УДК 621.317.332

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ СПЕКТРАЛЬНО-ВЕСОВОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ

Глинченко А.С., *к.т.н., профессор кафедры «Радиоэлектронные системы» Сибирского федерального университета, e-mail: AGlinchenko@sfu-kras.ru;*

Комаров В.А., *к.т.н., доцент кафедры «Приборостроение и наноэлектроника», Институт инженерной физики и радиоэлектроники Сибирского федерального университета, e-mail: VKomarov@sfu-kras.ru;*

Тронин О.А., *ст. преподаватель кафедры «Радиоэлектронные системы» Сибирского федерального университета, e-mail: toa12@yandex.ru*

Определены и сопоставлены случайные погрешности, соответствующие разным способам спектрально-весового измерения параметров гармонических сигналов, а также возможные способы усреднения, обеспечивающие их уменьшение, которые реализованы в измерителе параметров сигналов на основе ПЭВМ.

Ключевые слова: спектральная оценка, гармонические сигналы, частота, фаза, методические погрешности, методика исследований, коррекция, усреднение.

Введение

В работах [1, 2], посвященных спектральным оценкам параметров вещественного гармонического сигнала (частоты, амплитуды, начальной фазы), основное внимание уделено анализу и способам уменьшения их методических погрешностей, связанных с наложением (спектральной утечкой) и интерполяцией. В данной работе рассмотрены случайные погрешности этих оценок, вызываемые шумом и априорной неизвестностью (случайностью) начальной фазы сигнала, без использования и с использованием процедуры усреднения для их уменьшения.

Методика исследования случайной погрешности, вызываемой шумом

Наложенный на сигнал аддитивный шум $e(n)$ полагаем гауссовым с нулевым математическим ожиданием, дисперсией $\sigma_ш^2$ и равномерной спектральной плотностью мощности $P_ш(f) = \sigma_ш^2 / f_д$, где $f_д$ – частота дискретизации сигнала.

Дисперсии оценок параметров сигнала при отношениях сигнал-шум, превышающих единицу, находим как дисперсии линеаризованной функции y случайных аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_l$ с математическими ожиданиями $m_{x1}, m_{x2}, \ldots, m_{xl}$ с учетом их возможной корреляционной связи [3]:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{l} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)_m^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i<j} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)_m \left(\frac{\partial y}{\partial x_j} \right)_m r_{ij} \cdot \sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_l} \qquad (1)$$

Приложение (1) к оценкам конкретных параметров сигнала включает вычисление производных функции dy/dx_i при заданных значениях (математических ожиданиях) аргументов, дисперсий случайных переменных $\sigma_{x_i}^2$ и коэффициентов корреляции между ними r_{ij}.

Случайные шумовые погрешности оценок частоты

Принятая в [1] за базовую оценка $\hat{\alpha}$ дробной части нормированной частоты сигнала $\theta = k + \alpha$ ($\alpha = 0 \pm 0{,}5$), выраженной в бинах ДПФ, находится по большему из отношений амплитуд частотных выборок (ЧВ) ДПФ $R_{k\pm1} = X_{k\pm1} / X_k$ (X_{k+1}/X_k при $\alpha > 0$ и X_{k-1}/X_k при $\alpha < 0$), с которыми она связана функцией измерения: $\hat{\alpha} = f(R_{k\pm1}) = \psi^{-1}(R_{k\pm1})$. Ей отвечает дисперсия $\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = (\partial\alpha / \partial R_{k\pm1})^2 \cdot \sigma_{R_{k\pm1}}^2$. Полученная в соответствии с (1) дисперсия отношения амплитуд ЧВ $\sigma_{R_{k\pm1}}^2$ с учетом их корреляционной связи $r_{x_{k\pm1},x_k}$ определяется выражением:

$$\sigma_{R_{k\pm1}}^2 = \left[1 + R_{k\pm1}^2 - 2R_{k\pm1} \cdot r_{x_{k\pm1},x_k}\right] \frac{\sigma_{\theta\hat{e}}}{X_k^2} \qquad (2)$$

Она зависит от отношения $\delta_{шк}^2(\alpha) = \sigma_{шк}^2 / X_k^2$ дисперсии шума канала ДПФ $\sigma_{шк}^2 = \sigma_ш^2 \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n)$ к квадрату амплитуды сигнальной ЧВ $X_k^2 = \left[(X_m/2) \cdot N \cdot W(\alpha)\right]^2$, которое выражается через амплитуду сигнала X_m (отношение сигнал-шум $SNR = X_m / \sqrt{2}\sigma_ш$) и параметры ВФ $w(n)$ длины N – ее нормированную ЧХ (преобразование Фурье) $W(\alpha)$, когерентное усиление $W(0) = W(\alpha)\big|_{\alpha=0}$ и эквивалентную шумовую полосу $\Delta F_{шэ}$ [4]:

$$\delta_{шк}^2(\alpha) = \sigma_{шк}^2 / X_k^2 = \frac{W^2(0) \cdot 2 \cdot \Delta F_{шэ}}{W^2(\alpha) \cdot SNR^2 \cdot N}. \qquad (3)$$

Полагая, что в математическом ожидании отношение амплитуд ЧВ $R_{k\pm1}$ равно отношению значений ЧХ ВФ $\psi(\alpha) = W(1-\alpha) / W(\alpha)$ [1], и переходя к стандартным отклонениям (СКО) $\sigma_{R_{k\pm1}}$, $\sigma_{\hat{\alpha}}$, получим:

$$\sigma_{R_{k\pm1}} = Q_R \left[SNR \cdot \sqrt{N}\right]^{-1}, \quad \sigma_{\hat{\alpha}} = Q_\alpha \left[SNR \cdot \sqrt{N}\right]^{-1}, \qquad (4)$$

$$Q_R = \sqrt{1 + \psi^2(\alpha) - 2\psi(\alpha) \cdot r_{x_{k\pm1},x_k}} \cdot \sqrt{2\Delta F_{шэ}} \left[W(0)/W(\alpha)\right], \quad Q_\alpha = \left|\partial\alpha / \partial\psi(\alpha)\right| \cdot Q_R \qquad (5)$$

где Q_R, Q_α – коэффициенты, которые для конкретной ВФ зависят только от значения α.

Необходимые для расчетов значения $\psi(\alpha)$, $W(\alpha)$, $\left|\partial\alpha/\partial\psi(\alpha)\right|$ могут быть найдены по их аналитическим выражениям, приведены в [1, 2].

Наибольшие трудности расчета случайной погрешности оценок частоты связаны с нахождением коэффициента корреляции $r_{x_{k\pm1},x_k}$ ЧВ $X_{k\pm1}$, X_k. Он зависит от степени перекрытия ЧХ соседних каналов ДПФ, возрастающей с увеличением ширины главного лепестка ЧХ ВФ. Его значения получены с помощью статистического моделирования и составляют $r_{x_{k\pm1},x_k}$ ≈ 0,67 для ВФ Ханна и $r_{x_{k\pm1},x_k}$ ≈ 0,75 для ВФ Блэкмана.

В таблице приведены значения коэффициентов Q_R, Q_α (5) и СКО $\sigma_{R_{k\pm1}}$, $\sigma_{\hat\alpha}$ (4), рассчитанные для ВФ Ханна при N=128, α = 0; 0,25; 0,5, SNR = 3,16 (10дБ).

Таблица 1

α	0	0,25	0,5
Q_R	1,32	1,342	1,658
Q_α	1,76	1,37	1,243
$\sigma_{R_{k\pm1}}$	0,037	0,038	0,046
$\sigma_{\hat\alpha}$	0,05	0,0383	0,035

При α = 0 отношение $\sigma_{R_{k\pm1}} / R_{k\pm1}$ = 0,074 < 0,1, что подтверждает обоснованность линейного приближения функции $\alpha = f(R_{k\pm1}) = \psi^{-1}(R_{k\pm1})$.

Существует также пороговое отношение сигнал-шум $SNR_{\text{пор}}$, ниже которого возникают грубые ошибки за счет измерений по шумовым ЧВ, не соответствующим измеряемой частоте сигнала. Это возможно уже при $\delta_{\text{шк(пор)}}(\alpha) \le (0{,}5-1)$, что при подстановке в (3) дает $SNR_{\text{пор}} = (1-2)\cdot\sqrt{2\Delta F_{\text{шэ}}/N}$. Тем же исходным данным, что и выше, отвечают значения $SNR_{\text{пор}} \le$ (0,3 – 0,6).

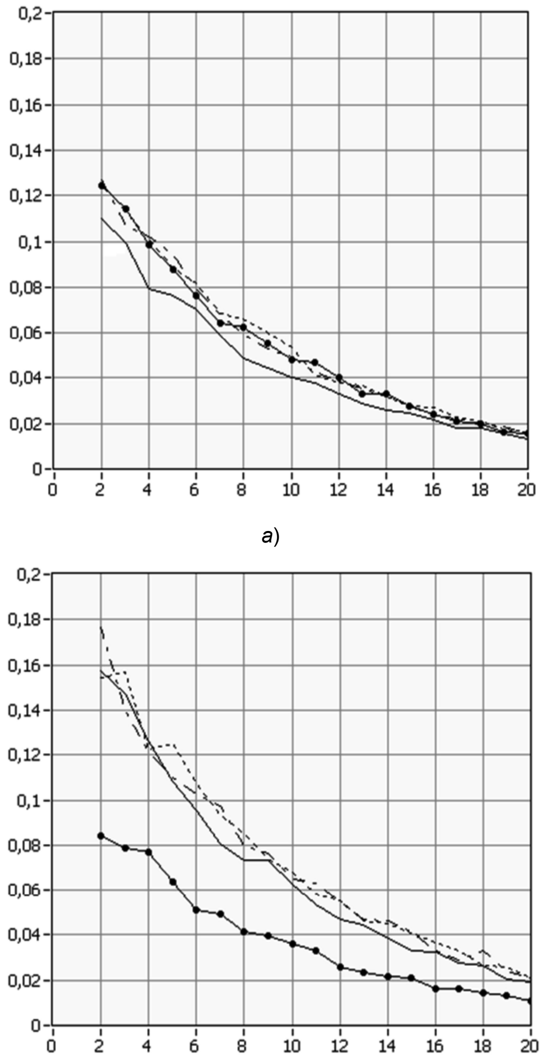
С помощью статистического моделирования получены зависимости случайной погрешности базовой оценки частоты $\sigma_{\hat\alpha}$ для ВФ Ханна от отношения сигнал-шум *SNR* в пределах изменения его значений от 0 до 20 дБ при α = 0 (рис. 1 *а*) и α = 0,5 (рис. 1 *б*). Они соответствуют N =128, k = 32.

Число циклов усреднения оценок частоты составляло 256 при одинаковой начальной фазе реализаций сигнала φ = 0 (когерентное усреднение).

На этих же рисунках показаны графики случайных погрешностей оценок частоты по расширенным функциям измерения $\sigma_{\hat\alpha+}$, $\sigma_{\hat\alpha-}$, $\sigma_{\hat\alpha\text{ср}}$ [1]. При α = 0 они достаточно близки к СКО базовой оценки частоты, а при α = 0,5 уступают ей.

Сравнение расчетных случайных погрешностей и погрешностей, полученных путем моделирования, показывает их достаточное соответствие.

Интерполяционные оценки частоты [2] являются функциями амплитуд трех ЧВ $\hat\alpha_{\text{ин}} = f(X_{k-1}, X_k, X_{k+1})$, и их дисперсии могут быть найдены аналитически по той же методике, что и для базовой оценки. Проведенные исследования случайной погрешности интерполяционных оценок показали близость их СКО для разных видов интерполяции и соизмеримость со случайной погрешностью базовой оценки частоты. Они несколько уступают ей по пороговому отношению сигнал-шум ввиду того, что при интерполяционных измерениях в области значений α, близких к 0,5, шумовая составляющая спектра достигает значения амплитуды минимальной ЧВ сигнала $X_{(k-1)\min}$ при более высоких отношениях сигнал-шум.



б)

Рис. 1. Зависимости случайных погрешностей оценок частоты от отношения сигнал-шум SNR (дБ) – $\sigma_{\hat\alpha}$ *( ); $\sigma_{\hat\alpha+}$ ( ); $\sigma_{\hat\alpha-}$ ( ); $\sigma_{\hat\alpha\text{ср}}$ ( ) при α = 0 (а) и α = 0,5 (б)*

Случайные шумовые погрешности оценок амплитуды и фазы сигнала

Базовыми для амплитуды и начальной фазы вещественного гармонического сигнала являются оценки, определяемые по одной ЧВ X_k наибольшей амплитуды [2]:

$$\hat X_{m(\text{и})(k)} = 2\cdot X_k / \left[N\cdot W(\hat\alpha)\right];$$
$$\hat\varphi_{\text{и}(k)} = \arg\{X(j\lambda_k)\} + \pi/2 - \pi\cdot\hat\alpha.$$

Их случайная погрешность вызывается как непосредственно случайными изменениями амплитуды ЧВ, так и косвенно случайной погрешностью оценки частоты $\hat\alpha$, если она априорно неизвестна.

Относительная дисперсия оценки амплитуды сигнала находится в соответствии с (1) как

$$\frac{\sigma^2_{\hat X m}}{X^2_m} = \frac{\sigma^2_{\text{шк}}}{X^2_k} + \left(\frac{\partial W(\alpha)}{\partial\alpha\cdot W(\alpha)}\right)^2 \sigma^2_{\hat\alpha}. \qquad (6)$$

Она определяется относительной дисперсией шума канала (3) $\delta^2_{\text{шк}}(\alpha) = \sigma^2_{\text{шк}} \big/ X^2_k$ и дисперсией оценки частоты $\sigma^2_{\hat{\alpha}}$, влияние которой зависит от коэффициента $\frac{\partial W(\alpha)}{\partial\alpha\cdot W(\alpha)}$. Вводя коэффициент $Q_{\hat{X}m}=[W(0)/W(\alpha)]\sqrt{2\Delta F_{\text{шэ}}}$ и представляя $\sigma^2_{\hat{\alpha}}$ как $\sigma^2_{\hat{\alpha}}=Q^2_{\alpha}/(SNR^2\cdot N)$, выражение (6) можно привести к виду, удобному для расчета случайной погрешности оценки амплитуды при произвольных значениях SNR и N:

$$\frac{\sigma_{\hat{X}m}}{X_m}=\left[\left(\frac{Q_{\hat{X}m}}{SNR\sqrt{N}}\right)^2+\left(\frac{\partial W(\alpha)}{\partial\alpha\cdot W(\alpha)}\right)^2\left(\frac{Q_{\alpha}}{SNR\sqrt{N}}\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (7)$$

При α = 0, а также в случае, когда частота сигнала точно известна, второе слагаемое в (7) равно нулю и $\sigma_{\hat{X}m}/X_m\big|_{\alpha=0}=Q_{\hat{X}m}/(SNR\sqrt{N})$.

Значение $Q_{\hat{X}m}\big|_{\alpha=0}$ для ВФ Ханна равно $\sqrt{3}$ и $\sigma_{\hat{X}m}/X_m\big|_{\alpha=0}=1{,}73/(SNR\sqrt{N})$.

При SNR = 3,16 (10 дБ) и N = 128 $\sigma_{\hat{X}m}/X_m\big|_{\alpha=0}=0{,}0484$.

При α = 0,5, без учета второго слагаемого в (7), $Q_{\hat{X}m}\big|_{\alpha=0,5}$ = 2,04 и $\sigma_{\hat{X}m}/X_m\big|_{\alpha=0,5}=0{,}057$.

Степень влияния случайной погрешности оценки частоты при α = 0,5 определим для ВФ Ханна по значению $\partial W(\alpha)/\partial\alpha\cdot W(\alpha)$ = –0,667 и значению коэффициента Q_{α} = 1,243 для базовой оценки частоты (см. табл. 1). При тех же значениях SNR и N получим $\sigma_{\hat{X}m}/X_m\big|_{\alpha=0,5}$ = 0,0615.

Как видим, доминирующее влияние на случайную погрешность оценки амплитуды оказывает случайная погрешность амплитуды ЧВ X_k.

Определим случайную погрешность оценки *начальной фазы*. Переходя от приращений начальной фазы $d\varphi_{(\text{и})}=arctg\frac{dX_k}{X_k}-\pi\cdot d\alpha_{\text{и}}\approx\frac{dX_k}{X_k}-\pi\cdot d\alpha_{\text{и}}$, вызываемых изменениями амплитуды ЧВ X_k и дробной части частоты α, к их дисперсиям, получим

$$\sigma^2_{\hat{\varphi}}=(\sigma^2_{\text{шк}}/X_k^2)+\pi^2\cdot\sigma^2_{\hat{\alpha}}. \qquad (8)$$

Отсюда находится СКО оценки начальной фазы:

$$\sigma_{\hat{\varphi}}=\left[\left(\frac{Q_{\hat{X}m}}{SNR\sqrt{N}}\right)^2+\pi^2\left(\frac{Q_{\alpha}}{SNR\sqrt{N}}\right)^2\right]^{1/2}. \qquad (9)$$

При точно известном значении частоты сигнала или при измерении разности фаз второе слагаемое в этих выражениях отсутствует, и СКО оценки начальной фазы и относительное значение СКО оценки амплитуды сигнала совпадают. Дисперсия оценки *разности фаз* при этом будет в два раза больше.

При неизвестной частоте сигнала случайная погрешность оценки начальной фазы очень чувствительна к случайной погрешности оценки частоты $\sigma_{\hat{\alpha}}$ (коэффициент π^2 во втором слагаемом (8), (9)). При исходных данных вышеприведенного примера при α = 0,5 получим $\sigma_{\hat{\varphi}}$ = 0,123.

Для уменьшения случайной погрешности оценки начальной фазы нужно существенно уменьшить случайную погрешность оценки частоты.

На рис. 2 приведены полученные с помощью моделирования графики зависимости от отношения сигнал-шум случайных погрешностей оценок амплитуды (*а*) и начальной фазы (*б*) при α = 0 для ВФ Ханна при измеренном и заданном значении частоты α.

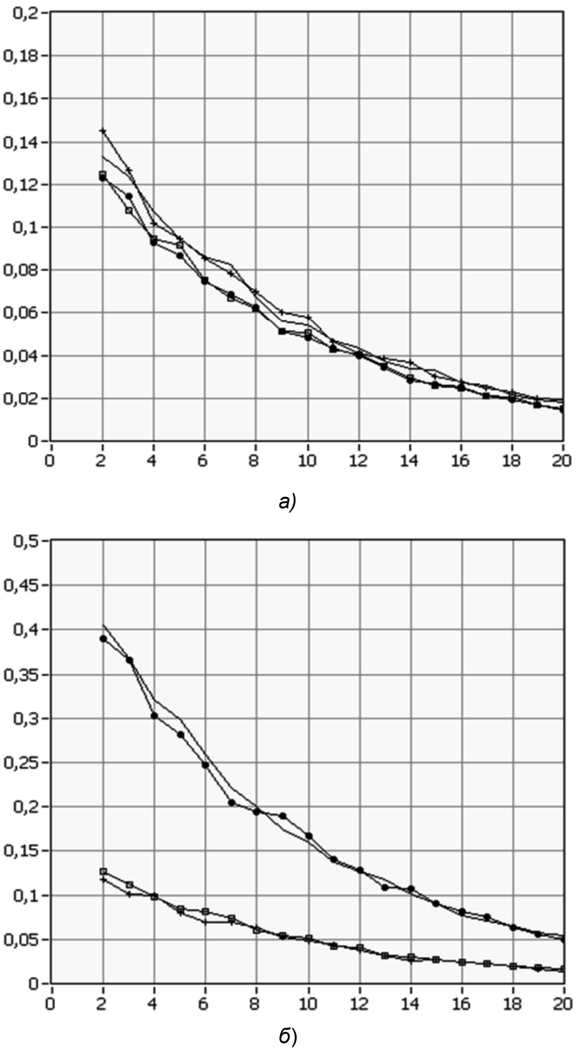


Рис. 2. Зависимости от отношения сигнал-шум случайных погрешностей оценок амплитуды (а) и начальной фазы (б) при α = 0 по измеренному ( ) и заданному ( ) значению частоты α и средневзвешенной оценки по измеренному ( ) и заданному ( ) значению частоты α

Графики показывают достаточно слабую зависимость оценок амплитуды от точности оценки частоты, которая сильно проявляет себя на оценке начальной фазы. Они хорошо согласуются с аналитическими результатами, приведенными выше.

На рис. 2 приведены также полученные путем моделирования для ВФ Ханна графики зависимости случайной погрешности от частоты для средневзвешенных оценок амплитуды и начальной фазы [2] при измеренном и заданном значениях частоты. Как видим, они практически не отличаются от случайных погрешностей этих оценок по ЧВ наибольшей амплитуды X_k.

Проведенные исследования случайной погрешности *интерполяционных оценок* амплитуды [2] показали близость их СКО для разных видов интерполяции и соизмеримость со случайной погрешностью оценки амплитуды по одной ЧВ (базовым способом).

Можно полагать, что небольшие различия значений случайных погрешностей для разных спектральных оценок параметров сигнала являются следствием достаточно сильной корреляционной связи амплитуд соседних ЧВ ДПФ, по которым они находятся.

Применение усреднения при измерении параметров сигнала в шумах

Повышение точности оценок параметров сигнала в шумах может быть достигнуто как путем вычисления ДПФ (БПФ) одной реализации сигнала большой длины N, так и с помощью усреднения по множеству реализаций небольшой длины (числу циклов усреднения $K_у$). Применение процедуры усреднения обосновано ее более высокой вычислительной эффективностью и гибкостью. Усреднение в частотной области может выполняться [5]:

– по комплексному спектру сигнала (векторное (когерентное) усреднение);

– по амплитудному спектру сигнала;

– по спектру мощности сигнала;

– по амплитудному спектру или спектру мощности сигнала с перекрытием;

– путем усреднения оценок параметров сигнала (усреднение по параметру).

С каждым способом усреднения связаны особенности его аппаратной поддержки (синхронизации выборки и ввода сигнала), которые нами не рассматриваются, возможности измерения начальной фазы и др. При усреднении в частотной области вариации ЧВ ДПФ, по которым вычисляются параметры сигнала, уменьшаются в $K_у$ раз по мощности или в $\sqrt{K_у}$ раз по СКО. Различие способов когерентного и некогерентного усреднения проявляется на шумовых ЧВ, не содержащих сигнальных составляющих. Усреднение по параметру практически ограничивается высоким пороговым значением отношения сигнал-шум при однократном измерении, приводящим к ошибкам обнаружения сигнала.

При измерении частоты и амплитуды сигналов по усредненным спектрам амплитуд и мощности, наряду с уменьшением случайной погрешности, возникает вопрос о *смещении* их оценок, вызываемом шумом.

Смещение амплитуд ЧВ подтверждается аналитически. Средняя амплитуда ЧВ сигнала и шума определяется как $\widetilde{X}_k = \sqrt{X_k^2 + \overline{E}_k^2} = X_k\sqrt{1 + \overline{E}_k^2 / X_k^2}$, где $\overline{E}_к^2 = 4\sigma_ш^2 \Delta F_{шэ} / N$ – средний квадрат модуля амплитуд ЧВ шума. При $\overline{E}_k^2 \le (0{,}1 - 0{,}2) X_k^2$ смещение усредненной амплитуды ЧВ сигнала и шума составляет $\Delta_{см\,k} = \widetilde{X}_k - X_k = \overline{E}_k^2 / (2X_k)$, а ее относительное смещение $\Delta_{см\,k} / X_k = \left[2F_{шэ} / (SNR^2 \cdot N)\right] \cdot \left[W(0)/W(\alpha)\right]^2$. Это совпадает с относительной дисперсией шума канала (3), которой определяются случайные вариации амплитуды сигнальной составляющей спектра X_k. Однако в отличие от относительной дисперсии шума канала, уменьшающейся при усреднении спектров, относительное смещение сигнальной составляющей спектра остается неизменным.

Оценке амплитуды сигнала по ЧВ X_k соответствует относительное смещение $\Delta_{см\,Xm} / X_m = (\Delta_{см\,k} / X_k)$. Для ВФ Ханна при N=128, SNR=1 и α=0 $\Delta_{см\,Xm} / X_m$ = 0,0235, при α = 0,5 смещение составляет 0,033. Эти данные согласуются и с результатами моделирования.

Смещение оценки частоты зависит от смещения отношения амплитуд ЧВ: $\Delta\alpha_{см} = \left(\partial\alpha / \partial R_{k\pm1}\right)\Delta\widetilde{R}_{k\pm1}$. Аналитическое подтверждение смещения для этой оценки не является достаточно надежным, как и те числовые значения, полученные с помощью моделирования, которые соизмеримы с их СКО.

Кроме того, эффективность усреднения (степень уменьшения случайной погрешности) для базовой и модифицированных оценок частоты зависит от измеряемого значения α и, в частности, может существенно различаться при α = 0 и α = 0,5 или –0,5. Так, для базовой оценки эффективность ниже расчетной при α = 0, а для модифицированной базовой – при α = 0,5 или –0,5. Это различие связано с особенностью используемых функций измерения в области указанных значений α, там, где они претерпевают разрыв [1]. Для базовой оценки частоты это имеет место при α = 0, а для оценок частоты по расширенным функциям измерения – при α = ±0,5.

Поэтому при измерении в шумах можно сочетать эти оценки частоты в зависимости от измеряемого значения α.

Особенности коррекции методических погрешностей при многократных измерениях в шумах

При синхронизированном вводе реализаций сигнала, ДПФ которых усредняются, применимы все способы коррекции погрешности наложения и погрешности интерполяции (для интерполяционных оценок), рассмотренные в [1, 2]. В качестве первичных оценок параметров сигналов для коррекции используются их усредненные оценки. Далее алгоритмы коррекции применяются к каждой из считанных реализаций сигнала.

При несинхронизированном вводе возникают проблемы коррекции погрешности наложения с помощью способов, использующих первичную оценку начальной фазы (второй и третий способы). В данном случае приемлемы первый и четвертый способы, использующие для коррекции первичную усредненную оценку частоты. Алгоритмы коррекции при этом применяются к каждой строке матрицы отсчетов сигнала размерностью $K_у$ строк и N_1 = 1,5N или N столбцов.

Следует отметить, что коррекция методических погрешностей при измерении в шумах целесообразна до определенного соотношения сигнал-шум, пока случайная погрешность не является доминирующей. При случайных погрешностях, соизмеримых и больших погрешности наложения и/или интерполяции, их коррекция не дает общего существенного улучшения оценок параметров сигнала.

Влияние начальной фазы сигнала

Для изучения влияния случайной начальной фазы сигнала на рис. 3 *а, в* приведены графики зависимости от нее погрешности наложения оценок частоты (*а*) и амплитуды (*в*) для ВФ Ханна при k =2 и α, равных –0,5, 0,5, –0,25, 0,25.

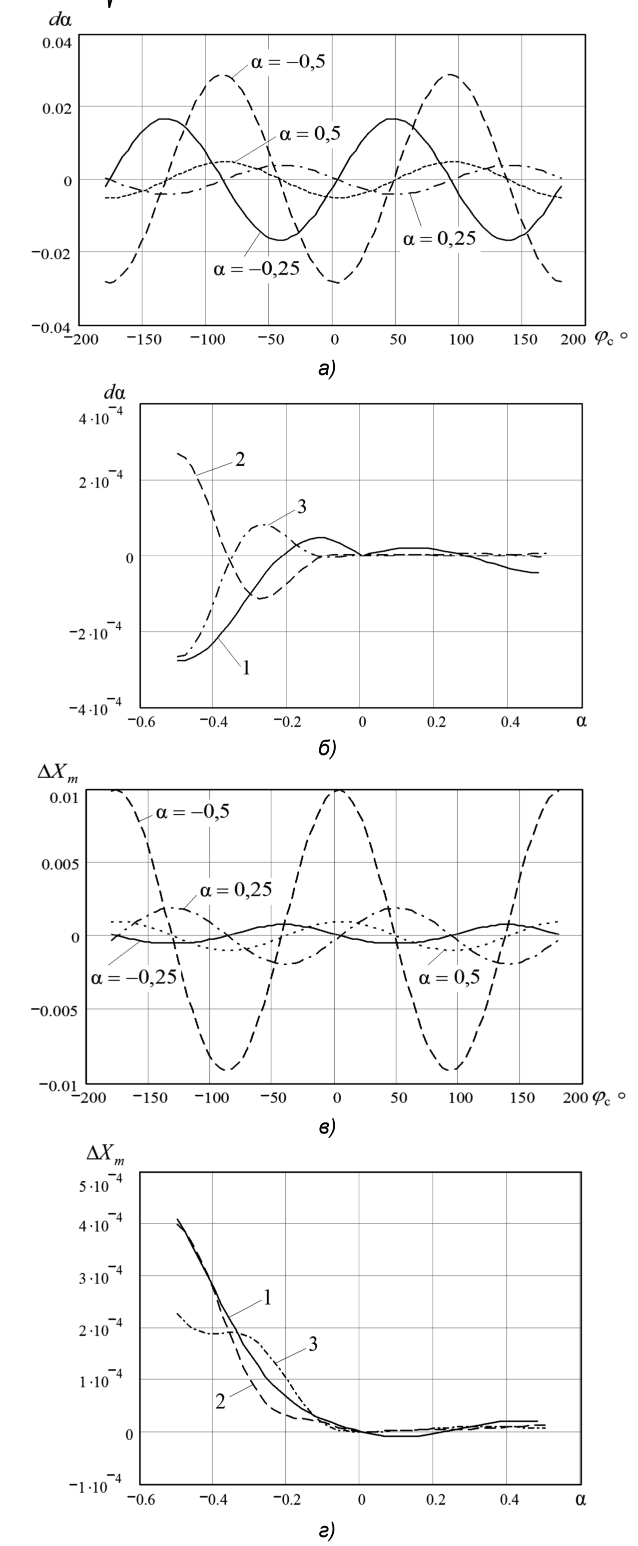


Рис. 3. Графики влияния начальной фазы сигнала на погрешность оценок частоты (а, б) и амплитуды (в, г) для ВФ Ханна, k = 2

Вызванному наложением изменению амплитуд ЧВ $\Delta X_{k(\varphi 1)} = \widetilde{X}_k - X_k$ при произвольной начальной фазе φ_1 отвечает, согласно [1], примерно равное по модулю и противоположное по знаку изменение амплитуд ЧВ $\Delta X_{k(\varphi 2)} \approx -\Delta X_{k(\varphi 2)}$ при начальной фазе $\varphi_2 = \varphi_1 \pm (\pi/2)$. Так же соотносятся и погрешности оценок частоты и амплитуды при начальных фазах φ_1, φ_2. В связи с этим представляют интерес погрешности наложения, усредненные по множеству значений начальной фазы сигнала в пределах $-\pi$, π, графики которых приведены на рис. 3 *б*, *г* (графики 1). На графиках 2, 3 показаны также зависимости погрешности наложения, полученные усреднением двух оценок, соответствующих начальным фазам 0; π/2 (график 2), π/4; 3π/4 (график 3), π/2; π (график 2). Они показывают существенное уменьшение погрешности наложения оценок частоты и амплитуды при усреднении как по множеству значений начальной фазы в пределах 0,…± π, так и при попарном усреднении оценок частоты при начальных фазах, смещенных на π/2. Это же относится и к оценкам начальной фазы сигнала и может быть использовано для коррекции погрешности наложения, в том числе и при измерениях в шумах.

При начальной фазе сигнала, равновероятной в пределах ± π, закон распределения зависящей от нее погрешности наложения оценок параметров сигнала с учетом графиков рис. 3 *а*, *в* близок к арксинусу [3]. При этом СКО случайной погрешности наложения в $\sqrt{2}$ раз меньше ее максимального значения (более вероятными являются большие значения погрешности).

Заключение

Результаты работы дают необходимые для практического применения представления об эффективности исследуемых спектральных оценок параметров сигнала, об общих свойствах и различиях разных процедур усреднения и о реализации измерений в шумах с усреднением и с коррекцией методических погрешностей. Все они апробированы в разработанном исследовательском измерительном комплексе на базе ПЭВМ [1, 2].

Литература

1. Глинченко, А. С. Исследование спектрально-весового измерения частоты сигналов/ А. С. Глинченко, О. А. Тронин // Цифровая обработка сигналов. –2010. –№2. – С.22-28.

2. Глинченко, А. С. Повышение точности интерполяционных оценок параметров сигналов при спектрально-весовых измерениях/ А. С. Глинченко, О. А. Тронин // Цифровая обработка сигналов. –2011. – №1. – С.7-12.

3. В. С. Пугачев. Введение в теорию вероятностей: М., «Наука», 1968.

4. Хэррис Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье / Ф. Дж. Хэррис // ТИИЭР, т. 66. 1978. №1.

5. Р. Лайонс. Цифровая обработка сигналов: пер с англ./ 2-е изд. М.: ООО «Бином-Пресс», 2007.

RESEARCH OF SPECTRAL-WEIGHT MEASUREMENT RANDOM ERRORS OF SIGNALS PARAMETERS

Glinchenko A.S., Komarov V.A., Tronin O.A.

In work the random errors corresponding to different ways of spectral-weight measurement of harmonic signals parameters, and also the possible ways of averaging providing their reduction which are realized in a measuring instrument of signals parameters on the base of personal computer are defined and compared.