# АЛГОРИТМ СОВМЕСТНОЙ ДЕМОДУЛЯЦИИ И ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАНАЛА СВЯЗИ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ С НЕСКОЛЬКИМИ АНТЕННАМИ (МІМО) И ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ (OFDM)

Крейнделин В.Б., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики Колесников А.В., инженер-программист ЗАО «Мобилайз», aleksander.kolesnikov@gmail.com

Ключевые слова: ортогональное частотное мультиплексирование, демодуляция, когерентный прием, оценивание параметров, канал связи, антенна, пилот-сигнал.

### Введение

В использующих системах СВЯЗИ. ортогональное частотное мультиплексирование (OFDM -Orthogonal Frequency Division Multiplexing), для достижения высокой энергетической эффективности необходимо использовать когерентный прием [1], что предъявляет серьезые тербования к точности фильтрации комплексного множителя канала, который может меняться во времени в случае движения абонента. В системе (MIMO - Multiple-Input-Multiple-Output), имеющей несколько передающих и несколько приемных антенн, данные поступают одновременно во все передающие антенны, а на приемной стороне обрабатываются совместно. Структурная схема канала связи такой системы представлена на Рис.1.



Рис.1. Структурная схема канала для системы связи с двумя передающими и двумя приемными антеннами.

Для оценивания (фильтрации) комплексного множителя канала связи в системах с MIMO и OFDM используются пилот-сигналы, известные на приемной стороне и передаваемые через определенные временые интервалы [2]. Зная значения пилот-символов и их позиции в кадре, можно на приемной стороне вычислить значения комплексных коэффициентов передачи канала на этих позициях и интерполировать значения этих коэффициентов передачи канала для соседних информационных символов. Очевидно, что от точности этой интерполяции зависит качество оценки коэффициентов передачи канала для кадра в целом и, соответственно, качество синхронизации. Известны оптимальные алгоритмы ре-

Проведено обобщение разработанного ранее итерационного алгоритма совместной демодуляции информационных символов и оценивания комплексного множителя канала связи в системах OFDM с MIMO, обладающего высокой эффективностью при приемлемой вычислительной сложности по сравнению с известными подходами.

шения такой задачи [4], [5], однако на практике их применение весьма затруднено (а часто и совсем невозможно) из-за очень высокой вычислительной сложности.

Особенность задачи фильтрации параметров канала связи в системах с OFDM и MIMO состоит в том, что при наличии нескольких антенн, присутствует корреляция между разными антеннами, которую необходимо учитывать [3]. Пренебрежение корреляцией приводит к недостаточной точности оценивания и снижает эффективность системы.

Цель данной работы – обобщить разработанный в [11] алгоритм фильтрации комплексного множителя канала связи в системах OFDM для использования в системах с несколькими антеннами.

В [11] авторами был разработан алгоритм, использующий в качестве математической модели канала связи модель с частотно-селективными релеевскими замираниями и аддитивным шумом и осуществляющий фильтрацию комплексных множителей по пилотсигналам, равномерно распределенным на частотновременной плоскости. Полученные оценки затем экстраполируются на соседние с пилот-символами информационные сигналы. Алгоритм оценивания и экстраполяции построен на основе алгоритма фильтрации Калмана. При разработке алгоритма была учтена корреляция сигналов, передаваемых по разным антеннам.

В [11] была использована следующая модель системы с *К* поднесущими:

$$Y(i) = A(i)\theta(i) + \eta(i), \quad i = 1; 2; \dots I,$$
 (1)

где обозначено: Y(i) - K-мерный комплексный вектор принимаемого сигнала;  $\theta(i)$  - K -мерный векторстолбец M-ичных комплексных символов, каждая компонента которого может принимать M возможных значений; A(i) - диагональная матрица комплексных множителей канала размерности  $K \times K$ , содержащая комплексные множители всех поднесущих; i - номер текущего временного интервала (дискретное время);  $\eta(i)$  комплексная некоррелированная во времени последовательность K-мерных гауссовских векторов шумов наблюдения с нулевым средним и известной корреляционной матрицей  $V_\eta$ ; I - число информационных тактовых интервалов, определяющее время наблюдения.

#### Демодуляция информационных символов

Предположим, что имеется экстраполированная оценка A(i) матрицы A(i) комплексных множителей канала связи:

$$A(i) = A(i) + \Delta A(i), \qquad (2)$$

где  $\Delta A(i)$ - диагональная матрица ошибок оценивания, имеющая нулевое среднее. В простейшем случае экстраполированная оценка A(i) равна оценке A(i-1) на предыдущем временном интервале, т.е., A(i) = A(i-1).

Подставляя (2) в (1), получим новую модель наблюдения:

$$Y(i) = A(i)\theta(i) + \eta(i) + \delta(i), \quad i = 1; 2; \dots I,$$
(3)

где  $\delta(i) = R(i)\Delta A(i)\theta(i)$  - случайный вектор с нулевым средним. Вектор  $\delta(i)$  можно рассматривать как дополнительный шум наблюдения. Его корреляционная матрица  $D_{\delta}(i)$  может быть найдена следующим образом:

$$D_{\delta}(i) = E\{\delta(i) \cdot \delta'(i)\} = E\{\Delta A(i) \cdot \theta(i) \cdot \theta'(i) \cdot \Delta A'(i)\} = \tilde{V}(i), (4)$$

где  $V(i) = diag \{V(i)\}$ - диагональная матрица, на главной диагонали которой расположены дисперсии ошибок оценивания комплексных множителей канала связи.

Задача демодуляции применительно к модели наблюдения (3) сводится к задаче оценивания неизвестного вектора комплексных информационных символов  $\theta(i)$ , линейно наблюдаемого на фоне шума  $\eta(i) + \delta(i)$ , имеющего нулевое среднее и корреляционную матрицу  $V_{\delta}(i) = V_{\eta} + \tilde{V}(i)$ . Как было показано в [11], для этого может быть применен любой из известных алгоритмов демодуляции, например линейный алгоритм.

## Алгоритм фильтрации комплексного множителя канала связи, использующий энергию как пилотсигналов, так и информационных сигналов

Вернемся снова к рассмотрению исходной модели (1) наблюдаемого сигнала и перепишем ее для всех *i* = 1;2;...*I* в следующей эквивалентной форме:

$$Y(i) = \mathcal{G}(i)a(i) + \eta(i), \qquad (5)$$

где  $\mathcal{G}(i)$  - квадратная диагональная матрица, диагональные элементы которой – либо пилот-сигналы, либо нулевые элементы.; a(i) - *К*-мерный вектор-столбец, элементы которого есть диагональные элементы матрицы A(i), т.е.,

$$\mathbf{a}(i) = [\mathbf{A}_{11}(i); \mathbf{A}_{22}(i); \dots \mathbf{A}_{KK}(i)]^{T}$$

Предположим теперь, что на i-м интервале времени имеется оценка матрицы  $\mathcal{G}(i)$  комплексных информационных символов:

$$\hat{\mathcal{G}}(i) = \hat{\mathcal{G}}(i) + \Delta \mathcal{G}(i) \tag{6}$$

где  $\Delta \mathcal{G}(i)$ - диагональная матрица ошибок оценивания, имеющая нулевое среднее.

Подставляя (6) в (5), получим следующую преобразованную модель наблюдения:

$$Y(i) = \hat{\vartheta}(i)a(i) + \varepsilon(i), \qquad (7)$$

где  $\varepsilon(i) = \Delta \hat{\mathcal{G}}(i) a(i) + \eta(i)$  - случайный вектор с нулевым средним и следующей корреляционной матрицей:

$$D_{\varepsilon}(i) = V_{\theta}(i) * [a(i) \cdot a'(i)] + V_{\eta}, \qquad (8)$$

где знак \* означает поэлементное умножение матриц. Заметим, что в выражение (8) для  $D_{\mathcal{E}}(i)$  входит неизвестный вектор a(i) комплексных множителей канала, и поэтому использовать (8) для вычисления  $D_{\mathcal{E}}(i)$  невозможно. Заменяя в (8) истинное значение неизвестного вектора a(i) его экстраполированной оценкой a(i), получим следующее приближенное выражение для корреляционной матрицы  $D_{\mathcal{E}}(i)$ :

$$D_{\varepsilon}(i) \approx V_{\theta}(i) * \left[ \overset{\bullet}{a}(i) \cdot \overset{\bullet}{a'}(i) \right] + V_{\eta}$$
(9)

Будем считать, что уравнение состояния для вектора a(*i*) имеет следующий вид:

$$a(i) = a(i-1) + \xi(i), \quad i = 1; 2; \dots I$$
 (10)

где  $\,\xi(i)\,$ - вектор шума возбуждения с нулевым средним и корреляционной матрицей  $\,W_{\sharp}$  .

$$W_{\xi} = \sigma_{\eta}^{2} \begin{bmatrix} \rho_{0} & \rho_{1} & \dots & \rho_{M-1} \\ \rho_{1} & \rho_{0} & \dots & \rho_{M-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{M-1} & \rho_{M-2} & \dots & \rho_{0} \end{bmatrix}$$

где  $\rho_{\rm m}, m=0,1,\ldots M-1; r=0,1,\ldots M-1,$  - коэффициент корреляции между комплексной амплитудой r-й поднесущей и комплексной амплитудой |r-m|-й поднесущими. Коэффициент корреляции между комплексными амплитудами поднесущих зависит только от расстояния между поднесущими. Поэтому матрица  $W_\xi$  имеет теплицеву структуру.

Теперь, используя модель наблюдения (7) и уравнение состояния (10), с помощью теории линейной фильтрации Калмана [7,8], нетрудно получить следующий алгоритм фильтрации комплексного множителя канала связи:

$$U(i) = V(i-1) + W_{\xi}$$

$$K(i) = \mathscr{G}'(i) \cdot U(i) \cdot \left[\mathscr{G}'(i) \cdot U(i) \cdot \mathscr{G}(i) + D_{\varepsilon}(i)\right]^{-1} \qquad (11)$$

$$\hat{a}(i) = \hat{a}(i-1) + K(i) \cdot \left(Y(i) - R(i) \cdot \mathscr{G}(i) \cdot \hat{a}(i-1)\right)$$

$$V(i) = U(i) - K(i) \cdot \mathscr{G}(i) \cdot U(i); i = 1; 2; \dots I$$

где U- экстраполированная корреляционная матрица ошибок фильтрации; V - апостериорная корреляционная матрица ошибок фильтрации; К- матрица коэффициентов усиления фильтра Калмана. Знаком ' обозначена операция эрмитова сопряжения.

Отметим, что корреляционная матрица шумов возбуждения  $W_p$  в уравнениях состояния (3) и (10) не является диагональной. Это связано с тем, что замирания поднесущих в системе OFDM определенным образом коррелированны по частоте из-за наличия многолучевого распространения в канале связи. Вид матрицы  $W_p$  определяется количеством, мощностями и задержками лучей.

Далее на каждой итерации происходит последовательная оценка параметров канала и демодуляция информационных символов с использованием полученных оценок.

#### Обобщение на случай МІМО

Для простоты будем рассматривать систему с двумя передающими и двумя приемными антеннами, которая содержит минимальное количество антенн, но в тоже время представляет собой полноценную систему MIMO.

Переписывая модель наблюдения для демодуляции (3) раздельно для разных приемных антенн и проведя векторно-матричные преобразования, получим:

$$\boldsymbol{z}_{i} = \boldsymbol{H}_{i}\boldsymbol{\theta}_{i} + \boldsymbol{\eta}_{i} + \boldsymbol{\delta}_{i}, \qquad (12)$$

где  $z_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\eta_i$  и  $\delta_i$  - векторы размерности 2М.  $H_i$  - матрица комплексных множителей канала размерности 2М х 2М. Шум  $\eta_i + \delta_i$  имеет нулевое среднее и корреляционную матрицу  $V_{\nu,i} = V_{\eta,i} + V_{\delta,i}$  размерности 2М х 2М.

Корреляционная матрица  $V_{\delta,i}$  имеет следующую структуру:

$$V_{\delta,i} = E\{\delta_{i}\delta_{i}^{\prime}\} = \begin{bmatrix} E\{|\Delta h_{11,i}|^{2} + |\Delta h_{21,i}|^{2}\} & E\{\Delta h_{11,i}\Delta h_{12,i}^{\prime} + \Delta h_{21,i}\Delta h_{22,i}^{\prime}\} \\ E\{\Delta h_{12,i}\Delta h_{11,i}^{\prime} + \Delta h_{22,i}\Delta h_{21,i}^{\prime}\} & E\{|\Delta h_{12,i}|^{2} + |\Delta h_{22,i}|^{2}\} \end{bmatrix}$$
(13)

Так как корреляционная матрица ошибок оценивания имеет структуру:  $R_i = E \left\{ \Delta h_i \Delta h_i' \right\}$ , то подставляя в (13) элементы матрицы  $R_i$ , получим:

$$V_{\delta,i} = \begin{bmatrix} R_{11,i} + R_{22,i} & R_{13,i} + R_{24,i} \\ R'_{13,i} + R'_{24,i} & R_{33,i} + R_{44,i} \end{bmatrix}$$
(14)

Матрица  $V_{\delta,i}$  имеет размерность 2M x 2M, в то время как матрица  $R_i$  имеет размерность 4M x 4M.

Запишем теперь уравнение наблюдения для фильтрации в системе МІМО. Записывая последовательно скалярные уравнения для каждой приемной антенны, после несложных преобразований, получим:

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{h}_i + \mathbf{\eta}_i \tag{15}$$

Уравнение (15) представляет собой уравнение наблюдения в векторно-матричной форме для системы связи МІМО с двумя передающимим и двумя приемными антеннами. Переменные здесь имеют следующие размерности:  $\mathbf{z}_i$  и  $\boldsymbol{\eta}_i$  - векторы размерности 2М, матрица  $\mathbf{F}_i$  размерности 2М х 4М, а вектор  $\mathbf{h}_i$  - размерности 4М. Мтарица  $\mathbf{F}_i$  имеет следующую структуру:

$$\mathbf{F}_{i} = \begin{bmatrix} Q_{i} & 0\\ 0 & Q_{i} \end{bmatrix}, \text{ где } Q_{i} = \begin{bmatrix} Q^{(1)}_{i} & Q^{(2)}_{i} \end{bmatrix}.$$

Матрицы  $Q^{(1)}_{i}$  и  $Q^{(2)}_{i}$  содержат пилот-сигналы на соответствующих частотных позициях и нули на всех остальных. На первой итерации нулевые элементы заполняются оценками информационных символов, которые обновляются на каждой итерации.

Уравнение состояние для случая МІМО будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{h}_{i-1} + \boldsymbol{\xi}_i \tag{16}$$

Размерности матриц и векторов здесь – 4М.

Алгоритм фильтрации комплексного множителя канала связи для уравнения наблюдения (15) и уравнения состояния (16) для случая МІМО будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{V}_{i} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{i-1}\mathbf{A}' + \Psi_{\xi}$$

$$\mathbf{K}_{i} = \mathbf{V}_{i}\mathbf{F}_{i}' \cdot \left[\mathbf{F}_{i}\mathbf{V}_{i}\mathbf{F}_{i}' + \mathbf{D}_{\varepsilon,i}\right]^{-1}; i = 1; 2; \dots I$$

$$\hat{\mathbf{h}}_{i} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{h}}_{i-1} + \mathbf{K}_{i}(\mathbf{z}_{i} - \mathbf{F}_{i}\mathbf{A}_{i}\hat{\mathbf{h}}_{i-1})$$

$$\mathbf{R}_{i} = \mathbf{V}_{i} - \mathbf{K}_{i}\mathbf{F}_{i}\mathbf{V}_{i}$$
(17)

В уравнении (17) корреляционная матрица шума возбуждения  $\Psi_{_{\mathcal{F}}}$  имеет следующую структуру:

$$\begin{split} \Psi_{\xi} = & \begin{bmatrix} \Phi_{\xi} & G \\ G & \Phi_{\xi} \end{bmatrix}, \text{ где } \Phi_{\xi} = \begin{bmatrix} W_{\xi} & C \\ C & W_{\xi} \end{bmatrix}, \\ \xi_{i} = & \begin{bmatrix} \xi_{i}^{(1)} \\ \xi_{i}^{(2)} \end{bmatrix} \sim N \begin{pmatrix} 0, \begin{bmatrix} \Phi_{\xi} & G \\ G & \Phi_{\xi} \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \end{split}$$

где  $G = r_2 \cdot 1$ ,  $r_2$  - коэффициент корреляции замираний в различных приемных антеннах;  $C = r_1 \cdot 1$ ,  $r_1$  - коэффициент корреляции замираний между передающими антеннами.

## Результаты моделирования

С целью изучения характеристик синтезированного алгоритма была разработана программа моделирования на Matlab 7.8 и проведен ряд экспериментов.

Условия моделирования:

- число передающих антенн 2;
- число приемных антенн 2;
- длина кадра 1280 бит;
- модуляция QPSK;
- 128 поднесущих OFDM ;
- модель канала ITU Channel A, имеющая шесть независимых лучей, замирающих по рэлеевскому закону [12];
- допплеровская частота 1000 Гц;
- два варианта плотности расстановки пилот-сигналов на частотно-временной плоскости: 20% и 6%;



Рис.2. Относительная частота ошибок на бит при плотности расстановки пилот-сигналов 20%

В качестве критерия эффективности работы алгоритма использовалась относительная частота ошибок на бит (BER – Bit Error Rate).

На Рис. 2 показаны зависимости относительной частоты ошибок на бит от отношения сигнал/шум для предложенного алгоритма. На Рис. 3 приведены аналогичные зависимости для плотности расстановки пилотсигналов на частотно-временной плоскости 6%.



Рис.3. Относительная частота ошибок на бит при плотности расстановки пилот-сигналов 6%.

Анализ графиков кривых помехоустойчивости Рис. 2 и Рис. 3, показывает, что точка пересечения уровня  $BER = 10^{-2}$  на Рис. 2 кривой, соответствующей первой итерации (около 17дБ) соответствует точке пересечения уровня  $BER = 10^{-2}$  на Рис. 3 кривой, соответствующей четвертой итерации алгоритма.

### Заключение

Авторами статьи было произведено обобщение разработанного в [11] алгоритма фильтрации комплексного множителя канала для использования в системах с несколькими антеннами и проведено компьютерное моделирование разработанного алгоритма для системы MIMO. Полученные результаты представлены в работе.

Благодаря разработанному алгоритму, плотность расположения пилот-сигналов удается снизить с 20% до 6% без потери помехоустойчивости, что соответствует увеличению спектральной эффективности на 17%.

#### Литература

- 1. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
- 2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: ИД «Вильямс», 2003.
- Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. - М.: Сов. радио, 1980.
- Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1991.

- Ramjee Prasad. OFDM for wireless communications systems. Boston, Artech House, 2004, 272 p.
- Тихвинский В.О., Терентьев С.В., Юрчук А.Б., Сети мобильной связи LTE: технологии и архитектура. - М.: Эко-Трендз, 2010. - 284 с.
- Сейдж Дж., Мелс Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. // Пер. с англ. под ред. Б.Р.Левина, М. Связь, 1976 г.
- Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси: детерминированное наблюдение и стохастическая фильтрация, пер. с нем. под ред. И.Е. Казакова. - М.: Наука, 1982.
- 9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
- Крейнделин В.Б. Мягкая демодуляция сигналов с многопозиционной амплитудно-фазовой модуляций. //В сб. научных трудов учебных заведений связи", № 173, Санкт-Петербург, 2005;
- Крейнделин В.Б., Колесников А.В. Итерационный алгоритм совместной демодуляции и фильтрации параметров канала связи в системах связи с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM). /Цифровая обработка сигналов. №2, 2009. с. 12...16.
- 12. ITU ITU-R M.1225, "Guidelines for evaluations of radio transmission technologies for IMT-2000,"1997. http://www.itu.int/rec/recommendation.asp?type=folders&lang =e&parent=R-REC-m.1225.

# COMBINED CHANNEL ESTIMATION AND DEMODULATION ALGORITHM FOR MIMO OFDM COMMUNICATION SYSTEMS

## Kreyndelin V., Kolesnikov A.

OFDM communication systems commonly use channel estimation techniques based on transmitting known signals in between information signals in time-frequency domain. That known signals are called pilot-signals. Authors have already developed and published combined channel estimation and demodulation algorithm. To improve performance of channel estimation, it uses both pilot-signals and the estimates of information symbols, calculated at the previous iteration.

The issue of the channel estimation in multiple antenna systems (MIMO) is that there is a correlation between signals transmitted over different antennas. In order to achieve desired performance, that correlation should be considered in the estimation algorithm.

In this paper authors generalised combined channel estimation and demodulation algorithm, previously published, onto MIMO case. The simulation results show its high estimation efficiency. The algorithm also has acceptable computation complexity against traditional approaches.