

УДК 621.396.4

## СИНТЕЗ КОМПЕНСАТОРОВ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ГАММЕРШТЕЙНА

*Соловьева Е.Б., д.т.н., завкафедрой теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), e-mail: selenab@hotmail.ru.*

**Ключевые слова:** нелинейный компенсатор, нейронная сеть, персептрон, модель Гаммерштейна, канал связи.

### Введение

Нелинейные искажения порождают многие нежелательные эффекты и являются причиной ухудшения ряда показателей качества радиоэлектронных систем. Вызывая появление высших и интермодуляционных составляющих в реакции устройств, они ухудшают качество звучания электроакустической аппаратуры, создают препятствия на пути решения проблемы электромагнитной совместимости в приборостроении, снижают точность воспроизведения сигналов, помехозащищенность, разрешающую и пропускную способности в системах связи, технике СВЧ и других областях радиотехники.

Традиционные методы борьбы с нелинейными искажениями, такие, как линейная инверсия, линеаризация характеристик отдельных нелинейных элементов и т. п., не всегда эффективны, что обусловлено высокой степенью интеграции технических устройств, расширением области задач прецизионной обработки сигналов.

На практике предпочтение отдается методам нелинейной компенсации, применение которых позволяет повысить качество технических устройств при заданном уровне развития технологии их производства. Методы синтеза компенсаторов можно разделить на два класса:

– методы слепой линеаризации, выполняемой без «обучения» компенсатора. К данным методам относятся: инверсия высокого порядка, метод фиксированной точки, корней уравнения Вольтерры, итерационно-операторным методом [1].

– методы линеаризации устройств с «обучением» компенсатора, основанные на применении функциональных рядов и полиномов [1], [2]; нейронных сетей (персептронных [3], [4], рекуррентных [5], [6], радиальных [7] и т. д.).

Нелинейный компенсатор (НК) может быть установлен либо на выходе искажающей системы (посткомпенсатор), либо на ее входе (предкомпенсатор). Сформулируем задачу синтеза НК.

Пусть нелинейная система (НС) описана операторным уравнением

$$y(n) = H[x(n)],$$

где  $x(n)$ ,  $y(n)$  – входной и выходной сигналы НС соответственно,  $H$  – нелинейный оператор системы. Необходимо построить нелинейный оператор  $F$  компенсатора, действующий на операторное уравнение НС так, чтобы выполнялись соотношения:

*Рассмотрены модели нелинейных компенсаторов: многомерный полином, двухслойный персептрон, сеть Элмана, нейронная модель Гаммерштейна. Показано, что нейронный компенсатор с рекуррентной моделью Гаммерштейна, применяемый для подавления нелинейных искажений сигналов в Винеровском канале связи, превосходит модели-аналоги по точности обработки сигналов и простоте реализации. Представлены оценки точности компенсации при действии в канале связи гауссовского шума.*

$$\tilde{x}(n) = F[y(n)] = F[H[x(n)]] = R[x(n)] \approx x(n) \quad (1)$$

в случае посткомпенсатора;

$$\tilde{x}(n) = H[F[x(n)]] = R[x(n)] \approx x(n)$$

в случае предкомпенсатора. Здесь  $R$  – линейный оператор результирующей системы (каскадного соединения НС и НК либо НК и НС). Для простоты преобразований полагаем:  $R \cong 1$ .

Таким образом, цель компенсации – ввести нелинейный оператор  $F$  так, чтобы результирующая система описывалась линейным оператором  $R$ .

В работе предлагается использовать нейронную модель Гаммерштейна для компенсации нелинейных искажений сигналов в цифровом канале связи (КС), описываемом низкочастотной моделью Винера; выполняется сравнение моделей НК по точности восстановления сигналов и вычислительным затратам на компенсацию.

### Полиномиальная и нейронные модели компенсаторов

Операторные методы синтеза НК инвариантны к схеме подключения компенсатора, поэтому рассмотрим нелинейные модели НК на примере посткомпенсатора с уравнением (1).

Многомерный полином (МП) [1], [2]:

$$\tilde{x}(n) = P^I[\tilde{y}(n)] = \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_m=0}^{I_m} C_{i_1, i_2, \dots, i_m} [y_1(n)]^{i_1} [y_2(n)]^{i_2} \dots [y_m(n)]^{i_m},$$

где  $I$  – степень полинома,  $I = I_1 + I_2 + \dots + I_m$ .

Двухслойный персептрон (ДП) [3], [4]:

$$\tilde{x}(n) = G(u^2(n)),$$

где  $u^{(2)}(n) = \sum_{k=0}^I c_k \text{net}_k^{(1)}(n)$ ;  $\text{net}_0^{(1)}(n) = 1$ ;

$$\text{net}_k^{(1)}(n) = G(u_k^{(1)}(n)); u_k^{(1)}(n) = \sum_{l=0}^m w_{kl} y_l(n), \quad k = 1, 2, \dots, I;$$

$I$  – число нейронов в скрытом слое;  $G$  – функция активации (гиперболический тангенс).

Блок-схема ДП изображена на рис. 1.

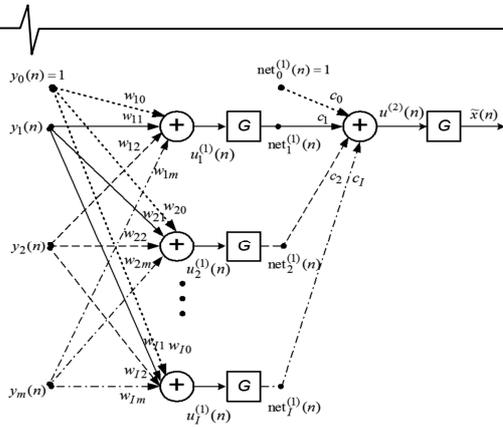


Рис. 1.

Нейронная сеть Элмана (НСЭ) [8], описываемая уравнением

$$\tilde{x}(n) = G(g(n)),$$

где  $g(n) = \sum_{k=0}^I c_k v_k(n)$ ;  $I$  – число нейронов в скрытом слое;  $v_0(n) = 1$ ;  $v_k(n) = G(s_k(n))$ ;

$s_k(n) = \sum_{l=1}^I w_{kl} v_l(n-1) + \sum_{l=I+1}^{I+m} w_{kl} y_{l-I}(n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, I$ , и имеющая структуру, изображенную на рис. 2.

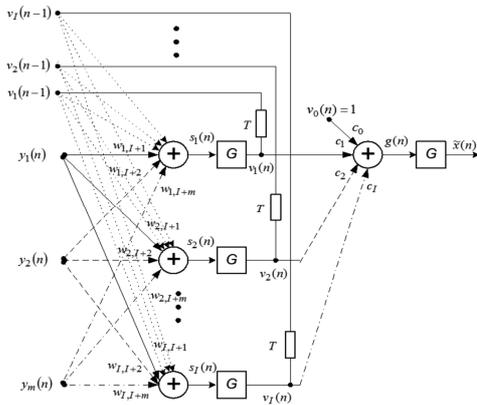


Рис. 2.

Нейронная модель Гаммерштейна (НМГ) [9]:

$$\tilde{x}(n) = \sum_{r_b=0}^{R_b} (vb)_{r_b} \text{net}^{(2)}(n-r_b) + \sum_{r_a=1}^{R_a} (va)_{r_a} \tilde{x}(n-r_a),$$

где  $\text{net}^{(2)}(n) = \sum_{k=0}^I c_k \text{net}^{(1)}(n)$ ;  $I$  – число нейронов в 1-м слое;  $\text{net}_0^{(1)}(n) = 1$ ;  $\text{net}_k^{(1)}(n) = G(u_k^{(1)}(n))$ ;

$u_k^{(1)}(n) = \sum_{l=0}^m w_{kl} y_l(n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, I$ ;  $\max\{R_a, R_b\}$  – длина памяти модели.

Подобно НМГ строится нейронная модель Винера (НМВ) [9], в которой каскадно соединены линейная рекурсивная цепь и безынерционная нелинейность. Отметим, что в НМГ очередность следования указанных частей обратная.

Вектор воздействий для ДП, МП, НСЭ и НМГ часто формируется с помощью линии задержки, на выходе которой вектор  $\vec{y}(n)$  имеет вид

$$\vec{y}(n) = [y_0(n), y_1(n), y_2(n), \dots, y_m(n)] = [1, y(n), y(n-1), \dots, y(n-(m-1))], \quad (2)$$

где  $(m-1)$  – длина памяти.

НСЭ, НМГ, НМВ являются рекуррентными нейронными моделями компенсаторов.

Блок-схема НМГ показана на рис. 3.

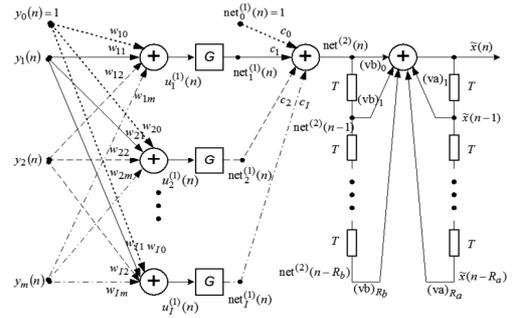


Рис. 3.

### Компенсация нелинейных искажений сигналов в модели Винера канала связи

Модель Винера КС описывает каскадное соединение двух блоков [6]:

– линейной динамической цепи с передаточной функцией

$$H(z) = (1,0119 - 0,7589j) + (-0,3796 + 0,5059j) \cdot z^{-1};$$

– безынерционной нелинейности

$$y(n) = d_1 \vartheta(n) + d_2 \vartheta^2(n) + d_3 \vartheta^3(n),$$

где  $\vartheta(n)$ ,  $y(n)$  – выходные сигналы линейного блока и модели Винера КС соответственно;  $d_1 = 1$ ;  $d_2 = 0,2$ ;  $d_3 = 0,1$ .

Для компенсации нелинейных искажений сигналов в модели Винера КС использованы: ДП ( $m = 5$ ), МП ( $m = 10$ ), НСЭ ( $m = 7$ ), НМГ ( $m = 1$ ,  $R_a = R_b = 1$ ).

Исследования выполнены на классах низкочастотных сигналов с восьмипозиционной фазовой модуляцией (8PSK) и четырехпозиционной квадратурной амплитудной модуляцией (4QAM).

При компенсации нелинейных искажений сигналов оценивались:

– равномерная погрешность

$$\delta(n) = \tilde{x}(n) - x(n), \quad n \in [Q_n, Q];$$

– максимальная абсолютная погрешность

$$\delta_m = \max_{n \in [Q_n, Q]} |\delta(n)|;$$

– среднеквадратичная погрешность

$$\varepsilon = \frac{1}{Q - Q_n} \sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q |\delta(n)|^2},$$

где  $Q_n = 3$ ,  $Q = 1000$ ,  $x(n)$  – низкочастотная огибающая модулированного входного сигнала КС.

При 8PSK-воздействии КС зависимости  $\delta_m(I)$  и  $\varepsilon(I)$ , полученные разными моделями компенсаторов: ДП (кривая 1), МП (кривая 2), НСЭ (кривая 3), НМГ (кривая 4), показаны на рис. 4, а, б соответственно. При 4QAM-воздействии КС аналогичные кривые представлены на рис. 5, а, б.

На рис. 6, а–г при 8PSK-воздействии КС изображены созвездия выходных сигналов следующих моделей компенсаторов: ДП с  $I = 5$ ,  $m = 5$ ; МП с  $I = 3$ ,  $m = 10$ ; НСЭ с  $I = 5$ ,  $m = 7$ ; НМГ с  $I = 3$ ,  $R_a = R_b = 1$  при  $\vec{y}(n) = [1, y(n)]$  ( $m = 1$  в (2)). В центре комплексных плоскостей на рис. 6 изображены равномерные погрешности  $\delta(n)$ ,  $n \in [Q_n, Q]$ .

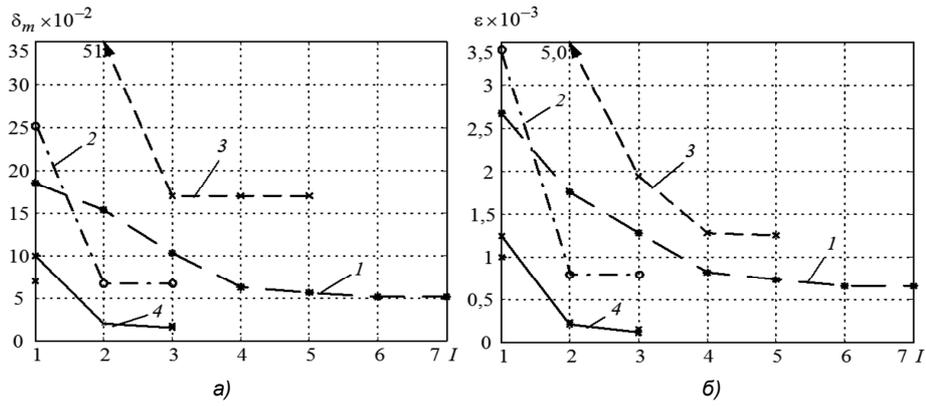


Рис. 4.

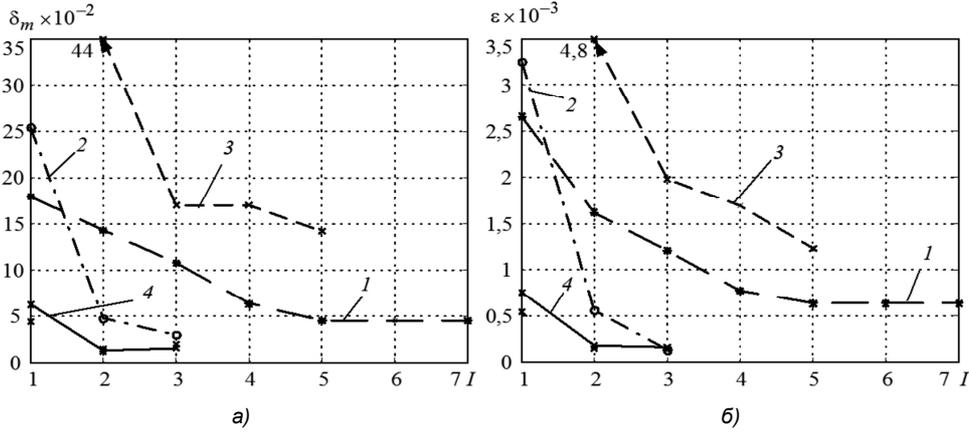


Рис. 5.

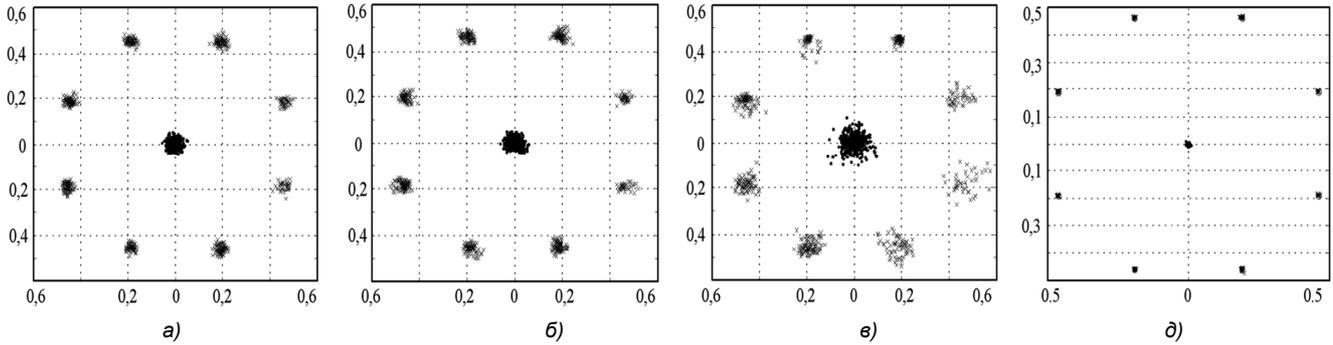


Рис. 6.

Из анализа рис. 4–6 следует, что НМГ с  $I = 3$ ,  $R_a = R_b = 1$ ,  $m = 1$  дает наименьшие погрешности компенсации в равномерной и среднеквадратичной метриках.

В табл. 1 указано число параметров в используемых моделях компенсаторов.

Таблица 1. Число параметров в моделях компенсаторов

ДП с $I = 5$ , $m = 5$	МП с $I = 3$ , $m = 10$	НСЭ с $I = 5$ , $m = 7$	НМГ с $I = 3$ , $R_a = R_b = 1$ , $m = 1$
36	286	66	16

Из табл. 1 видно, что НМГ является более простой моделью по сравнению с ее аналогами.

Компенсация нелинейных искажений сигналов в низкочастотной модели Винера выполнена при действии в КС аддитивной комплексной гауссовской помехи  $\xi(n)$ . Компенсаторы синтезированы в виде ДП, МП и НМГ

(НСЭ исключена из рассмотрения, поскольку не обеспечивает высокую точность компенсации, см. рис. 4–6).

В табл. 2, 3 представлены среднеквадратичная погрешность  $\varepsilon$  и частота появления ошибочных битов BER (Bit Error Rate), вычисляемая по формуле:

$$BER = \frac{q}{(Q - Q_n) \log_2 M},$$

где  $q$  – количество ошибочных битов в последовательности, полученной при детектировании выходного сигнала  $\tilde{x}(n)$  компенсатора;  $(Q - Q_n)$  – длина последовательности  $\tilde{x}(n)$ ;  $M$  – позиционность модуляции,  $M = 8$  при 8PSK и  $M = 4$  при 4QAM. Значения  $\varepsilon$  и BER указаны при разных SNR, где SNR – отношение сигнал/шум (Signal to Noise Ratio), дБ:

$$SNR = 20 \lg \left( \frac{\sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q |\tilde{x}(n)|^2}}{\sqrt{\sum_{n=Q_n}^Q |\xi(n)|^2}} \right).$$

Как следует из анализа табл. 2, 3:

При 8PSK-воздействии канала связи

– НМГ дает более высокую точность компенсации по

сравнению с другими рассмотренными моделями;  
 – указанный результат сохраняется при действии в КС гауссовской помехи с  $SNR > 20$  дБ; при  $SNR \leq 20$  дБ погрешности, полученные НМГ, ДП и МП приблизительно одинаковые;

– на практике целесообразно использовать НМГ, так как она более проста по сравнению с моделями-аналогами.

При 4QAM-воздействии канала связи

– НМГ и МП дают одинаковую точность компенсации, более высокую по сравнению с ДП и НСЭ;

– указанный результат сохраняется при действии в КС гауссовской помехи с  $SNR > 25$  дБ. В этом случае целесообразно применять НМГ – более простую модель компенсатора, чем МП;

– при  $SNR \leq 25$  дБ меньшую погрешность компенсации обеспечивает ДП.

Таблица 2.  $\varepsilon$  и BER при 8PSK-воздействии КС

SNR, дБ	ДП с $I = 5, m = 5$ ; МП с $I = 3, m = 10$		НМГ с $I = 3, R_a = R_b = 1, m = 1$	
	$\varepsilon, \times 10^{-3}$	BER, $\times 10^{-2}$	$\varepsilon, \times 10^{-3}$	BER, $\times 10^{-2}$
10	6,09	6,22	6,02	6,02
15	3,81	0,98	3,74	0,94
20	2,31	0	2,20	0
25	1,43	0	1,26	0
30	1,03	0	0,76	0
35	0,82	0	0,48	0

Таблица 3.  $\varepsilon$  и BER при 4QAM-воздействии КС

SNR, дБ	ДП с $I = 5, m = 5$		МП с $I = 3, m = 10$ ; НМГ с $I = 3, R_a = R_b = 1, m = 1$	
	$\varepsilon, \times 10^{-3}$	BER	$\varepsilon, \times 10^{-3}$	BER, $\times 10^{-2}$
10	2,15	0	4,39	0,91
15	0,47	0	2,49	0
20	0,90	0	1,37	0
25	0,72	0	0,82	0
30	0,66	0	0,53	0
35	0,66	0	0,36	0

## Заключение

Наряду с хорошо известными полиномиальными моделями Винера и Гаммерштейна, в которых безынерционная нелинейность описывается полиномом, существуют нейронные типы указанных моделей, содержащие нейронную сеть в качестве безынерционной нелинейности. Нейронные модели Винера и Гаммерштейна включают также линейную динамическую цепь, в общем случае являющуюся рекурсивной системой. В результате модели Винера и Гаммерштейна могут быть построены в виде рекуррентных нейронных сетей.

В процессе исследований установлено, что компенсатор в виде нейронной модели Гаммерштейна, применяемый для подавления нелинейных искажений сигналов в Винеровском канале связи, превосходит традиционные полиномиальные и нейронные модели по точности обработки сигналов и простоте реализации.

## Литература

1. Соловьева Е. Б. Макромоделирование нелинейных цепей и синтез операторов.– СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2010.
2. Соловьева Е. Б. Компенсация нелинейных искажений сигналов в каналах связи методом расщепления // Цифровая обработка сигналов.– 2005.– № 4.– С. 2–8.
3. Martens J.-P., Weymaere N. An equalized error back-propagation algorithm for the on-line training of multilayer perceptrons // IEEE Trans. Neural Networks. – 2002.– Vol. 13, № 3.– P. 532–541.
4. Ланнэ А. А., Соловьева Е. Б. Моделирование нелинейных дискретных систем на основе перцептрона с расщепителем // Цифровая обработка сигналов.– 2006.– № 3.– С. 2–7.
5. Choi J., Bouchard M., Yeap T. H. Decision feedback recurrent neural equalization with fast convergence rate // IEEE Trans. Neural Networks.– 2005.– Vol. 16, № 3.– P. 699–708.
6. Нам Л. Х. Рекуррентный нейросетевой эквалайзер с алгоритмом расширенного фильтра Калмана // Нейрокомпьютеры: разработка и применение.– 2006.– № 2.– С. 71–79.
7. Jianping D., Sundararajan N., Saratchandran P. Communication channel equalization using complex-valued minimal radial basis function neural networks // IEEE Trans. Neural Networks.– 2002.– Vol. 13, № 3.– P. 687–696.
8. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации.– М.: Финансы и статистика, 2002.
9. Janczak A. Identification of nonlinear systems using neural networks and polynomial models. A Block-Oriented Approach. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.

## SYNTHESIS OF COMPENSATORS ON THE BASIS OF NEURAL HAMMERSTEIN NETWORK

*Solovyeva E. B.*

Models of nonlinear compensators are considered as a multidimensional polynomial, two-layer perceptron, Ellman network, neural Hammerstein model. The neural Hammerstein model, used for suppression of nonlinear distortions in Wiener communication channel, is shown to surpass other considered models in accuracy of signal processing and simplicity of realization. The estimation of compensation accuracy are represented at Gaussian noise in communication channel.