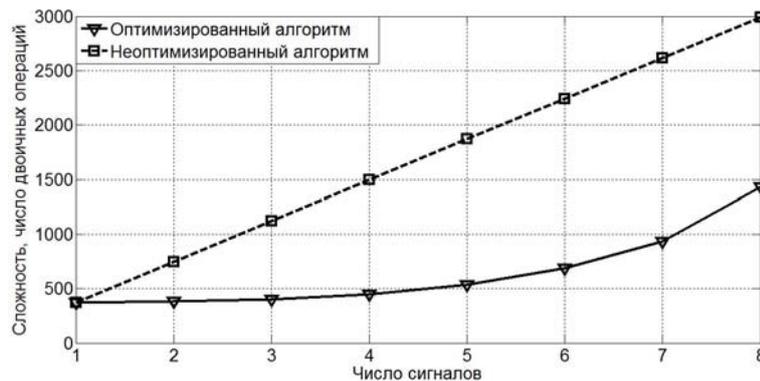
С учетом (4) и (5), общую сложность оптимизированного СФ можно записать следующим образом:

$$C_{C\Phi} = C_{S_{pre}} + C_{S_{post}} = N \sum_{i=1}^{\log_2 N-M} 0,5^i (c+i) + \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M-i) \cdot (c + \log_2 N - i). \quad (6)$$

На рис. 3 приведены сложности аппаратной реализации неоптимизированного и оптимизированного фильтров, в зависимости от количества каналов M для значений $N = 128$ и 1024 , вычисленные по формулам (3) и (6). Видно, что по мере приближения M к значению $\log_2 N$ эффективность алгоритма падает. Это вызвано уменьшением размера подмножеств A^j , что уменьшает общий вес этапа предварительных вычислений. Несмотря на это, даже при граничном случае, когда $M = \log_2 N$, сложность оптимизированного СФ в несколько раз меньше сложности прототипа.

При выполнении вычислений с помощью микропроцессорных систем, сложность реализации целесообразно представить в количестве требуемых операций сложения/вычитания. При этом многоходовый суммирующий блок выполнять в виде сумматора с логарифмическим приближением нет необходимости. Сложность программной реализации неоптимизированного СФ составит:

$$C_{base}^{МП} = M \cdot (N - 1). \quad (7)$$



а)

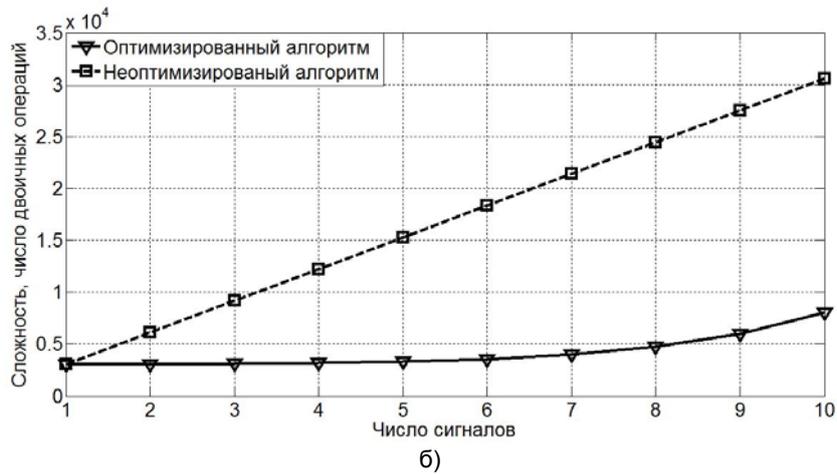


Рис. 3. Зависимость сложности СФ от числа сигналов при аппаратной реализации
 а – при $N=128, c=1$; б – при $N=1024, c=1$

Программную сложность S_{pre} можно вычислить как:

$$C_{S_{pre}}^{МП} = 2^M \left(\frac{N}{2^M} - 1 \right) = N - 2^M. \quad (8)$$

На этапе S_{post} все-таки потребуется проводить сложения попарно из-за необходимости использования промежуточных результатов для получения результатов Y с индексами от 0 до $M-2$ включительно. Сложность данного этапа:

$$C_{S_{post}}^{МП} = \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M-i). \quad (9)$$

С учетом (8) и (9), общую сложность оптимизированного СФ в случае реализации на базе микропроцессора можно записать следующим образом:

$$C_{CF}^{МП} = C_{S_{pre}}^{МП} + C_{S_{post}}^{МП} = N - 2^M + \sum_{i=0}^{M-1} 2^i (M-i) \quad (10)$$

На рис. 4 приведены сложности программной реализации неоптимизированного и оптимизированного фильтров, в зависимости от количества каналов M для значений $N = 128$ и 1024 , вычисленные по формулам (7) и (10).

Ниже приведены результаты вычисления сложности СФ.

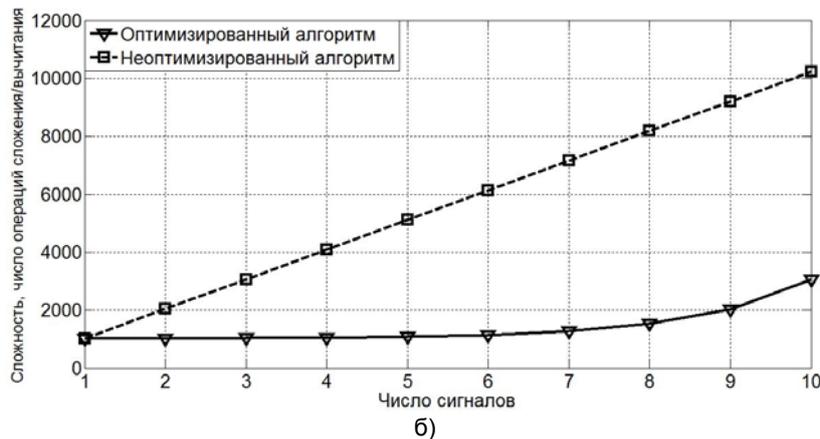
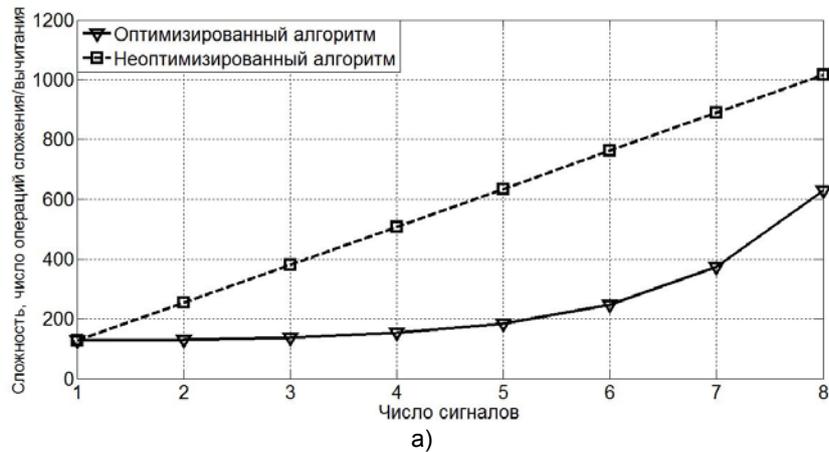


Рис. 4. Зависимость сложности СФ от числа сигналов, при программной реализации а – при $N=128$; б – при $N=1024$

Таблица 1

Сравнение сложности при различных реализациях алгоритмов

Алгоритм	Сложность аппаратной реализации, при разрядности $c=1$			
	$M=1, N=128$	$M=3, N=128$	$M=6, N=128$	$M=8, N=128$
Неоптимизированный алгоритм	374	404	686	1690
Оптимизированный алгоритм	374	1122	2244	2992
	$M=1, N=1024$	$M=4, N=1024$	$M=8, N=1024$	$M=10, N=1024$
Неоптимизированный алгоритм	3059	12236	24472	30590
Оптимизированный алгоритм	3059	3168	4732	10082
	Сложность программной реализации			
	$M=1, N=128$	$M=3, N=128$	$M=6, N=128$	$M=8, N=128$
Неоптимизированный алгоритм	127	381	762	1016
Оптимизированный алгоритм	127	131	184	374
	$M=1, N=1024$	$M=4, N=1024$	$M=8, N=1024$	$M=10, N=1024$
Неоптимизированный алгоритм	1023	4092	8184	10230
Оптимизированный алгоритм	1023	1034	1270	2036

Примеры построения оптимизированных СФ

1. СФ, рассчитанный на прием одного сигнала.

В таком СФ сумматор разбивается на два суммирующих блока, а объединенные коэффициенты являются одноразрядными. Зададим вид опорного сигнала: $a[n]=\{+1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1\}$. Математическое ожидание такого сигнала равно нулю, а длина $N=8$. В данном примере оба суммирующих блока имеют по четыре входа, образуя структуру, приведенную на рис. 5. Арифметический инвертор, выделенный кружком с надписью «-1», показан условно. Аппаратно арифметическая инверсия выполняется суммирующим блоком финального этапа.

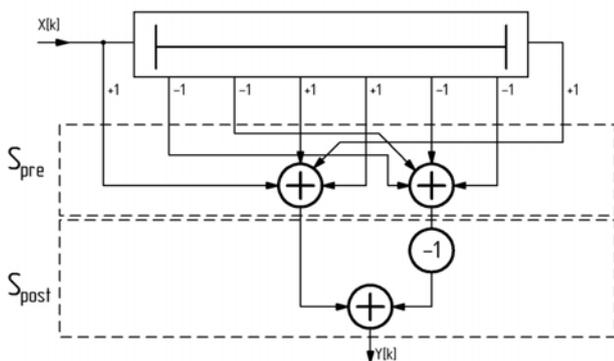


Рис. 5. Структура СФ для одного сигнала

Суммирующие блоки предварительной стадии являются конвейерными сумматорами с логарифмическим приближением, причем их совокупная сложность меньше, чем у единого конвейерного сумматора $\log_2 N$ на величину сложности последней стадии суммирования (Стадия $S_{\log_2 N}$ на рис. 2). Последняя стадия в этом случае тривиально заменяется операцией вычитания. Таким образом, сложность одноканального варианта одинакова для случая оптимизированного СФ и прототипа.

2. СФ, рассчитанный на прием двух сигналов.

Зададим вид опорных сигналов: $a_0[n]=\{+1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1\}$, $a_1[n]=\{+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1\}$. Параметры: $M=2, N=8, c=1$. Тогда множество объединенных коэффициентов $A \in 0, 2^M - 1$ или $A \in 0, 3$, и условие (1) выполняется. На рис. 6 изображена структура такого фильтра. Суммирующие блоки этапа S_{pre} условно обозначены символами «+1+1», «-1-1», «-1+1», «+1-1» соответственно значению объединенных коэффициентов.

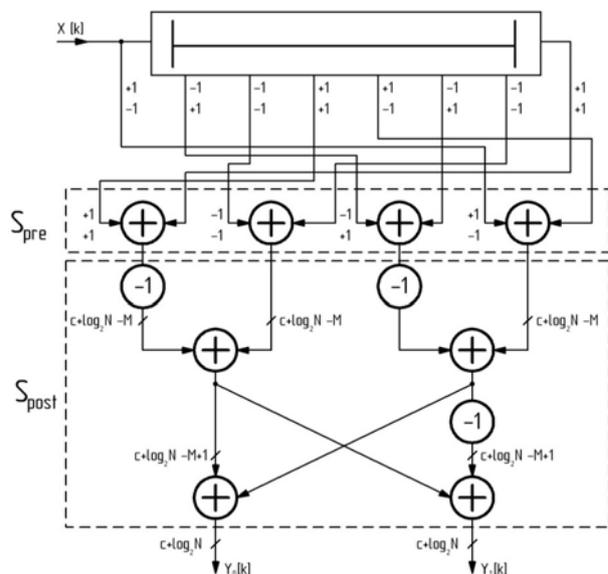


Рис. 6. Структура оптимизированного СФ для двух сигналов

3. СФ, рассчитанный на прием трех сигналов.

Зададим вид опорных сигналов: $a_0[n]=\{+1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1\}$, $a_1[n]=\{+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1\}$, $a_2[n]=\{+1, -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1\}$.

На рис. 7 изображена структура такого фильтра. Входной сигнал и линия задержки на рисунке не отображены.

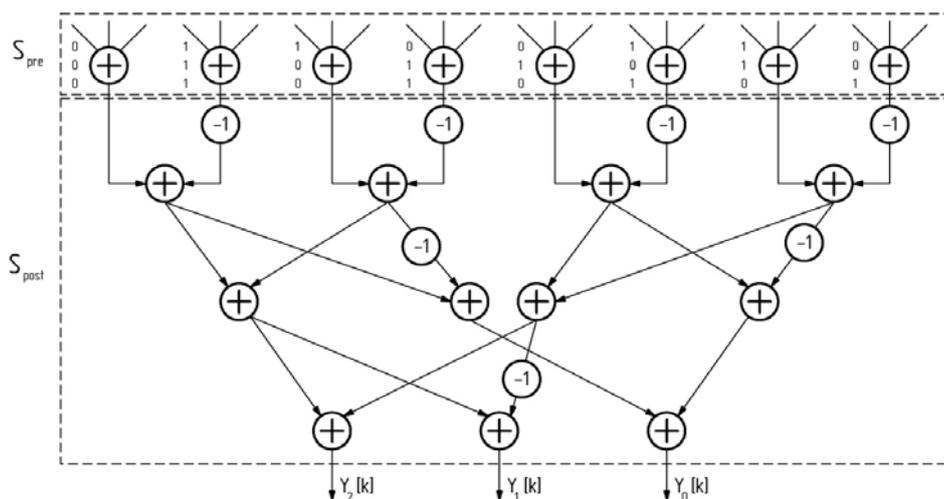


Рис. 7. Структура оптимизированного СФ для трех сигналов

Выводы

1. Предложенный способ построения согласованного фильтра позволяет уменьшить сложность многоканального фильтра до величины, сравнимой с одноканальным вариантом.
2. Для одноканального случая сложности аппаратной реализации оптимизированного и неоптимизированного фильтров одинаковы.
3. С увеличением количества каналов фильтра эффективность оптимизации падает.

Литература

1. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов / В. Ипатов. – Москва: Техносфера, 2007. – 488 с.
2. Кузнецов В.С., Мордасов К.А. Быстрое декодирование на основе пассивной согласованной фильтрации длинных кодов Голда / Естественные и технические науки – М., 2009. – №4. – с. 321-327.
3. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника / Е.П. Угрюмов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.
4. Стешенко В.Б. ПЛИС фирмы «Altera»: элементная база, система проектирования и языки описания аппаратуры / В.Б. Стешенко – М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2002. – 57

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России, СНГ и странах Балтии (индекс 82185), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA '» и Выставках: «ЕхроElectronica», «СвязьЭкспокомм», «ЭЛЕКТРОНИКА: компоненты, оборудование, технологии» (г. Москва) и др.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Список изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, информационно-измерительных и управляющих систем.

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 2 – июнь 2011 г. Тематический выпуск: «Теория и методы цифровой обработки сигналов».

№ 3 – сентябрь 2011 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 – декабрь 2011 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки - 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки - 15 тысяч рублей.

1/2 цветной внутренней полосы - 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru