УДК 621.376.6

НОВЫЙ АЛГОРИТМ СЛЕПОЙ ОЦЕНКИ ФАЗОВОГО СДВИГА ДЛЯ КАМ-СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ ПРАВДОПОДОБИЯ

***Петров А. В.,** инженер Научно-исследовательского института радиотехники (НИИРТ), Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», maddog57@mail.ru*

***Сергиенко А. Б.,** Научный руководитель, доцент кафедры теоретических основ радиотехники, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», к.т.н., sandy@ieee.org*

Проводится разработка нового алгоритма слепой оценки фазового сдвига для сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (КАМ). Предлагаемый метод, использующий удобный механизм полигармонической аппроксимации угловой зависимости функции правдоподобия, представленной в виде ряда Фурье, позволяет сколь угодно близко подойти к максимально правдоподобной оценке фазового сдвига. Исследуются алгоритмы, полученные аппроксимацией функции правдоподобия одной и двумя гармоническими составляющими ряда Фурье. Приведены результаты компьютерного моделирования, выполнено их сравнение с результатами, обеспечиваемыми другими алгоритмами слепой оценки фазы.

Ключевые слова: синхронизация, слепая оценка фазы, квадратурная амплитудная модуляция, полигармоническая аппроксимация, функция правдоподобия, крестообразные созвездия КАМ.

Введение

Системы фазовой синхронизации являются неотъемлемой частью систем, осуществляющих когерентную обработку сигналов с цифровой линейной модуляцией. При этом в ряде случаев необходимо осуществлять слепую оценку фазы, так как в сигнале отсутствуют служебные фрагменты, известные на приемной стороне. Алгоритмы фазовой синхронизации можно разделить на два класса: *разомкнутые* алгоритмы, реализующие вычисление оценки начальной фазы по наблюдаемой выборке сигнала, и *замкнутые* алгоритмы, представляющие собой следящие системы с обратной связью. Для быстрой первоначальной оценки параметров, как правило, применяются разомкнутые методы, при этом актуальной задачей является приближение к теоретически возможным пределам, что позволяет увеличить точность оценки либо сократить длительность сигнала, необходимую для достижения заданной точности.

В литературе [1-7] рассматривается целое семейство алгоритмов слепой оценки начальной фазы сигналов с цифровой линейной модуляцией. Целый ряд из них основан на вычислении фазы среднего значения статистики, представляющей собой комплексное число, модуль которого — некоторая весовая функция от модуля отсчета сигнала $\left|\dot{x}_k\right|$, а фаза — увеличенная в целое число раз фаза этого отсчета ($M_C \arg\left(\dot{x}_k\right)$):

$$\hat{\varphi} = \frac{1}{M_C} \arg\left(\sum_{k=1}^{K} f\left(\left|\dot{x}_k\right|\right) \exp\left(jM_C \arg\left(\dot{x}_k\right)\right)\right). \qquad (1)$$

Коэффициент M_C определяется угловой симметрией сигнального созвездия, он равен числу точек *M* для созвездий фазовой модуляции (ФМ) и 4 для квадратных и крестообразных созвездий КАМ. При этом в различных источниках рассматриваются разные подходы к формированию весовой функции $f\left(\left|\dot{x}_k\right|\right)$. Так, в [1] путем аппроксимации функции правдоподобия (ФП) показано, что при низком отношении сигнал/шум правило максимума правдоподобия (МП) асимптотически приводит к весовой функции в (1), равной M_C-й степени модуля отсчета: $f\left(\left|\dot{x}_k\right|\right) = \left|\dot{x}_k\right|^{M_C}$. Это дает хорошо известный алгоритм возведения сигнала в степень (см., например, [2]). В [3] проведен анализ формулы (1) применительно к сигналам с ФМ и весовым функциям, представляющим собой различные целочисленные степени модуля отсчета: $f\left(\left|\dot{x}_k\right|\right) = \left|\dot{x}_k\right|^{n}$. Показано, что при низких отношениях сигнал/шум оптимальной является степень, равная размеру созвездия, а при больших отношениях сигнал/шум лучшие показатели дают маленькие показатели степени n = 1 или 0. В [4] весовая функция получена по критерию минимума асимптотической дисперсии получаемой оценки фазы, при этом предполагается, что весовая функция должна быть неотрицательна.

Известен также ряд алгоритмов, основанных на иных принципах. Так, в [5] предложен алгоритм, использующий статистики восьмого порядка. В [6] для фазовой синхронизации КАМ с крестообразными созвездиями предлагается итерационный алгоритм, основанный на минимизации среднего евклидова расстояния от отсчетов сигнала до контура в виде ромба на комплексной плоскости. Наконец, в [7] получены аналитические выражения для дисперсии оценки фазы при использовании ряда алгоритмов, в том числе перечисленных выше.

В статье рассматривается новый алгоритм слепой оценки фазы сигналов с цифровой линейной модуляцией, основанный на полигармонической аппроксимации угловой зависимости функции правдоподобия, представленной в виде ряда Фурье.

Постановка задачи

Рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом. Наблюдаемая выборка представляет собой отсчеты комплексной огибающей сигнала после согласованного фильтра:

$\dot{x}_k = \dot{a}_k e^{j\varphi_0} + \dot{n}_k$, k = 1, …, K,

где $\dot{a}_k$ — информационные символы, независимо и равновероятно выбираемые из сигнального созвездия $\{\dot{C}_m\}$, m = 1, …, M (M — размер созвездия), φ_0 — постоянный фазовый сдвиг, равномерно распределённый на интервале 0…2π, $\dot{n}_k$ — отсчеты комплексного дискретного белого гауссового шума, вещественная и мнимая составляющие которого имеют дисперсию, равную σ^2. Уровень полезного сигнала и дисперсию шума считаем известными. Отношение сигнал/шум на символ определяется следующим образом:

$$E_s/N_0 = \frac{\overline{\left|\dot{a}_k\right|^2}}{2\sigma^2} = \frac{1}{2\sigma^2 M}\sum_{m=1}^{M}\left|\dot{C}_m\right|^2.$$

Требуется оценить неизвестный фазовый сдвиг φ_0, общий для всех наблюдаемых символов, в предположении, что передаваемые информационные символы $\dot{a}_k$ на приёмной стороне не известны.

Сигналы с КАМ обладают осевой симметрией, поэтому для них оценка фазового сдвига будет иметь четвертную неопределённость. Это следует из неопределённости фазы, неизбежной для алгоритмов слепой оценки, и означает, что результат поворота созвездия на $\pi/2$ неотличим от исходного положения созвездия. Такая неопределённость может быть преодолена применением дифференциального кодирования. Поэтому, без потери общности, будем считать, что неизвестный фазовый сдвиг φ_0 лежит в интервале $-\pi/4 \ldots \pi/4$.

Максимально правдоподобная оценка начальной фазы сигнала

Каждый отсчёт сигнала $\dot{x}$ при условии, что передавался символ $\dot{C}_m$, а фазовый сдвиг был равен φ_0, представляет собой комплексную гауссову случайную величину с плотностью вероятности

$$w\left(\dot{x}\,|\,\dot{C}_m,\varphi_0\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{\left|\dot{x}-\dot{C}_m e^{j\varphi_0}\right|^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{\left|\dot{x}e^{-j\varphi_0}-\dot{C}_m\right|^2}{2\sigma^2}\right) = w\left(\dot{x}e^{-j\varphi_0}\,|\,\dot{C}_m,0\right).$$

В дальнейшем указание на то, что вычисления выполняются для нулевой начальной фазы, будет опущено для краткости, поэтому введём следующее обозначение:

$$w\left(\dot{x}e^{-j\varphi_0}\,|\,\dot{C}_m\right) = w\left(\dot{x}e^{-j\varphi_0}\,|\,\dot{C}_m,0\right).$$

Усреднение по точкам сигнального созвездия даёт ФП отсчёта $\dot{x}$ относительно неизвестного параметра φ_0:

$$\mathrm{LF}\left(\dot{x},\varphi_0\right) = \mathrm{LF}\left(\dot{x}e^{-j\varphi_0}\right) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} w\left(\dot{x}e^{-j\varphi_0}\,|\,\dot{C}_m\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 M}\sum_{m=1}^{M}\exp\left(-\frac{\left|\dot{x}e^{-j\varphi_0}-\dot{C}_m\right|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2)$$

Для расчётов удобнее использовать логарифм функции правдоподобия (ЛФП):

$$\mathrm{LLF}\left(\dot{x},\varphi_0\right) = \ln\left(\mathrm{LF}\left(\dot{x},\varphi_0\right)\right).$$

Отсчёты $\dot{x}_k$ статистически независимы вследствие того, что шум $\dot{n}_k$ белый, а информационные символы считаются независимыми. Поэтому плотности вероятности для отдельных отсчётов перемножаются, а их логарифмы суммируются, так что ЛФП для всей наблюдаемой выборки равен

$$\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k\},\varphi_0\right) = \sum_{k=1}^{K}\mathrm{LLF}\left(\dot{x}_k,\varphi_0\right).$$

Для получения МП оценки фазового сдвига φ_0 необходимо максимизировать ФП (или, что эквивалентно, её логарифм) по параметру φ_0:

$$\hat{\varphi}_0 = \arg\max_{\varphi_0}\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k\},\varphi_0\right). \quad (3)$$

Полигармоническая аппроксимация угловой зависимости ЛФП

Получение МП оценки начальной фазы сигнала непосредственно по формуле (3) требует значительных вычислительных затрат, так как предполагает поиск максимума функции, рассчитываемой, как показывает (2), весьма сложным образом. Покажем, как можно представить ЛФП в виде ряда по угловым гармоникам (Circular Harmonic Expansion, CHE, см., например, [8]) и упростить ее вычисление.

Представим отсчеты $\dot{x}$ в полярных координатах, выделив в них модуль и фазу:

$$\mathrm{LLF}\left(\dot{x}\right) = \mathrm{LLF}\left(re^{j\varphi}\right), \quad (4)$$

где $r = \left|\dot{x}\right|$ и $\varphi = \arg\dot{x}$.

Зависимость ЛФП (4) от фазы φ, очевидно, является периодической функцией с периодом, в общем случае равным 2π. Используемые на практике сигнальные созвездия обладают угловой симметрией, поэтому для них период будет меньше. Так, для M-позиционной ФМ этот период составляет $2\pi/M$, а для созвездий с КАМ — $\pi/2$. Поэтому ЛФП можно разложить в ряд Фурье относительно фазы φ:

$$\mathrm{LLF}\left(re^{j\varphi}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n\left(r\right)\cos\left(n\varphi+\theta_n\left(r\right)\right),$$

где $A_n\left(r\right)$ и $\theta_n\left(r\right)$ — зависящие от радиуса r амплитуда и фаза n-й гармоники ряда Фурье, рассчитываемые по известной формуле:

$$A_n(r)e^{j\theta_n(r)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{LLF}\left(re^{j\varphi}\right)e^{-jn\varphi}d\varphi, \quad n>0,$$
$$A_0(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{LLF}\left(re^{j\varphi}\right)d\varphi. \quad (5)$$

ЛФП для всей выборки $\{\dot{x}_k\}$ можно, таким образом, записать в следующем виде:

$$\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k\}\right) = \sum_{k=1}^{K}\mathrm{LLF}\left(r_k e^{j\varphi_k}\right) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{n=0}^{\infty}A_n\left(r_k\right)\cos\left(n\varphi_k+\theta_n\left(r_k\right)\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Re}\left(A_n\left(r_k\right)\exp\left(j\left(n\varphi_k+\theta_n\left(r_k\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}\dot{F}_n\left(\{\dot{x}_k\}\right),$$

где

$$\dot{F}_n\left(\{\dot{x}_k\}\right) = \sum_{k=1}^{K}A_n\left(r_k\right)\exp\left(j\left(n\varphi_k+\theta_n\left(r_k\right)\right)\right).$$

Следует отметить, что функции $\dot{F}_n$ обладают следующим свойством:

$\dot{F}_n\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) = \dot{F}_n\left(\{\dot{x}_k\}\right) e^{-jn\varphi_0}$.

Для нахождения МП оценки фазового сдвига, согласно (3), необходимо максимизировать ЛФП от сдвинутой по фазе последовательности $\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}$:

$$\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) = \mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty} \dot{F}_n\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) \to \max_{\varphi_0}. \quad (6)$$

Формула (6) показывает, что для нахождения МП оценки фазового сдвига необходимо найти положение максимума периодической функции, представленной в виде ряда Фурье. В общем случае сделать это аналитически невозможно.

Чтобы упростить вычисление ЛФП (6), необходимо сделать ряд замечаний. Во-первых, амплитуды угловых гармоник в (5) уменьшаются с увеличением номера n. Следовательно, можно воспользоваться аппроксимацией ЛФП, заключающейся в усечении полученного ряда. Во-вторых, из-за наличия угловой симметрии у сигнальных созвездий с ФМ и КАМ отличными от нуля окажутся только коэффициенты с номерами, кратными M_C (см. ранее формулу (1)). В-третьих, при определенном угловом положении используемых на практике сигнальных созвездий все комплексные коэффициенты ряда Фурье (5) оказываются вещественными, так что $\theta_n(r) = 0$ или π. В дальнейшем для краткости будем предполагать, что $\theta_n(r) = 0$ и поэтому $A_n(r)$ могут принимать отрицательные значения.

Если в (6) оставить одну гармоническую составляющую (для созвездий с КАМ это $n = 4$), то аппроксимация ЛФП даст следующее:

$$\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) \approx \mathrm{Re}\,\dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) = \mathrm{Re}\left(\dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right) e^{-j4\varphi_0}\right).$$

Отсюда видно, что максимум ЛФП будет достигнут при

$$\hat{\varphi}_0 = \frac{1}{4}\arg \dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right). \quad (7)$$

Данный метод относится к семейству методов (1), использующих умножение фазы сигнала в сочетании с весовой функцией, зависящей от модуля сигнала [2, 3, 4].

Если сохранить в (6) две гармонические составляющие (для созвездий с КАМ это $n = 4$ и $n = 8$), получим следующее:

$$\mathrm{LLF}\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi}\}\right) \approx \mathrm{Re}\left(\dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right) + \dot{F}_8\left(\{\dot{x}_k e^{-j\varphi_0}\}\right)\right) = \\ = \mathrm{Re}\left(\dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right) e^{-j4\varphi_0} + \dot{F}_8\left(\{\dot{x}_k\}\right) e^{-j8\varphi_0}\right).$$

Строгое аналитическое решение для положения максимума этой функции требует нахождения корней полинома четвертой степени, однако количественный анализ показывает, что достаточная для практических целей точность получается при использовании квадратичных приближений для косинуса, что дает для оценки фазы следующую приближенную формулу:

$$\hat{\varphi}_0 \approx \frac{1}{4}\left(\arg \dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right) + \frac{2ab}{1+4a}\right), \quad (8)$$

где $a = \dfrac{\left|\dot{F}_8\left(\{\dot{x}_k\}\right)\right|}{\left|\dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right)\right|}$ и $b = \arg \dot{F}_8\left(\{\dot{x}_k\}\right) - 2\arg \dot{F}_4\left(\{\dot{x}_k\}\right)$, $b \in [-\pi; \pi]$.

Таким образом, видно, что использование второй гармонической составляющей приводит (по сравнению с (7)) к дополнительному слагаемому, повышающему точность оценки.

Результаты моделирования

Для оценки точностных характеристик предложенного метода было выполнено компьютерное моделирование. Использовалось стандартное крестообразное созвездие КАМ-32, длина генерируемой выборки K составляла 64 символа, то есть всего в 2 раза превышала размер созвездия. Для измерения дисперсии оценки использовалось усреднение по 10 000 реализаций. На рис. 1 представлены зависимости дисперсии оценки фазового сдвига от отношения сигнал/шум на символ E_s/N_0 для следующих алгоритмов:

- «4th power» — классический алгоритм возведения сигнала в 4-ю степень (1) [2].
- «CHE1» и «CHE2» — предложенный алгоритм, использующий соответственно одну (8) и две (8) гармонические составляющие и реализованный в «идеальном» виде, то есть с использованием весовых функций, зависящих от отношения сигнал/шум.
- «CHE1, fixed» и «CHE2, fixed» — более удобные для практической реализации варианты алгоритмов «CHE1» и «CHE2» с фиксированными весовыми функциями, рассчитанными для отношения сигнал/шум 18 дБ. Эти весовые функции для единичной средней мощности сигнала представлены на рис. 2.
- «EOS» — алгоритм для крестообразных созвездий с КАМ, основанный на статистиках восьмого порядка [5].
- «wf min var» — алгоритм с весовой функцией, полученной по критерию минимума асимптотической дисперсии оценки [4].
- «MCRB» — модифицированная граница Крамера-Рао для оценки фазы [2].

Из графиков видно, что предложенный метод уже при использовании одной гармоники (7) дает существенно меньшую дисперсию оценки по сравнению с классическим алгоритмом возведения сигнала в 4-ю степень (1). Алгоритм, использующий две гармоники (8), позволяет значительно уменьшить нижний порог дисперсии оценки и превосходит алгоритм с весовой функцией, полученной по минимуму асимптотической дисперсии [4], в области умеренных значений сигнал/шум, которые представляют наибольший практический интерес. Выигрыш достигает 5 дБ. Применение фиксированных весовых функций приводит лишь к незначительным (по сравнению с идеальной реализацией предлагаемого подхода) потерям при низком отношении сигнал/шум.

Использование большего числа гармоник позволяет дополнительно увеличить точность оценки. Как следует из рис. 3, уже при использовании 4-х гармонических составляющих предлагаемый алгоритм позволяет вплотную приблизиться к МП оценке фазового сдвига.

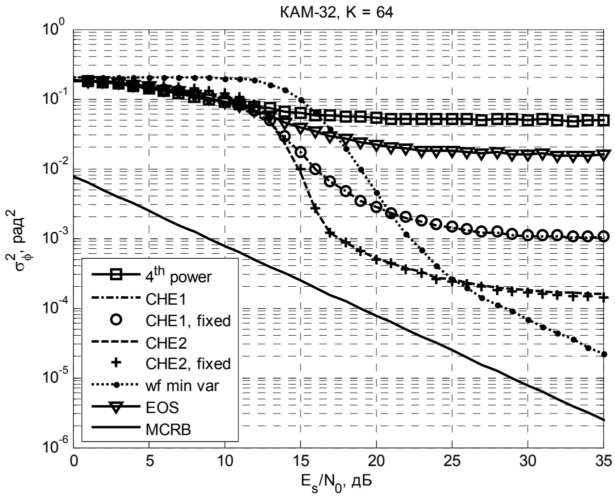

Рис. 1. Зависимость дисперсии оценки фазового сдвига от отношения сигнал/шум на символ для созвездия КАМ-32

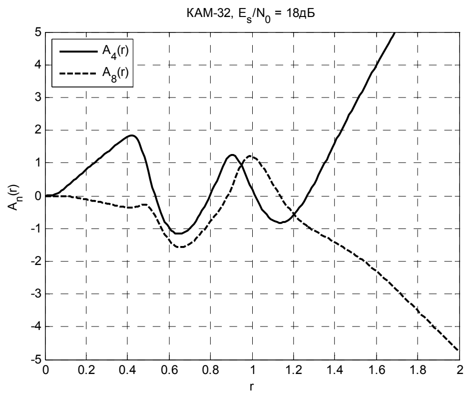

Рис. 2. Весовые функции $A4(r)$ и $A8(r)$ для КАМ-32

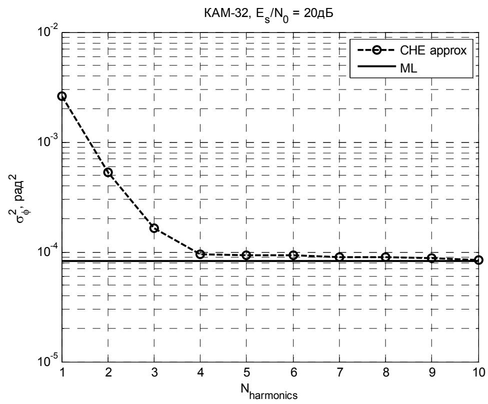

Рис. 3. Зависимость дисперсии оценки от числа использованных угловых гармоник

На практике получение оценок, обладающих высокой точностью, не всегда необходимо. Зачастую достаточно получить оценку с точностью не хуже заданной, т.к. на дальнейшую обработку (демодуляцию) эта неточность не окажет существенного влияния.

Зададимся следующим критерием необходимого качества оценки сдвига фазы — потери при демодуляции не должны превышать 0,1…0,2 дБ по сравнению с идеальной фазовой синхронизацией ($\sigma_\varphi^2 = 0$) при заданной вероятности битовой или символьной ошибки. Для вероятности символьной ошибки 10^{-4} и модуляции КАМ-32 компьютерное моделирование дает допустимую дисперсию оценки фазы, равную $\sigma_\varphi^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад^2.

Исходя из этого, можно получить зависимость минимально возможной длины выборки от отношения сигнал/шум. Эта зависимость представлена на рис. 4.

По кривым рис. 4 видно, что предлагаемый алгоритм, использующий две угловые гармоники (8), при некоторых (меньше 17 дБ) отношениях сигнал/шум требует размера выборки примерно на порядок меньшего, чем алгоритм [4], и лишь незначительно проигрывает ему при больших отношениях сигнал/шум. Классический алгоритм возведения сигнала в 4-ю степень (1) на данном графике не представлен, так как для достижения заданной дисперсии оценки фазового сдвига, равной $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад^2, ему требуется выборка длиной более 10 000 символов.

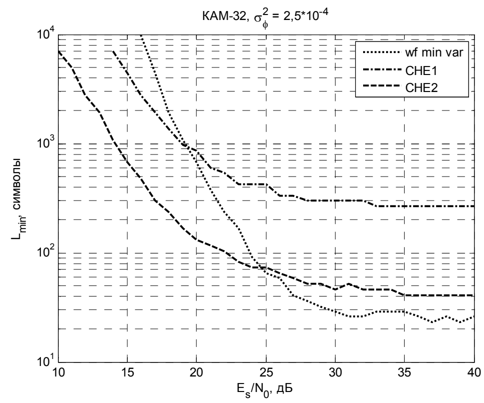

Рис. 4. Зависимость требуемой длины выборки сигнала от отношения сигнал/шум

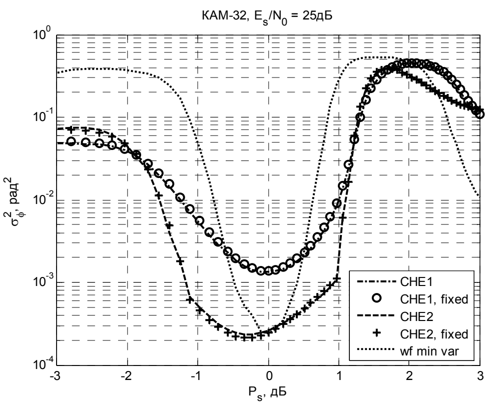

Рис. 5. Влияние неточности оценки уровня сигнала

Для расчета весовых функций $A_n(r)$ необходимо знание средней мощности сигнала, поэтому для правильной работы алгоритма требуется наличие системы автоматической регулировки усиления (АРУ). Качество работы АРУ может оказать заметное влияние на точность оценки фазы, поэтому необходимо исследовать работу предлагаемого алгоритма при неточном определении уровня полезного сигнала.

На рис. 5 приведены зависимости дисперсии оценки фазового сдвига от реальной средней мощности обрабатываемого сигнала P_s (в децибелах относительно номинального значения) для КАМ-32 при отношении сигнал/шум 25 дБ. Для определённости будем считать, что допустимым является увеличение СКО в 2 раза (дисперсии в 4 раза) относительно величины, соответствующей истинному значению уровня полезного сигнала.

По кривым, представленным на рис. 5, можно сделать следующие выводы. Допустимая ошибка при определении уровня полезного сигнала для предлагаемого алгоритма, использующего одну (7) и две (8) гармонические составляющие, примерно одинакова и составляет ±1 дБ от истинного значения мощности сигнала. Для алгоритма с весовой функцией, полученной по критерию минимума асимптотической дисперсии [4], допустимая ошибка составляет ±0,5 дБ. Следовательно, предлагаемый метод является более устойчивым к неточности определения уровня полезного сигнала по сравнению с главным конкурирующим алгоритмом [4].

Заключение

Предложенный метод обеспечивает удобный в вычислительном отношении механизм полигармонической аппроксимации ЛФП для сигналов с цифровой линейной модуляцией. Область использования таких аппроксимаций не ограничивается рассмотренной в статье задачей слепой оценки фазового сдвига сигнала, данный подход может применяться и для решения целого ряда других задач, связанных со слепыми оценками — таких, например, как оценка частотного сдвига сигнала либо определение использованного вида модуляции.

Для формирования оценки фазового сдвига наибольший практический интерес представляет возможность аппроксимации логарифма ФП малым числом гармонических слагаемых. Рассмотренный вариант бигармонической аппроксимации позволяет существенно снизить дисперсию оценки по сравнению с методами, основанными на использовании лишь одной гармоники. В принципе, за счет увеличения вычислительных затрат при использовании рассмотренного подхода, можно сколь угодно близко приблизиться к МП оценке, рассчитав комплексные амплитуды произвольного числа гармоник (6) и найдя максимум соответствующей угловой зависимости, например, с помощью обратного быстрого преобразования Фурье.

Литература

1. M. Moeneclaey, G. de Jonghe. ML-Oriented NDA Carrier Synchronization for General Rotationally Symmetric Signal Constellations. IEEE Trans. Communications, Vol. 42, No. 8, Aug. 1994, pp. 2531–2533.
2. Mengali U., D'Andrea A. N. Synchronization Techniques for Digital Receivers. — Plenum Press, New York, 1997.
3. A. J. Viterbi, A. M. Viterbi. Nonlinear Estimation of PSK-Modulated Carrier Phase with Applications to Burst Digital Transmission. IEEE Trans. Information Theory, Vol. IT-29, No. 4, July 1983, pp. 543–551.
4. Y. Wang, E. Serpedin, P. Ciblat. Optimal Blind Feedforward Carrier Synchronization for General QAM Modulations. Conf. Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conf., 3–6 Nov. 2002, Vol. 1, pp. 644–648.
5. K. V. Cartwright. Blind Phase Recovery in Cross QAM Communication Systems with Eight-Order Statistics. IEEE Signal Processing Letters, Vol. 8, No. 12, Dec. 2001, pp. 304–306.
6. M. Alvarez-Diaz, R. Lopez-Valcarce. Diamond Contour-Based Phase Recovery for (Cross)-QAM Constellations. Proc. 13th IEEE/SP Workshop on IEEE Statistical Signal Processing, Bordeaux, France, 17–20 July 2005, pp. 669–674.
7. E. Serpedin, P. Ciblat, G. B. Giannakis, P. Loubaton. Performance Analysis of Blind Carrier Phase Estimators for General QAM Constellations. IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 49, No. 8, Aug. 2001, pp. 1816–1823.
8. G. Jacovitti, A. Neri. Multiresolution Circular Harmonic Decomposition. IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 48, No. 11, Nov. 2000, pp. 3242–3247.

NOVEL ALGHORITHM OF BLIND PHASE OFFSET ESTIMATION FOR QAM SIGNALS BY APPROXIMATING LIKELIHOOD FUNCTION

Petrov A.V., Sergienko A.B.

The method is presented for blind phase offset estimation for signals with linear digital modulation. The method is based on a polyharmonic approximation of the likelihood function angular dependence. By retaining the most significant term in this series a radius-weighted version of popular M-power phase estimation algorithm is obtained. Retaining two most significant terms gives a biharmonic approximation of the likelihood function, and this approach leads to notable improvement of the estimation quality.

Computer simulation was performed with 32QAM signals, the results justified the advantage of the suggested method. It was also shown that using fixed (independent of SNR) weighting functions leads to small loss only at low SNR.

Suggested approximation of likelihood function can be used in solving many communication signal processing and analysis problems, such as frequency shift estimation, modulation classification, etc.