УДК 621.396.931

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ТРОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С НУЛЕВОЙ ЗОНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Гюнтер А.В., ***аспирант Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, avgyunter@mail.ru***

Описывается метод построения троичных последовательностей с нулевой зоной апериодической автокорреляционной функции и нулевой зоной апериодической взаимной корреляционной функции.

Ключевые слова: последовательность, код, корреляция, нулевая зона корреляции, автокорреляционная функция, взаимная корреляционная функция.

Введение

Как показано в работах [1,2], технология LAS-CDMA значительно увеличивает спектральную эффективность систем с кодовым разделением каналов за счет применения последовательностей с нулевой зоной корреляции (ZCZ – Zero Correlation Zone), которые позволяют полностью устранять внутрисистемную интерференцию (из-за нулевой взаимной корреляции кодов в ZCZ) и эффект многолучевого распространения сигнала (из-за нулевой автокорреляции в ZCZ). Применение таких кодов считается одним из перспективных направлений в развитии систем связи. Наиболее интенсивно исследуемыми из них являются семейства LAS-кодов [5], получаемых с помощью различных схем формирования из LA-кодов [3] и LS-кодов [4]. Но все эти семейства обладают различными недостатками (например, малая скважность и большая длина получаемых последовательностей), которые снижают эффективность их применения. Поиск новых методов построения семейств кодов с ZCZ и улучшение описанных на сегодняшний день алгоритмов – актуальнейшая задача для исследователей.

Целью настоящей работы является описание нового метода формирования троичных последовательностей (элементы которых принадлежат множеству $\{-1,0,+1\}$) с нулевой зоной корреляции апериодической автокорреляционной функции (ААКФ) и апериодической взаимной корреляционной функции (АВКФ).

Основные характеристики конструируемых в работе последовательностей:

1) ширина нулевой зоны ААКФ в чипах: $\Delta = 2^k,\ k = 1,2,3...$;

2) длина последовательностей множества: $N = \left(2^{k+1}-1\right)\Delta$;

3) мощность множества генерируемых последовательностей: $M = 2^{\Delta}$; уменьшением мощности M до Q (из-за необходимости выбора Q из M первичных последовательностей, обладающих свойством ортогональности) достигается нулевая зона АВКФ длины $\Delta = 2^k$.

Построение последовательностей с ZCZ

Пусть имеется первичная бинарная последовательность x, элементы которой $\left(x_s,\ s=1,2...\Delta\right)$ принадлежат множеству $\{-1,+1\}$) длины $\Delta = 2^k$. Обозначим ее ААКФ в виде последовательности $R_x = [r_0^{(x)}\ r_1^{(x)} ... r_\Delta^{(x)}]$, где $r_i^{(x)}$ – i-ый сдвиг ААКФ (причем $r_0^{(x)} = 2^k,\ r_\Delta^{(x)} = 0$):

$$r_i^{(x)} = x_1 x_{1+i} + x_2 x_{2+i} + ... + x_{\Delta-1-i} x_{\Delta-1} + x_{\Delta-i} x_\Delta,\quad i = 0,1...\Delta. \qquad (1)$$

Введем понятие множителя l-го порядка $m^{(l)}$ – бинарная последовательность длины $\left(2^l-1\right)\Delta$, полученная периодическим повторением последовательности $T^{(l)}$ из 2^l элементов, в которой первые 2^{l-1} элементов равны –1, а последующие равны +1. Например,

$\Delta = 8,\quad k = 3;$

$l = 1,\quad T^{(1)} = [-1\ +1];$

$m^{(1)} = [-1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1];$

$l = 2,\quad T^{(2)} = [-1\ -1\ +1\ +1];$

$m^{(2)} = [-1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1$
$+1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1];$

$l = 3,\quad T^{(3)} = [-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1];$

$m^{(3)} = [-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1$
$+1\ +1\ +1 -1\ -1\ -1\ -1 +1\ +1\ +1\ +1$
$-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1$
$+1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1$
$-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1].$

Из последовательности x можно построить троичную последовательность X длины N, обладающую нулевой зоной ААКФ ширины Δ, по следующему алгоритму (рис.1):

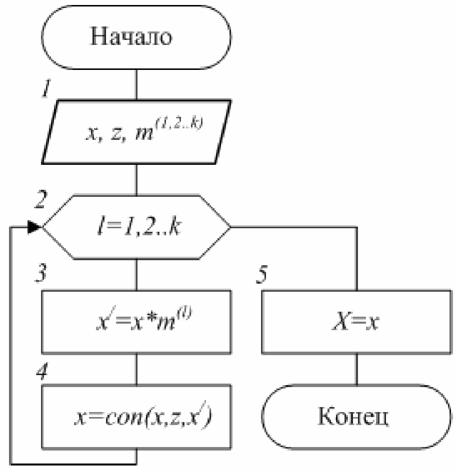

Рис. 1. Алгоритм построения последовательности с ZCZ ААКФ

1. Определение последовательностей: x – произвольная бинарная последовательность длины $\Delta = 2^k$; z – последовательность из Δ нулей; $m^{(1,2..k)}$ – множители 1,2…k порядков.

2, 3, 4. Итеративное выполнение k этапов алгоритма, на каждом из которых (текущий этап будем обозначать как l) выполняется вычисление парной последовательности для x

$$x^{/} = x * m^{(l)}, \quad (2)$$

где $m^{(l)}$ – множитель l-го порядка;

x – первичная последовательность;

$x^{/}$ – парная для x последовательность;

$*$ – здесь и далее, операция поэлементного перемножения последовательностей.

Далее формируется новая последовательность конкатенацией (*con*) последовательностей x, z и $x^{/}$.

5. Сохранение результата последней итерации, который и является искомой последовательностью X.

На l-ом этапе алгоритма длина последовательности, формируемой конкатенацией x, z и $x^{/}$, равняется

$$n(l) = \left(2^{l+1} - 1\right)\Delta, \quad l = 1...k; \quad (3)$$

а длина множителя соответствующего порядка

$$m(l) = \left(2^{l} - 1\right)\Delta. \quad (4)$$

Итеративное выполнение k этапов позволяет получить последовательность X с описанными выше свойствами. В этом несложно убедиться, обратив внимание на то, что при конкатенации двух последовательностей x и $x^{/}$, разделенных Δ нулями, Δ первых сдвигов ААКФ R полученной последовательности

$$r_i = r_i^{(x)} + r_i^{(x^{/})}, \quad i = 0,1...\Delta. \quad (5)$$

Причем

$$r_i^{(x)} = x_1 x_{1+i} + x_2 x_{2+i} + ... + x_{\Delta-1-i} x_{\Delta-1} + x_{\Delta-i} x_{\Delta}; \quad (6)$$

$$r_i^{(x^{/})} = m_1 m_{1+i} x_1 x_{1+i} + m_2 m_{2+i} x_2 x_{2+i} + ... + m_{\Delta-1-i} m_{\Delta-1} x_{\Delta-1-i} x_{\Delta-1} + m_{\Delta-i} m_{\Delta} x_{\Delta-i} x_{\Delta}; \quad (7)$$

где m_s – элементы множителя l-го порядка $\left(s = 1,2...m(l)\right)$.

Из правила формирования множителя l-порядка:

$$m_i m_{i+\theta} = -1, \quad \theta = (2n+1)2^{l-1}, \quad (8)$$

где $1 \le \theta \le \Delta$ и $n = 0,1,2...$

Отсюда следует (с учетом (6) и (7)), что

$$r_\theta^{(x)} = -r_\theta^{(x^{/})}, \quad \theta = (2n+1)2^{l-1}. \quad (9)$$

Таким образом, на l-ом этапе перемножением на множитель мы получаем последовательности с противоположными значениями ААКФ на позициях $\theta = (2n+1)2^{l-1}$. Поэтому, вставляя последовательность нулей между ними, мы получаем новую последовательность с ААКФ $[r_0^{(x)} + r_0^{(x^{/})}\ r_1^{(x)} + r_1^{(x^{/})} ... r_\Delta^{(x)} + r_\Delta^{(x^{/})}]$, которая будет иметь нулевые значения на позициях $\theta = (2n+1)2^{l-1}$, а также на позициях $\theta = (2n+1)2^{l-2}, (2n+1)2^{l-3} ... (2n+1)2^{0}$, которые были занулены на предыдущих этапах формирования последовательности.

Пример 1

Построим последовательность с нулевой зоной ААКФ $\Delta = 8$ $(k = 3)$. Ее длина составит $N = 15 \cdot 8 = 120$.

Выберем произвольно бинарную последовательность длины $\Delta = 8$:

$x = [-1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1]$;

$R_x = [8\ -1\ -2\ +1\ +2\ -1\ -2\ +1]$.

Сформируем последовательности z и $m^{(1)}$, $m^{(2)}$, $m^{(3)}$:

$z = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$;

$l = 1, 2, 3$;

$m^{(1)} = [-1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1]$;

$m^{(2)} = [-1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1$
$-1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ ]$;

$m^{(3)} = [-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1$
$+1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1 -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1$
$-1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1$
$-1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1]$.

1. Формируем $x^{/}$:

$l = 1$;

$x^{/} = x * m^{(1)} = [+1\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1]$;

$R_{x^{/}} = [8\ +1\ -2\ -1\ +2\ +1\ -2\ -1]$.

Получаем новую последовательность конкатенацией x, z и $x^{/}$ длины $n(1) = 24$.

2. $x = [-1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$+1\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1]$;

$R_x = [16\ 0\ -4\ 0\ +4\ 0\ -4\ 0\ 0...]$.

Формируем $x^{/}$:

$l = 2$;

$x^{/} = x * m^{(2)} =$
$= [+1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$-1\ -1\ -1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1]$;

$R_{x^{/}} = [16\ 0\ +4\ 0\ +4\ 0\ +4\ 0\ 0...]$.

Получаем новую последовательность конкатенацией x, z и $x^{/}$ длины $n(2) = 56$.

3. $x = [-1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$+1\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$-1\ -1\ -1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1]$;

$R_x = [32\ 0\ 0\ 0\ +8\ 0\ 0\ 0\ 0...]$.

Формируем $x^{/}$:

$l = 3$;

$x^{/} = x * m^{(3)} =$
$= [+1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$-1\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$0\ 0\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$+1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1]$;

$R_{x^{/}} = [32\ 0\ 0\ 0\ -8\ 0\ 0\ 0\ 0...]$.

Получаем новую последовательность X конкатенацией x, z и $x^{/}$ длины $n(3) = 120$. В итоге получается последовательность из 120 чипов

$X = [-1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$+1\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0$
$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ +1\ +1\ -1\ +1$
$-1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ +1\ -1$
$-1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ -1\ -1\ -$
$1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1$
$+1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$-1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$

$0\ 0\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1]$

с ААКФ

$R_X = [64\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 1\ 2\ 5 ...]$,

в которой первые $\Delta = 8$ сдвигов нулевые. Ее графическое изображение представлено на рис. 2.

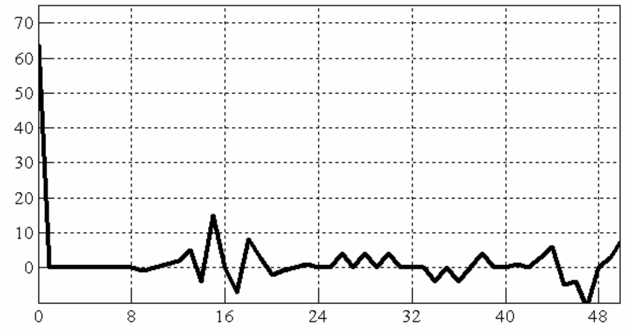

Рис. 2. ААКФ последовательности X, полученной в примере 1

Если из множества мощности M первичных последовательностей выбрать только ортогональные, то полученное на их основе по вышеописанному алгоритму семейство последовательностей мощности Q будет обладать не только свойством нулевой зоны ААКФ, но и нулевой зоной АВКФ. Докажем это.

Пусть имеются две последовательности A и B, полученные по вышеописанному алгоритму из первичных ортогональных последовательностей a и b с АВКФ (как для a и b, так и для A и B ограничимся рассмотрением сдвигов для взаимной корреляции с 0 по Δ):

$$R_{ab} = [0\ r_1^{(ab)} ... r_\Delta^{(ab)}], \quad (10)$$

где $r_i^{(ab)}$ – i-ый сдвиг АВКФ ($r_0^{(ab)} = 0$):

$$r_i^{(ab)} = a_1 b_{1+i} + a_2 b_{2+i} + ... + a_{\Delta-1-i} b_{\Delta-1} + a_{\Delta-i} b_\Delta, \quad i = 0,1...\Delta. \quad (11)$$

Учитывая, что любые две последовательности, помноженные на один и тот же множитель, имеют ту же самую взаимную корреляцию при нулевом сдвиге, что и последовательности, не помноженные на множитель, получим

$$r_0^{(AB)} = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим $r_i^{(AB)}$ при $i = \pm 1, \pm 2 ... \pm \Delta$. Аналогично ААКФ, при конкатенации парных последовательностей a, $a^/$ и b, $b^/$ на l-ом этапе алгоритма, получим новую пару последовательностей с АВКФ $[r_0^{(ab)} + r_0^{(a^/ b^/)}\ r_1^{(ab)} + r_1^{(a^/ b^/)} ... r_\Delta^{(ab)} + r_\Delta^{(a^/ b^/)}]$, которая будет иметь нулевые значения на позициях $\theta = (2n+1)2^{l-1}$, а также на позициях $\theta = (2n+1)2^{l-2}, (2n+1)2^{l-3} ... (2n+1)2^0$, поскольку они были «занулены» на предыдущих этапах формирования последовательности. Это доказывает, что АВКФ таких последовательностей, так же как и ААКФ, равна нулю при $i = \pm 1 ... \pm \Delta$.

Пример 2

Для построения семейства последовательностей с нулевой зоной ААКФ и АВКФ возьмем в качестве первичных последовательности Уолша (также называемые кодами Уолша) длины $\Delta = 8$:

$$a = [+1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1];$$
$$b = [+1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1];$$
$$c = [+1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1];$$
$$d = [+1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1];$$
$$e = [+1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1];$$
$$f = [+1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1];$$
$$g = [+1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1];$$
$$h = [+1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1].$$

Сформированные из них последовательности:

$$A = [+1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ -1\ +1$$
$$+1\ -1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$+1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1];$$

$$B = [+1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ -1\ -1$$
$$+1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$+1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1];$$

$$C = [+1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ -1$$
$$+1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$+1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1];$$

$$D = [+1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ +1\ +1$$
$$+1\ +1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$+1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1];$$

$$E = [+1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ -1\ +1$$
$$-1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$
$$+1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1$$
$$0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1];$$

$$\begin{gathered}F=[+1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ -1\ -1 \\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1];\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}G=[+1\ +1\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ -1\ +1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ -1 \\ -1\ +1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1\ +1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1];\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}H=[+1\ -1\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ +1\ +1\ +1\ +1\ -1\ -1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ -1\ +1\ +1\ -1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +1\ +1\ +1 \\ -1\ -1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ +1\ +1\ -1\ -1\ +1\ +1\ -1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1\ +1\ -1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1\ -1].\end{gathered}$$

Мощность построенного множества $Q=8,$ и все его последовательности обладают свойством нулевой зоны ААКФ и АВКФ длиной $\Delta=8.$ Для примера на рис. 3 изображена АВКФ последовательностей C и H

$$R_{CH}=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ +1\ +2\ +1\ 0\ -3...].$$

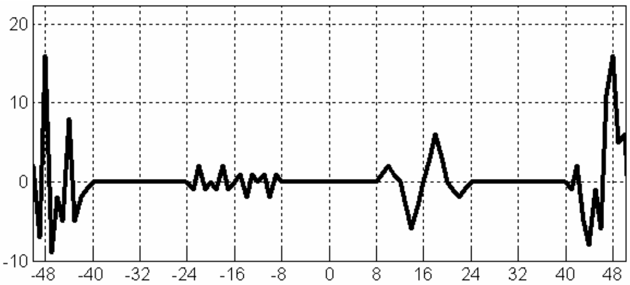

Рис. 3. АВКФ последовательностей C и H, полученных в примере 2

Заключение

Описанный в работе метод позволяет получить семейства троичных последовательностей, обладающих нулевой автокорреляцией и взаимной корреляцией в заданном интервале вблизи центра ААКФ и АВКФ. Формируемые по описанному в работе способу последовательности могут использоваться для борьбы с внутрисистемной интерференцией в сетях с кодовым разделением каналов и многолучевым распространением сигнала, для увеличения спектральной эффективности синхронных систем, в целях синхронизации и оценки дальности. Рассматривается также вариант применения их в качестве "каркаса" (подобно тому, как LA-кода берутся за основу при формировании LAS-кодов) для построения последовательностей с более качественными характеристиками.

К преимуществам семейств последовательностей, построенных по описанному в настоящей работе алгоритму, можно отнести:

1) относительно большую мощность семейства формируемых последовательностей с нулевой зоной ААКФ $M=2^{\Delta}$;

2) простоту и универсальность схемы генерации последовательностей;

3) возможность построения последовательностей как с нулевой зоной ААКФ, так и АВКФ (для этого необходимо обеспечить ортогональность первичных последовательностей);

4) все последовательности семейства обладают одинаковым значением главного лепестка ААКФ:

$$\rho=\frac{2^k}{2^{k+1}-1}N=2^k\Delta=\Delta^2. \qquad (13)$$

Существуют и недостатки, к которым можно отнести:

1) малое отношение ширины нулевой зоны ААКФ и АВКФ к длине последовательности (хотя в сравнении с примерами LAS-кодов, приведенных в [5], предлагаемые коды по этому показателю выглядят предпочтительней):

$$\varepsilon=\frac{\Delta}{N}=\frac{\Delta}{\left(2^{k+1}-1\right)\Delta}=\frac{1}{2^{k+1}-1}=\frac{1}{2\Delta-1}, \quad \Delta=2,4,8,16...; \qquad (14)$$

2) относительно большое количество нулей в последовательностях и их группировка последовательно по Δ чипов.

Необходимо отметить, что ширина $\Delta=2^k$ выбрана степенью двойки из соображений формирования множества последовательностей с нулевой ААКФ и АВКФ на основе кодов Уолша. Нетрудно убедиться, что свойством ZCZ будут также обладать последовательности, построенные из первичных произвольной длины Δ.

Условным является также получение именно троичных последовательностей на основе бинарных. Очевидно, что в качестве первичных можно взять другие последовательности (например, двоичные, троичные, m-ричные) и на их основе получить последовательности с ZCZ по описанному алгоритму.

Литература

1. Шинаков Ю.С. Новые возможности технологии синхронного кодового разделения каналов // Электросвязь. – 2006. – №2. – С. 6-11.
2. Li D. The perspective of Large Area Synchronous CDMA Technology for the Fourth-Generation Mobile Radio // IEEE Comm. Mag. – March 2003. – V.41. – №3. – P. 114-118.
3. Li D. A High Spectrum Efficient Multiple Access Code // Communications, 1999. APCC/OECC'99. – V.1 – P. 598-605.
4. Stanczak S., Boche H., Haardt M. Are LAS-codes a miracle? // Global Telecommunications Conference, 2001. GLOBECOM'01. – V.1 – P. 589-593.
5. Choi B., Hanzo L. On the Design of LAS Spreading Codes // Vehicular Technology Conference, 2002. VETECF.2002. – V.4 – P.2172-2176.