# ИФРОВАЯ БРАБОТКА ИГНАЛОВ

# 4/2013

- НАУЧНО – ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ-

# ЦОС в системах телекоммуникаций и радиолокации



- КОМПЕНСАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПОМЕХ



### Прединтегрированные VPX платформы цифровой обработки сигналов

Прединтегрированная VPX платформа обработки аналоговых сигналов

SET-ARP3U-242



- применение FMC модулей для широкой вариативности каналов АЦП и ЦАП
- мощное поле обработки:
  - 4 ПЛИС Xilinx Virtex-6 ( до1500 тыс. логических ячеек),
- 2 процессора Intel Core i7 (суммарно 8 ядер, каждое с частотой 2.10ГГц);
- большой объем памяти:
  - до 8ГБ DDR3 для ПЛИС Xilinx Virtex-6,
  - до 32ГБ DDR3 для Intel Core i7;
- обмен данными в системе по Gigabit Ethernet и PCI Express Gen2, суммарная скорость до 44Гбит/с;
- обмен данными с внешними устройствами по Gigabit Ethernet, суммарная скорость до 8Гбит/с;
- воздушное охлаждение (для установки в 19" стойку) и кондуктивное охлаждение;
- энергопотребление до 350Вт



Многопроцессорный VPX кластер обработки данных

SET-ARP3U-206



- высокопроизводительный кластер обработки данных:
  24 двухпоточных ядра Intel Core i7, работающих на частоте 2.10ГГц, с поддержкой технологий Intel AVX;
- колоссальный объем памяти: до 96ГБ DDR3 1600МГц;
- обмен данными в системе по Gigabit Ethernet и PCI Express Gen2, суммарная скорость до 44Гбит/с;
- технология SETFabric, обеспечивающая скорость обмена IP данными с гарантированной доставкой свыше 5Гбит/с;
- обмен данными с внешними устройствами по Gigabit Ethernet, суммарная скорость до 16Гбит/с;
- широкий диапазон низкоскоростных интерфейсов передачи данных: USB2.0, RS-232, RS-485
- воздушное охлаждение (для установки в 19" стойку) и кондуктивное охлаждение;
- энергопотребление до 500Вт

3AO "Скан Инжиниринг Телеком" 394030 г. Воронеж ул. Свободы, 75

8 (473) 272-71-01 sales@setdsp.ru www.setdsp.ru

### ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал № 4/2013

Издается с 1999 года Выходит четыре раза в год

### ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.Б. ЗУБАРЕВ

### ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

В.В. ВИТЯЗЕВ, В.П. ДВОРКОВИЧ

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

А.С. Аджемов, Б.А. Алпатов, Б.А. Бабаян, Ю.И. Борисов, Ю.А. Брюханов, В.В. Еремеев, Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников, М.И. Кривошеев, Н.А. Кузнецов, В.Г. Мистюков, С.Л. Мишенков, А.А. Петровский, Ю.Н. Прохоров, В.Г. Санников, В.С. Сперанский, Ю.С. Шинаков

#### Адрес редакции:

107031 Москва, Рождественка, 6/9/20, стр. 1 Тел.: (495) 621-06-10, (495) 621-16-39 Факс: (495) 621-16-39 E-mail: rntores@mail.ru vityazev.v.v@rsreu.ru http://www.dspa.ru

### Издатель:

Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова Компьютерная верстка: И.А. Благодарова Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу ОАО «Роспечать» – **82185** 

Подписано в печать 04.12.13 г. Формат 60х90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная. Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 7307. Отпечатано в ООО НПЦ «Информационные технологии» Рязань, ул. Островского, д. 21/1 тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488 от 14.01.2000 г.

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень ведущих рецензируемых научных изданий, в которых по рекомендации Минобрнауки РФ, должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

### *УЧРЕДИТЕЛИ:* струментальные сист

### ЗАО «Инструментальные системы» ФГУП «НИИ радио»

В	ш	^	A .	П	_	n	ㄷ.
$\mathbf{D}$	п	u	IV	ш	ᆮ.	_	ᆮ:

K	ПL	184	0	0 1	C .	Δ

Потенциальный предел и показатели качества сверхрэлеевского разрешения сигналов
Зайцев Г.В.
Цифровая обработка квазинепрерывных радиолокационных сигналов с использованием весовых функций малой степени 9
Попов Д.И.
Оптимизация систем когерентно-весовой обработки многочастотных сигналов17
Ратынский М.В., Петров С.В.
Реализация алгоритмов обработки стохастических сигналов в действительной арифметике22
Азаров И.С., Вашкевич М.И., Лихачев Д.С., Петровский А.А.
Алгоритм очистки речевого сигнала от сложных помех путем фильтрации в модуляционной области
Демидова Л.А., Еремеев В.В., Мятов Г.Н., Тишкин Р.В., Юдаков А.А.
Сегментация объектов по данным гиперспектральной съемки Земли с использованием методов искусственного интеллекта
Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э., Мятов Г.Н.
Повышение информативности материалов съемки Земли за счет объединения гиперспектральной информации с данными от других съемочных систем
Бартенев В.Г., Бартенев М.В.
Способ нахождения вероятностных характеристик на выходе нелинейных систем
Потехин Е.Н., Шувалов А.С., Леухин А.Н.
Методы и результаты синтеза апериодических бинарных последовательностей и многофазных последовательностей Баркера
Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П.
Вопросы повышения спектральной эффективности систем связи: неортогональная передача
Гай В.Е.
Метод оценки частоты основного тона в условиях помех 65
Кондратьев К.В., Углев В.А., Непомнящий О.В., Сергеевич В.Н.
Адаптивный алгоритм определения параметров рекурсивного цифрового фильтра для компенсации акустической обратной связи

Подписной индекс по каталогу ОАО «Роспечать» – **82185** 

УЛК 621.396.962

### ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРЕДЕЛ И ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА СВЕРХРЭЛЕЕВСКОГО РАЗРЕШЕНИЯ СИГНАЛОВ

Климов С.А., к. т. н., доцент, докторант Военной академии войсковой противовоздушной обороны Вооруженных Сил Российской Федерации имени Маршала Советского Союза А. М. Василевского, г. Смоленск, e-mail: zuk house@rambler.ru

**Ключевые слова:** сверхрэлеевское разрешение, разрешающая способность, предел разрешения, показатели качества разрешения сигналов, цифровой спектральный анализ.

#### Введение

Достаточно долгое время для радиоэлектронных систем различной физической природы предел разрешающей способности, установленный впервые в 1888 году Рэлеем, считался фундаментальным пределом, преодолеть кото-

рый было невозможно. Основанием для этого стало то, что введенные им определение и критерий разрешения прекрасно подтверждались многочисленными экспериментами в различных областях радиотехники. Поэтому, со временем, эти понятия стали классическими.

С появлением новых методов обработки сигналов и получением в ряде случаев разрешения, превышающего установленное Рэлеем, классическое определение и предел разрешающей способности стали противоречить экспериментальным результатам. Начиная примерно с конца 50-х годов прошлого века, были разработаны первые методы сверхрэлеевского разрешения сигналов. Применительно к радиолокационным приложениям в работах [1-4] показана принципиальная возможность превышения рэлеевского предела разрешающей способности исключительно за счет обработки сигналов. Таким образом, считавшийся фундаментальным предел разрешающей способности, установленный Рэлеем, был успешно преодолен.

Однако широкому практическому применению методов сверхрэлеевского разрешения сигналов препятствовали высокие требования к объему и быстродействию существующей в то время вычислительной аппаратуры. Интенсивное развитие технологий цифровой обработки сигналов позволило в настоящее время устранить эту проблему и создало хорошие возможности для их реализации в радиоэлектронных системах различного назначения.

В связи с достаточно большим количеством методов сверхрэлеевского разрешения сигналов актуальной является задача сравнительной оценки их эффективности. Как правило, такие методы сравниваются не по совокупности, а по одному-двум частным, но наиболее выигрышным показателям качества. Не оговариваются четко и ясно условия, при которых были получены те или иные

Проведена систематизация направлений поиска потенциального предела сверхрэлеевского разрешения и дан ответ на вопрос о существовании такого предела при решении задачи разрешения-обнаружения. Показано, что кривые вероятности полного разрешения сигналов определяют предел разрешающей способности при фиксированной вероятности ложной тревоги и коэффициенте корреляции сигналов. Методом имитационного моделирования для большого количества алгоритмов цифрового спектрального анализа оценена степень их приближения к потенциальному пределу сверхрэлеевского разрешения.

результаты. Часто при сравнительной оценке используются даже разные определения разрешающей способности. Все это создает серьезную проблему для специалистов при практическом применении того или иного метода высокого разрешения в радиоэлектронных системах. Кроме того, продолжаются поиски единого потенциального предела, к которому должны приближаться все методы сверхрэлеевского разрешения сигналов. Установление такого предела позволило бы расставить их в один приоритетный ряд по степени приближения к нему и сделать вывод о целесообразности дальнейшей работы по повышению разрешающей способности. Но самое главное это позволило бы ответить на вопрос о том, какие возможности в принципе заложены в методах, позволяющих за счет обработки сигналов обеспечить более высокую разрешающую способность, чем это определено критерием разрешения Рэлея. Установление потенциальной границы разрешения необходимо также для того, чтобы выявлять ошибочные методы сверхрэлеевского разрешения сигналов. Это становится возможным благодаря тому, что если потенциальный предел будет найден, то ни один из методов не сможет его преодолеть.

В связи с этим целью статьи является систематизация направлений поиска потенциального предела сверхрэлеевского разрешения и ответ на вопрос о существовании или отсутствии такого предела при решении задачи разрешения-обнаружения.

### Основные направления поиска потенциального предела сверхрэлеевского разрешения

Существует четыре направления, в которых специалисты делают попытки получить потенциальный предел сверхрэлеевского разрешения. При этом каждое направление характеризуется своим определением раз-

решающей способности, показателями качества разрешения, методами сверхрэлеевского разрешения, а также ограничениями и допущениями.

Первое направление связано с решением задачи разрешения-обнаружения. В этом случае к разрешающей способности подходят со статистической точки зрения, по аналогии с теорией обнаружения [1, 2, 4, 5]. Для задачи разрешения-обнаружения в работе [5] введены понятия полного разрешения и частные показатели качества разрешения сигналов. При этом под полным разрешением группы из M сигналов при наличии помех понимается принятие решения об осуществлении одного из  $2^{M}$  возможных несовместных событий в виде различных комбинаций наличия или отсутствия каждого из сигналов [5]. Предполагается, что число M разрешаемых сигналов известно, а сами сигналы могут характеризоваться определенным числом детерминированных или случайных параметров [1, 2, 4, 5]. Вопрос о существовании предела для задачи разрешения-обнаружения будет рассмотрен ниже.

Второе направление связано с решением задачи разрешения-измерения. Для данного направления понятие разрешающей способности связывают с точностью оценки случайных параметров сигналов [6–10]. В общем виде критерий разрешения сигналов для этого направления можно сформулировать следующим образом. Сигналы разрешаются, если точность оценки параметров каждого из сигналов не ниже заданной. Для решения задачи разрешения-измерения точность оценки параметров выражается, как правило, через математические ожидания, среднеквадратичные ошибки и дисперсии оценок. Для данного направления предполагается, что число разрешаемых сигналов определено, задана их аналитическая форма и они имеют фиксированное количество случайных параметров.

Потенциальный предел при решении задачи разрешения-измерения установлен, т.к. известно, что существует нижняя граница точности любых несмещенных оценок [11]. Для любого из методов данного направления потенциальный предел сверхрэлеевского разрешения сигналов определяется неравенством Крамера—Рао. Иными словами, так же как и при оценке одного параметра сигнала, при разрешении сигналов существует минимальный корреляционный эллипсоид такой, что корреляционный эллипсоид произвольного набора несмещенных оценок всегда больше минимального

$$\left(\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}\mathbf{y}\right) \geq \left(\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{I}^{-1}\mathbf{y}\right)$$

где y – вектор оценок параметров сигналов; R – корреляционная матрица несмещенных оценок параметров сигналов; I – информационная матрица Фишера [11];  $\left( ullet \right)^{\! \mathrm{\scriptscriptstyle T}}$  – символ комплексно-сопряженного транспонирования.

Таким образом, при решении задачи разрешенияизмерения заданный объем корреляционного эллипсоида служит мерой разрешения сигналов, а его минимальный объем – потенциальным пределом. Необходимо отметить, что неравенство Крамера—Рао определяет границу эффективных и несмещенных оценок параметров разрешаемых сигналов в условиях регулярности целевой функции. Условия регулярности не всегда могут быть обеспечены. Как следствие, установить потенциальный предел становиться невозможным. Для некоторых случаев задачи разрешения-измерения сигналов потенциальный предел получен в работах [6–10 и др.].

Третье направление связано с решением задачи разрешения-обнаружения-измерения. При этом под разрешением сигналов понимается указание числа сигналов, содержащихся в реализации смеси сигналов и помех, и оценивание параметров всех обнаруженных сигналов [13, 14]. Это направление является наиболее общим с теоретической и практической точек зрения. Как следует из определения разрешающей способности, для данного направления предполагается, что неизвестно как число разрешаемых сигналов, так и их параметры. В этом случае значительно сложнее становится поиск не только потенциального предела сверхрэлеевского разрешения, но и самого метода разрешения сигналов.

Например, метод максимального правдоподобия в его традиционной форме неприменим для синтеза алгоритмов разрешения-обнаружения-измерения, поскольку приводит к тривиальной оценке числа сигналов, принимающей с вероятностью близкой к единице их максимально допустимое значение [13]. Кроме того, препятствиями на пути установления границы сверхрэлеевского разрешения являются невозможность получения явных выражений для целевых функций, а также трудности аналитического исследования статистических характеристик получаемых оценок. Как правило, оценки являются смещенными. Это не позволяет найти для них нижнюю границу точности, определяемую неравенством Крамера-Рао. Смещение оценок отсутствует только в том случае, когда предполагаемое число сигналов равно их истинному числу. В этом случае мы снова приходим к задаче разрешения-измерения, и установление потенциального предела сводится к ранее рассмотренной задаче нахождения минимального объема корреляционного эллипсоида оценок параметров разрешаемых сигналов.

Четвертое направление связано с информационным подходом к понятию разрешающей способности [12]. Это следует из того, что интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, устойчивое решение которого требуется получать при сверхрэлеевском разрешении сигналов, совпадает с интегральным уравнением свертки, описывающим прохождение переданного сигнала через канал связи с шумом. Для такого канала хорошо известна формула Шеннона, связывающая между собой скорость передачи информации с полосой пропускания канала и отношением сигнал-шум. Скорость передачи информации, в свою очередь, можно трактовать как передачу определенного числа различимых (разрешаемых) сигналов в единицу времени. В связи с этим, в работе [12] показано, что для информационного подхода предел сверхрэлеевского разрешения сигналов определяется уровнем шума во входных данных и может быть вычислен по формуле, следующей из теоремы Шеннона:

$$\frac{\Delta_{\alpha}}{\Delta \alpha} = \frac{2}{k_{\phi} \log_2(1+\eta)},$$

где  $\Delta_{\alpha}$  – рассогласование сигналов по разрешаемому параметру;  $\Delta\alpha$  – ширина характеристики (импульсной, частотной или пространственной) системы, определяющая ее разрешающую способность по Рэлею;  $k_{\Phi}$  – коэффициент, зависящий от точного вида определения ширины характеристики системы [12];  $\eta$  – отношение сигнал-шум.

### Оценка эффективности методов сверхрэлеевского разрешения

леевского разрешения сигналов. Введем показатели качества разрешения. Качество полного разрешения целесообразно оценивать матрицей условных вероятностей  $\mathbf{P} = \left\|P_{ij}\right\|$ , содержащей  $2^{2M}$  матричных элементов [5]. Элементом  $P_{ij}$  матрицы  $\mathbf{P}$  является вероятность принятия решения о событии i при условии, что в действительности имеет место событие j. Матричные элементы с равными индексами i=j характеризуют условные вероятности принятия правильных решений, а с неравными индексами  $i\neq j$  — ложных решений.

Вернемся к вопросу о существовании предела для задачи разрешения-обнаружения. Для этого остановимся более подробно на эффективности методов сверхрэ-

В частности, для полного разрешения двух сигналов (M=2) имеем следующую матрицу условных вероятностей:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{vmatrix}$$
 (1)

где  $P_{00}$  — вероятность правильного необнаружения сигналов;  $P_{11(22,33)}$  — вероятность правильного обнаружения первого (второго, двух сигналов);  $P_{10(20,30)}$  — вероятность ложной тревоги при обнаружении первого (второго, двух) сигналов;  $P_{01(02,03)}$  — вероятность пропуска первого (второго, двух) сигналов;  $P_{12(21)}$  — вероятность перепутывания при обнаружении первого (второго) сигналов;  $P_{13(31)}$  — вероятность перепутывания при обнаружении первого (двух) сигналов;  $P_{23(32)}$  — вероятность перепутывания при обнаружении второго (двух) сигналов.

В геометрической интерпретации указанные выше вероятности показаны на рис. 1. Они равны площадям фигур, ограниченных соответствующими плотностями вероятности и порогами  $\Pi_{1(2,3)}$ . Например,

$$P_{13} = \int_{-\infty}^{H_2} p_3(y) dy$$
 или  $P_{31} = \int_{H_2}^{\infty} p_1(y) dy$ ,

где  $p_3(y)$  – плотность вероятности суммы первого, второго сигнала и шума;  $p_1(y)$  – плотность вероятности суммы первого сигнала и шума.

Поскольку соответствующие одному и тому же усло-

вию (нет сигналов, присутствуют первый, второй или два сигнала) решения (сигналов не обнаружено, обнаружен первый, второй или два сигнала) – взаимоисключающие, то выполняются равенства:

$$\sum_{i=0}^{2^{M}-1} P_{ij} = 1, \quad j = 0, 1, ..., (2^{M} - 1).$$

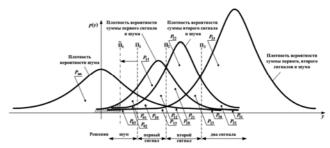


Рис. 1. Пояснение к формированию элементов матрицы **Р**, характеризующей качество полного разрешения двух сигналов

Система показателей качества полного разрешения может характеризоваться различными вариантами выбора из матрицы (1) независимых матричных элементов. Например, в качестве таковых могут выступать:

- 1) вероятности ошибочных решений  $P_{ij}$  ,  $i \neq j$ ;
- 2) вероятности  $P_{01(02,03)}$  ,  $P_{12(21)}$  ,  $P_{21(23)}$  ,  $P_{31(32)}$  и  $P_{00}$  ;
- 3) вероятности  $P_{02(03)}$  ,  $P_{10(12,13)}$  ,  $P_{20(23)}$  ,  $P_{30(32)}$  и  $P_{11}$  ;
- 4) вероятности  $P_{01(03)}$  ,  $P_{10(13)}$  ,  $P_{20(21,23)}$  ,  $P_{30(31)}$  и  $P_{22}$  ;
- 5) вероятности  $P_{01(02)}$  ,  $P_{10(12)}$  ,  $P_{20(21)}$  ,  $P_{30(31,32)}$  и  $P_{33}$  .

Рассмотрим первую систему показателей. Матричные элементы  $P_{i0}$  ,  $i=0,1,...,(2^M-1)$  можно объединить, введя результирующую вероятность ложной

тревоги 
$$F = \sum_{i=1}^{2^M-1} P_{i0}$$
 . По аналогии с теорией обнаруже-

ния, при оценке качества разрешения сигналов условную вероятность F будем задавать априори и ограничивать ее сверху достаточно малой величиной. Для решения задач сверхрэлеевского разрешения сигналов ее целесообразно выбирать в пределах  $10^{-1} \div 10^{-3}$  . К разрешению сигналов, как правило, переходят после обнаружения хотя бы одного сигнала, т.е. превышения порога обнаружения  $\Pi_1$ , показанного на рис. 1. В этом случае, выбирая F в диапазоне  $10^{-1} \div 10^{-3}$  (достаточно большой для задачи классического обнаружения),

случае, выобрая T в диапазоне  $10^{\circ}$ .  $10^{\circ}$  (достаточно большой для задачи классического обнаружения), за счет сдвига порога от  $\Pi_1$  к  $\widetilde{\Pi}_1$ , обеспечивается весьма малое значение «хвостов» распределений смеси первого, второго или двух сигналов с шумом. «Хвосты» распределений определяются вероятностями  $P_{01(02,03)}$  и показаны на рис. 1 штриховкой после выставления порога  $\widetilde{\Pi}_1$ , соответствующего результирующей вероятности ложной тревоги F. Поэтому достаточно корректно допущение, что матричные элементы  $P_{0j}$ ,  $j=0,1,...,(2^M-1)$ , характеризующие вероятности пропуска первого, второго и двух сигналов, будут близки к нулю. В этом случае

можно записать  $P_{11} \approx 1 - (P_{21} + P_{31})$  ,  $P_{22} \approx 1 - (P_{12} + P_{32})$  и  $P_{33} \approx 1 - (P_{13} + P_{23})$  . В целом, система показателей качества вместо девяти теперь характеризуется четырьмя следующими значениями: априори заданной результирующей условной вероятностью ложной тревоги F и условными вероятностями правильного обнаружения первого, второго и двух сигналов  $P_{11}$ ,  $P_{22}$  и  $P_{33}$ .

Таким образом, мы получили удобную систему показателей качества для оценки эффективности полного разрешения двух сигналов. Рассмотренный подход достаточно просто можно распространить на число разрешаемых сигналов больше двух, но в данной статье ограничимся только двумя. Заметим, что если каждый из M сигналов разрешен и известна вероятность его обнаружения  $P_{ii}$ , то вероятность полного разрешения M сигналов (фактически определения числа сигналов) рассчитывается как вероятность независимых событий, т.е.

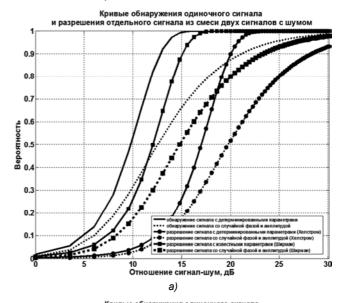
$$P = \prod_{i=1}^{M} P_{ii}$$
 . Например, вероятность полного разреше-

ния двух сигналов с одинаковой энергией  $P_{33}=0,5$  соответствует вероятности правильного обнаружения каждого отдельного сигнала  $P_{11(22)}=\sqrt{P_{33}}\approx 0,7$ , а  $P_{33}=0,8$  соответствует  $P_{11(22)}\approx 0,9$ . Полученная система показателей качества используется ниже для оценки эффективности полного разрешения двух сигналов.

На основе результатов, изложенных в работах [4, 5], были получены оценки эффективности методов сверхрэлеевского разрешения Я. Ширмана [5] и К. Хелстрома [4]. Метод Я. Ширмана, в основе которого лежит байесовский подход, выбран потому, что он реализует оптимальный алгоритм разрешения сигналов при полной статистической априорной информации о них. Метод К. Хелстрома, в основе которого лежит метод максимального правдоподобия (наименьших квадратов), выбран потому, что он широко распространен на практике в самых различных областях радиотехники. Кроме того, оценки максимального правдоподобия обладают свойством состоятельности и асимптотической эффективности.

Результаты расчетов представлены на рис. 2-4 в виде кривых обнаружения отдельного сигнала  $P_{11(22)}$  из смеси двух сигналов с шумом (рис. 2а-4а) и кривых полного разрешения  $P_{33}$  двух сигналов (рис. 2б-4б) в зависимости от отношения сигнал-шум. Графики построены при вероятности ложной тревоги F = 0.001 и фиксированных коэффициентах корреляции  $\rho$  сигналов 0,9 (рис. 2), 0,5 (рис. 3) и 0,2 (рис. 4). На рис. 2-4 построены также классические кривые обнаружения для одиночного сигнала. Сплошными линиями показаны характеристики для сигналов с детерминированными параметрами, а пунктирными - со случайной амплитудой и фазой. Маркером в виде квадрата на всех рисунках показаны вероятности разрешения для метода Я. Ширмана, а в виде кружка для метода К. Хелстрома. Необходимо отметить, что графики на рис. 2-4 построены для определенных  ${\it F}$ 

и  $\rho$  . Тем не менее, руководствуясь индуктивным методом познания, можно заключить, что сделанные ниже выводы являются справедливыми и в общем случае. Разница будет только в конкретных численных показателях.



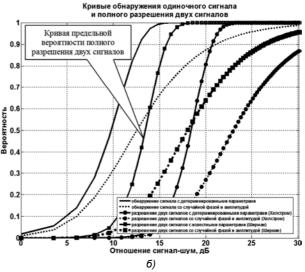


Рис. 2. Оценки эффективности методов сверхрэлеевского разрешения Я. Ширмана и К. Хелстрома при вероятности ложной тревоги F=0,001 и коэффициенте корреляции сигналов  $\rho$ =0,9

Из анализа графиков, представленных на рис. 2–4, следует ряд важных выводов. Первый из них касается количественных показателей качества полного разрешения сигналов. Видно, что эффективность рассматриваемых методов сверхрэлеевского разрешения при коэффициенте корреляции сигналов  $\rho$  =0,5, т.е. когда уже превзойден рэлеевский предел разрешающей способности, достаточно высока. Например, для сигналов со случайными амплитудами и фазами при отношении сигналшум 20 дБ, вероятности ложной тревоги F=0,001 и коэффициенте корреляции сигналов  $\rho$  =0,5, вероятность полного разрешения двух сигналов P33 составляет около 0,7 (см. рис. 36).

Второй вывод затрагивает сравнительную оценку эффективности методов. Как видно из представленных результатов, кривые разрешения для метода Я. Ширма-

на смещены по оси абсцисс влево относительно кривых разрешения К. Хелстрома. Другими словами, метод разрешения Я. Ширмана на основе байесовского подхода при прочих равных условиях эффективней метода разрешения К. Хелстрома, в основу которого положены оценки максимального правдоподобия (наименьших квадратов). Связано это с тем, что алгоритм разрешения К. Хелстрома не использует априорные данные о законах распределения амплитуд случайных сигналов [5]. Таким образом, рациональное использование достоверной априорной информации о разрешаемых сигналах повышает эффективность сверхрэлеевского разрешения. Отметим также, что с уменьшением коэффициента корреляции сигналов кривые разрешения Я. Ширмана и К. Хелстрома начинают приближаться друг к другу и примерно с величины  $\rho$  =0,2-0,3 практически совпадают (см. рис. 4б).

Третий вывод подводит нас к ответу на вопрос о существовании потенциального предела сверхрэлеевского разрешения сигналов при решении задачи разрешения-

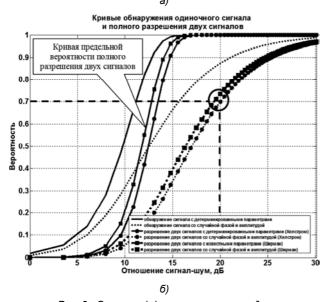
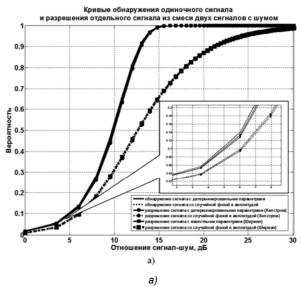


Рис. 3. Оценки эффективности методов сверхрэлеевского разрешения Я. Ширмана и К. Хелстрома при вероятности ложной тревоги F=0,001 и коэффициенте корреляции сигналов  $\rho$ =0,5

обнаружения. До сих пор поиски такого предела связывались только с двумя показателями. Это отношение сигнал-шум и относительное рассогласование сигналов по разрешаемому параметру (параметрам). Но, из проведенного анализа следует, что граница сверхрэлеевского разрешения зависит от метода разрешения, априорной информации о разрешаемых сигналах, их числа, показателей качества разрешения (вероятностей правильного обнаружения отдельного сигнала из смеси сигналов с шумом и вероятности ложной тревоги), коэффициента корреляции сигналов. Из рис. 2а-4а видно, что при заданной вероятности ложной тревоги и фиксированном коэффициенте корреляции сигналов кривые раз-решения отдельного сигнала имеют вполне определенное значение. Превысить их невозможно в принципе, как невозможно превысить вероятности обнаружения одиночного сигнала. Следовательно, кривые полного разрешения двух сигналов и определяют искомый предел разрешающей способности в заданных условиях (см. рис. 26-4б). Кривые предельных вероятностей полного разрешения



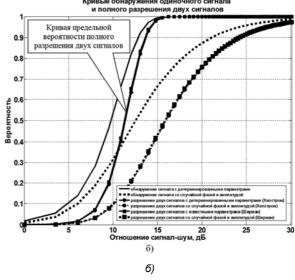


Рис. 4. Оценки эффективности методов сверхрэлеевского разрешения Я. Ширмана и К. Хелстрома при вероятности ложной тревоги F=0,001 и коэффициенте корреляции сигналов  $\rho$ =0,2

двух сигналов показаны на рис. 2б-4б. В данном случае это кривые, соответствующие методу разрешения Я. Ширмана. Последнее закономерно, т.к. метод разрешения Я. Ширмана использует исчерпывающую статистическую априорную информацию о сигналах в сочетании с оптимальным алгоритмом их разрешения.

### Сравнительные оценки эффективности методов спектрального анализа

Теперь, когда установлен предел разрешения, мы можем ответить на важный практический вопрос. Известно, что существует большое количество методов цифрового спектрального анализа, обеспечивающих сверхрэлеевское разрешение сигналов. Как близки эти методы по своей эффективности к потенциальным характеристикам разрешения?

Для ответа на этот вопрос путем имитационного моделирования была исследована эффективность ряда известных методов цифрового спектрального анализа. Сравнительная оценка выполнялась для следующих методов: Берга, ковариационного, модифицированного ковариационного, MUSIC и EV. Кроме того, была исследована эффективность разрешения сигналов в частотной области непосредственно по корням характеристического полинома [13, 14], а также методов, рассмотренных в работах [15, 16]. При моделировании порядок модели (размер сигнального подпространства) выбирался исходя из достижения максимальной эффективности каждого из методов по вероятности полного разрешения двух гармонических сигналов.

Моделировалась аддитивная смесь гармонических сигналов с шумом длиной N временных отсчетов с периодом дискретизации T секунд, состоящая из двух синусоид при их взаимном рассогласовании по частоте  $\Delta f$  =0,5 рэлеевского интервала разрешения, равного 1/NT Герц. Взвешивание сигналов во временной области не проводилось. В этом случае коэффициент корреляции сигналов по частоте составил  $\rho$  =0,7. Фазы сигналов полагались случайными и распределенными по равномерному закону в диапазоне значений  $0-2\pi$ . Амплитуды гармонических сигналов также полагались случайными, но распределенными по Рэлеевскому закону с заданным параметром распределения. Амплитуды квадратурных составляющих комплексного шума были распределены по нормальному закону. Все оценки получены по результатам 100 независимых реализаций, что обеспечивало точность статистического эксперимента порядка 10 % [17]. Порог устанавливался по аналогии с критерием Неймана-Пирсона. При этом априори задавалась вероятность ложных тревог  ${\it F}$  . Это значит, что в отсутствии сигнала вероятность превышения заданного порогового значения не превышала  ${\cal F}$  . При моделировании оценка вероятности ложной тревоги  $\widetilde{F}$  составляла величину равную  $5 \cdot 10^{-2}$ .

Отношение «сигнал-шум» q оценивалось на момент принятия решения о разрешении сигналов, т.е. на выходе алгоритма обработки по формуле  $q=q_0+10\log N$  , где  $q_0$  — отношение «сигнал-шум» для одного сигнала

на входе. Отношение «сигнал-шум» на входе  $q_0$  задавалось как отношение среднего значения (математического ожидания)  $\overline{a}$  случайной амплитуды синусоиды к среднеквадратичному значению шума  $\sigma$ . При этом для известного значения математического ожидания  $\overline{a}$  определялся параметр распределения Рэлея PR в соответствии с известным выражением  $PR = \overline{a}/\sqrt{\pi/2}$  [17].

Семейство кривых полного разрешения  $P_{33}$  двух сигналов для указанных методов цифрового спектрального анализа представлено на рис. 5. На нем же показаны кривые полного разрешения двух сигналов для методов Я. Ширмана и К. Хелстрома, построенные для аналогичных моделей сигналов, показателей качества и коэффициента корреляции.

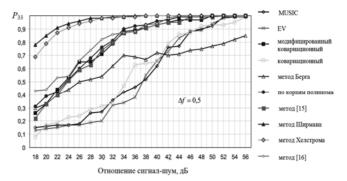


Рис. 5. Оценки вероятности  $P_{33}$  полного разрешения двух сигналов для методов спектрального анализа. Вероятность ложной тревоги F=0,05. Взвешивание отсутствует. Коэффициент корреляции сигналов  $\rho$ =0,7

Сравнительный анализ эффективности методов цифрового спектрального анализа (см. рис. 5) показывает, что при равных показателях качества разрешения двух сигналов они еще очень далеки от предельного разрешения, обеспечиваемого методами Я. Ширмана и К. Хелстрома. Причем динамика падения эффективности возрастает при снижении отношения «сигнал-шум». Вместе с тем это свидетельствует о том, что потенциал методов цифрового спектрального анализа еще не исчерпан.

Таким образом, анализ эффективности методов сверхрэлеевского разрешения сигналов показывает, что понятие «потенциальный предел» весьма условно. Конкретная эффективность решения задачи сверхрэлеевского разрешения сигналов зависит от многих факторов, определяющими из которых являются принятое определение разрешающей способности, метод сверхрэлеевского разрешения, система выбранных показателей качества и количество априорной информации о сигнале: его форма, число разрешаемых сигналов, количество разрешаемых параметров сигналов, детерминированные или случайные эти параметры и т.д.

#### Заключение

Основной вывод статьи заключается в том, что в условиях заданной статистической априорной информации кривые разрешения отдельных сигналов жестко определены и не могут быть превышены. Тогда кривые вероятности полного разрешения определяют предел разре-

шающей способности при фиксированной вероятности ложной тревоги и коэффициенте корреляции сигналов.

Таким образом, граница разрешения теперь связана не только с отношением «сигнал-шум» и коэффициентом корреляции сигналов, но и с показателями качества разрешения. Предельные вероятности полного разрешения сигналов при заданной вероятности ложной тревоги и отношении «сигнал-шум» могут быть достигнуты в реальных радиоэлектронных системах. Для этого должна быть доступна вся априорная информация о сигналах и реализован оптимальный метод их сверхрэлеевского разрешения. Но они никогда не могут быть превышены.

В целом, можно заключить, что при заданных показателях эффективности, коэффициенте корреляции сигналов, функции потерь и видах законов распределения случайных амплитуд и фаз сигналов метод разрешения Я. Ширмана, в основе которого лежит байесовский подход, будет определять потенциальный предел сверхрэлеевского разрешения, т.к. использует исчерпывающую априорную информацию о сигналах в сочетании с оптимальным алгоритмом разрешения. Следовательно, показатели эффективности разрешения в этом случае будут предельными, поскольку с уменьшением априорных сведений качество сверхрэлеевского разрешения сигналов может только снижаться.

Метод К. Хелстрома будет определять потенциальный предел сверхрэлеевского разрешения среди различных модификаций алгоритмов максимального правдоподобия и наименьших квадратов, которые используют существенно меньше априорной информации при разрешении сигналов.

Таким образом, указанные методы могут служить своего рода «эталоном» качества для вновь создаваемых алгоритмов сверхрэлеевского разрешения, которые все больше и больше совершенствуются с целью достижения потенциального предела разрешающей способности.

### Литература

- 1. Ширман Я. Д. Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовых шумов и произвольного числа мешающих сигналов со случайными амплитудами и начальными фазами // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. № 12. С. 1176-1192.
- 2. Ширман Я. Д. Статистический анализ оптимального разрешения//Радиотехника и электроника. 1961. Т. 6. № 8. С. 1237-1246.
- 3. Nilsson N. J. On the optimum range resolution of radar signals in noise. IRE Trans. Information Theory, vol. IT-7, Oct. 1961, pp. 245-253.
- 4. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М., Изд-во иностр. лит., 1963. 432 с.
- 5. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. М., Сов. радио, 1974. 315 с.
  - 6. Сверлинг Р. Максимальная точность определения

- угловых координат импульсной радиолокационной станцией // Вопросы РЛТ. Т. 2(88). 1957.
- 7. Царьков Н.М. Многоканальные радиолокационные измерители. М., Сов. радио, 1980. 192 с.
- 8. Слюсар В. И. Предельное разрешение дальномерных процедур максимального правдоподобия // Радиоэлектроника. 1998. № 11. С. 39-45.
- 9. Проскурин В. И. Потенциальная разрешающая способность радиолокационной станции // Радиотехника. 2001. № 5. С. 67–70.
- 10. Монаков А. А., Мишура Т. П. Потенциальная разрешающая способность РЛС по дальности // Успехи современной радиоэлектроники. 2008. № 12. С. 31-34.
- 11. Косарев Е. Л. Методы обработки экспериментальных данных. М., Физматлит, 2008. 208 с.
- 12. Косарев Е. Л. О пределе сверхразрешения при восстановлении сигналов // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35. № 1. С. 68-87.
- 13. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М., Радио и связь, 1986. 264 с.
- 14. Марпл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М., Мир, 1990.
- 15. Савинов Ю. И. Когерентный метод Прони с квазипрореживанием // Вопросы радиоэлектроники. — Серия РЛТ. 2008. Вып. 3. С. 123-128.
- 16. Григорян Д.С. Принципы когерентной обработки данных в задачах спектрального анализа сигналов в радиолокаторах со сверхразрешением // Вопросы радиоэлектроники. Серия РЛТ. 2012. Вып. 2. С. 93-108.
- 17. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Издательский центр «Академия», 2003. 576 с.

## POTENTIAL LIMIT AND QUALITY INDICATORS OF SUPER-RAYLEIGH SIGNAL RESOLUTION

### Klimov S. A.

In this article the directions of search for potential limit of super-Rayleigh resolution are systematized. The simple and convenient resolution quality indicator system for performance evaluation of full signal resolution is estab-lished. The question of existence of super-Rayleigh resolution potential limit in solving radar detection-resolution problem is answered. It is showed, that resolving curves of single signals are determined rigidly and they cannot be exceeded if priori statistical information is given. Then full resolution probability curves determine the limit of resolution for fixed false alarm probability and coefficient of correlation of signals. The degree of approximation to potential limit of super-Rayleigh resolution for a large number of digital spectral analyses algorithms is evaluated by using of simulation modeling.

УДК 621.391

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА КВАЗИНЕПРЕРЫВНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ МАЛОЙ СТЕПЕНИ

Зайцев Г.В., д.т.н., ОАО ГСКБ «Алмаз-Антей», e-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru

**Ключевые слова:** квазинепрерывный сигнал, оптимальная фильтрация, весовые функции, цифровая обработка сигналов.

### Введение

Квазинепрерывные сигналы (КН сигналы) являются одним из основных видов радиолокационных сигналов, широко используемых в современных радиолокационных станциях (РЛС).

Достоинством КН сигналов является возможность подавления в области доплеровских частот целей различного рода пассивных помех (отражений от подстилающей поверхности, местных предметов, гидрометеоров, дипольных отражателей и т.д.).

В данной работе рассматривается следующий базовый вид КН сигналов. Будем считать, что РЛС имеет фазированную антенную решетку и луч поочередно направляется в необходимые угловые направления. При использовании КН сигнала все время  $T_d$  стояния луча в данном угловом положении излучается пачка немодулированных когерентных импульсов. Все импульсы имеют длительность  $\tau$ , период повторения  $T_{rep}$  (рис. 1) и час-

тоту повторения  $F_{rep} = 1/T_{rep}$  .

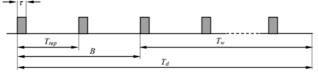


Рис. 1. Квазинерпрерывный сигнал

Время приема обрабатываемого сигнала  $T_w$  несколько меньше, чем  $T_d$ , на время задержки отражений от режектируемых помех. Временной отрезок длительности B от начала излучения до начала приема обрабатываемой информации назовем начальным бланком.

Описанный КН сигнал имеет ряд параметров, которые могут меняться в широких пределах в процессе работы РЛС.

Частота повторения импульсов  $F_{rep}$  определяется решаемой тактико-технической задачей и может варьироваться от единиц до сотен килогерц [1].

Время стояния луча  $T_d$ , или длительность излучаемого сигнала, является основным параметром, определяющим время обзора РЛС, разрешающую способность по частоте и отношение сигнал/шум. Время стояния луча, как правило, изменяется в диапазоне 1...10 мс и определяется тактической ситуацией [1].

Длительность B начального бланка выбирается, ис-

Анализируется алгоритм цифровой обработки квазинепрерывных (КН) радиолокационных сигналов. Рассматриваются варианты подалгоритма спектрального анализа. Для упрощения обработки при широком диапазоне параметров используемых КН сигналов предлагается использовать синтезированные автором просто вычисляемые ступенчатые весовые функции для снижения уровня боковых лепестков спектра.

ходя из дальности режектируемых помех. Начальный бланк необходим для того, чтобы произошло установление мощных отражений от пассивных помех до начала набора информации для обработки. Если указанное условие не выполняется, то снижается величина подавления помехи в области доплеровских частот целей. С другой стороны, увеличение длительности начального бланка сверх минимально необходимого приводит к уменьшению принимаемой мощности полезного сигнала и сокращению дальности действия РЛС. В связи с этим целесообразно поддерживать в РЛС карту пассивных помех и оптимизировать длительность начального бланка в каждом зондировании по карте помех.

Длительность импульса  $\tau$  выбирается, в первую очередь, исходя из скважности, с которой может работать передатчик, и поэтому значительно варьируется вместе с частотой повторения импульсов.

Таким образом, параметры КН сигналов могут изменяться в широких пределах и для оптимизации характеристик радиолокатора должны выбираться в каждом зондировании адаптивным образом, исходя из решаемой задачи и помеховой обстановки. Поэтому система обработки сигналов в идеале должна быть способна обрабатывать КН сигналы с произвольными параметрами.

В существующих РЛС возможный диапазон изменения параметров КН сигналов, как правило, ограничен, что связано со сложностью реализации универсального алгоритма обработки. В данной работе рассматривается способ упрощения метода обработки КН сигналов с целью получения несложного унифицированного алгоритма для широкого диапазона изменения параметров сигнала. Предлагается использовать синтезированные автором весовые функции для спектрального анализа, которые допускают простое вычисление в процессе обработки. Рассматриваются варианты алгоритма спектрального анализа.

### Базовый алгоритм фильтрации КН сигнала

Оптимальная фильтрация принимаемого КН сигнала, как правило, выполняется в цифровом виде и производится с помощью алгоритма корреляционно-фильтровой

обработки [1, 2]. Базовый вариант этого алгоритма имеет ряд идентичных параллельных ветвей по количеству дальностных каналов. Каждая ветвь (рис. 2) содержит операции демодуляции сигнала, принятого с данной дальности, и спектрального анализа демодулированного сигнала в однозначном диапазоне доплеровских частот. Выходные спектральные компоненты являются откликами оптимальных фильтров, настроенных на соответствующие доплеровские частоты и рассматриваемую дальность. На рис. 2 первый перемножитель выполняет операцию демодуляции сигнала, второй вводит весовую функцию для снижения боковых лепестков спектра.

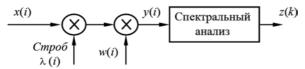


Рис. 2. Блок-схема алгоритма оптимальной фильтрации для одного канала дальности

Для КН сигнала демодуляция для фиксированной дальности сводится к стробированию принятого сигнала пачкой импульсов, идентичной излученной, но сдвинутой на заданную дальность. Рис. 3 демонстрирует типовую расстановку дальностных стробов внутри периода повторения. Строб с номером i используется в i-том дальностном канале, i = 1, 2, ....

Приемное устройство бланкируется на время излучения импульса и время b дополнительного бланка. Оставшееся время между импульсами перекрывается дальностными стробами (каналами дальности). Длительность дальностных стробов равна длительности излученного импульса, шаг между соседними стробами обозначен символом s. На рисунке первый дальностный строб начинается в момент окончания бланка. В этом случае число дальностных стробов  $n_r$  может быть рассчитано по формуле  $n_r = \left\lceil (T_n - \tau)/s \right\rceil + 1$ , где  $\left\lceil x \right\rceil$  — наименьшее целое число, превосходящее x, а  $T_n = T_{rep} - \tau - b$  (рис. 3).

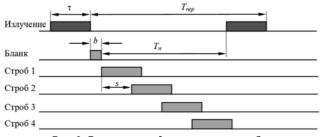


Рис. 3. Расстановка дальностных стробов

Шаг s между соседними каналами дальности определяет энергетические потери, возникающие при неполном совпадении строба и сигнала. Формула, описывающая эти потери и полученная путем усреднения вероятности обнаружения сигнала по энергетическому рельефу, имеет вид [3]  $\eta_r = 10\log(1-0.5\,s/\tau)$  дБ. Например, при  $s/\tau = 0.25$  (соответственно 0,5 и 0,75) эта формула дает величину потерь 0,58 (1,25 и 1,80) дБ. Уменьшение шага каналов снижает потери. Однако одновременно растет число дальностных каналов и требуемый объем вычислений для реализации алгоритма обработки. По-

этому выбор шага каналов сводится к определению компромиссных значений указанных параметров.

При реализации алгоритма обработки в цифровом виде важную роль играет значение используемой частоты дискретизации входного сигнала  $F_s$ . В данной работе рассматривается наиболее часто встречающийся на практике случай, когда длительность импульса  $\tau$  и период повторения  $T_{rep}$  кратны периоду дискретизации  $t_s=1/F_s$ . Это условие нетрудно обеспечить, если перечисленные временные параметры формируются из одной опорной частоты, как это обычно и реализуется на практике для обеспечения полной когерентности РЛС. Указанная кратность, помимо упрощения алгоритма обработки, обеспечивает при дискретизации сигнала наложение мощных периодических компонент спектра помехи друг на друга, не засоряя рабочую область частот.

Следующая операция алгоритма рис. 2 – введение весовой функции для подавления боковых лепестков спектра. Уровень помеховых отражений может доходить до 100 дБ и более над уровнем собственных шумов [1, 3] и, как правило, существенно превосходит уровень полезного сигнала. Однако доплеровская частота этого сигнала невелика. В Х-диапазоне она составляет не более 1...3 кГц. Поэтому КН сигнал, обладающий хорошей разрешающей способностью по частоте, позволяет отстроиться по этому параметру от помеховых отражений. Однако без использования весовой функции боковые лепестки спектра сильной помехи превосходят полезный сигнал практически во всем доплеровском диапазоне. Применение весовой функции дает возможность снизить уровень боковых лепестков до необходимой величины. Обзор классических весовых функций может быть найден в [4, 5].

Так как большинство оптимальных и близких к ним весовых функций имеют довольно сложные алгоритмы вычислений [3, 4], то значения функций обычно вычисляются заранее и хранятся в памяти устройства обработки сигналов. Эти значения зависят от длительности обрабатываемого сигнала и необходимого уровня подавления помехи. Поэтому для универсального устройства необходимо хранить значительные объемы констант, а алгоритм работы с ними является довольно громоздким. Альтернативным вариантом может служить вычисление значений весовых функций в процессе обработки сигнала. Для реализации этого способа в реальном масштабе времени алгоритм вычисления весовой функции должен быть простым. В данной работе предлагается использовать оптимальные весовые функции. синтезированные автором в работах [6, 7] и допускающие быстрое вычисление.

Так как конкретный способ использования весовой функции зависит от способа вычисления спектра, то рассмотрим сначала алгоритмы спектрального анализа.

### Варианты алгоритма спектрального анализа

Введем необходимые обозначения. Как сказано выше, в данной работе рассматривается случай, когда длительность импульса au и период повторения  $T_{rep}$  кратны периоду дискретизации  $t_{s}=1/F_{s}$ :

$$\tau = vt_s , T_{reD} = rt_s , \tag{1}$$

где v и r – целые числа. Далее, не уменьшая общности, можно считать, что обрабатываемый сигнал содержит целое число  $N_{oбp}$  периодов повторения. При этом полное число выборок сигнала составляет

$$N = r N_{o\delta p} . {2}$$

Входную последовательность выборок для спектрального анализа, следуя рис. 2, обозначим y(i), i=0,1,...,N-1 . Доопределим эту последовательность для произвольных индексов, полагая другие члены нулевыми: y(i)=0 при i<0 и  $i\geq N$ .

Далее, как известно, спектр КН сигнала имеет многопиковую структуру с расстоянием между пиками  $F_{rep}$  [1]. Поэтому достаточно провести расчет спектра для одного интервала ширины  $F_{rep}$ . Для определенности ниже расматривается интервал [0,  $F_{rep}$ ]. Будем вычислять спектр в M равноотстоящих точках этого интервала:

$$f_k = \frac{k}{M} F_{rep}, \ k = 0, 1, ..., M - 1.$$
 (3)

Ширина df главного пика спектральной линии входного сигнала обратно пропорциональна времени приема обрабатываемого сигнала:  $df=c_1\ / N \, t_s=c_1 \, F_s\ / N=$   $=c_1 \, F_{rep}\ / N_{oбp}$  , где  $c_1$  — константа, определяемая используемой весовой функцией и имеющая значение в диапазоне 1...3 (см. следующий раздел). Поэтому для расчета спектра на рассматриваемом интервале параметр M достаточно выбрать из соотношения

$$M = c_2 \frac{F_{rep}}{df} = \frac{c_2}{c_1} N_{o\delta p} = c N_{o\delta p} ,$$
 (4)

где  $c=c_2\,/\,c_1$ , а константа  $c_2$  выбирается, исходя из допустимых потерь обработки за счет рельефа огибающей оптимальных фильтров по частоте. На практике константа c обычно близка к единице. Для сокращения нотации положим также, что константа c округлена таким образом, что число (4) является целым.

Принимая во внимание приведенные соотношения (1, 2), получаем формулу для расчета дискретного спектра в указанных M точках в следующем виде:

$$z(k) = \sum_{i=0}^{N-1} y(i) \exp(-2\pi j f_k i t_s) =$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} y(i) \exp(-2\pi j \frac{i k}{r M}),$$

$$k = 0, 1, ..., M - 1, j = \sqrt{-1}.$$
(5)

Возможны различные алгоритмы вычисления спектра z(k): непосредственное вычисление по формуле (5), использование алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) для оценки (5), предварительная фильтрация сигнала для сужения спектра со значения  $F_{\mathcal{S}}$  до необходимой величины порядка  $F_{\mathcal{F}}$  с последующим использованием алгоритма БПФ в суженной полосе. Однако пе-

речисленные способы, как показывает подробный анализ, являются в той или иной степени неэффективными по объему вычислений и поэтому далее не рассматриваются. Остановимся на двух более эффективных способах: одном точном и одном приближенном.

Для формулировки точного способа представим номер выборки i в формуле (5) в виде  $i=(i_1,i_2)$ , где  $i_2=0,1,...,N_{oбp}-1$ , — номер периода повторения импульсов, а  $i_1=0,1,...,r-1$ , — номер выборки в этом периоде. Число i может быть восстановлено по формуле  $i=i_1+ri_2$ . Подставляя это выражение в (5) и принимая во внимание, что только v < r выборок на периоде повторения не равны нулю, нетрудно получить:

$$z(k) = \sum_{i_1=0}^{\nu-1} g(i_1, k) \exp\left[-2\pi j \frac{i_1 k}{r M}\right],$$

$$k = 0, 1, ..., M - 1,$$
(6)

де

$$g(i_1, k) = \sum_{i_2=0}^{N_{olip}-1} y(i_1, i_2) \exp\left(-2\pi j \frac{i_2 k}{M}\right), i_1 = 0, 1, ..., v - 1;$$

$$k = 0, 1, ..., M - 1.$$
(7

Так как последовательность  $y(i_1,i_2)$  доопределена нулевыми значениями для всех индексов  $i_2 \geq N_{o\delta p}$  , то при  $M \geq N_{o\delta p}$  суммирование в (7) можно распространить до индекса M :

$$g(i_1, k) = \sum_{i_2=0}^{M-1} y(i_1, i_2) \exp\left(-2\pi j \frac{i_2 k}{M}\right),$$
  

$$i_1 = 0, 1, \dots, v-1; \quad k = 0, 1, \dots, M-1.$$
(8)

Выражение (8) является при фиксированном  $i_1$  дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) от последовательности равностоящих выборок, занимающих одинаковое положение внутри стробирующих импульсов. Формула (6) производит суммирование частных спектров (8) с учетом фаз.

При  $M < N_{o \delta p}$  формула (7) приводится к виду (8) заменой  $y(i_1,i_2)$  на последовательность

$$\tilde{y}(i_1, i_2) = \sum_{q=0}^{\left|\frac{N_{oóp} - 1}{M}\right|} y(i_1, i_2 + q M) ,$$

$$i_1 = 0, 1, \dots, v - 1, i_2 = 0, 1, \dots, M - 1,$$
(9)

где |x| – наибольшее целое, не превосходящее x.

Преобразования (8) целесообразно вычислять с помощью алгоритма БПФ, дополняя выборки сигнала необходимым количеством нулей до величины вида  $n_{FFT}=2^u\geq M$ , где u – целое. При этом в формулах (6-9) параметр M заменяется на  $n_{FFT}$ , а количество точек вычисления спектра несколько увеличивается.

Формулы (6-9) описывают рассматриваемый в данной работе точный вариант алгоритма спектрального анализа. Объем вычислений алгоритма будем оцени-

Таблица 1. Объем вычислений для двух вариантов алгоритма спектрального анализа

<i>F</i> s, МГц	<i>F<sub>rep</sub></i> , кГц	<i>Т<sub>гер</sub></i> , мкс	τ, мкс	v	r	N <sub>обр</sub>	N	M	$n_{FFT}$	$V_1$	$V_2$
8	100	10	0,5	4	80	200	16000	256	256	4,9.104	1,2.104
8	20	50	2	16	400	50	20000	64	64	3,9.104	4,1.103

вать как количество необходимых алгебраических операций над действительными числами. Использование формул (6, 8) без учета редко используемого преобразования (9) требует объема вычислений:

$$V_1 \approx v n_{FFT} (5 \log_2 n_{FFT} + 8)$$
.

Примеры расчета этой величины приведены в табл. 1.

Перейдем к приближенному способу вычисления спектра. Эвристические предпосылки для описываемого способа состоят в следующем. В формуле (6) аргумент экспоненциальной функции не превосходит величины  $2\pi v/r = 2\pi/Q$ , где Q – скважность сигнала. При большой скважности эта величина мала. Поэтому экспоненциальный множитель в (6) можно приближенно заменить единицей, и формула сводится к простой сумме. Далее, так как операции (6) и (8) линейны, то их можно переставить местами. В результате получаем следующий двухэтапный алгоритм:

 суммирование выборок сигнала внутри каждого строба дальности для рассматриваемого канала:

$$y_{\Sigma}(i_2) = \sum_{i_1=0}^{\nu} y(i_1, i_2), i_2 = 0, 1, ..., N_{o\delta p} - 1.$$
 (10)

– дискретное преобразование Фурье полученной последовательности аналогично (8):

$$z(k) = \sum_{i_1=0}^{M-1} \tilde{y}_{\Sigma}(i_2) \exp\left(-2\pi j \frac{i_2 k}{M}\right), \ k = 0, 1, ..., M-1, \quad (11)$$

гле

$$\tilde{y}_{\Sigma}(i_{2}) = \sum_{q=0}^{\left|\frac{N_{obp}-1}{M}\right|} y_{\Sigma}(i_{2}+qM) , i_{2}=0,1,...,M-1.$$
 (12)

Спектр (11) целесообразно вычислять с помощью алгоритма БПФ аналогично (8), дополняя выборки сигнала необходимым количеством нулей до величины вида  $n_{FFT}=2^u\geq M$ . При этом в формулах (11-12) параметр M необходимо заменить на  $n_{FFT}$ .

Так как при использовании этого алгоритма требуется всего одно БПФ, то объем вычислений существенно сокращается:

$$V_2 \approx n_{FFT} \left( 5 \log_2 n_{FFT} + 2 v \right).$$

Примеры расчета этой величины приведены в табл. 1. Платой за простоту рассмотренного алгоритма являются некоторые потери в отношении сигнал/шум. Суммирование (10) можно рассматривать как низкочастотный фильтр с частотной характеристикой

$$A(f) = \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau}.$$
 (13)

Поэтому при обработке сигнала со значительной ве-

личиной доплеровской частоты  $f_d$  (т.е. произведение  $f_d$   $\tau$  не может считаться малым) возникают потери, выражаемые в децибелах формулой

$$L(f) = 20 \log |A(f_d)| = 20 \log \left| \frac{\sin(\pi f_d \tau)}{\pi f_d \tau} \right|.$$

Во многих случаях эти потери являются приемлемыми. Например, при использовании КН сигнала из первой строки табл. 1 доплеровский диапазон при допустимых потерях не более 1 дБ составляет 523 кГц, а для сигнала из второй строки — 131 кГц.

Таким образом, приближенный вариант алгоритма вычисления спектра целесообразно использовать при малой величине произведения  $f_d$   $\tau$  , в противном случае – точный

Перейдем к рассмотрению весовых функций, вводимых перед спектральным анализом для подавления боковых лепестков спектра.

### Класс весовых функций малой степени

Весовые функции, как правило, синтезируются, исходя из уровня получаемых боковых лепестков спектра гармонического сигнала. Так как КН сигнал не является гармоническим, то при использовании стандартных весовых функций получаемый уровень лепестков может несколько отличаться от расчетного. Идеальным способом выбора весовой функции является ее синтез специально для используемого КН сигнала. Однако такое решение задачи не слишком удобно с практической точки зрения, так как оптимальное решение зависит от параметров КН сигнала, и, следовательно, при каждом наборе параметров необходимо использовать свою функцию. В данной работе предлагается использовать рассматриваемые ниже весовые функции как универсальные независимо от параметров КН сигналов. Как показывают численные оценки, отличие между оптимальным и предлагаемым решениями невелико.

В ряде классических работ рассматривались весовые функции, представимые в виде суммы малого числа косинусоидальных функций. При этом весовая функция с  $n_{\scriptscriptstyle W}$  точками, вводимая перед цифровым спектральным анализом, может быть представлена в виде [6]

$$w(i, n_w) = a_0 + 2\sum_{k=1}^{m} (-1)^k a_k \cos[2\pi \frac{k}{n_w} (i+0, 5)],$$
  

$$i = 0, 1, ..., n_w - 1.$$
(14)

Число m в данной работе будем называть степенью, а  $n_{\scriptscriptstyle W}$  – порядком весовой функции. Функции малой степени сравнительно просто вычисляются в реальном масштабе времени и поэтому не требуют запоминания в

устройстве обработки. Следует также заметить, что малая величина параметра m незначительно ухудшает характеристики функции [4]. Многие хорошо известные весовые функции (Хэмминга, Хана, Блэкмана и т.д.) имеют малую степень [4, 8]. Весовые функции, обеспечивающие максимально возможное для заданной степени подавление, рассчитаны в [9] до десятой степени включительно, однако количество этих функций мало.

В работах [6, 7] разработан метод построения бесконечного семейства весовых функций малой степени, включающего, как частный случай, функции работ [8, 9]. Метод реализует синтез оптимальных весовых функции, минимизирующих уровень максимального бокового лепестка при заданной ширине главного по уровню подавления и при заданной скорости спада боковых лепестков. В указанных работах табулированы семейства весовых функций со скоростями спада 6, 18, и 30 дБ на октаву.

В табл. 2 представлен ряд из этих табулированных функций, предлагаемых к использованию в описываемой задаче. В таблицу включены функции, имеющие подавление около 40, 60, 80, 90, 100 и 110 дБ. Для всех функций  $m \le 4$ , так что реализация вычислений по формуле (14) довольно проста.

Нормировка коэффициентов  $a_k$  функций таблицы выполнена таким образом, чтобы выполнялось условие  $a_0=1$ , поэтому нулевой коэффициент в табл. 2 не приведен. Заметим, что в литературе часто встречается другой способ нормировки, при котором максимум весовой функции (14) принимается равным единице. Для рассматриваемых весовых функций пересчет коэффициентов  $a_k$ , k=0,1,...,m, при нормировке  $a_0=1$  в коэффициенты  $A_k$ , k=0,1,...,m, при нормировке максимума весовой функции к единице может быть выполнен по формулам

$$A_0 = \frac{a_0}{\sigma}, \ A_k = \frac{2a_k}{\sigma}, \ k = 1, 2, ..., m,$$

где 
$$\sigma = a_0 + 2\sum_{k=1}^{m} a_k$$
 (15)

Разрядность коэффициентов  $a_k$ , k=0,1,...,m, в табл. 2 выбрана достаточно большой, чтобы обеспечить приближение к оптимальному значению подавления не хуже 0,01 дБ. При использовании функций в практических задачах целесообразно провести округление коэффициентов до разрядности, исходя из требований конкретной задачи.

Следует также заметить, что как коэффициенты оптимальной функции, так и ее параметры зависят от порядка  $n_{\scriptscriptstyle W}$ . Функции табл. 2 являются оптимальными для  $n_{\scriptscriptstyle W}=1024$ , однако указанная зависимость является весьма слабой [6], поэтому приведенные функции можно использовать и при других значениях  $n_{\scriptscriptstyle W}$  (см. следующий раздел).

В таблице даны стандартные параметры весовых функций [4, 6]: скорость спада боковых лепестков V, отношение P главного лепестка к максимальному боковому (подавление), потери в отношении сигнал/шум за счет использования весовой функции  $\Pi_w$ , максимальные  $\Pi_{s\, {\rm max}}$  и средние  $\Pi_{s\, {\rm cpe}\partial}$  потери за счет рельефа по оси частот, ширина главного лепестка по уровням минус 3 дБ  $(L_{-3})$ , минус 6 дБ  $(L_{-6})$  и минус P дБ  $(L_{-P})$  в долях от частоты дискретизации.

Потери за счет использования весовой функции для указанной нормировки коэффициентов могут быть вычислены по формуле  $\Pi_w=10\lg\sigma$ , где параметр  $\sigma$  определен формулой (15). Максимальные потери за счет рельефа  $\Pi_{s\max}$  определяются как максимальный относительный спад огибающей амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) гребенки из  $n_w$  полосовых фильтров, равномерно расставленных на однозначном частотном интервале, а АЧХ каждого из фильтров определяется

Таблица 2. Параметры весовых функций

№	m	<i>V</i> , дБ/окт.	Р, дБ	$a_1$	$a_2$	<i>a</i> <sub>3</sub>	$a_4$	П <sub>w</sub> , дБ	П <sub>з тах</sub> , дБ	П <sub>з сред,</sub> дБ	n <sub>w</sub> L.3	n <sub>w</sub> L <sub>-6</sub>	$n_w L_{-P}$
1	1	6	43,19	0,428756	_	_	_	1,360	1,739	0,546	1,308	1,822	4.0
2	2	18	43,21	0,544797	0,044797	_	_	2,035	1,269	0,405	1,527	2,129	4,5
3	3	30	42,87	0,65895845	0,15433352	-0,00462493	_	2,824	0,886	0,287	1,828	2,553	5,5
4	2	6	60,73	0,5398501	0,0561472	_	_	2,012	1,300	0,415	1,512	2,116	5,2
5	2	18	64,19	0,611292	0,111292	_	_	2,485	1,045	0,336	1,686	2,359	6,0
6	3	30	67,15	0,69125090	0,20600144	0,01475054	_	3,098	0,790	0,257	1,939	2,716	7,0
7	3	6	82,12	0,62765167	0,13400071	0,00404200	_	2,610	0,995	0,321	1,730	2,427	6,8
8	3	18	85,90	0,66899083	0,18086105	0,01187022	_	2,924	0,861	0,279	1,859	2,609	7,5
9	3	30	82,60	0,71098785	0,23758056	0,02659271	_	3,274	0,732	0,238	2,016	2,828	8,0
10	3	6	92,36	0,65769137	0,16874204	0,01017634	_	2,838	0,898	0,291	1,822	2,557	7,6
11	3	18	93,33	0,68499122	0,20270501	0,01771379	_	3,056	0,812	0,264	1,915	2,689	8,0
12	4	30	90,30	0,7233217823	0,2581025376	0,0353433881	0,0005626328	3,389	0,696	0.227	2,068	2,903	8,5
13	4	6	105,05	0,6882520412	0,2088940360	0,0205165724	0,0001311645	3,087	0,803	0,261	1,927	2,707	8,4
14	4	18	101,52	0,7011472220	0,2261947336	0,0252998666	0,0002523550	3,195	0,763	0,248	1,976	2,776	8,5
15	4	30	105,57	0,7416467848	0,2897324702	0,0502982672	0,0022125818	3,566	0,644	0,210	2,152	3,023	9,5
16	4	6	114,58	0,7096443236	0,2403522969	0,0313471093	0,0007385747	3,273	0,738	0,240	2,010	2,826	9,2
17	4	18	115,74	0,7261055034	0,2652958467	0,0406161029	0,0014257596	3,421	0,689	0,225	2,080	2,924	9,5
18	4	30	112,64	0,7505079473	0,3056556094	0,0586068719	0,0034592098	3,655	0,619	0,202	2,195	3,086	10,0

спектром весовой функции. Средние потери за счет рельефа  $\Pi_{s\,cpe\partial}$  получены усреднением квадрата AЧX указанной гребенки фильтров.

### Ступенчатые весовые функции

При прямом использовании весовой функции на интервале наблюдения ее порядок довольно велик  $n_w=N=r\,N_{oбp}$ . В примерах табл. 1 он составляет величину около  $2\cdot 10^4$ . Уменьшение порядка весовой функции способствует снижению вычислительных затрат. Известным способом такого снижения является замена истинной весовой функции  $w(i,n_w)$  (14) на ступенчатую  $w_{cm}(i,n_w)$  с длительностью ступеньки, равной периоду повторения импульсов  $T_r=1/F_r$ . В данной работе для ступенчатой функции будем использовать значения весовой функции (14) меньшего порядка:

$$w_{cm}(i, rN_{o\delta p}) = w(\left|\frac{i}{r}\right|, N_{o\delta p}), i = 0, 1, ..., rN_{o\delta p} - 1.$$
 (16)

Для полученных таким образом ступенчатых функций число ступенек равно количеству обрабатываемых периодов  $N_{oбp}$ , и, следовательно, количество точек вычисления весовой функции снижается, как минимум, в  $\nu$  раз. В монографии [5] показано, что для весовых функций Дольфа-Чебышева и Тейлора переход к ступенчатой функции практически не отражается на параметрах обработки КН сигнала. Аналогичное свойство справедливо и для описанных выше весовых функций и, повидимому, вообще для всех весовых функций. Рис. 4, 5 поясняют причины этого эффекта. На рис. 4 показана разность  $\delta(i,n_w)$  между весовой функцией (14) и ее ступенчатым аналогом

$$\begin{split} \delta(i,rN_{o\delta p}) &= w_{cm}(i,rN_{o\delta p}) - w(i,rN_{o\delta p}), \\ i &= 0,1,...,rN_{o\delta p} - 1, \end{split} \tag{17}$$

для весовой функции № 4 табл. 2 при  $n_{_{\!W}}=N$  = 8000 и  $N_{o\delta p}$  = 200.

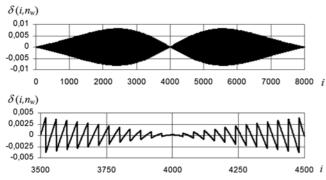


Рис. 4. Разность между исходной функцией и ее ступенчатым аналогом

Указанная разность, во-первых, достаточно мала (максимальное значение имеет порядок 10<sup>-2</sup>), а, во-вторых, имеет пилообразный повторяющийся характер с частотой смены ступенек. Это приводит к тому, что спектр разности имеет значительные спектральные составляющие только на частотах, кратных частоте ступенек (частоте повторения импульсов для КН сигнала). Этот факт иллюстрируется на рис. 5 для случая КН сигнала с параметрами  $F_{rep}=100~{
m k}\Gamma{
m L}$ ц,  $N_{oбp}$  = 200,  $au=0.5~{
m MKC}$  ,

 $F_{\rm S}=4~{\rm M}\Gamma_{\rm II}$ , при использовании весовой функции № 4 табл. 2 и числе точек вычисления спектра  $2^{17}$ . Спектр сигнала показан серым цветом, спектр разности (17) — черным. Параметры функции выбраны из соображений наглядности рисунка. Амплитуда спектральных составляющих разности существенно меньше амплитуды составляющих сигнала, поэтому переход к ступенчатой функции не приводит к деградации подавления. Более того, результаты численных оценок показывают, что и скорость спада боковых лепестков также сохраняется при переходе к ступенчатым функциям.

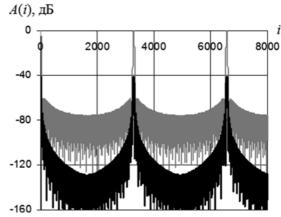


Рис. 5. Спектры весовой функции и разности (17)

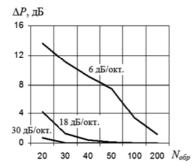
Из приведенного рассмотрения очевидно, что величина разности (17) обратно пропорциональна количеству ступенек  $N_{oбp}$ . Кроме того, параметры весовой функции с фиксированными коэффициентами зависят от числа отсчетов сигнала (порядка весовой функции). Поэтому при фиксации коэффициентов получаемое подавление зависит как от количества обрабатываемых периодов, так и от типа функции (плавная исходная (14) или ступенчатая (16)). На рис. 6 в качестве примера приведена зависимость величины ухудшения подавления  $\Delta P$  по сравнению с данными табл. 2 от параметра  $N_{oбp}$  для весовых функций № 16-18 при обработке КН сигнала с параметрами  $F_{rep}=100~\mathrm{k}\mathrm{\Gamma}\mathrm{u},~\tau=0,5~\mathrm{mkc}$ ,  $F_{s}=8~\mathrm{M}\mathrm{\Gamma}\mathrm{u}$  как для исходной, так и для соответствующей ступенчатой функций.

Минимальное значение параметра  $N_{o\delta p}$  на рисунке принято равным 20 по следующим соображениям. Ширина главного лепестка спектра по уровню подавления P согласно табл. 2 составляет

$$L_{P} = \frac{bF_{s}}{n_{w}} = \frac{brF_{rep}}{rN_{o\delta p}} = \frac{bF_{rep}}{N_{o\delta p}},$$

где  $\beta$  — значение нормированной ширины главного лепестка из последней колонки табл. 2.

Очевидно, эта ширина должна быть меньше однозначного частотного диапазона  $F_{rep}$ , откуда следует, что  $N_{o\delta p}>\beta$ . Для функций, представленных на рис. 6,  $N_{o\delta p}\geq 10$ . Это означает, что при малом числе периодов



 $\Delta P$ , дБ

6

2

30 дБ/окт

Puc. 6. Ухудшение подавления при малом значении  $\,N_{o\emph{o}\emph{p}}$  :

слева – для исходной функции, справа – для ступенчатой

50 100 200 N<sub>οδρ</sub>

6 дБ/окт.

повторения  $N_{o \delta p} < 10$  невозможно получить подавление на уровне боковых лепестков весовой функции ни в какой области частотной оси. При таких малых значениях  $N_{oбp}$  следует использовать другие, менее эффективные методы обработки.

Если потребовать, чтобы главный лепесток занимал не более  $\alpha$  -ой части от частотного диапазона, то нетрудно получить ограничение для параметра  $N_{oбp}$  :

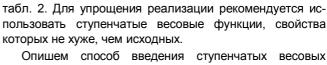
$$N_{o\delta p} \ge \frac{\beta}{\alpha}$$
.

Например, даже если отвести значительную область частотной оси под главный лепесток (  $\alpha = 0, 5-0, 25$  ), то для функций рис. 6 получаем  $\,N_{oбp} > 20...40$  .

Из анализа зависимостей, подобных представленным на рис. 6, для функций табл. 2 вытекают следующие заключения:

- подавление, как правило, ухудшается при уменьшении числа обрабатываемых периодов  $N_{oбp}$  , однако зависимость не всегда является монотонной;
- ухудшение подавления тем меньше, чем больше скорость спада лепестков, так, например, на рис. 6 при  $N_{oбp}$  = 30 для исходной весовой функции со скоростью спада V = 6 дБ/окт. ухудшение составляет 11 дБ, в то время как для функций с V = 18 и 30 дБ/окт., соответственно, 2 и 0,4 дБ;
- ступенчатые весовые функции демонстрируют тот же порядок ухудшения подавления, что и исходные; более того, для весовых функции со скоростью спада V = 6 дБ/окт. ухудшение подавления для ступенчатых весовых функций значительно меньше, чем для исходных;
- чем меньше абсолютный уровень подавления, тем меньше его изменение при варьировании  $N_{o \delta n}$  .

Таким образом, произвольная фиксированная функция из табл. 2 пригодна для использования при всех необходимых параметрах  $N_{o \delta p}$  без значительной деградации подавления. При этом целесообразно использовать функции с быстрым спадом лепестков (18 или 30 дБ/окт.), обеспечивающие малое изменение подавления при изменении параметра  $N_{o ar{o} p}$  . Для таких функций при  $N_{oбp} \geq$  30 ухудшение подавления не превосходит 3 дБ, как для исходных, так и для ступенчатых функций



функций перед спектральным анализом. При использовании точного алгоритма вычисления спектра все выборки из фиксированного периода повторения КН сигнала перемножаются на один и тот же фиксированный весовой множитель. При приближенном вычислении спектра весовая функция может быть введена после суммирования выборок фиксированного периода по формуле (10) перед ДПФ (11), что позволяет получить дополнительный выигрыш в объеме вычислений.

В заключение данного раздела сделаем два замечания. Во-первых, обрабатываемый отрезок сигнала из  $N_{o\widetilde{o}p}$  периодов повторения содержит  $N=rN_{o\widetilde{o}p}$  выборок  $y_i$ , i=0,1,...,N-1, однако ненулевые выборки сигнала заканчиваются при индексе  $i = r(N_{ofp} - 1) + v =$ = N - r + v . Возникает вопрос, какое из чисел из диапазона [N-r+v, N] целесообразно принять за количество выборок  $\mathit{n}_{\scriptscriptstyle{W}}$  весовой функции. Результаты численных оценок показывают, что разница между этими вариантами незначительна, тем меньше, чем больше  $N_{o \delta p}$  и, как правило, не превосходит долей децибела. При этом в подавляющем большинстве случаев несколько лучшее соотношение обеспечивает используемый в данной работе вариант  $n_w = N = rN_{oon}$ .

Во-вторых, преобразование исходной весовой функции в ступенчатую возможно произвести другими способами, отличными от формулы (17). Например, за значение весовой функции на j-ом периоде повторения можно взять любую выборку исходной функции на этом периоде. Подобные варианты также мало отличаются друг от друга.

#### Заключение

В работе проанализирован алгоритм корреляционновесовой обработки квазинепрерывных радиолокационных сигналов и даны рекомендации по использованию вариантов алгоритма спектрально анализа.

Для снижения боковых лепестков спектра сигнала предложено использование синтезированных автором просто вычисляемых весовых функций малого порядка. Простой способ вычисления весовых значений позволяет производить его в процессе обработки, что упрощает реализацию. Показано, что любая из обсуждаемых весовых функций может быть использована для широкого набора параметров КН сигналов. При значительном диапазоне частот повторения КН сигналов рекомендовано использование функций с быстрым спадом лепестков 18 и 30 дБ/ост. Проанализированы свойства ступенчатых весовых функций. Установлено, что переход к ступенчатым функциям не ухудшает величины подавления и позволяет провести дальнейшее упрощение обработки.

### Литература

- 1. Skolnik M.I. (ed.), Radar Handbook, Third Edition, 2008, McGraw-Hill Companies, 1351 p.
- 2. Бобров Д.Ю., Доброжанский А.П., Зайцев Г.В., Маликов Ю.В., Цыпин И.Б., Цифровая обработка сигналов в многофункциональных РЛС. часть 2, Алгоритмы обработки радиолокационных сигналов, Цифровая обработка сигналов. М., 2002, № 1, С. 28-39.
- 3. Трухачев А.А. Радиолокационные сигналы и их применение. М., Воениздат, 2005, 320 с.
- 4. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье. ТИИЭР, 1978, том 66, № 1, С. 60-96.
- 5. Wang Hongwei, Evaluation of Various Window Function using Multi-Instrument, Virtins Technology, 2009, D1003, www.virtins.com.
- 6. Зайцев Г.В. Класс весовых функций малого порядка для спектрального анализа, оптимальных по минимаксному критерию. Радиотехника, № 3, 2011, С. 21-32.
- 7. Зайцев Г.В. Класс весовых функций для спектрального анализа с высокой скоростью спада лепестков спектра и минимальным уровнем максимального бокового лепестка. Радиотехника, № 1, 2012, С. 55-65.

- 8. Nuttall A.H., Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior.– IEEE Trans., 1981, v. ASSP-29, № 1, C. 84–91.
- 9. Albrecht H.-H. A family of cosine-sum windows for high-resolution measurements. Proc. ICASSP2001, Salt Lake City, 2001.

# DIGITAL PROCESSING OF RADAR PULSE-TRAIN WAVEFORMS USING LOW-ORDER WEIGHT FUNCTIONS

### Zaytsev G.V.

The paper analyzes processing algorithm of pulse-train waveforms in digital radar receiver. The algorithm consists of range gating and doppler-filter-bank calculation in each range gate. Filter bank is realized by spectral analysis with preliminary weighting to reduce filter sidelobes. Several versions of spectrum calculations are discussed.

Each waveform with specific duration requires specific weight function. So for radars with wide set of pulse trains the number of weighting coefficients to be stored becomes unacceptable. Main part of the paper tackles this problem. To simplify implementation the paper suggests using synthesized by the author weight functions with simple cosinesum representation, given roll-off rate, and minimum sidelobe level for the given width of the main lobe. Simple representation allows calculating weights in real time during processing instead of their storage. Any of these functions proved to be near-optimal for wide set of waveform parameters. For further simplification, step weight function are examined with step length being equal to pulse repetition period. It is shown that for suggested functions with large rolloff rate transition to step functions leads to insignificant performance degradation.

### Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'» и Выставках: «ЕхроЕlectronica», «СвязьЭкспокомм», «ЭЛЕКТРОНИКА: компоненты, оборудование, технологии» (г. Москва) и др.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Список изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, информационно-измерительных и управляющих систем.

### Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 1 — март 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиолокации и радиотехнических системах»

№ 2 – июнь 2014 г. Тематический выпуск: «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (по материалам международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA' 2014».

№ 3 – сентябрь 2014 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 – декабрь 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

#### Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки - 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки - 15 тысяч рублей.

1/2 цветной внутренней полосы - 8 тысяч рублей.

### Ждем Ваших предложений

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

УДК 621.396.96:621.391.26

### ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ КОГЕРЕНТНО-ВЕСОВОЙ ОБРАБОТКИ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru

**Ключевые слова:** адаптация, вероятностный критерий, движущиеся цели, многочастотные сигналы, оптимизация, пассивные помехи, системы обработки, слепые скорости.

### Введение

При обнаружении сигналов движущихся целей на фоне мешающих отражений (пассивных помех) в когерентно-импульсных радиолокационных системах (РЛС) высокой скважности возникают известные проблемы - априорная неопределенность корреляционных характеристик помехи и слепые скорости цели. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на замене неизвестных параметров их состоятельными оценками и последующем построении адаптивных алгоритмов обработки. А исключение слепых скоростей цели достигается использованием многочастотных сигналов, которые помимо этого открывают дополнительные возможности обнаружения сигналов, позволяя без увеличения суммарной излучаемой мощности получить выигрыш в дальности обнаружения цели. Для этого отраженные компоненты многочастотного сигнала должны быть статистически независимыми, что достигается соответствующим разносом несущих частот, выбираемым из условия малости длин волн, соответствующих разностным частотам, по сравнению с радиальными размерами цели. Обработка статистически независимых сигналов должна осуществляться раздельно для каждого из сигналов. В работе [1] синтезирован оптимальный алгоритм обработки многочастотного сигнала на фоне пассивных помех, включающий адаптивную матричную фильтрацию отсчетов каждого частотного компонента с последующим когерентным суммированием (накоплением) результатов матричной фильтрации. Весовыми коэффициентами матричного фильтра являются оценки элементов обратной корреляционной матрицы помехи, вычисление которых в условиях априорной неопределенности представляет собой трудоемкую процедуру, усложняющую реализацию оптимальных алгоритмов обработки, что приводит к построению и оптимизации более простых когерентно-весовых алгоритмов. С целью достижения предельной для рассматриваемого класса систем эффективности оптимизацию следует проводить по вероятностному критерию эффективности системы обработки.

### Когерентно-весовая обработка сигналов

Рассмотрим обработку в одном элементе разрешения по дальности каждого из L частотных каналов многочас-

Рассмотрены методы оптимизации систем когерентновесовой обработки многочастотных радиолокационных сигналов по вероятностным критериям. Приведены структурные схемы систем адаптивной обработки при непрерывном и дискретном режимах обзора. Проведен анализ систем обработки многочастотных сигналов.

тотной когерентно-импульсной РЛС последовательности N цифровых отсчетов  $U_{jl}=x_{jl}+\mathrm{i}y_{jl}$  комплексной огибающей аддитивной смеси сигнала, пассивной (коррелированной) помехи и собственного шума, следующих через период повторения T и образующих в этом элементе разрешения совокупность вектор-столбцов  $\mathbf{U}_l=\{U_{jl}\}^\mathrm{T},$   $j=\overline{1,N}$ ,  $l=\overline{1,L}$ . Оптимальная междупериодная обработка отсчетов  $U_{jl}$  в l-м частотном канале определяется алгоритмом [1]

$$V_l = \mathbf{H}_{0l}^{*_{\mathrm{T}}} \mathbf{U}_l = \sum_{j=1}^N H_{0,jl}^* U_{jl} , \ l = \overline{1, L} ,$$

где  $\mathbf{H}_{0l}^*$  — оптимальный весовой вектор-столбец с элементами  $H_{0jl}^* = \sum_{k=1}^N W_{jk}^{*(l)} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,k\phi_{\mathbf{C}}^{(l)}}$  ;  $W_{jk}^{(l)}$  — элементы матрицы  $\mathbf{W}_l$  , обратной корреляционной матрице помехи  $\mathbf{R}_l = \overline{\mathbf{U}_l\mathbf{U}_l^{*\mathrm{T}}} / 2\sigma_{\Pi}^2$  , элементы которой при симметричном спектре помехи  $R_{jk}^{(l)} = \rho_{jk}^{(l)} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,(j-k)\phi_{\Pi}^{(l)}} + \lambda \delta_{jk}$  ;  $\phi_{\mathbf{C}}^{(l)}$  и  $\phi_{\Pi}^{(l)}$  — доплеровские сдвиги фазы за период повторения T сигнала и помехи в l-м частотном канале;  $\lambda = \sigma_{\Pi}^2 / \sigma_{\Pi}^2$  — отношение собственный шум/пассивная помеха;  $\delta_{jk}$  — символ Кронекера.

Преодоление априорной неопределенности параметров матрицы  $\mathbf{R}_l$  или  $\mathbf{W}_l$ , в соответствии с методологией адаптивного байесовского подхода, предполагает переход к оценочным значениям  $\hat{R}_{jk}^{(l)}$  или  $\hat{W}_{jk}^{(l)} = \hat{w}_{jk}^{(l)} \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,(j-k)\,\hat{\phi}_{k}^{(l)}}$ , что приводит к весовым коэффициентам

$$H_{0jl}^* = e^{-ij\hat{\phi}_{\Pi}^{(l)}} \sum_{k=1}^{N} \hat{w}_{jk}^{(l)} e^{-ik(\phi_C^{(l)} - \hat{\phi}_{\Pi}^{(l)})}, \ l = \overline{1, L}$$

Множитель  $e^{-ij\hat{\phi}_n^{(l)}}$  соответствует автокомпенсации доплеровской фазы помехи, реализуемой на входе системы обработки [2, 3]. В этом случае множитель  $e^{-ij\hat{\phi}_n^{(l)}}$  исключается из весовых коэффициентов, для вычисления которых требуется обращение оценочного значения  $\hat{\mathbf{R}}_I$  или непо-

средственное вычисление оценок  $\hat{w}_{jk}^{(l)}$ . Представляют интерес более простые варианты построения системы обработки с весовыми коэффициентами  $H_{jl}^* = h_{jl} \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,j\,\theta_l}$  (где  $\theta_l = \phi_\mathrm{c}^{(l)} - \phi_\Pi^{(l)}$ ), не требующими в процессе обработки вычисления обратных корреляционных матриц.

Неопределенность величины  $\mathcal{G}_l$  в доплеровском интервале однозначности  $[-\pi,\ \pi]$ , соответствующем частотному интервалу  $[-1/2T,\ 1/2T]$ , приводит к многоканальному по доплеровской фазе  $\mathcal{G}_l$  построению системы обработки в каждом частотном канале. Так как ширина спектральных составляющих когерентной пачки радиоимпульсов равна 1/NT, то при согласованной с этой величиной полосе пропускания каждого доплеровского канала их число должно быть равно N. При этом неопределенность величины  $\mathcal{G}_l$  в p-м доплеровском канале ограничивается интервалом  $\Delta \psi = 2\pi/N$  с центральным значени-

$$\mathbf{em}\ \boldsymbol{\psi}_{p} = \Delta \boldsymbol{\psi} \bigg( \, p - \frac{N+1}{2} \bigg), \ p = \overline{\mathbf{1,}\ N} \; .$$

В доплеровских каналах каждого частотного канала осуществляется когерентно-весовая обработка исходных отсчетов в соответствии с алгоритмом

$$V_{lp} = \mathbf{H}_{lp}^{*T} \mathbf{U}_{l} = \sum_{j=1}^{N} H_{j}^{*(lp)} U_{jl} = \sum_{j=1}^{N} h_{j}^{(lp)} e^{-i j \psi_{p}} U_{jl}, \ l = \overline{1, L},$$

$$p = \overline{1, N}.$$
(1)

Для достижения предельной эффективности системы обработки в заданных условиях весовые коэффициенты  $h_j^{(lp)}$  в p-м доплеровском канале l-го частотного канала определяются путем оптимизации, устанавливающей их функциональную связь с характеристиками помехи.

Сигнал от движущейся цели попадает в различные доплеровские каналы каждого из частотных каналов, что исключает возможность объединения последних. Решение о наличии сигнала принимается раздельно в доплеровских каналах каждого частотного канала по результатам сравнения с пороговыми уровнями обнаружения  $v_{0lp}$  величин

 $v_{lp} = \mid V_{lp} \mid^2$ . Заметим, что автокомпенсация доплеровской фазы пассивной помехи на входе многоканального фильтра (МФ) приводит к локализации ее спектральных составляющих в центральных каналах МФ, облегчая тем самым обнаружение сигналов движущихся целей в свободных от помехи каналах.

Различие доплеровских сдвигов фазы сигнала в частотных каналах исключает слепые скорости цели. При этом доплеровский сдвиг  $\phi_p = 2\pi f_{\rm дp} T$  , соответствующий разностной доплеровской частоте  $f_{\rm дp} = 2v_r f_{\rm p} \, / \, c$  (где  $v_r$  — радиальная скорость цели,  $f_{\rm p} = f_l - f_{l+1}$  — разность несущих частот излучаемых сигналов, c — скорость распространения радиоволн), не должен превышать  $2\pi$  . Если разность  $f_{\rm p}$  выбрать так, чтобы фазовый сдвиг  $\phi_{\rm p}$  для максимальной скорости цели  $v_{r\, \rm max}$  не превышал  $2\pi$  , то среди реально возможных скоро-

стей цели вообще не будет слепых скоростей.

При отсутствии пассивных (коррелированных) помех основным видом некоррелированных помех являются собственные шумы приемника. При этом обработка описывается также алгоритмом (1), в котором весовые коэффициенты  $h_j^{(lp)}=h_j$  при непрерывном сканировании антенного луча определяются формой огибающей пачки, соответствующей диаграмме направленности антенны на передачу и прием, а при дискретном сканировании —  $h_j=1$ .

### Критерии и методы оптимизации систем когерентно-весовой обработки сигналов

Вероятность правильного обнаружения сигнала на выходе p-го канала МФ l-го частотного канала определяется известным выражением:

$$\begin{split} &D_{lp}(\mathcal{G}_l) = F_1^{1/[1+q_l\mu_{lp}(\mathcal{G}_l)]} = \exp\{\ln F_1 / [1+q_l\mu_{lp}(\mathcal{G}_l)]\}, \ l = \overline{1, L}, \\ &p = \overline{1, N}, \end{split}$$

где  $F_1$  — вероятность ложной тревоги в каждом доплеровском канале, связанная с вероятностью ложной тревоги F для многоканальной системы обработки в целом выражением  $F=1-(1-F_1)^{LN}\approx LNF_1$  при  $LNF_1<<1$ , откуда следует, что  $F_1\approx F/LN$ ;  $q_I$  — отношение сигнал/помеха на входе l-го частотного канала. При этом выигрыш в отношении сигнал/помеха

$$\begin{split} &\mu_{lp}(\mathcal{G}_l) = \mathbf{h}_{lp}^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{lp}^{\mathrm{c}}(\mathcal{G}_l) \mathbf{h}_{lp} \ / \ \mathbf{h}_{lp}^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{lp}^{\mathrm{\Pi}} \mathbf{h}_{lp} \ , \ l = \overline{1,L} \ , \ p = \overline{1,N} \ , \quad \text{(3)} \end{split}$$
 где 
$$&\mathbf{h}_{lp} = \{h_j^{(lp)}\} - \text{ вектор весовых коэффициентов,} \\ &\mathbf{r}_{lp}^{\mathrm{c}}(\mathcal{G}_l) \text{ и } \mathbf{r}_{lp}^{\mathrm{\Pi}} - \text{ корреляционные матрицы сигнала и помехи, элементы которых с учетом погрешностей автокомпенсации [3] и фазовых сдвигов МФ имеют вид \end{split}$$

$$r_{jk}^{\mathrm{C(P)}}(\mathcal{G}_l) =$$

$$= 
ho_{jk}^{\mathrm{C(I)}} \cos[(j-k)(\mathcal{G}_l - \psi_p)] \exp[-(j-k)^2 \sigma_{\hat{\phi}_l}^2 / 2],$$

$$r_{jk}^{\Pi(lp)} = 
ho_{jk}^{\Pi(l)} \cos[(j-k)\psi_p)] \exp[-(j-k)^2 \sigma_{\hat{\phi}_l}^2 / 2] + \lambda \delta_{jk},$$

$$\sigma_{\hat{\phi}_l}^2 - \text{дисперсия оценки } \hat{\phi}_l = \hat{\phi}_\Pi^{(l)} \text{ [3]}.$$

Полагая распределение величины  $\mathcal{G}_l$  равновероятным в интервале  $\Delta\psi$  любого канала МФ и исключая ее неопределенность путем соответствующего усреднения, вероятностный критерий оптимизации вектора  $\mathbf{h}_{lp}$  представим в виде

$$\begin{split} D_{lp} &= \max_{\mathbf{h}lp} \frac{1}{\Delta \psi} \int_{\psi p^{-\Delta \psi/2}}^{\psi p^{+\Delta \psi/2}} D_{lp}(\mathcal{G}_l) \, \mathrm{d}\mathcal{G}_l = \\ &= \max_{\mathbf{h}lp} \frac{1}{\Delta \psi} \int_{\psi p^{-\Delta \psi/2}}^{\psi p^{+\Delta \psi/2}} \exp\{\ln F_1 / [1 + q_l \mu_{lp}(\mathcal{G}_l)]\} \, \mathrm{d}\mathcal{G}_l \;, \\ l &= \overline{1, L} \;, \; p = \overline{1, N} \;. \end{split}$$

С учетом сравнительно небольших размеров интервала  $\Delta\psi$  и с целью упрощения решения задачи можно приближенно использовать критерий

$$\begin{split} &\mu_{lp} = \max_{\mathbf{h}lp} \frac{1}{\Delta \psi} \int\limits_{\psi \, p^{-\Delta \psi/2}}^{\psi \, p^{+\Delta \psi/2}} \mu_{lp}(\mathcal{G}_l) \, \mathrm{d}\mathcal{G}_l \\ &= \max_{\mathbf{h}lp} (\mathbf{h}_{lp}^\mathrm{T} \mathbf{r}_l^\mathrm{c} \mathbf{h}_{lp} \, / \, \mathbf{h}_{lp}^\mathrm{T} \mathbf{r}_{lp}^\mathrm{\Pi} \mathbf{h}_{lp}) \,, \ l = \overline{1, L} \,, \ p = \overline{1, N} \,, \end{split}$$
 где элементы матрицы  $\mathbf{r}_l^\mathrm{c} - r_{jk}^{\mathrm{c}(l)} = \rho_{jk}^{\mathrm{c}(l)} \times \\ &\times \mathrm{sinc}[(j-k)\Delta \psi \, / \, 2)] \exp[-(j-k)^2 \, \sigma_{\hat{A}_l}^2 \, / \, 2] \,. \end{split}$ 

Из экстремальных свойств собственных значений матриц следует, что величины  $\mu_{lp}$  равны максимальным собственным значениям матриц  $\mathbf{r}_l^c\mathbf{w}_{lp}^{\Pi}$  (где  $\mathbf{w}_{lp}^{\Pi}$  — матрицы, обратные матрицам  $\mathbf{r}_{lp}^{\Pi}$ ), а соответствующие им собственные векторы этих матриц представляют собой искомые векторы  $\mathbf{h}_{lp}$ ,  $l=\overline{1,L}$ ,  $p=\overline{1,N}$ .

С практической точки зрения представляют интерес МФ с общим для всех доплеровских каналов взвешиванием в каждом из частотных каналов ( $\mathbf{h}_{lp} = \mathbf{h}_l$ ), что позволяет реализовать МФ на базе алгоритма дискретного преобразования Фурье или эквивалентной процедуры быстрого преобразования Фурье. При этом вектор  $\mathbf{h}_l = \{h_j^{(l)}\}$  оптимизируется по интегральному критерию, соответствующему максимуму средней по всем доплеровским каналам каждого частотного канала вероятности правильного обнаружения:

$$\begin{split} D_l &= \max_{\mathbf{h}_l} \frac{1}{N\Delta\psi} \sum_{p=1}^N \int_{\psi p^{-\Delta\psi/2}}^{\psi p^{+\Delta\psi/2}} D_{lp}(\vartheta_l) \, \mathrm{d}\vartheta_l = \\ &= \max_{\mathbf{h}_l} \frac{1}{N\Delta\psi} \sum_{p=1}^N \int_{\psi p^{-\Delta\psi/2}}^{\psi p^{+\Delta\psi/2}} \exp\{\ln F_1 / [1 + q_l \mu_{lp}(\vartheta_l)]\} \, \mathrm{d}\vartheta_l \;, \\ l &= \overline{1, L} \;. \end{split}$$

Учитывая, что при больших N и, следовательно, относительно малых размерах интервала  $\varDelta \psi$  интегрирование несущественно влияет на конечный результат, полагаем  $\mathscr{G}_l = \psi_p$  и получаем  $\mu_{lp}(\mathscr{G}_l) = \mu_{lp}$  и  $D_{lp}(\mu_{lp}) = D_{lp}$ , что позволяет перейти к упрощенному критерию

$$\begin{split} &D_l = \max_{\mathbf{h}l} \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} D_{lp} \\ &= \max_{\mathbf{h}l} \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} \exp[\ln(F/LN)/(1+q_l\mu_{lp})], \ l = \overline{1,L} \,. \end{split}$$

Данный критерий дополняется условиями  $F={
m const}$  ,  $q_l={
m const}$  . При  $F={
m const}$  и  $D={
m const}$  используется критерий минимума порогового отношения сиг-

нал/помеха:  $q_l = \min_{\mathbf{h}_l}$  . В обоих случаях задача не реша-

ется аналитическими методами. Численное решение может быть найдено методами нелинейного программирования, приводящими к достаточно трудоемкой с вычислительной точки зрения процедуре оптимизации. Более просто приближенное значение оптимального вектора  $\mathbf{h}_l = \{h_j^{(l)}\}$  находится в классе параметрически заданных весовых функций. При аппроксимации проекций вектора  $\{h_j^{(l)}\}$  отсчетами весовой функции Дольфа — Чебышева варьируемым является параметр  $\alpha$  , определяющий ширину главного лепестка амплитудночастотной характеристики (АЧХ) фильтра и его амплитуду по отношению к первому боковому. Осуществляя поиск по параметру  $\alpha$  , можно достичь компромисса между данными показателями АЧХ, удовлетворяющего критерию оптимизации.

Оптимальный вектор  $\mathbf{h}_l = \{h_j^{(l)}\}$  реализует предельную эффективность обнаружения в соответствующем частотном канале при заданных корреляционных свойствах сигнала и помехи. Для широкого класса сигналов может быть использована модель совместных флюктуаций ( $\rho_{jk}^{c(l)} = 1$ ). Априорная неопределенность корреляционных свойств помехи предполагает адаптацию весовых коэффициентов МФ каждого частотного канала к оценочным значениям параметров помехи.

### Структурные схемы систем когерентно-весовой обработки сигналов

Структурная схема системы адаптивной обработки отсчетов  $U_{jl}$  одной (l-й) частотной компоненты при непрерывном режиме обзора изображена на рис. 1, где АК — автокомпенсатор доплеровской фазы пассивной помехи [2,3], 3У — запоминающее устройство обрабатываемых отсчетов, используемых также для определения оценок  $\hat{\rho}_{1k}^{\Pi(l)} = \hat{\rho}_{1k}^{(l)}$  (  $k = \overline{2,N}$  ), которые с целью классификации помеховой обстановки идентифицируются в априорном пространстве параметров помех с последующим выбором предварительно рассчитанного оптимального вектора  $\{h_j^{(l)}\}$ . Взвешенные отсчеты подвергаются дискретному преобразованию Фурье (ДПФ).

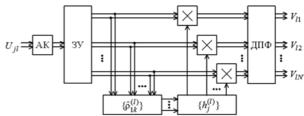


Рис. 1 Структурная схема системы обработки при непрерывном режиме обзора

При известной форме корреляционной функции достаточно определить оценку  $\hat{\rho}_{12}^{(l)}=\hat{\rho}_l$ . Структурная схема соответствующей системы адаптивной обработки отсчетов  $U_{il}$  одной (l-й) частотной компоненты при дис-

кретном режиме обзора приведена на рис. 2. Для известной аппроксимации функции корреляции по оценке  $\hat{\rho}_l$  выбирается оптимальный вектор  $\{h_j^{(l)}\}$ , проекции которого по командам блока управления (БУ) поочередно коммутируются блоком переключений (БП) к входу весового блока (×). Исходные отсчеты в запоминающем устройстве ( $3\mathbf{Y}_{\tau}$ ) задерживаются на интервал  $\tau$ , равный задержке при вычислении оценки  $\hat{\rho}_l$ . Взвешенные отсчеты в каждом доплеровском канале (на рис. 2 показан один канал) когерентно накапливаются путем их задержки в запоминающем устройстве ( $3\mathbf{Y}_T$ ) на интервал

T и комплексного умножения ( $\dot{\times}$ ) на величину  $\mathrm{e}^{\mathrm{1}\psi}p$  в цепи обратной связи [4]. После перемещения антенного луча в новое положение по команде БУ коммутатор (Км) переключает запоминающее устройство  $\mathrm{3Y}_T$  к выходу канала, и происходит считывание накопленных сумм.

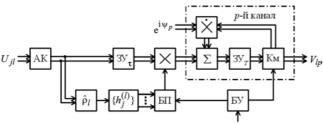


Рис. 2 Структурная схема системы обработки при дискретном режиме обзора

### Анализ систем когерентно-весовой обработки сигналов

При раздельном обнаружении в каналах обработки вероятность правильного обнаружения сигнала в p-м доплеровском канале при  $\mathcal{G}_l \approx \psi_p$  определяется аналогичным (2) выражением

$$D_{lp} = F_1^{1/(1+q_l \mu_{lp})}, \ S \ l = \overline{1, L}S, \ p = \overline{1, N},$$

где  $F_1 \approx F \ / \ LN$  — вероятность ложной тревоги в каждом доплеровском канале,  $\mu_{lp}$  — выигрыш в отношении сигнал/помеха, определяемый выражением (3) при  $\vartheta_l \approx \psi_p$  .

Вероятность правильного обнаружения для  $\emph{l}$ -го частотного канала находится как средняя по соответствующим доплеровским каналам вероятность

$$D_{l} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} D_{lp} = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} (F/LN)^{1/(1+q_{l}\mu_{lp})}, \ l = \overline{1, L}.$$

Вероятность пропуска сигнала в одном частотном канале равна  $1\!-\!D_l$  , а при статистической независимости сигналов в частотных каналах вероятность пропуска сигнала от цели одновременно во всех частотных каналах —

 $\prod_{l=1}^L (1-D_l)$  . Тогда вероятность правильного обнаруже-

ния сигнала хотя бы в одном частотном канале

$$D = 1 - \prod_{l=1}^{L} (1 - D_l).$$

Если предположить, что вероятность правильного обнаружения во всех частотных каналах  $D_l \approx D_0$ , то  $D \approx 1 - (1 - D_0)^L$ . В частности, при  $D_0 = 0.5$  и L = 2 получим  $D \approx 0.75$ , а при  $L = 4 - D \approx 0.94$ . Как видим, использование многочастотных сигналов позволяет повысить эффективность обнаружения. Кроме того, повышение эффективности обнаружения происходит за счет исключения слепых скоростей цели.

При когерентном обнаружении многочастотных сигналов на фоне собственных шумов приемника при  $h_j=1$  и  $\phi_{\rm c}^{(I)} \approx \psi_p$  выигрыш в отношении сигнал/шум  $\mu_{lp}=\mu \approx N$  . Полагая, что мощность излучаемых импульсов распределяется между L частотными каналами поровну, для отношения сигнал/шум на входе каждого частотного канала имеем  $q_1=q/L$ , где q — отношение суммарной мощности многочастотного сигнала к шуму одного канала. Вероятность правильного обнаружения сигнала в одном доплеровском (частотном) канале определяется также формулой

$$D_1 = F_1^{1/(1+Nq_1)} = (F/LN)^{1/(1+Nq/L)}.$$
 (4)

С учетом статистической независимости сигналов в частотных каналах вероятность пропуска сигнала от цели одновременно во всех частотных каналах равна  $\left(1-D_1\right)^L$ . Учитывая выражение (4), окончательно для вероятности правильного обнаружения сигнала хотя бы в одном частотном канале получаем

$$D = 1 - (1 - D_1)^L = 1 - \left[1 - (F/LN)^{1/(1+Nq/L)}\right]^L,$$

откуда для порогового отношения сигнал/шум находим

$$q = \frac{L}{N} \left\{ \frac{\log(F/LN)}{\log[1 - (1 - D)^{1/L}]} - 1 \right\}.$$
 (5)

Соответствующие выражению (5) при N=20 и  $F = 10^{-6}$  зависимости порогового отношения сигнал/шум от числа частотных каналов L для различных значений вероятности D приведены на рис. 3. Как видим, при D = 0.5 использование многочастотных сигналов в рассматриваемом варианте (постоянная излучаемая суммарная мощность и раздельное обнаружение в частотных каналах) не приводит к выигрышам в пороговом отношении сигнал/шум по сравнению с одночастотным сигналом. Однако при больших вероятностях (D = 0.9) существует оптимальное число частотных каналов ( L=2...4 ), при котором выигрыш по сравнению с одночастотным сигналом составляет 2,5 дБ, что позволяет соответствующим образом уменьшить излучаемую суммарную мощность или при той же излучаемой мощности увеличить дальность обнаружения цели. Наличие установленных выигрышей подтверждает целесообразность использования раздельной когерентной обработки многочастотных сигналов. Кроме того, в этом случае по номерам доплеровских каналов, в которых произошло обнаружение цели, при соответствующем разносе несущих частот возможно однозначное измерение радиальной скорости цели в когерентно-импульс-ных РЛС высокой скважности [1].

### Заключение

Рассмотренные методы оптимизации систем когерентно-весовой обработки многочастотных сигналов по вероятностным критериям позволяют реализовать предельную эффективность обнаружения при заданных корреляционных свойствах сигнала и пассивной помехи.

Априорная неопределенность корреляционных свойств пассивной помехи предполагает адаптацию весовых коэффициентов предложенных систем когерентно-весовой обработки многочастотных сигналов к оценочным значениям параметров помехи.

Использование многочастотных сигналов приводит к повы-шению эффективности обнаружения движущихся целей.

### Литература

- 1. Попов Д.И. Адаптивная обработка сигналов на фоне пассивных помех // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2000. Т. 43, № 1. С. 59-68.
  - 2. A. c. № 1015757 CCCP, MПК6 G 01 S 7/36. Уст-

ройство подавления пассивных помех / Д.И. Попов; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. — 12 с.

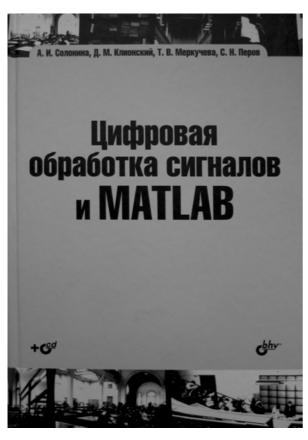
- 3. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. C. 30-33.
- 4. А. с. № 633353 СССР, МПК6 G 01 S 7/292. Устройство цифровой когерентной обработки сигналов / Д.И. Попов; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. 9 с.

### OPTIMIZATION OF COHERENT-WEIGHT PROCESSING SYSTEMS OF MULTIFREQUENCY SIGNALS

### Popov D.I.

The methods of optimization of coherent-weight processing systems of multifrequency radar signals on probabilistic criterion are considered. The block diagrams of adaptive processing systems at continuous and discrete modes of the review are given. The analysis of processing systems of multifrequency signals is carried out.

### новые книги



Солонина А.И., Клинский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н. Цифровая обработка сигналов и МАТLAВ СПб.: БХВ-Петербург, 2013. — 512 с. (Учебная литература для вузов)

Описываются базовые методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов и средств их компьютерного моделирования в системе МАТLAB. Даны основы алгоритмического языка МАТLAB. Рассматриваются дискретные сигналы, линейные дискретные системы, дискретное преобразование Фурье с использованием алгоритмов БПФ, синтез и анализ КИХ- и БИХ-фильтров, в том числе с фиксированной точкой, спектральный анализ сигналов, многоскоростная обработка сигналов и адаптивная цифровая фильтрация.

Технология обучения в процессе компьютерного моделирования на основе созданных авторами программ или графического интерфейса пользователя MATLAB расширяет теоретические знания и позволяет понять многие важные проблемы и ас-

пекты практического применения методов и алгоритмов ЦОС. На прилагаемом к книге CD хранятся обучающие программы и таблицы исходных данных.

Предназначена для студентов, аспирантов и преподавателей вузов, а также специалистов в области цифровой обработки сигналов.

УЛК 621.396.96: 512.643

### РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ АРИФМЕТИКЕ

Ратынский М.В., д.т.н., начальник сектора OAO «ВНИИРТ», e-mail: m3v5r7@inbox.ru Петров С.В., инженер 1-й категории OAO «ВНИИРТ», e-mail: petrovsv@list.ru

**Ключевые слова:** алгоритмы сигнальной обработки, стохастические сигналы, обнаружение сигналов, оценка числа источников, пеленгация, адаптивная пространственная фильтрация, действительная арифметика.

#### Введение

Задача обработки случайных или квазислучайных сигналов различной природы в приемных

системах с антенными решетками встречается в различных приложениях — в радиолокации, гидролокации, радиоастрономии, связи, сейсмологии, биомедицине [1]. В даль-нейшем изложении для определенности мы будем иметь в виду радиолокационные приложения, с обработкой в РЛС с цифровой ФАР узкополосных стохастических сигналов, для которых применимо понятие комплексной огибающей (КО), хотя конечные результаты могут иметь более широкое применение.

Рассмотрим решение следующих четырех задач сигнальной обработки [2 – 4]:

- обнаружение сигналов;
- оценка числа источников сигналов;
- пеленгация источников сигналов;
- адаптивная пространственная фильтрация (АПФ).

В качестве входной информации задач сигнальной обработки используется прямоугольная матрица  ${f Y}$  размера  $N\times K$ ,

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1, \dots \mathbf{Y}_K), \tag{1}$$

столбцами которой являются N-мерные комплексные векторы  $\mathbf{Y}_k$ ,  $k=1,\dots K$ , сигналов (КО) с выходов элементов ФАР в K последовательных моментов времени, отстоящих один от другого на интервал дискретизации, выбираемый в соответствии с теоремой Котельникова, так что последовательные выборки сигналов можно считать практически независимыми. Матрицу  $\mathbf{Y}$  иногда называют обучающим пакетом, так как она часто используется для настройки (обучения) фильтров, непосредственно реализующих алгоритмы сигнальной обработки. По пакету  $\mathbf{Y}$  может быть рассчитана максимально правдоподобная (МП) выборочная оценка корреляционной матрицы (КМ) входных сигналов

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2K} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H \,, \tag{2}$$

где  $(\cdot)^H$  – знак эрмитовой сопряженности (транспонирования и комплексной сопряженности). Матрица  ${\bf R}$  – эрмитова, положительно определенная и при гауссовской

Рассматриваются четыре задачи обработки стохастических сигналов в приемной системе с антенной решеткой, решение которых в общем случае реализуется в комплексной арифметике: обнаружение, оценка числа и пеленгация источников сигналов, адаптивная пространственная фильтрация. Показано, что при центрально-симметричной структуре антенной решетки решение всех перечисленных задач может быть реализовано в действительной арифметике.

статистике внешних сигналов и собственных шумов антенной решетки содержит всю информацию о принимаемых сигналах.

В общем случае алгоритмы сигнальной обработки реализуются в комплексной арифметике [4]. Однако существует важное исключение из этого общего правила это случай, когда антенная решетка имеет центральносимметричную структуру. К этому частному, но часто встречающемуся на практике, случаю относятся, например: равномерная линейная, регулярные прямоугольная и гексагональные, равномерная кольцевая (при четном числе излучателей) решетки и ряд других [1]. Известно, что корректная обработка информации в антенных решетках центрально-симметричной структуры позволяет при решении многих задач практически удвоить число независимых выборок входных сигналов (например, [5, 1] и ссылки в этих работах), причем это положение, которое на первый взгляд может показаться почти очевидным, на самом деле нуждается в далеко не тривиальном доказательстве [6 - 8]. Что же касается реализации алгоритмов сигнальной обработки в действительной арифметике, то отдельные аспекты этой проблемы затрагивались в имеющихся публикациях [5, 9, 1], но изложения единого подхода к решению перечисленных в начале раздела задач нам не известно, и его рассмотрению посвящена оставшаяся часть статьи.

#### Исходные положения

Вектор X амплитудно-фазового распределения поля, создаваемого удаленным точечным источником в раскрыве ФАР центрально-симметричной структуры, является «сопряженно-симметричным»:

$$X = JX^*. (3)$$

Здесь  $(\cdot)^*$  – знак комплексной сопряженности;  ${\bf J}$  – матрица перестановок, имеющая единицы на побочной диагонали и нули на всех остальных позициях.

Соответственно МП выборочная оценка КМ в этом случае имеет вид [1]

$$\mathbf{R}_{cs} = \frac{1}{4K} \left( \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H + \mathbf{J} \mathbf{Y}^* \mathbf{Y}^T \mathbf{J} \right),$$

где  $\left(\cdot\right)^{\mathsf{T}}$  – знак транспонирования. Последнее равенство может быть записано также в виде

$$\mathbf{R}_{cs} = \frac{1}{4K} \mathbf{Y}_{cs} \mathbf{Y}_{cs}^{H} , \qquad (4)$$

где блочная матрица  $\mathbf{Y}_{cs}$  размера  $N \times 2K$  состоит из двух блоков размера  $N \times K$ :

$$\mathbf{Y}_{CS} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{JY}^* \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Использование оценок (4), (5) вместо (2), (1) как раз и дает эффект, эквивалентный упоминавшемуся во введении увеличению числа независимых выборок входных сигналов.

Если представить матрицу  ${\bf Y}$  в виде двух блоков\* размера (N/2)  $\times$  K,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix},$$

то комплексному пакету  $\mathbf{Y}_{cs}$  можно поставить в соответствие действительный пакет  $\mathbf{Y}_r$  того же размера, равный [1]

$$\mathbf{Y}_{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{Re} \left( \mathbf{Y}_{1} + \mathbf{J} \mathbf{Y}_{2} \right) & -\mathbf{Im} \left( \mathbf{Y}_{1} + \mathbf{J} \mathbf{Y}_{2} \right) \\ \mathbf{Im} \left( \mathbf{Y}_{1} - \mathbf{J} \mathbf{Y}_{2} \right) & \mathbf{Re} \left( \mathbf{Y}_{1} - \mathbf{J} \mathbf{Y}_{2} \right) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где  $Re\ (\cdot)$ ,  $Im\ (\cdot)$  – действительная и мнимая части соответствующих величин.

Матрицы  $\mathbf{Y}_{cs}$  и  $\mathbf{Y}_{r}$  связаны между собой соотношением [1]

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{Q}^H \mathbf{Y}_{cs} \mathbf{L} \,, \tag{7}$$

где  ${f Q}$  и  ${f L}$  – унитарные матрицы размеров соответственно  $N\times N$  и  $2K\times 2K$ , равные

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & j\mathbf{I} \\ \mathbf{J} & -j\mathbf{J} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & j\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -j\mathbf{I} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Здесь I – единичная матрица, *j* – мнимая единица.

Поскольку сингулярные числа матрицы не изменяются при умножении ее слева или справа на любые унитарные матрицы [10], сингулярные числа матриц  $\mathbf{Y}_{cs}$  (комплексной) и  $\mathbf{Y}_r$  (действительной) одинаковы.

### Обнаружение и оценка числа источников сигналов

Вычислительная часть задач обнаружения и оценки числа источников стохастических сигналов сводится к нахождению одного (максимального) или нескольких (наибольших) собственных значений КМ  $\mathbf{R}_{cs}$  по (4) [2 – 4, 11], или, что эквивалентно, к нахождению соответствующих сингулярных чисел (СЧ) пакета  $\mathbf{Y}_{cs}$  по (5). Поскольку СЧ пакетов  $\mathbf{Y}_{cs}$  по (5) и  $\mathbf{Y}_r$  по (6) одинаковы, все вычисления могут быть проведены с действительной матрицей  $\mathbf{Y}_r$  при соответствующем сокращении объема вычислений.

### Пеленгация источников сигналов

Решение задачи пеленгации источников стохастиче-

ских сигналов рассмотрим на примере алгоритма Кейпона пеленгации со сверхразрешением [4]. Вычислительная часть задачи пеленгации в этом случае заключается в нахождении значений пеленгационного рельефа P в соответствии с выражением

$$P = \left(\mathbf{V}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{V}\right)^{-1},\tag{9}$$

где  ${f V}$  — нормированный вектор-гипотеза, по структуре совпадающий с вектором сигнала пеленгуемого удаленного точечного источника, принимаемого с рассматриваемого направления. Очевидно, что в случае ФАР центрально-симметричной структуры вектор-гипотеза  ${f V}$  также является «сопряжено-симметричным», то есть подчиняется соотношению (3).

Подставляя вместо  ${\bf R}$  в (9)  ${\bf R}_{cs}$  по (4) и переходя от  ${\bf Y}_{cs}$  к  ${\bf Y}_r$  по (7), после несложных преобразований для эрмитовой формы в скобках выражения (9) получим

$$T = \mathbf{V}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{V} = 4K \mathbf{V}^H \mathbf{Q} (\mathbf{Y}_r \mathbf{Y}_r^T)^{-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{V},$$

где матрица Q определяется первым из равенств (8).

Представляя вектор-гипотезу  ${\bf V}$  в виде двух блоков размера (N/2) imes 1,

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$
,

и используя очевидные соотношения

$$\mathbf{V}_{1} = \operatorname{Re} \mathbf{V}_{1} + j \operatorname{Im} \mathbf{V}_{1} = \mathbf{J} \mathbf{V}_{2}^{*} = \mathbf{J} \operatorname{Re} \mathbf{V}_{2} - j \mathbf{J} \operatorname{Im} \mathbf{V}_{2} ,$$
  

$$\mathbf{V}_{2} = \operatorname{Re} \mathbf{V}_{2} + j \operatorname{Im} \mathbf{V}_{2} = \mathbf{J} \mathbf{V}_{1}^{*} = \mathbf{J} \operatorname{Re} \mathbf{V}_{1} - j \mathbf{J} \operatorname{Im} \mathbf{V}_{1} ,$$

после элементарных преобразований получаем выражение для действительного вектора-гипотезы  $\mathbf{V}_r$ :

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{Q}^H \mathbf{V} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{V}_1 \\ \operatorname{Im} \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \operatorname{Re} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{J} \operatorname{Im} \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}.$$

В результате все вычисления в (9) приводятся к действительной арифметике:

$$P = T^{-1} = \frac{1}{4K} \left( \mathbf{V}_r^T \left( \mathbf{Y}_r \mathbf{Y}_r^T \right)^{-1} \mathbf{V}_r \right)^{-1}.$$
 (10)

Разумеется, вместо формирования и явного обращения матрицы  $\mathbf{Y}_r \mathbf{Y}_r^T$  можно воспользоваться известным приемом ортогонализации строк пакета  $\mathbf{Y}_r$  и последующего использования фильтра-ортогонализатора  $\mathbf{\Phi}$  [4], так что

$$P = \frac{1}{4K} \left( \mathbf{V}_r^T \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{V}_r \right)^{-1} = \frac{1}{4K} \left\| \mathbf{\Phi} \mathbf{V}_r \right\|^{-2},$$

где  $\|\cdot\|$  — евклидова норма вектора, причем очевидно, что и в этом случае все вычисления выполняются в действительной арифметике.

### Адаптивная пространственная фильтрация

Решение задачи АПФ в соответствии с методом прямого обращения выборочной оценки  ${\bf R}$  КМ входных сигналов заключается в вычислении комплексного весового вектора  ${\bf W}$ , определяемого (без учета нормировки) выражением [4]

 $<sup>^*</sup>$  Для простоты мы ограничиваемся случаем четного числа элементов в антенной решетке. Обобщение на случай нечетного N не представляет принципиальных трудностей [1].

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}.$$

где  ${\bf S}$  – опорный вектор, все элементы которого, при наличии независимой системы фазирования антенной решетки, действительны и равны 1.

(11)

Аналогично предыдущему, подставляя в (11)  $\mathbf{R}_{cs}$  по (4) вместо  $\mathbf{R}$  и переходя от  $\mathbf{Y}_{cs}$  к  $\mathbf{Y}_r$  по (7), получим:

$$\mathbf{W} = 4K\mathbf{Q} \left( \mathbf{Y}_r \mathbf{Y}_r^T \right)^{-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{S} . \tag{12}$$

Представляя опорный вектор  ${\bf S}$  в виде двух блоков размера  $(N/2) \times {\bf 1},$ 

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{bmatrix},$$

причем в данном случае  $S_1 = S_2$ , получим следующее выражение для промежуточного действительного опорного вектора  $S_r$ :

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Q}^H \mathbf{S} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Второй блок вектора в последнем выражении — вектор размера  $(N/2) \times 1$  с нулевыми элементами.

Таким образом, в соответствии с (12) можно рассчитать в действительной арифметике значение промежуточного вектора  $\mathbf{W}_r$ .

$$\mathbf{W}_r = 4K \left( \mathbf{Y}_r \mathbf{Y}_r^T \right)^{-1} \mathbf{S}_r \,, \tag{13}$$

после чего окончательное значение искомого комплексного вектора  ${\bf W}$  получается фактически переупаковкой элементов действительного вектора  ${\bf W}_r$ :

$$\mathbf{W} = \mathbf{Q}\mathbf{W}_r$$
.

Если, как и в задаче пеленгации, использовать фильтр-ортогонализатор  $\Phi$  строк пакета  $\mathbf{Y}_r$ , вместо (13) получим эквивалентное ему выражение

$$\mathbf{W}_r = 4K\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}\mathbf{S}_r ,$$

в соответствии с которым все вычисления также выполняются в действительной арифметике.

### Заключение

Мы показали, что в приемной системе с антенной решеткой, имеющей центрально-симметричную структуру, решения задач обнаружения, оценки числа и пеленгации источников стохастических сигналов, а также задачи адаптивной пространственной фильтрации могут быть реализованы в действительной арифметике.

Поскольку сочетание операций перемножения двух комплексных чисел и сложения двух комплексных чисел эквивалентно восьми операциям умножения или сложения действительных чисел, переход от комплексной арифметике к действительной ведет к сокращению объема вычислений вчетверо.

Мы не приводим результатов цифрового моделирования, подтверждающих эквивалентность вычислений в комплексной и действительной арифметике, ввиду их тривиальности — соответствующие результаты во всех случаях практически тождественно совпадают.

### Литература

- 1. Van Trees H.L. Detection, estimation and modulation theory. Part IV. Optimum array processing. New York: Wiley, 2002.
- 2. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов.радио, 1978.
- 3. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
- 4. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. М.: Радио и связь, 2003.
- 5. Зарицкий В.И., Кокин В.Н., Леховицкий Д.И., Саламатин В.В. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственновременных каналов приема. Изв. вузов. Радиофизика, 1985, т.28, №7, стр.863 871; Прикладная радиоэлектроника (Харьков), 2011, т.10, №4, стр.423 428.
- 6. Абрамович Ю.И., Горохов А.Ю. К оценке скорости сходимости адаптивных фильтров компенсации помех с персимметрической корреляционной матрицей. Радиотехника и электроника, 1993, т.38, №1, стр.101 111.
- 7. Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема. Радиотехника (Харьков), 1996, №100, стр.140 158; Прикладная радиоэлектроника (Харьков), 2011, т.10, №4, стр.429 436.
- 8. Леховицкий Д.И., Атаманский Д.В., Кириллов И.Г., Зарицкий В.И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР. Антенны, 2000, №1 (44), стр.99 103; Прикладная радиоэлектроника (Харьков), 2011, т.10, №4, стр.437 440.
- 9. Linebarger D.A., DeGroat R.D., Dowling E.M. Efficient direction-finding methods employing forward/backward averaging. IEEE Trans. Signal processing, 1994, v.42, no.8, p.2136 2145.
- 10. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, ГРФМЛ, 1984.
- 11. Петров С.В. Адаптивное обнаружение стохастического сигнала в условиях параметрической априорной неопределённости. Сборник научных трудов 1-й Международной научно-практической конференции «Радиоинфоком-2013», Часть1. МИРЭА, 2013, стр.272 276.

### IMPLEMENTATION OF STOCHASTIC SIGNALS PROCESSING ALGORITHMS IN REAL ARITHMETIC

Ratynsky M.V., Petrov S.V.

Four problems of stochastic signals processing in receiving system with antenna array are discussed: detection, enumeration and directions of arrival estimation of signal sources and adaptive space filtering. The solution of the problems is implemented generally in complex arithmetic. It is proved that solution of all the problems can be implemented in real arithmetic when antenna array has central symmetric structure. The results of complex and real solutions are really identical for all cases, but in the second case (real arithmetic) the amount of computations is four times less as compared with the first one (complex arithmetic).

УДК 004.934.2

### АЛГОРИТМ ОЧИСТКИ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА ОТ СЛОЖНЫХ ПОМЕХ ПУТЕМ ФИЛЬТРАЦИИ В МОДУЛЯЦИОННОЙ ОБЛАСТИ

Aзаров И.С., к.т.н., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, e-mail: azarov@bsuir.by;

Вашкевич М.И., аспирант кафедры Электронных вычислительных средств Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, e-mail: vashkevich@bsuir.by;

Лихачев Д.С., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники;

Петровский А.А., д.т.н., профессор, зав. кафедрой Электронных вычислительных средств Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, e-mail: palex@bsuir.by.

**Ключевые слова:** речевой сигнал, фильтрация, модуляционная область, шумоподавление, синтез, оценка качества.

#### Введение

Обработка речи в модуляционной области появилась сравнительно недавно. Идеи, лежащие в ее основе, возникли в результате иссле-

дований, показавших важность амплитудных модуляций для восприятия звуков слуховой системой человека [1, 2, 3]. В последнее время проведено большое количество исследований, подтверждающих информационную значимость амплитудных модуляций речевого сигнала [3, 4]. На основании ряда наблюдений сделано предположение, что слуховая система человека распознает текст речевого сообщения при помощи частотно-временного анализа амплитудных модуляций речи. В работах [5, 6, 7] показано, что оценка амплитудно-моду-лированных тонов может служить методом исследования слухового восприятия. Кроме того, было установлено, что амплитудные модуляции на близких частотах маскируют друг друга. В работе [8] показана еще более тесная связь классических психоакустических принципов частотного и временного маскирования с аналогичными эффектами в модуляционном спектре. Исключительная роль модуляционного спектра в восприятии речи используется для оценки индекса разборчивости STMI (спектрально-временной модуляционный индекс), который определяет ухудшение декодирования спектральных и временных модуляций в условиях агрессивной шумовой обстановки [9].

В терминах модуляционного спектра речевой сигнал имеет целый ряд присущих ему характерных свойств, отличающих его от других сигналов. Одним из таких свойств является ограниченность модуляционного спектра [10], позволяющая подавлять различные акустические помехи путем применения узкополосной фильтрации в модуляционной области [11]. Преимуществом данного подхода является универсальность и простота реализации. В отличие, например, от широко применяемого метода спектрального вычитания шумоподавление происходит автоматически без вычисления спектральной плотности мощности шума, выделения пауз и использования детекторов голосовой активности. Выделение речевого сигнала выполняется на основе объективных

Предлагается способ очистки речевого сигнала от шума, основанный на фильтрации в модуляционной области. Способ является универсальным и позволяет подавлять широкий класс акустических помех. Приводятся результаты экспериментов, показывающие, что предлагаемый способ обеспечивает более высокий коэффициент ослабления шума и меньшую степень деградации полезного речевого сигнала в сравнении с известным алгоритмом на основе RASTA (RelAtive SpecTrA).

признаков, независящих от шумовой обстановки, что делает подход фильтрации в модуляционной области особенно надежным в условиях сильного зашумления. Особо высокое качество шумоподавления обеспечивается для полигармонических помех высокой интенсивности и реверберационных шумов. В работах [11, 12, 13] предложен ряд алгоритмов шумоочистки, основанных на этой технике. Одним из основных недостатков данных алгоритмов является искажение речи, которое выражается в появлении артефактов (музыкальные тона), выравнивании спектральных огибающих (отбеливание) и подавлении полезного сигнала вместе с шумом.

Настоящая работа направлена на поиск нового алгоритма очистки речевого сигнала от сложных помех путем фильтрации в модуляционной области, позволяющего минимизировать перечисленные недостатки.

### Определение и особенности модуляционного спектра

Для определения «модуляционного спектра» и «модуляционной области» введем понятие «модуляционной частоты». Если «линейная частота» описывает частоту гармонических составляющих сигнала и используется для его декомпозиции при помощи преобразования Фурье, то «модуляционная частота» вводится как отдельное понятие, имеющее свой физический смысл. Рассмотрим амплитудно-модулированный периодический сигнал с фиксированной частотой  $\omega_c$  и ограниченным спектром:

 $s(t) = m(t) \cos \omega_c t$ 

где модулирующий сигнал m(t) принимает неотрицательные значения и ограничен по частоте таким образом, чтобы обеспечить возможность его полного восстановления из s(t). Тогда модуляционную частоту сигнала s(t) можно получить, используя преобразование Фурье модулирующего сигнала:

$$M(e^{j\omega}) = F\{m(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} m(t)e^{-j\omega t}dt$$
.

Модель имеет более простую интерпретацию через узкополосный синусоидальный модулятор:

$$s(t) = (1 + \cos(\omega_m t))\cos(\omega_c t).$$

Для возможности восстановления модуляционного сигнала частота  $\omega_m$  должна быть ниже несущей частоты  $\omega_c$ . Для обеспечения неотрицательных значений модуляционного сигнала используется постоянное смещение. Без потери общности можно предположить, что модуляционный сигнал нормализован и принимает значения в диапазоне [-1,1].

Степень влияния модуляционных частот хорошо исследована путем субъективной оценки разборчивости фильтрованной в модуляционной области речи [10]. Эксперименты проводились раздельно для модуляционных фильтров низких и высоких частот, что позволило выделить наиболее важную полосу. В результате были сформулированы следующие основные особенности обработки речи модуляционной области:

- амплитудный спектр речевого сигнала может быть ограничен сверху частотой 16 Гц без заметного снижения разборчивости для людей с нормальным слухом;
- амплитудный спектр речевого сигнала может быть ограничен снизу частотой 4 Гц без заметного снижения разборчивости для людей с нормальным слухом;
- слушатели лишь частично могут понимать речь в условиях идеальной акустической обстановки, если амплитудный спектр речевого сигнала обработан фильтром нижних частот с частотой среза 2 Гц либо фильтром верхних частот с частотой среза 32 Гц; при расширении полосы пропускания модуляционных фильтров разборчивость повышается:
- согласные звуки деградируют сильнее гласных при ограничении модуляционного спектра.

В работах [9] и [10] также отмечено, что основные модуляционные частоты, влияющие на разборчивость речи, находятся в диапазоне от 1 до 16 Гц с пиком около 3-5 Гц; кроме того, более 95% модуляционных компонент речевого сигнала сконцентрированы в данном диапазоне. Это предположительно обусловлено количеством слогов, произносимых диктором за одну секунду.

### **Шумоподавление на основе фильтрации** в модуляционной области

На основе приведенных выше положений были предложены два наиболее известных метода модуляционной фильтрации речи для подавления аддитивного шума и реверберации: фильтрация модуляционного спектра — RASTA и перцепционное линейное предсказание — PLP (Perceptual Linear Prediction).

Основная идея данных алгоритмов заключается в том, что модуляционные компоненты сигнала, не входящие в важный для восприятия диапазон, можно удалить без существенной потери разборчивости. В результате шумовые составляющие сигнала (стохастические, полигармонических помехи и реверберация) будут подавлены, поскольку существенная часть их энергии находится

за пределами речевой полосы модуляционного спектра.

Алгоритм обработки речи на основе RASTA-PLP состоит из следующих основных шагов [12]:

- вычисление энергии сигнала в критических полосах;
- компрессия амплитудных значений путем статической нелинейной трансформации;
- фильтрация амплитудных огибающих каждого из субполосных сигналов;
- растяжение амплитудного спектра путем обратной статической нелинейной трансформации;
- умножение амплитудных значений на кривую равной громкости и возведение в степень 0.33 для выравнивания громкости.

Для нелинейного преобразования амплитуд (компрессии/растяжения) обычно используются логарифмические либо степенные функции. Логарифмическая трансформация приводит к тому, что такие искажения, которые представляют собой свертку во временной области (например реверберация), проявляются как аддитивный шум в логарифмическом амплитудном спектре. Однако в случае зашумления речи некоррелированным аддитивным сигналом возникают трудности, поскольку такой шум аддитивен в линейном спектре, но в логарифмическом становится зависим от самого сигнала, что делает невозможным его удаление путем фильтрации по частотным полосам. Решение данной проблемы заключается в использовании следующей функции преобразования:

$$Y(k, n\Delta t) = \ln(1 + JX(k, n\Delta t))$$
,

где  $X(k,n\Delta t)$  – амплитуда сигнала в k-ом канале, J – положительная константа, зависящая от типа сигнала. Такое преобразование линейно для малых значений амплитуды и является логарифмическим для больших величин. Формула обратного преобразования имеет вид

$$X(k, n\Delta t) = \frac{e^{Y(k, n\Delta t)} - 1}{J}.$$

### Синтез модуляционного фильтра

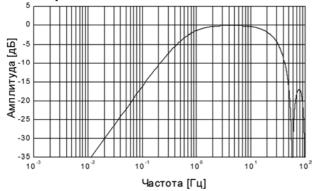
В качестве фильтра, используемого для обработки сигнала в модуляционной области, авторами RASTA [0] был предложен БИХ фильтр с передаточной функцией

$$H(z) = 0.1z^4 \frac{2 + z^{-1} - z^{-3} - 2z^{-4}}{1 - 0.98z^{-1}}.$$

Нижняя граница полосы пропускания фильтра определяет максимальную скорость изменения логарифмического спектра, который отбрасывается в процессе фильтрации, в то время как верхняя граница полосы пропускания определяет максимальную скорость изменения сохраняемого спектра. На рис. 1 показана амплитудно-частотная характеристика модуляционного полосового фильтра RASTA. Как следует из представленных результатов, начиная с частоты 12 Гц коэффициент усиления уменьшается со скоростью 6 dB на октаву.

Основным недостатком RASTA-алгоритмов является то, что сигнал фильтруется без учета характера и степени зашумления. Поэтому системы на основе данных алгоритмов ориентированы на конкретную акустическую среду и не могут подстраиваться к изменяющимся усло-

виям шумовой обстановки. Более того, чистая речь после обработки RASTA-системой звучит неприятно из-за наличия музыкальных тонов.



Puc. 1. Амплитудно-частотная характеристика модуляционного полосового фильтра RASTA

В работе [10] используются полосовые КИХ-фильтры (полоса пропускания 1-16 Гц) с различными амплитудночастотными характеристиками. Известно применение модуляционного фильтра, который с целью улучшения разборчивости речи усиливал модуляционные компоненты в диапазоне 2-8 Гц [9].

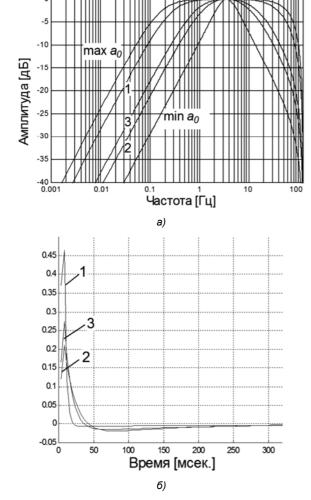


Рис. 2. Перестраиваемый фильтр для обработки речевого сигнала в модуляционной области:

а) – амплитудно-частотные характеристики;
б) – импульсные характеристики

Однако оба подхода не позволяют избавиться от вышеупомянутого недостатка. В работе [13] предпринимается попытка выбора модуляционного фильтра с учетом оценки условий окружающей акустической среды, и для повышения качества речи вместо одного модуляционного полосового фильтра с постоянной характеристикой используется их набор. Поскольку существует прямая зависимость между слоговой разборчивостью речи и энергией в полосе определенных частот модуляции, целесообразно выполнять слежение во времени за характером изменения модуляционного спектра и соответствующим образом менять полосу пропускания модуляционного фильтра, т.е. синтезировать модуляционный фильтр с изменяющимися во времени параметрами. В работе [11] в качестве прототипа используется параметрический перестраиваемый фильтр [14, 15], у которого в каждом частотном канале к во времени изменяется коэффициент  $a_{0k}$  , определяющий полосу пропускания фильтра  $\Delta \omega_{\scriptscriptstyle k}$  . Центральная частота  $\omega_{\scriptscriptstyle 0}$  сохраняется постоянной. Передаточная функция фильтра имеет вид

$$\begin{split} H_k(z) &= a_{0k} \, \frac{1 - z^{-2}}{1 + (a_{0k} - 1)gz^{-1} + (1 - 2a_{0k})z^{-2}}, \end{split}$$
 где  $a_{0k} = \frac{\Delta \omega_k \Delta t}{2 + \Delta \omega_k \Delta t}$  ,  $g = 2\cos \omega_0 \Delta t$  ,  $\Delta t = M/f_s$  ,

M – число полос банка фильтров,  $f_{\scriptscriptstyle S}$  – частота дискретизации. На рис. 2 изображены импульсные и частотные характеристики данного фильтра для разных значений коэффициента  $a_{0k}$ .

### Алгоритм обработки сигнала в модуляционной области

Для субполосной декомпозиции речевого сигнала обычно используют банк фильтров [11, 12]. Фильтрация выполняется в фиксированных полосах, которые заранее определены на этапе расчета банка фильтров. Упрощенно схема обработки сигнала в модуляционной области может быть представлена следующим образом (рис. 3).

Согласно схеме, алгоритм состоит из следующих шагов [11]:

**Шаг 1)** речевой сигнал  $x(n/f_s)$  разделяется на M частотных полос со следующими нормализованными центральными частотами:  $(2k+1)\pi/2M$ , причем каждый канал характеризуется своей импульсной характеристикой  $p_k(n)$ , а также частотной характеристикой  $P_k(f)$  для  $0 \le k \le M/2$ . Ширина каждой полосы не должна превышать частоту основного тона сигнала для того, чтобы исключить попадания нескольких гармоник основного тона в один канал.

**Шаг 2)** в каждом канале  $k(0 \le k \le M/2)$ :

– вычисляется амплитудная огибающая сигнала  $x_k (nM \, / \, f_{\mathcal{S}})$ 

$$y_k (nM / f_s) = \sqrt{\text{Re}^2 [x_k (nM / f_s)] + \text{Im}^2 [x_k (nM / f_s)]}$$
 (1) и фаза

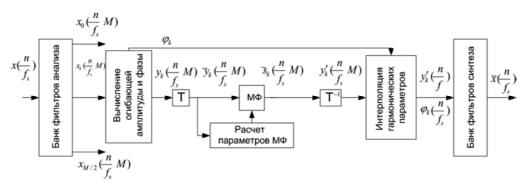


Рис. 3. Схема обработки сигнала в модуляционной области

$$\phi_k(nM/f_s) = -arctg \frac{\operatorname{Im}\left[x_k(nM/f_s)\right]}{\operatorname{Re}\left[x_k(nM/f_s)\right]};$$
(2)

– выполняется трансформация амплитуды огибающей спектра  $y_k(\mathit{nM} \ / \ f_{\scriptscriptstyle S})$  путем нелинейного статиче-

ского сжатия 
$$\overline{y}_k(\frac{nM}{f_{\mathcal{S}}}) = \ln(1+1000\left|y_k\left(nM \mid f_{\mathcal{S}}\right)\right|)$$
 ;

– производится фильтрация огибающей амплитуды спектра  $\overline{y}_k (nM/f_{\rm S})$  модуляционным фильтром согласно схеме, приведенной на рис. 4;

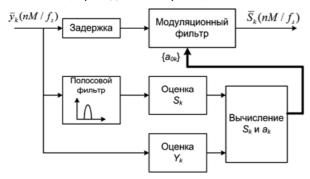


Рис. 4. Фильтрация амплитудной огибающей  $\ \overline{y}_k(nM \mid f_s)$  перестраиваемым модуляционным фильтром

- изменяется параметр  $a_{0k}$ , задающий полосу пропускания модуляционного фильтра в каждом канале, согласно следующей процедуре:
- 1) вычисление оценки среднеквадратического значения  $S_k$  речевой (фильтрованной) компоненты;
- 2) вычисление оценки среднеквадратического значения  $Y_k$  сигнала  $\overline{y}_k (nM \ / \ f_s)$  при помощи экспоненциального усреднения;
- 3) вычисление значения действительной весовой функции  $H_k$  и коэффициента модуляционного фильтра  $a_{0k}=H_k^2$  .
- выполняется трансформация амплитуды огибающей спектра  $\overline{s}_k(nM/f_{\scriptscriptstyle S})$  в линейный масштаб путем обратного нелинейного преобразования

$$y'_{k}\left(\frac{nM}{f_{s}}\right) = \frac{e^{\overline{y}k}(nM/f_{s})_{-1}}{1000}.$$

**Шаг 3)** восстановление речевого сигнала  $\overline{x}_k(n/f_s)$  при помощи банка фильтров синтеза.

В приведенном алгоритме частотные полосы равно-

мерно перекрывают весь диапазон сигнала и не пересекаются. Причем, с одной стороны, число полос должно быть максимально большим, чтобы увеличить частотное разрешение алгоритма обработки, с другой стороны, каждая полоса должна быть достаточно широкой для сохранения эффективного диапазона модуляционного спектра. Если частота дискретизации составляет 8 кГц, то M следует выбирать не меньше 57 (что соответствует ширине полосы пропускания 70Гц), но и не более 130 (что соответствует ширине полосы пропускания 31Гц). Данные ограничения приводят к неточному разделению обрабатываемого сигнала на речь и шум в модуляционном спектре, что выражается в подавлении полезного сигнала и повышенном уровне остаточного шума, а также излишнего «отбеливания» речи. Таким образом, целесообразно использование иного способа расчета амплитудной огибающей, основанного на суммировании мгновенных амплитуд нескольких каналов.

### Модификация алгоритма

Ниже приведен предлагаемый модифицированный алгоритм фильтрации в модуляционной области:

**Шаг 1)** речевой сигнал  $x(n/f_s)$  разделяется на M частотных полос со следующими нормализованными центральными частотами:  $(2k+1)\pi/2M$ . Ширина каждой полосы фиксирована (более 30Гц) и не зависит от числа каналов; M выбирается сколь угодно большим в зависимости от производительности вычислительной платформы (в экспериментальной реализации использовалось 2048 каналов).

**Шаг 2)** в каждом канале  $k(0 \le k \le M/2)$  амплитудная огибающая  $y_k(nM/f_s)$  и фаза  $\phi_k(nM/f_s)$  вычисляются по формулам (1) и (2).

**Шаг 3)** полученные амплитудные огибающие группируются в L каналов, причем L < M (в экспериментальной реализации использовалось L = 64); Результирующие огибающие вычисляются как среднее квадратическое от мгновенных амплитудных значений субканальных сигналов, входящих в одну группу

$$z_{l}(nM/f_{s}) = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i \in zpynnal} y_{i}(nM/f_{s})^{2}}{M/L}}, 1 \leq l \leq L;$$

— выполняется трансформация амплитуды огибающей спектра  $z_l$  (nM /  $f_s$ ) путем нелинейного статического сжатия  $\overline{z}_l$  (nM /  $f_s$ ) =  $\ln(1+1000\left|z_l(nM$  /  $f_s$ ) $\right|$ );

- выполняется фильтрация огибающей амплитуды спектра  $\overline{z}_l(nM/f_s)$  модуляционным фильтром согласно схеме, приведенной на рис. 4;
- параметр  $a_{0k}$  изменяется согласно процедуре, приведенной выше;
- производится трансформация амплитуды огибающей спектра  $\overline{z}_l(nM/f_s)$  в линейный масштаб путем обратного нелинейного преобразования

$$\hat{z}_{l}(nM/f_{s}) = \frac{e^{\bar{z}_{l}^{(nM/f_{s})}-1}}{1000}$$
.

**Шаг 4)** Вычисление коэффициентов усиления G для каждого из L каналов:

$$G_l = \hat{z}_l (nM / f_s) / z_l (nM / f_s).$$

Амплитуда каждого из M исходных каналов умножается на соответствующий коэффициент  $G_l$  и выполняется восстановление речевого сигнала при помощи банка фильтров синтеза.

### Результаты экспериментов

Сравнение полученного алгоритма (далее МФ2) с известным [11] (далее МФ1) проводилось с использованием специально подготовленных речевых сигналов, зашумленных помехами различных типов. Сравнение выполнено при помощи объективных оценок на основе анализа спектра сигналов и при помощи субъективных оценок на основе результатов прослушивания.

На рис. 5 представлен результат обработки сигнала, зашумленного белым шумом.

В обработанных сигналах энергия аддитивного шума снижена на 8дБ (МФ1) и на 10дБ (МФ2). Видно, что оба обработанных сигнала содержат музыкальные тона, однако интенсивность тонов заметно ниже для алгоритма МФ2.

На рис. 6 представлен результат обработки сигнала, зашумленного сетевой помехой. Сетевая помеха представляет собой совокупность гармонических компонент с медленно изменяющимися амплитудами и поэтому эффективно задерживается модуляционными фильтрами.

На участках, где отсутствует голос диктора, снижение энергии сетевой помехи составляет примерно 33дБ и 40дБ для алгоритмов МФ1 и МФ2 соответственно.

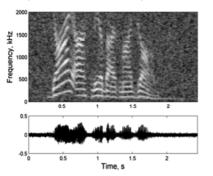
На рис. 7 представлен результат обработки сигнала, зашумленного шумом пылесоса, который состоит из периодических и непериодических составляющих. Особенностью данной помехи является ее нестационарность.

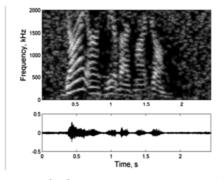
На участках, где отсутствует голос диктора, энергия помехи в среднем снижена на 20 дБ и 23 дБ для алгоритмов МФ1 и МФ2 соответственно.

На рис. 8 представлен результат обработки речи на фоне музыки. Автоматическое отделение речи от музыки в одноканальных системах представляет собой особенно сложную задачу. Тем не менее, использование модуляционных фильтров обеспечивает некоторое подавление тональных и переходных составляющих, характерных для музыкальных инструментов.

Снижение энергии музыки составляет примерно 4дБ для обоих алгоритмов модуляционной фильтрации.

На рис. 9 представлен результат обработки речи с реверберацией.





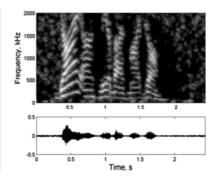
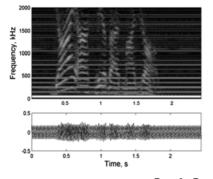
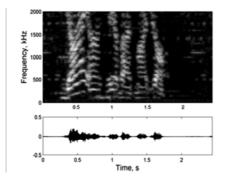


Рис. 5. Результат обработки сигнала, зашумленного белым шумом: а) – исходный речевой сигнал; б) – МФ1; в) – МФ2





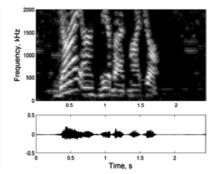


Рис. 6. Результат обработки сигнала, зашумленного сетевой помехой: а) – исходный речевой сигнал; б) – МФ1; в) – МФ2

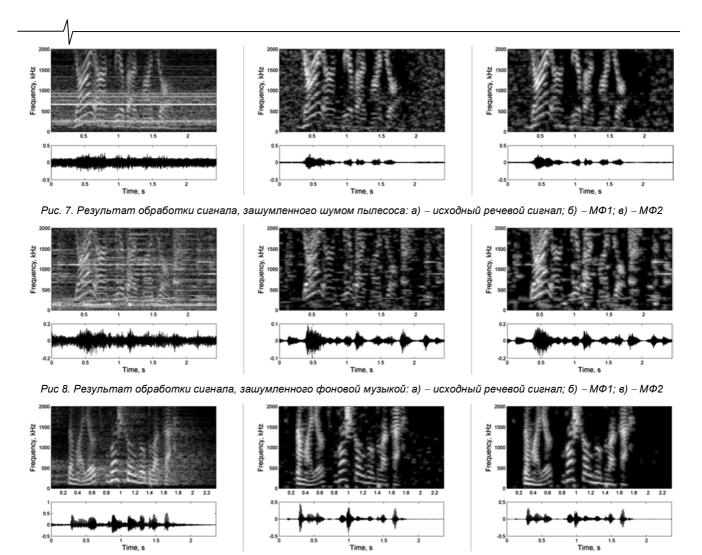


Рис. 9. Результат обработки сигнала с реверберацией: а) – исходный речевой сигнал; б) – МФ1; в) – МФ2

Во всех приведенных выше примерах предложенный алгоритм фильтрации обеспечивает более низкий уровень музыкальных тонов и других артефактов, более точно сохраняет форму спектральной огибающей и гармоническую структуру речевого сигнала. Различия особенно заметны в низкочастотной области спектра (ниже 500 Гц).

Результаты субъективной оценки качества очистки речевых сигналов приведены в табл. 1. В процессе эксперимента использовались записи мужского голоса продолжительностью 3 минуты, зашумленные помехами различных типов. Четырем слушателям была предложена субъективная оценка (по пятибалльной шкале) качества подавления шума в обработанных сигналах по следующим показателям:

- разборчивость (точность восприятия речевого сообщения: 5 полная, 4 почти полная, 3 неполная, 2 частичная, 1 отсутствует);
- субъективное зашумление (степень зашумления: 5
   высокий уровень зашумления, ощущается сильный дискомфорт при прослушивании, 4 умеренный дискомфорт при прослушивании, 3 сохраняется средняя комфортность прослушивания, 2 сохраняется высокая комфортность прослушивания, 1 нет зашумления);
- качество реконструкции (естественность звучания обработанного речевого сигнала: 5 абсолютно натуральное звучание, 4 почти натуральное звучание с небольшим уровнем артефактов, 3 средний уровень артефактов, 2 высокий уровень артефактов, 1 речь полностью неестественная).

Таблица 1 Результаты субъективной оценки качества очистки речевых сигналов

Тип помехи / оценка	Белый шум			Сетевая помеха			Шум пылесоса			Фоновая музыка			Реверберация		
	Исх	МФ1	МФ2	Исх	МФ1	МФ2	Исх	МФ1	МФ2	Исх	МФ1	МФ2	Исх	МФ1	МФ2
Разборчи- вость	4	4.25	4.25	3.25	4.0	4.25	2.75	3.5	3.75	2	2.5	2.75	4	4.25	4.25
Субъектив- ное зашум- ление	4	3	2.75	4.5	2.5	2.25	4.75	3	2.5	4.5	4.25	4.25	3	1.5	1.25
Качество реконструк- ции	1	2.75	3	-	3.5	3.75	-	3	3.25	1	3.25	3.25	-	3.5	3.75

Полученные результаты свидетельствуют о том, что предложенный алгоритм фильтрации речи в модуляционной области обеспечивает более высокое субъективное качество шумоподавления. Это достигается как за 
счет снижения уровня слышимых артефактов, так и за 
счет более точного восстановления спектральных огибающих речевого сигнала.

#### Заключение

Исследования информационной значимости модуляционных частот речи являются одним из приоритетных современных направлений развития систем шумоподавления и распознавания речи в условиях агрессивной акустической обстановки. Высокий потенциал подхода модуляционной фильтрации для повышения разборчивости речи в шумах объясняется его физиологической мотивацией и тесной связью с психоакустикой. Практическим достоинством подхода является универсальность и автоматическая адаптивность к помехам разных типов.

При выполнении модуляционной фильтрации ключевыми являются вопросы выбора способа субполосной декомпозиции, функции преобразования амплитудной огибающей, модуляционного фильтра и способа синтеза выходного сигнала. В работе выполнен поиск наиболее удачных на наш взгляд решений каждой из перечисленных составляющих, и на их основе предложен оригинальный алгоритм для достижения максимально высокой степени очистки речевого сигнала.

Полученные результаты свидетельствуют о применимости предложенного алгоритма для обработки речевых сигналов, зарегистрированных в различных акустических условиях. Основным достоинством алгоритма является более низкий уровень слышимых артефактов и более высокое качество реконструкции речевого сигнала. Наиболее хорошо алгоритм применим для очистки речевого сигнала от тональных шумов высокой интенсивности (таких как сетевая помеха) и реверберации.

### Литература

- 1. Schreiner and Urbas J., «Representation of amplitude modulation in the auditory cortex of the cat. I. The anterior auditory field (AAF)», Hearing Research, vol. 21, pp. 227-241, 1986.
- 2. Langner G., «Periodicity coding in the auditory system», Hearing Research, vol. 60, no. 2, pp. 115-142, 1992.
- 3. Kowalski N., Depireux D., and Shamma S., «Analysis of dynamic spectra in ferret primary auditory cortex: I. Characteristics of single unit responses to moving ripple spectra», Journal of Neurophysiology, vol. 76, no. 5, pp. 3503-3523, 1996
- 4. Drullman R., Festen J., Plomp R., «Effect of temporal envelope smearing on speech reception», Journal of Acoustical Society of America, vol. 95, no. 2, pp. 1053-1064, 1994.
- 5. Viemeister N., «Temporal factors in audition: A systems analysis approach», in Psychophysics and Physiology

- of Hearing, E. Evans and J. Wilson, Eds., pp. 419-427, Academic Press, London, UK, 1977
- 6. Houtgast T. «Frequency selectivity in amplitude-modulation detection», Journal of Acoustical Society of America, vol. 85, pp. 1676-1680, 1989
- 7. Suga N. «Analysis of information-bearing elements in complex sounds by auditory neurons of bats», Audiology, vol. 11, pp. 58-72, 1972.
- 8. Bacon S. and Grantham D., «Modulation masking: Effects of modulation frequency, depth, and phase», Journal of Acoustical Society of America, vol. 85, pp. 2575-2580, 1989
- 9. Elhilali M., Chi T., Shamma S.A Spectro-temporal modulation index (STMI) for assessment of speech intelligibility // Speech Communication 2003 41 pp. 331-348
- 10. Arai T., Pavel M., Hermansky H., Avendano C. Syllable intelligibility for temporally filtered LPC cepstral trajectories // J. Acoust. Soc. Am. 1999 vol. 105 pp 2783-2791
- 11. Bashun J., Petrovsky A. Speech enhancement for cochlear implants based on the reducing slow temporal modulations // Proc. of The Acoustic Congress, Rom, Italy – 2000 – CD
- 12. Hermansky H. and Morgan N., «RASTA processing of speech», IEEE Transaction on Speech and Audio Processing, vol. 2, no. 4, pp. 587–589, October 1994.
- 13. Avendano C. «Temporal processing of speech in a Time-Feature Space», Ph.D. thesis, Oregon Graduate Institute, April (1997)
- 14. Петровский А.А., Ганушкин Ю.А. Синтез полосовых цифровых фильтров с заданной добротностью // Радиотехника. 1985. № 10. С.24-25.
- 15. Петровский А.А., Башун Я.М. Пре-процессор повышения качества зашумленной и реверберирующей речи для систем улитковой имплантации. Цифровая обработка сигналов. 2002. № 2, Москва. С.48-61.

### REDUCING COMPLEX NOISES IN SPEECH USING FILTERING IN MODULATION DOMAIN

Azarov I.S., Vashkevich M.I., Lihachev D.S., Petrovsky A.A.

The paper presents a method for noise reduction which is capable of handling noises of different nature such as white, colored quasiperiodic or reverberation. This allpurpose method is based on filtration in modulation domain. In order to obtain modulation signals source speech is decomposed into overlapping analytical subband signals using a filter bank. Then each analytical signal is parametrized in terms of instantaneous amplitude and frequency. Subchannel samples are grouped by instantaneous frequency values and their overall intensity envelopes are evaluated. Envelopes are filtered with a band-pass filter which retains speech modulations and attenuates noise modulations. Finally subband gains are calculated and applied to subchannel signals and the cleared speech signal is reconstructed. The paper contains experimental results that show that the proposed method has a better performance than its known counterpart based on RASTA (RelAtive SpecTrA).

УЛК 004.932

### СЕГМЕНТАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ПО ДАННЫМ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СЪЕМКИ ЗЕМЛИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Демидова Л.А., д.т.н., профессор кафедры ВПМ РГРТУ

Еремеев В.В., д.т.н., профессор, директор НИИ «Фотон» РГРТУ, e-mail: foton@rsreu.ru

Мятов Г.Н., к.т.н., заместитель начальника НПЦ ИТ ДЗЗ ФГУБ «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»,

Тишкин Р.В., к.т.н., доцент, начальник отдела филиала ФГУБ «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс» – ОКБ «Спектр»,

Юдаков А.А., начальник научно-производственного отдела создания и эксплуатации специальных наземных комплексов ФГУБ «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»

**Ключевые слова:** гиперспектральные изображения, сегментация, спектральная характеристика, методы искусственного интеллекта.

### Введение

Гиперспектральная съемка является приоритетным направлением развития систем дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). Она предполагает одновременное получение сотен и тысяч изображений одной и той же сцены, зафиксированных в очень узких соприкасающихся диапазонах спектра. В результате формируется многомерное гиперспектральное изображение (ГСИ), называемое гиперкубом. Каждой точке земной поверхности гиперкуб ставит в соответствие спектральную характеристику (СХ), которая описывает распределение энергии излучения по длине волны. Знание СХ для множества точек вполне определенных объектов позволяет автоматизировать процесс сегментации объектов и установить их физико-химические свойства. Поэтому материалы гиперспектральной съемки находят широкое применение во многих сферах человеческой деятельности: экологии, сельском и лесном хозяйствах, анализе атмосферы, поиске полезных ископаемых, военной сфере и др.

Гиперспектральная съемка начала внедряться в практику ДЗЗ совсем недавно. За рубежом работы в этом направлении начаты 12 лет назад и активно развиваются. В нашей стране впервые гиперспектральная аппаратура (ГСА) выведена на орбиту на спутнике МКА-ФКИ (головной разработчик — НПО им. С.А. Лавочкина) в июле 2012 года, а 25 июня 2013 года запущен КА «Ресурс-П» на котором установлена ГСА, работающая в 130 узких соприкасающихся диапазонах видимой области спектра.

ГСИ — это принципиально новый вид информации о земной поверхности, развитие средств ее получения и обработки находятся в самой начальной стадии. Основной задачей, для решения которой собственно и создается ГСА, является повышение уровня автоматизации процессов сегментации и последующей классификации объектов наблюдаемой сцены.

Анализ характерных свойств ГСИ гиперспектральных изображений показывает наличие сильной корреляции между отдельными элементами гиперкуба как в пространственной, так и в спектральной области. Другой характерной особенностью ГСИ является значительное

Рассматриваются вопросы автоматического выделения объектов земной поверхности на основе анализа материалов гиперспектральной съемки. Для решения этой задачи обосновано использование методов искусственного интеллекта. Представлены результаты обработки натурной гиперспектральной информации.

> влияние на спектральные характеристики ряда искажающих факторов: условий съемки и освещенности земной поверхности, состояния атмосферы, сезонности наблюдений, погодных условий и др. Все это вносит некоторую неопределенность в отображение объектов, регистрируемых в различных спектральных диапазонах, и, кроме того, приводит к размытию границ переходов от одного объекта к другому. В связи с этим авторы считают, что одним из перспективных направлений по сегментации объектов на ГСИ является совместное применение алгоритмов кластеризации в условиях неопределенности (в частности, FCM-, PCM- и РFСМ-алгоритмов), обеспечивающих разбиение на кластеры с учетом свойств кластерной относительности и/или кластерной типичности. В настоящей работе рассматриваются первые результаты исследований по комплексному применению данных алгоритмов для сегментации ГСИ.

### Кластеризация ГСИ в условиях неопределенности

Кластеризация ГСИ в условиях неопределенности заключается в нахождении разбиения исходного множества точек ГСИ, образующих некоторую структуру кластеров, т.е. в нахождении степеней принадлежности или/и типичности точек ГСИ искомым кластерам.

Наиболее известными алгоритмами кластеризации, основанными на учете того или иного вида неопределенности, является алгоритм нечетких c -средних (fuzzy c - means; FCM-алгоритм) [1] и его модификации: алгоритм возможностных c -средних (possibilistic c -means; PCM-алгоритм) [2] и алгоритм возможностных нечетких c - средних (possibilistic fuzzy c -means; PFCM-алгоритм) [3]. FCM-алгоритм основан на учете свойства кластерной относительности, PCM-алгоритм — на учете свойства кластерной типичности, PFCM-алгоритм — на одновременном учете свойств кластерной относительности и типичности объектов (точек ГСИ). Рассмотрим использование этих алгоритмов с учетом специфики решения задачи сегментации точек ГСИ, основываясь на трудах зарубежных авторов [1, 2, 3].

Гиперспектральное изображение можно представить в виде множества точек  $x_i=\{x_i^1;\ l=\overline{1,q}\}$  ,  $i=\overline{1,n}$  , где n — количество точек изображения, а q — количество спектральных каналов.

FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмы основаны на минимизации соответственно целевых функций [1-3, 4, 5]:

$$J(U,V) = \sum_{i=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} u_j^m(x_i) \cdot d_{ji}^2 \to \min;$$
 (1)

$$J(W,V) = \sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} w_{j}^{m}(x_{i}) \cdot d_{ji}^{2} + \sum_{j=1}^{c} \eta_{j}^{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} (1 - w_{j}(x_{i}))^{m} \to \min;$$

$$(2)$$

$$J(U, W, V) = \sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} (u_j(x_i)^m + w_j(x_i)^{m'}) \cdot d_{ji}^2 \to \min; (3)$$

где  $U=[u_j(x_i)]$  — нечеткое c -разбиение множества точек X на основе функций принадлежности  $u_j(x_i)$  спектральных характеристик точки ГСИ  $x_i$  кластеру  $X_j$ ;  $W=[w_j(x_i)]$  — возможностное c -разбиение множества точек X на основе функций типичности  $w_j(x_i)$ , определяющих возможностную степень типичности точки ГСИ  $x_i$  кластеру  $X_j$  (  $j=\overline{I,c}$  );  $V=(v_1,...,v_c)$  — центры кластеров;  $d_{ji}$  — расстояние между центром кластера  $v_j$  и

точкой изображения 
$$x_i$$
 :  $d_{ji}^2 = \sum_{l=1}^q (x_i^l - v_j^l)^2$  ;  $x_i^l$  – яр-

кость в l-м канале для i-й точки;  $v_j^l-l$ -я координата центра j-го кластера; m и m' — фаззификаторы ( $m,m'\in R,\ m>l,\ m'>l$ ); c — количество кластеров, которое считается предварительно заданным;  $\eta_j$  ( $j=\overline{1,c}$ )— «ширина зоны», определяющая расстояние, на котором значение функции типичности точки ГСИ кластеру  $X_j$ 

равно 0,5: 
$$\eta_j = (\sum_{i=1}^n (u_j(x_i)^m \cdot d_{ji}^2) / \sum_{i=1}^n u_j(x_i)^m)^{0,5}$$
 .

Функции принадлежности  $u_j(x_i)$  и типичности  $w_i(x_i)$  определяются как

$$u_j(x_i) = 1/\sum_{k=1}^{c} (d_{ji}/d_{ki})^{2/(m-1)};$$
 (4)

$$w_j(x_i) = 1/(1 + (d_{ji}/\eta_j)^{2/(m-1)}).$$
 (5)

При этом 
$$\sum_{i=1}^c u_j(x_i)=1$$
 ;  $\sum_{i=1}^c w_j(x_i)=1$  (  $i=\overline{1,n}$  ).

Центры кластеров при реализации FCM-, PCM-, PFCM-алгоритмов соответственно рассчитываются по формулам:

$$v_{j}^{l} = \sum_{i=1}^{n} (u_{j}(x_{i}))^{m} \cdot x_{i}^{l} / \sum_{i=1}^{n} (u_{j}(x_{i}))^{m};$$
 (6)

$$v_{j}^{l} = \sum_{i=1}^{n} \left( w_{j} \left( x_{i} \right) \right)^{m} \cdot x_{i}^{l} / \sum_{i=1}^{n} \left( w_{j} \left( x_{i} \right) \right)^{m} ; \tag{7}$$

$$v_{j}^{l} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \left(\left(u_{j}\left(x_{i}\right)\right)^{m} + \left(w_{j}\left(x_{i}\right)\right)^{m'}\right) \cdot x_{i}^{l}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \left(\left(u_{j}\left(x_{i}\right)\right)^{m} + \left(w_{j}\left(x_{i}\right)\right)^{m'}\right)}.$$
(8)

В результате экспериментальных исследований с использованием натурной информации от гиперспектральной аппаратуры Hyperion, AVIRIS, HYDICE, «Сокол-ГЦП» установлено, что для получения адекватных результатов кластеризации с применением FCM-, PCM- и PFCM-алгоритмов необходимо осуществить их многократное выполнение для различных исходных разбиений при фиксированном количестве кластеров c; выполнить сравнение значений целевой функции и выбрать для дальнейшего анализа разбиение с ее минимальным значением.

### Повышение качества сегментации ГСИ с использованием генетических алгоритмов

Для повышения качества сегментации ГСИ на основе алгоритмов кластеризации в условиях неопределенности целесообразно привлечение генетических алгоритмов (ГА) [6] с целью уточнения центров кластеров [4, 7]. Применительно к кластеризации ГСИ для заданного количества кластеров  $\mathcal C$  каждая хромосома может быть закодирована координатами центров кластеров (спектральными характеристиками кластеров).

При комбинировании алгоритма кластеризации в условиях неопределенности (FCM-, PCM- или PFCM- алгоритма) и ГА в качестве функции соответствия может быть использована соответствующая целевая функция алгоритма кластеризации или некоторый показатель качества кластеризации, например, в случае использования FCM-алгоритма – индекс Се-Бени XB [8]:

$$XB = \frac{\sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} (u_{j}(x_{i}))^{2} \cdot \sum_{l=1}^{q} (x_{i}^{l} - v_{j}^{l})^{2}}{\text{n} \cdot \min_{t \neq j} \sum_{l=1}^{q} (v_{t}^{l} - v_{j}^{l})^{2}} \to \min, \ t = \overline{1, c}. \quad (9)$$

Индекс Се-Бени  $X\!B$  учитывает нечеткие степени принадлежности объектов ГСИ центрам кластеров, а также их геометрическое расположение и является наиболее информативным показателем качества кластеризации при оценке компактности и хорошей отделимости кластеров. Как показывает практика, при хороших результатах нечеткой кластеризации  $X\!B < 1$ . В качестве искомого количества кластеров c целесообразно выбирать то, для которого индекс Се-Бени  $X\!B$  принимает минимальное значение.

Если искомое количество кластеров заранее известно, то при кодировании хромосомы координатами центров кластеров длина хромосомы будет равна  $c \cdot q$ . При этом первые первые q элементов хромосомы будут соответствовать координатам центра первого кластера,

вторые q элементов – координатам центра второго кластера и т.д. Если оптимальное количество кластеров заранее неизвестно, то в ГА длина хромосомы может варьироваться от  $c_{\min} \cdot q$  до  $c_{\max} \cdot q$ . В общем случае, хромосома, кодирующая координаты центров кластеров, может быть представлена как [7]:

$$\mathbf{s} = (v_1^1, v_1^2, ..., v_1^q, ..., v_c^1, v_c^2, ..., v_c^q). \tag{10}$$

При создании начальной популяции хромосом, кодирующих координаты центров кластеров, при сегментации ГСИ может быть реализован следующий подход. Сначала в пространстве значений спектральных характеристик с некоторым постоянным шагом  $\boldsymbol{h}$  (в каждом канале) фиксируются узловые точки, потенциально являющиеся координатами центров кластеров. Далее эти узловые точки некоторым образом группируются для формирования хромосом вида (10), определяющих разбиение множества точек ГСИ на заданное количество кластеров  $\boldsymbol{c}^*$  ( $\boldsymbol{c}_{min} \leq \boldsymbol{c}^* \leq \boldsymbol{c}_{max}$ ). При этом общее количество «потенциальных» хромосом должно в 4-5 раз превосходить размер будущей популяции.

Для выбора хромосом-родителей может быть использован вероятностный отбор, в соответствии с которым для каждой хромосомы  $s_g$  на основе значения ее функции соответствия  $FF\left(s_g\right)$  (  $\mathbf{g}=\overline{1,G}$  ) вычисляется вероятность [4]:

$$p_g = \frac{\overline{FF}(s_g)}{\sum_{k=1}^{G} \overline{FF}(s_g)}, g = \overline{1, G},$$
(11)

где 
$$\overline{FF}(s_g) = \max_{k=1,G} (FF(s_k)) - FF(s_g)$$
;  $\sum_{g=1}^G p_g = 1$ ;  $G$  —

размер популяции.

В соответствии с формулой (11) приспособленность хромосомы  $s_g$  тем выше, чем меньше соответствующее ей значение функции соответствия  $FF(s_g)$ .

Вероятностный отбор хромосом-родителей может быть выполнен следующим образом.

Шаг 1. На горизонтальной оси откладывается ряд чисел  $p_{\mathrm{g}}$  (  $\mathrm{g}=\overline{\mathrm{l},G}$  ).

Шаг 2. Генерируется случайное число  $z\,$  в диапазоне  $[0,1]\,.$ 

Шаг 3. В качестве первой хромосомы-родителя выбирается хромосома  $s_g$  , если случайное число z попало в g -й интервал:  $[p_{g-1},p_g]$  , где  $p_0=0$  .

Шаги 2 и 3 повторяются для определения второй хромосомы-родителя.

Выбранная таким образом пара хромосом-родителей используется при выполнении операции скрещивания.

Обычно в классическом ГА реализуется одноточечное скрещивание и мутация с коэффициентом скрещивания и коэффициентом мутации, выбираемыми соответственно из отрезков [0,7; 0,8] и [0,01; 0,02]. В контексте решения задачи сегментации ГСИ следует исполь-

зовать большее количество точек скрещивания и мутации (от 3 до 5) ввиду работы с хромосомами существенно большей длины, чем при решении большинства аналогичных задач кластеризации данных.

Совместное применение ГА, например, с FCM-алгоритмом для сегментации ГСИ описывается следующей последовательностью шагов.

Шаг 1. Для формирования начальной популяции хромосом размером G выполняется один шаг FCM-алгоритма с вычислением значений индекса Се-Бени (9).

Шаг 2. При выполнении условия продолжения ГА осуществляется один шаг ГА с реализацией операций скрещивания и мутации и вычислением индекса Се-Бени (9) для хромосом популяции размером  $2\cdot R_c\cdot G$ , состоящей из хромосом-потомков, где  $R_c$  — коэффициент скрещивания.

Шаг 3. Для популяции размером  $(G+2\cdot R_c\cdot G)$  выполняется один шаг FCM-алгоритма с вычислением значений функций принадлежности (нечетких степеней принадлежности) объектов центрам кластеров в соответствии с формулой (4), координат центров кластеров в соответствии с формулой (6). Затем осуществляется уточняющий пересчет значений функций принадлежности (нечетких степеней принадлежности) объектов новым центрам кластеров в соответствии с формулой (6) и вычисление индекса Се-Бени (9) для нового набора центров кластеров.

Шаг 4. Из расширенной популяции хромосом размером  $(2\cdot G+2\cdot R_c\cdot G)$ , полученной путем объединения популяции размером G предыдущего поколения и популяции размером  $(G+2\cdot R_c\cdot G)$  текущего поколения, удаляются  $(G+2\cdot R_c\cdot G)$  хромосом с худшими (максимальными) значениями индекса Се-Бени (9). Если выполняется условие продолжения генетического алгоритма, осуществляется переход к шагу 2, иначе переход к шагу 5.

Шаг 5. Выбирается лучшая хромосома, которая минимизирует функцию соответствия (индекс Се-Бени (9)). В качестве искомых координат центров кластеров берутся координаты центров кластеров, соответствующие лучшей хромосоме. Выполняется сегментация ГСИ на основе полученного набора координат центров кластеров.

### Сегментация ГСИ с использованием ансамбля алгоритмов

Каждый из рассмотренных выше алгоритмов кластеризации реализует сегментацию ГСИ на отдельные образования, не учитывая при этом всё многообразие взаимосвязей между точками ГСИ. В связи актуальной является задача консолидации результатов сегментации ГСИ, полученных от различных алгоритмов кластеризации.

Для решения данной задачи разработан ансамбль алгоритмов кластеризации [9], основанный на применении ГА для максимизации количества взаимной информации, содержащейся в частных результатах кластеризации, и обеспечивающий получение консолидированного вектора меток кластеров, описывающего искомую кластерную принадлежности точек ГСИ.

Пусть в результате применения R частных алгорит-

мов кластеризации для сегментации ГСИ формируется R векторов меток кластеров. При этом каждый r-й частный алгоритм сегментации дает разбиение на  $c^r$  кластеров (  $r=\overline{1,R}$  ), описываемое вектором меток кластеров  $\lambda^r$  . Функция  $\Gamma$  , реализующая отображение  $N^{n\times R}\to N$  частных решений о результатах кластеризации в одно консолидированное решение, определяется как

$$\Gamma: \{\lambda^{-r} \mid r \in \{1,...,R\}\} \rightarrow \lambda$$
.

При отсутствии априорной информации об относительной значимости того или иного частного решения функция  $\Gamma$  определяется из условия максимального использования информации из частных решений. Для этого применена функция нормализованной взаимной информации (normalized mutual information ( NMI )):

$$\varphi^{NMI}\left(\lambda^{a}, \lambda^{b}\right) = \frac{\sum_{h=1}^{c^{a}} \sum_{l=1}^{c^{b}} \left[n_{hl} \cdot \log\left(\frac{n \cdot n_{hl}}{n_{h}^{a} \cdot n_{l}^{b}}\right)\right]}{\sqrt{\left(\sum_{h=1}^{c^{a}} n_{h}^{a} \cdot \log\left(\frac{n_{h}^{a}}{n}\right)\right) \cdot \left(\sum_{l=1}^{c^{b}} n_{l}^{b} \cdot \log\left(\frac{n_{l}^{b}}{n}\right)\right)}},$$

где  $\lambda^a$  и  $\lambda^b$  — вектора меток кластеров;  $n_h^a$  и  $n_l^b$  — количество о точек в h -м и l -м кластерах;  $n_{hl}$  — количество точек, которые в h -м кластере соответствуют меткам из вектора меток кластеров  $\lambda^a$  так же, как в l -м кластере соответствуют меткам из вектора меток кластеров  $\lambda^b$ .

Средняя нормализованная взаимная информация (average NMI-(ANMI)) для множества  $\varLambda$  частных решений о результатах кластеризации и консолидированного вектора меток кластеров  $\hat{\lambda}$  может быть определена как

$$\varphi^{ANMI}\left(\Lambda,\hat{\lambda}\right) = \frac{1}{R} \cdot \sum_{r=1}^{R} \varphi^{NMI}\left(\tilde{\lambda},\lambda^{r}\right).$$

При разработке ансамбля алгоритмов кластеризации был использован ГА, позволивший осуществить поиск консолидированного вектора меток кластеров  $\hat{\lambda}$  с приемлемыми временными затратами.

При этом при формировании начальной популяции хромосом предлагается использовать векторы меток кластеров, полученные в результате реализации частных алгоритмов кластеризации.

При вычислении консолидированного вектора меток кластеров частные векторы меток кластеров могут рассматриваться как равновесные, так и неравновесные. В последнем случае вычисление весовых коэффициентов

частных алгоритмов кластеризации основано на оценке количества однозначно классифицируемых точек конкретного ГСИ.

Экспериментальные исследования на реальных данных гиперспектральной съемки показали, что использование для кластеризации ансамбля различных алгоритмов кластеризации повышает долю верно кластеризируемых элементов ГСИ на 5-7 %. Этот показатель является усредненным по всем рассмотренным вариантам использования ансамбля алгоритмов кластеризации.

#### Заключение

Рассмотренные выше алгоритмы сегментации ГСИ прошли экспериментальную отработку на натурной информации от ГСА отечественного и зарубежного производства как космического, так и авиационного базирования. В табл. 1 представлены результаты этих исследований в виде доли ложных идентификаций точек ГСИ (в процентах), усредненные по нескольким гиперкубам. В качестве эталона использовались результаты автоматизированной сегментации с участием оператора.

На рис. 1 представлен пример сегментации ГСИ на основе совместного использования FCM-алгоритма и ГА.

На рис. 2 в качестве примера слева представлен результат сегментации ГСИ с использованием РFСМ-алгоритма (доля ложных идентификаций — 8.9%), а справа — с использованием ансамбля алгоритмов (доля ложных идентификаций — 5.6%).

В настоящее время после ввода в штатную эксплуатацию КА «Ресурс-П» исследования рассмотренных в настоящей работе алгоритмов продолжаются [10, 11, 12] с целью повышения эффективности их работы.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант ОФИ-М-2013 № 13-01-12014).

#### Литература

- 1. Bezdek J.C., Ehrlich R., Full W. FCM: Fuzzy C-Means Algorithm // Computers and Geoscience, 1984. Vol. 10.  $\mathbb{N}^2$  2. P. 191-203.
- 2. Krishnapuram R., Keller J. A possibilistic approach to clustering. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 1, 1993. pp. 98-109.
- 3. Choi T.-M., Kim S.Y. Fuzzy Types Clustering for Microarray Data // Proceedings of world academy of science, engineering and technology, 2005. Vol. 4. P. 12-15.
- 4. Демидова Л.А., Кираковский В.В., Пылькин А.Н. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: Горячая линия Телеком, 2012. 288 с.
- 5. Тишкин Р.В., Юдаков А.А. Субпиксельная классификация объектов на космических гиперспектральных изображениях // Цифровая обработка сигналов. 2012. №3. С. 49-51.

Таблица 1. Результаты исследований алгоритмов идентификации ГСА

Экспериментальный материал	FCM-алгоритм	РСМ-алгоритм	PFCM-алгоритм	Ансамбль алгоритмов
5 гиперкубов	12,4	15,7	9,2	4,3
от ГСА «Сокол» (РФ)				
6 гиперкубов	13,1	16,9	8,9	5,6
от ГСА AVIRIS (США)				
8 гиперкубов	12,7	16,1	10,1	4,9
от ГСА Hyperion (США)				



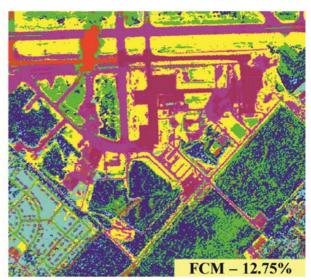


Рис. 1. Сегментация исходного ГСИ (слева) на основе совместного использованием FCM-алгоритма и генетического алгоритмов (справа)

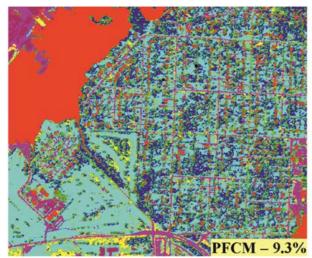




Рис. 2. Сегментация ГСИ с использованием РFСМ-алгоритма и ансамбля алгоритмов кластеризации

- 6. Hachouf F., Zeggari A. Genetic optimization for unsupervised fuzzy classification // 17 Congres Mondial IMACS, 2005. P. 27-32.
- 7. Тишкин Р.В., Юдаков А.А. Сегментация гиперспектральных изображений с применением алгоритмов кластеризации в условиях неопределенности, генетических алгоритмов и нейронных сетей // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: межвуз. сб. науч. тр. Рязань: РГРТУ, 2013. С. 124-138
- 8. Xei X.L., Beni G.A. Validity Measure for Fuzzy Clustering // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intellegence, 1991. № 3(8). P. 841-846.
- 9. Демидова Л.А., Юдаков А.А. Сегментация гиперспектральных изображений с применением ансамбля алгоритмов кластеризации // Программные информационные системы: межвуз. сб. науч. тр. Рязань: РГРТУ. 2013. С. 33-49.
- 10. Ахметов Р.Н., Стратилатов Н.Р., Юдаков А.А., Везенов В.И., Еремеев В.В. Некоторые примеры обработки гиперспектральных изображений // Исследование Земли из космоса. 2013. №6. С. 35-39.
- 11. Антонушкина С.В., Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э. Особенности анализа и обработки информации от систем гиперспектральной съемки земной

- поверхности // Цифровая обработка сигналов. 2010. № 4. С. 38-45.
- 12. Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э., Юдаков А.А. Повышение четкости отображения объектов на данных гиперспектральной съемки земной поверхности // Цифровая обработка сигналов. 2012. №3. С.35-39.

#### SEGMENTATION OF EARTH SURFACE HYPERSPECTRAL IMAGERY BASED ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES

Demidova L.A., Eremeev V.V., Myatov G.N., Tishkin R.V., Yudakov A.A.

Automatic object recognition on hyperspectral imagery of Earth surface were discussed in the article. Involvement of artificial intelligence techniques for object recognition on hyperspectral imagery is considered. Fuzzy clusterization of hyperspectral imagery with FCM-, PCM- and PFCM-algorithms were described. Approaches of quality increase of clusterization by applying genetic algorithms were presented. Forming of clustering ensemble for hyperspectral data processing were described. Clusterization algorithms were evaluated in the conclusion.

УДК 004.932

# ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ МАТЕРИАЛОВ СЪЕМКИ ЗЕМЛИ ЗА СЧЕТ ОБЪЕДИНЕНИЯ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ С ДАННЫМИ ОТ ДРУГИХ СЪЕМОЧНЫХ СИСТЕМ

Еремеев В.В., директор НИИ «Фотон» РГРТУ, д.т.н., e-mail: foton@rsreu.ru

Макаренков А.А., аспирант НИИ «Фотон» РГРТУ

Москвитин А.Э., к.т.н., в.н.с. НИИ «Фотон» РГРТУ,

Мятов Г.Н., к.т.н., заместитель начальника Центра информационных технологий ДЗЗ ФГУП «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»

**Ключевые слова:** гиперспектральные изображения, комплексирование, спектральная характеристика, атмосферные искажения, меры сходства.

#### Введение

Гиперспектральная съемка - это новое перспективное направление дистанционного зондирования Земли. В ее основе лежит принцип расщепления отраженной от поверхности Земли лучистой энергии на десятки и сотни потоков, каждый из которых соответствует очень узкому спектральному диапазону, а в целом, регистрируется серия изображений в узких соприкасающихся диапазонах. В результате, формируется так называемый гиперкуб  $B = \left\{ B_{kmn}, m = \overline{1,M}, n = \overline{1,N}, k = \overline{1,K} \right\}$ , где (m,n) - целочисленные координаты точки гиперспектрального изображения (ГСИ), k – номер спектрального диапазона (канала),  $B_{kmn}$  – яркость точки (m,n) в k -м канале. При m = const, n = const :  $B_{kmn}$ ,  $k = \overline{1,K}$  — есть спектральная характеристика в точке (m, n) в виде набора K значений энергетической яркости в различных спектральных диапазонах. Знание спектральной характеристики (СХ) в каждой точке гиперкуба позволяет на принципиально новой основе решать задачу сегментации и классификации объектов наблюдаемой сцены, поскольку СХ несет информацию об их физикохимических свойствах. Другой важной задачей, которая может решаться по данным ГСИ, является повышение информативности материалов космической съемки и улучшение их изобразительных свойств, так как ГСИ содержит полную информацию о распределении лучистой энергии по длине волны. Эта задача рассматривается в настоящей статье.

В тоже время процесс расщепления лучистой энергии порождает две проблемы. Во-первых, с ростом K пропорционально понижается отношение сигнала к шуму, что требует учета этого факта при проектировании алгоритмов обработки ГСИ. Во-вторых, СХ зарегистрированного изображения определяется не только спектральным составом излучения от поверхности Земли, но в значительной степени искажающим действием атмосферы. Поэтому это явление требует строгого учета при обработке и анализе искаженного атмосферой ГСИ.

Рассматриваются вопросы комплексирования гиперспектральных данных: объединение спектральных каналов гиперспектральных изображений, их комплексирование с данными от других съемочных систем. Цель такой операции — это повышение информативности материалов съемки и упрощение интерпретации данных дистанционного зондирования Земли. Представлены результаты обработки натурной гиперспектральной информации.

За рубежом в последнее десятилетие активно ведутся работы по использованию ГСИ в различных областях применения данных ДЗЗ [1-5]. Публикации в этом направлении составили основу для написания настоящей статьи. В тоже время в зарубежной и отечественной печати отмечается, что эти работы находятся в начальной стадии и требуют своего развития.

#### Задачи комплексирования ГСИ

Можно сформулировать три задачи комплексирования ГСИ.

1-я задача. На основе ГСИ, в котором в различных спектральных каналах объекты сцены отображаются совершенно по-разному, сформировать одно или несколько новых изображений, так чтобы все объекты наблюдаемой сцены представились бы с более высокой четкостью.

2-я задача. На основе ГСИ, спектральные характеристики которого существенно искажены атмосферой, сформировать RGB-компоненты, «очищенные» от этих искажений, и на этой основе сформировать цветное изображение в естественных цветах.

3-я задача. Комплексирование ГСИ с данными высокодетальной съемки от других съемочных систем с целью повышения пространственного разрешения ГСИ и представления изображений в форме, привычной для человеческого зрения.

При решении этих задач возникает необходимость сопоставления спектральных характеристик различных точек ГСИ или СХ реально наблюдаемых объектов с некоторыми эталонными СХ, взятыми из специально созданной базы. Такое сопоставление может быть выполнено с использованием различных мер сходства. В работе [6] исследованы три меры близости СХ – среднеквадратическая, корреляционная и спектрально-угловая. С применением натурной ГСИ установлено, что корреляционная мера дает более качественные результаты. Она определяется как

$$\rho_{mn} = \frac{\frac{V}{B_{mn} \cdot B_{m+1,n} - \overline{B}_{mn} \cdot \overline{B}_{m+1,n}}}{\sigma_{mn} \cdot \sigma_{m+1,n}}, \tag{1}$$

где  $\sigma_{mn}$  и  $\sigma_{m+1,n}$  – среднеквадратические отклонения отсчетов спектральных характеристик для точек (m,n) и (m+1,n), а черта над переменными и выражениями означает операцию усреднения по K спектральным диапазонам.

Достоинством меры (1) является ее инвариантность к линейным искажениям сопоставляемых СХ и малая зависимость от действия аддитивного некоррелированного шума, характерного для гиперспектральной съемки. Поэтому далее будем использовать меру (1).

### Влияние шума на оценку корреляции спектральных характеристик

Расщепление полезного видеосигнала на десятки и сотни составляющих при формирование ГСИ приводит к многократному сокращению отношения сигнал/шум. Относительное повышение уровня шума  $\varepsilon$  приводит к искажению оценки  $\rho \to \rho_{\varepsilon}$ . Есть ряд веских оснований считать этот шум в различных каналах гиперкуба одинаково распределенным, с нулевым средним, аддитивным и независимым по отношению к полезному сигналу. В этом случае мера близости двух точек определится как

$$\rho_{\varepsilon} = \frac{\overline{\left(B_{1} + \varepsilon_{1}\right)\left(B_{2} + \varepsilon_{2}\right) - \overline{\left(B_{1} + \varepsilon_{1}\right) \cdot \overline{\left(B_{2} + \varepsilon_{2}\right)}}}}{\sqrt{\left(D_{1} + D_{\varepsilon}\right)\left(D_{2} + D_{\varepsilon}\right)}},$$
 (2)

где  $B_1$ ,  $B_2$  — спектральные характеристики сравниваемых точек;  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_{\mathcal E}$  — дисперсии яркости изображений  $B_1$ ,  $B_2$  и шума. С учетом, что  $\overline{\varepsilon}_1 = \overline{\varepsilon}_2 = 0$ ,  $\overline{D}_{\mathcal E 1} = \overline{D}_{\mathcal E 2} = D_{\mathcal E}$ ,

$$\rho_{\varepsilon} = \frac{\overline{B_1 B_2} - \overline{B_1} \cdot \overline{B_2}}{\sqrt{D_1 D_2 + D_{\varepsilon} (D_1 + D_2) + D_{\varepsilon}^2}}.$$
 (3)

При одинаковых СХ в рассматриваемых точках  $B_1=B_2=B$  ,  $D_1=D_2=D$  и

$$\rho_{\varepsilon} = \frac{\overline{B^2} - (\overline{B})^2}{D + D_{\varepsilon}} = \rho \cdot \frac{1}{1 + D_{\varepsilon}/D}, \tag{4}$$

т.е. шум уменьшает оценку  $\rho$  , а степень уменьшения определяется отношением  $D_{\varepsilon}/D$  . Особенно сильно это явление проявляется на монотонно изменяющихся участках СХ, где D мало. Аналогичный вывод следует и из выражения (3). Ошибка вычисления корреляции по формуле (2), вызванная шумом, может быть в значительной степени устранена путем оценки  $D_{\varepsilon}$  по ГСИ с использованием методики, изложенной в работе [7], и вычитания из дисперсий сравниваемых СХ величины  $D_{\varepsilon}$  .

#### Коррекция атмосферных искажений

Излучение, перед тем как попасть на гиперспектрометр, дважды проходит через слои атмосферы: на пути от Солнца до поверхности Земли и на пути от Земли до

датчика. Передаточная характеристика атмосферы имеет сравнительно динамичный вид, что приводит к существенным нелинейным искажениям СХ, регистрируемых ГСИ.

Известны два подхода к коррекции атмосферных искажений. Первый подход основан на применении многопараметрических аналитических моделей [8], требующих знания большого числа физических параметров, получение которых на момент гиперспектральной съемки является очень сложной задачей. Второй подход основан на статистической обработке ГСИ. В общем виде атмосферные искажения можно представить как

$$B_{mnk} = \alpha_{mnk} B_{mnk}^* + \beta_{mnk} \,, \tag{5}$$

где  $\alpha_{mnk}$  — составляющая искажений, характеризующаяся поглощение энергии в атмосфере;  $\beta_{mnk}$  — составляющая, описывающая энергию, отраженную от слоев атмосферы и не дошедшую до поверхности Земли;  $B_{mnk}^*$  — яркость без атмосферных искажений.

При регистрации ГСИ все точки, относящиеся к отдельному столбцу или группе близлежащих столбцов, находятся в равных условиях с точки зрения атмосферных искажений. Поэтому при k=const и n=const:  $B_{mk}=\alpha_{mk}B_{mk}^*+\beta_{mk}$ , где  $\alpha_{mk}=const$ ,  $\beta_{mk}=const$ . С учетом этого и выражения (5)

$$B_{mnk}^* = \left(B_{mnk} - \overline{B}_{mk}\right) \frac{\sigma}{\sigma_{mk}} + \overline{B}, \qquad (6)$$

где  $\overline{B}_{mk}$  и  $\sigma_{mk}$  — средняя яркость и СКО m—го столбца в k -м канале,  $\overline{B}$  и  $\sigma$  — средняя яркость и СКО по всему гиперкубу. Атмосферная коррекция на основе (6) вносит искажения в СХ объектов, т.к.  $\overline{B}_{mk}$  и  $\sigma_{mk}$  характеризует не только искажающее действие атмосферы, но и изменение распределения яркости для различных столбцов изображения.

Как правило, гиперспектральная съемка выполняется в достаточно узкой полосе обзора, так что зависимостью  $\alpha_{mnk}$  и  $\beta_{mnk}$  от m,n можно пренебречь, т.е. считать  $\alpha_{mnk}=\alpha_k$  и  $\beta_{mnk}=\beta_k$ ,  $m=\overline{1,M}$ ,  $n=\overline{1,N}$ . В этом случае  $B_{mnk}^*=(B_{mnk}-\overline{B})/\sigma$  и искажения яркости в пределах каждого спектрального канала отсутствуют.

Учитывая, что передаточная характеристика атмосферы в целом имеет плавный характер (за исключением областей пикового поглощения энергии), ее можно представить в кусочно-линейной форме:

$$B_{mnk} = \alpha_w B_{mnk}^* + \beta_w$$
,  $w = \overline{1,W}$ .

где  $\alpha_w$ ,  $\beta_w$  — коэффициенты, описывающие атмосферные искажения на w —м интервале длин волн. На w —м интервале  $\alpha_w$  = const ,  $\beta_w$  = const и мера  $\rho_w$ , вычисленная по (1), не зависит от численных значений  $\alpha_w$  и  $\beta_w$ . Поскольку задача состоит в оценке  $\rho$  , инвариантной к действию атмосферы во всем диапазоне длин

волн, то логично определить 
$$\rho$$
 как  $\rho = \frac{1}{W} \sum_{w=1}^{W} \rho_w$  . Со-

кращение объема выборки в результате разбиения всего диапазона длин волн на несколько интервалов приводит к ошибкам в оценке коэффициента корреляции. Однако, в результате усреднения  $\rho_W$  на интервалах  $w=\overline{1,W}$ , эта ошибка уменьшается.

Сравнение результатов атмосферной коррекции по аналитической модели и рассмотренных выше статистических подходов показала адекватность последних. Дополнительным косвенным свидетельством корректности статистических подходов является устранение искажений в областях пикового поглощения излучения атмосферой.

#### Получение изображений в естественных цветах

Для решения этой задачи необходимо устранить на ГСИ атмосферные искажения и с учетом спектральной чувствительности человеческого зрения осуществить соответствующее объединение спектральных каналов. С учетом этого RGB-компоненты  $r_{mn}$ ,  $g_{mn}$ ,  $b_{mn}$  после коррекции атмосферы определяются как

$$r_{mn} = \sum_{k=k_{r}1}^{k_{r}2} B_{kmn}^{*} \phi_{r}(k), \ g_{mn} = \sum_{k=k_{g}1}^{k_{g}2} B_{kmn}^{*} \phi_{g}(k),$$

$$b_{mn} = \sum_{k=k+1}^{k} B_{kmn}^* \phi_b(k) ,$$

где  $\phi_r(k)$ ,  $\phi_g(k)$ ,  $\phi_b(k)$  – функции пересчета спектральной характеристики в компоненты RGB с учетом спектральной чувствительности глаза [9];  $k_{r1}$ ,  $k_{g1}$ ,  $k_{b1}$  и  $k_{r2}$ ,  $k_{g2}$ ,  $k_{b2}$  – левые и правые границы спектральных диапазонов, соответствующих компонентам RGB.

На рис. 1 представлены два изображения – сформированное на основе 3-х каналов исходного ГСИ (слева) и в естественных цветах после коррекции атмосферных

искажений и учета спектральной чувствительности человеческого зрения (справа).

#### Комплексирование ГСИ с данными от других съемочных систем

Цель решения этой задачи состоит в том, чтобы на основе данных от различных съемочных систем (многозональных, гиперспектральных, тепловых, радиолокационных) сформировать новые изображения, которые бы отличались более высокими изобразительными свойствами, т.е. были бы представлены в привычной для человеческого зрения форме.

В ряде работ [2, 3] предложены алгоритмы поточечного совмещения разнородных данных Д33, основанные на учете локальных статистических свойств объединяемых изображений: LMM (Local Mean Matching), LMVM (Local Mean Variance Matching) и др.

Например, согласно алгоритму LMM значение элемента  $R_{\it kmn}$  результирующего изображения определяется как [2, 3]

$$R_{kmn} = A_{kmn} \frac{\overline{B_{kmn}^o}}{A_{kmn}^o} ,$$

где  $A_{kmn}$  и  $B_{kmn}$  — объединяемые изображения,  $\overline{A_{kmn}^o}$  и  $\overline{B_{kmn}^o}$  — средние яркости элементов в некотором прямоугольном «окне» с центром (m,n). В алгоритме LMVM [2, 3]:

$$R_{kmn} = \left(A_{kmn} - \overline{A_{kmn}^o}\right) \frac{\sigma_{Bkmn}^o}{2\sigma_{Akmn}^o} + B_{kmn},$$

где  $\sigma^o_{Akmn}$  и  $\sigma^o_{Bkmn}$  – СКО яркости, рассчитанные в «окне» с центром (m,n) .

Результат комплексирования по алгоритму LMVM видимой информации (КА Spot-5) (изображение слева) с радиолокационным снимком (TerraSAR-X) (снимок в центре) представлен на рис. 2 (изображение справа).



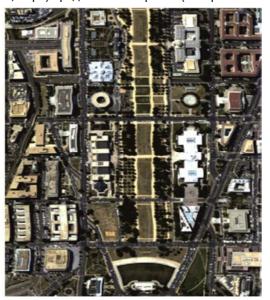


Рис. 1. Изображение в естественных цветах сформированное на основе ГСИ

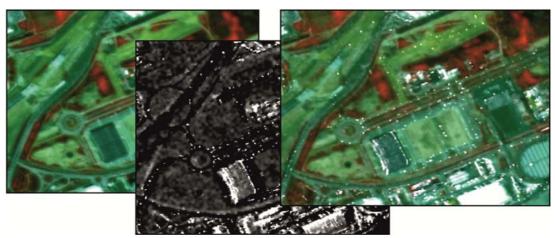


Рис. 2. Комплексирование видимой и радиолокационной информации

### Комплексирование ГСИ с данными высокого пространственного разрешения

Эта задача состоит в том, чтобы объединить ГСИ, имеющее высокое спектральное, но, как правило, низкое пространственное разрешение, с данными высокого пространственного разрешения. Возможны два подхода к решению этой задачи. Первый подход основан на модуляции ГСИ высокодетальными видеоданными. В этом случае ГСИ определяется в более частой решетке пространственной дискретизации путем интерполяции частотной характеристики и затем выполняется комплексирование с данными высокодетальной съемки. Второй подход основан на спектральном разделении элементов ГСИ с целью определения СХ для более мелких пространственных составляющих.

1-й подход. Пусть для некоторого участка земной поверхности синхронно получены ГСИ  $B\in \left\{B_{kmn},\ k=\overline{1,K}\right\}$  и спектрозональное изображение  $D\in \left\{D_{prs},\ p=\overline{1,P}\right\}$  , при этом периоды повторения узлов (m,n) и (r,s) значительно отличаются, т.е. R/M>>1 , S/N>>1 . Результирующее изображение  $B_{krs}^*$  определяется путем модуляции B и D:

$$B_{krs}^* = \frac{D_{prs} \cdot B_{krs}}{\overline{D_p \cdot B_k}} \cdot \overline{B_k}, \quad p = 1 + ent\left(k\frac{P}{K}\right), \tag{7}$$

где 
$$\overline{D_p B}_k = \frac{1}{RS} \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S D_{prs} B_{krs}$$
,

$$\overline{B}_k = rac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M} \ \sum_{n=1}^{N} B_{kmn}$$
 ,  $B_{krs} = \Phiig(B_{kmn}ig) - k$  -я компо-

нента ГСИ, восстановленная в узлах частой решетки (r,s) оператором  $\Phi$  .

2-й подход. Каждая точка ГСИ B — есть объединение некоторого множества базовых спектральных характеристик S, взятых в более частой решетке дискретизации, соответствующей высокодетальному снимку. Этот процесс может быть описан линейной моделью [4]:

$$B=\sum_{i=1}^{I}S_{i}\gamma_{i}$$
 , где  $S=\left\{ \ S_{i},i=\overline{1,I}
ight\} ,\ I$  — число базовых

СХ в рассматриваемой площадке, соответствующей одному пикселю ГСИ,  $\gamma_i$  – весовые коэффициенты. Задача спектрального разделения состоит в получении S для каждой точки ГСИ B . Предлагается параметры S и  $\gamma_i$ оценивать с привлечением данных высокодетальной съемки. Пусть на ГСИ имеются точки, в которых представлен только один объект, а не смесь. Этим точкам соответствуют СХ  $S_j \in S^*$  ,  $j = \overline{1,J}$  , где  $S^*$  — множество спектральных характеристик базовых объектов ГСИ. Тогда задача сводится к нахождению для каждой точки ГСИ такого подмножества  $S \in S^*$  и весов  $\gamma_i$  , смесь которых наиболее близка была бы к B . Поиск  $\boldsymbol{S}^*$  осуществляется путем анализа СКО яркостей высокодетального снимка для площадок, соответствующих каждой точке ГСИ. К  $S_i \in S^*$  первоначально относятся все точки ГСИ, соответствующие областям высокодетального снимка с низкой СКО яркости. Полученное множество спектров вероятнее всего будет содержать характеристики одних и тех же объектов, представленных в разных точках ГСИ. Для формирования множества СХ базовых объектов выполняется отсеивание спектральных характеристик с высоким коэффициентом корреляции. Веса  $\gamma_i$ определяются как отношение площадей областей с близкой яркостью к числу элементов высокодетального снимка, соответсвующих каждому пикселю ГСИ.

В качестве примера на рис. 3 представлен результат комплексирования по 1-му способу: слева — ГСИ с низ-ким пространственным разрешением; в центре — спектрозональный снимок высокого разрешения; справа — результирующее ГСИ.

#### Заключение

Рассмотренные выше алгоритмы апробированы на натурной информации от различных отечественных и зарубежных систем наблюдения Земли: Ресурс-П, EarthObserver-01, AVIRIS, TerraSAR-X, SPOT-5 и др. Качество решения задачи комплексирования разнородной информации в рассмотренных выше постановках оценивалось по методикам, изложенным в работах [5, 10]. В качестве меры эффективности комплексирования изоб-

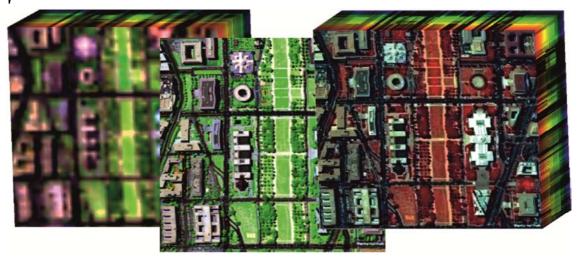


Рис. 3. Комплексирование ГСИ с данными высокого пространственного разрешения

ражений A и B использовалась степень улучшения градиента  $\mathcal{Q}$  :

$$Q = \frac{\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left(\omega_{Amn} Q_{Amn} + \omega_{Bmn} Q_{Bmn}\right)}{\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left(\omega_{Amn} + \omega_{Bmn}\right)},$$
(8)

где  $\omega_{Amn}$  и  $\omega_{Bmn}$  – информативность элемента (m,n)

на изображенях A и B,  $Q_{Amn}$  и  $Q_{Bmn}$  – нелинейные функции, зависящие от разности направлений и модулей градиентов исходных и результирующего изображений. Развернутые выражения для этих функций представлены в работах [5, 10]. В целом результаты экспериментов подтвердили высокую эффективность предложенных алгоритмов.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант ОФИ-М-2013 № 13-01-12014).

#### Литература

- 1. Yuhas, R.H., Goetz, A.F.H., and Boardman, J.W., 1992, Discrimination among semiarid landscape endmembers using the spectral angle mapper (SAM) algorithm. In Summaries of the Third Annual JPL Airborne Geoscience Workshop, JPL Publication 92-14, vol. 1, pp. 147-149.
- 2. De Béthume S., F.Muller, and J. P. Donnay, 1998. «Fusion of multispectral and panchromatic images by local mean and variance matching filtering techniques». In: Proceedings of The Second International Conference:Fusion of Earth Data: Merging Point Measurements, Raster Maps and Remotely Sensed Images, Sophia-Antopolis, France, 1998, pp. 31–36.
- 3. De Bèthune. S., F. Muller, and M. Binard, 1997. «Adaptive Intensity Matching Filters: Anew Tool for Multi Resolution Data Fusion». Proceedings of Multi-Sensor Systems adn Data Fusion for Telecommunications, Remote Sensing and Radar, Lisbon, Sept.oct. 1997, RTO-NATO organization.
- 4. Keshava N. «A survey of spectral unmixing algorithms». Lincoln Laboratory Journal 14 №1 2003, pp. 55-78.

- 5. Costas Xydeas, Vladimir Petrovic. Pixel-level image fusion metrics. Image fusion: algorithms and applications. Great Britain: Academic Press, 2008. pp 429-450.
- 6. Антонушкина С.В., Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э. Особенности анализа и обработки информации от систем гиперспектральной съемки земной поверхности // Цифровая обработка сигналов. 2010. №4. С. 38-43.
- 7. Еремеев В.В., Князков П.А., Козлов Е.П., Москвитин А.Э. Технологии анализа и оценки качества космических изображений // Цифровая обработка сигналов. 2010. №3. С. 37-43.
- 8. Mahiny, A. S., and Turner, B. J., 2007. A comparison of four common atmospheric correction methods. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 73, pp. 361-368.
  - 9. www.cie.co.at.
- 10. Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э., Юдаков А.А. Повышение четкости отображения объектов на данных гиперспектральной съемки земной поверхности // Цифровая обработка сигналов. 2012. №3. С. 35-39.

#### INCREASE OF IMAGERY OF EARTH SURVEY DATA INFORMATIVITY BY FUSION OF HYPERSPECTRAL INFORMATION WITH DATA FROM DIFFERENT IMAGING SYSTEMS

Eremeev V.V., Makarenkov A.A., Moskvitin A.E., Myatov G.N.

Different approaches to fusion of hyperspectral data were discussed in the article. In the article fusion approaches were divided and discussed according to three groups: 1. Fusion of hyperspectral channels in order to form a new panchromatic or multispectral imagery on which all objects presented in different hyperspectral channels were preserved with same recognizability; 2. Synthesis of hyperspectral imagery in natural color representation; 3. Fusion of hyperspectral data with high resolution imagery in order to increase ground resolution of data. Influence on hyperspectral data processing (with example of calculation of spectral correlation) of such factors as signal noise and atmospheric distortion were discussed.

УДК.691.396.96

#### СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ВЫХОДЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Бартенев В.Г., профессор кафедры теоретической радиотехники и радиофизики Московского государственного технического университета радиотехники, электроники и автоматики, д.т.н., e-mail: syntaltechno@mail.ru; Бартенев М.В., аспирант Московского государственного технического университета радиотехники, электроники и автоматики.

**Ключевые слова:** эллиптическая симметрия двумерных распределений, вероятностные характеристики на выходе нелинейных устройств, вероятность правильного обнаружения, вероятность ложной тревоги, умножитель-накопитель.

#### Введение

В случае нелинейных преобразований принимаемых сигналов возникают большие трудности при нахождении аналитических выражений для расчета характеристик обнаружений таких систем. С этой целью прибегают к статистическому моделированию. Но вычисление порогов для малых значений вероятностей ложных тревог не обеспечивает требуемую точность расчетов. В настоящей работе предложен метод преодо-

ления указанных трудностей за счет использования эллиптических свойств некоторых распределений на выходе нелинейных систем.

### Определение для распределений с эллиптической симметрией

При рассмотрении двумерных распределений вероятности P(x,y) эллиптическая симметрия проявляется в форме сечений на плоскости x,y имеющих вид эллипса. В частности для Гауссова распределения эллиптическая симметрия проявляется в том, что переменные x,y входят в двумерную функцию в следующем виде:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\rho} ,$$

где  $\rho$  — коэффициент корреляции.

Таким образом, эллиптическая симметрия может быть определена через двумерную плотность распределения и представлена как:

$$p_{\lambda}(x,y) = f(R,\rho)$$
.

Например, для Гауссова распределения

$$p_{1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \exp(-x^{2}/2\sigma^{2});$$

$$p_{2}(x, y) = f(R, \rho) =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma^{2}\sqrt{(1-\rho^{2})}} \times \exp(-R^{2}/2\sigma^{2}(1-\rho^{2})).$$

Предложен метод нахождения вероятностных характеристик на выходе нелинейных устройств за счет использования эллиптических свойств некоторых распределений, например Гаусса, Лапласа и других. Эллиптическая симметрия таких двумерных распределений проявляется в форме сечений на плоскости, имеющих вид эллипса. Свойства эллиптической симметрии могут существенно упростить нахождение двумерных распределений на основе их одномерных прототипов. Эти свойства и положены в основу предложенного метода, который иллюстрируется нахождением вероятностных характеристик на выходе умножителя-накопителя, для которого удалось достаточно просто рассчитать аналитически значения порогов для низких значений вероятности ложной тревоги при малом числе накоплений, когда выходное распределение существенно отличается от нормального.

В частности, для некоррелированных x,y эллиптическая симметрия превращается в круговую симметрию. Свойство эллиптической симметрии может быть эффективно использовано для нахождения двумерных распределений на выходе нелинейных устройств.

### Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе умножителя

В качестве примера упрощенного способа нахождения двумерного распределения рассмотрим нелинейное устройство типа умножителя-накопителя, алгоритм работы которого может быть представлен в следующем виде [1]:

$$R = \left| \sum_{j=1}^{N} Z \mathbf{1}_{j} * Z \mathbf{2}_{j}^{*} \right| =$$

$$= \sqrt{\left( \sum_{j=1}^{N} x \mathbf{1}_{j} * x \mathbf{2}_{j} + y \mathbf{1}_{j} * y \mathbf{2}_{j} \right)^{2} + \left( \sum_{j=1}^{N} x \mathbf{2}_{j} * y \mathbf{1}_{j} - x \mathbf{1}_{j} * y \mathbf{2}_{j} \right)^{2}},$$

где R — огибающая сигнала на выходе умножителя— накопителя, N — число накоплений.  $Z1_j=x1_j+iy1_j$ ,  $Z2_j=x2_j+iy2_j$  комплексные выборки наблюдений на входе умножителя-накопителя.

Для нахождения распределения R нужно было бы воспользоваться исходным четырехмерным Гауссовым распределением  $p_4\left(x_{1\,j}\,,\!y_{1\,j}\,,\!x_{2\,j}\,,\!y_{2\,j}\right)$  . Мы же используем более простой способ нахождения распределение R на основе свойства эллиптической симметрии распределения на выходе умножителя-накопителя. При этом пороги для заданной вероятности ложной тревоги при воздействии белого шума найдем аналитиче-

ски, а вероятность правильного обнаружения коррелированного шума рассчитаем методом моделирования в среде МАТЛАБ.

Начнем с простейшего случая, когда после перемножения не производится накопления, т.е. N=1 . Для белого шума  $\rho=0$ , тогда распределение произведения случайных сигналов с Гауссовым распределением с нулевым средним и единичной дисперсией r=x1\*x2 можно получить методом функционального преобразования из исходного двумерного распределения:

$$p_{\,2}\left(x_{_{1}},x_{_{2}}
ight)=rac{1}{2\,\pi}\exp\left(-\left(x_{_{1}}^{^{2}}+x_{_{2}}^{^{2}}
ight)/\,2
ight)$$
 , переходя к  $x_{_{1}}=r/x_{_{2}}$   $p\left(r
ight)=$   $=rac{1}{2\,\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}rac{dx_{_{2}}}{x_{_{2}}}\exp\left(-\left(r^{^{2}}/x_{_{2}}^{^{2}}+x_{_{2}}^{^{2}}
ight)/\,2
ight)=$   $=rac{K_{\,0}\left(r
ight)}{\pi}.$ 

Полученное распределение, выраженное через модифицированную функцию Бесселя нулевого порядка  $K_0(r)$  (функция Макдональда), относится к частному случаю распределения Лапласа, обладающего свойством эллиптической симметрии [2]. Воспользуемся этим свойством.

Для этого сначала найдем характеристическую функцию от полученного одномерного распределения

$$\phi(u) = \int_{-\infty}^{\infty} K_0(r)e^{iur} \frac{dr}{\pi} = 1 / \sqrt{1 + u^2}, \text{ TO-}$$

гда двумерное распределение огибающей и фазы на выходе умножителя из одномерного, в соответствии с рекомендацией [2], может быть получено следующим образом

$$p(R,\theta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_0(Ru) \frac{u du}{\sqrt{1 + u^2}} = \frac{K_0(R)}{2\pi}.$$

Усредняя по фазе  $\theta$  от 0 до  $2\pi$ , получаем распределение огибающей шума на выходе умножителя

$$p(R) = RK_0(R)$$
.

Вероятность превышения порога L огибающей R можно получить, интегрируя

$$F(L) = \int_{L}^{\infty} RK_0(R)dR = LK_1(L).$$

Для проверки полученного выражения сравнивались аналитические расчеты в среде МАТЛАБ с помощью функции besselk (1,L), протестированной с помощью справочника [3], и полученные моделированием умножи-

теля. Результат представлен в виде графика на рис.1, который подтверждает совпадение моделирования и аналитических расчетов.

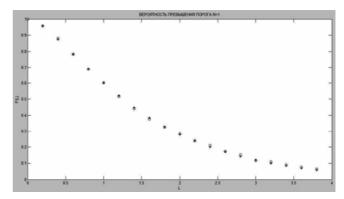


Рис.1 Вероятности превышения порога L огибающей шума для N=1 для моделирования (о) и аналитически(\*).

### Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе умножителя-накопителя

Усложним задачу, рассмотрев дополнительно накопление после умножителя. Используем туже методику на основе свойств эллиптической симметрии распределений. Усложнение отразится на характеристической функции, которая теперь для независимых N множителей будет представлять произведение N характеристических функций, т.е.

$$\phi_N(u) = 1/(\sqrt{1+u^2})^N.$$

Тогда распределение огибающей на выходе умножителя-накопителя будет получено в следующем виде

$$p_{N}(R) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} J_{0}(Ru) \frac{u du}{(\sqrt{1 + u^{2}})^{N}} = \frac{R^{N-1} K_{N-1}(R)}{2^{N-1} \Gamma(N)}.$$

Откуда вероятность превышение порога  ${\cal L}$  имеет следующий вид

$$F(L) = \int_{L}^{\infty} \frac{R^{N-1} K_{N-1}(R)}{2^{N-1} \Gamma(N)} dR =$$

$$= \frac{L^{N} K_{N}(L)}{2^{N-1} \Gamma(N)}.$$

Для проверки полученного выражения сравнивались аналитические расчеты в среде МАТЛАБ с помощью функции besselk (N,L) протестированной с помощью справочника [3], и статистическим моделированием умножителя-накопителя. Результаты представлены в виде графиков для N=4 (рис. 2) и N=8 (рис. 3), которые подтверждают совпадение моделирования и аналитических расчетов для произвольного N.

Для вероятности ложной тревоги  $10^{-4}$  были рассчитаны аналитически пороги для N=1, L=10,65; для N=4, L=15,7; для N=8, L=20,1. Характеристики обнаружения коррелированного шума с коэффициентами корреляции

0,9 и 0,5 были рассчитаны статистическим моделированием в среде МАТЛАБ.

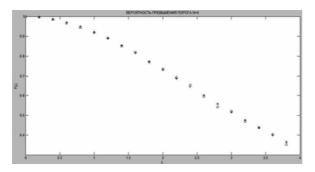


Рис.2. Вероятности превышения порога L огибающей шума для N=4 для моделирования (о) и аналитически(\*)

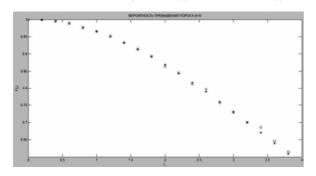


Рис.3. Вероятности превышения порога L огибающей шума для N=8 для моделирования (о) и аналитически(\*)

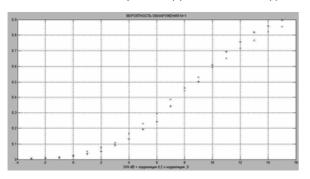


Рис.4. Вероятности правильного обнаружения огибающей коррелированного (коэффициент корреляции 0,9 –(x), коэффициент корреляции 0,5 –(+) шума для N=1 для вероятности ложной тревоги  $10^4$ 

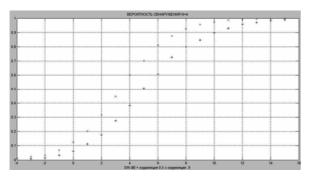


Рис.5. Вероятности правильного обнаружения огибающей коррелированного (коэффициент корреляции 0,9 — (x), коэффициент корреляции 0,5 — (+) шума для N=4 для вероятности ложной тревоги 10 $^{-4}$ 

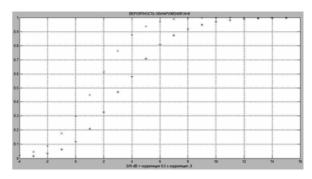


Рис. 6. Вероятности правильного обнаружения огибающей коррелированного (коэффициент корреляции 0.9-(x), коэффициент корреляции 0.5-(+) шума для N=8 для вероятности ложной тревоги  $10^4$ 

#### Заключение

Используя свойства эллиптической симметрии распределения на выходе умножителя-накопителя, удалось достаточно просто рассчитать аналитически значения порогов для малых значений вероятности ложной тревоги при числе накоплений (2-8), при котором выходное распределение существенно отличается от нормального. Вычисление вероятности правильного обнаружения коррелированного шума произведено методом статистического моделирования в среде МАТЛАБ. Показано, что выигрыш в пороговом сигнале для вероятности правильного обнаружения 0,5 и вероятности ложной тревоги  $10^4$  за счет увеличения числа накоплений коррелированного шума с коэффициентом корреляции 0,5-0,9 с N=2 до N=8 составляет около 4дБ.

#### Литература

- 1. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2007.
- 2. Fang K., Kotz S. Symmetric Multivariate and Related Distributions, Chapman & Hall, 1990.
- 3. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М. Наука, 1979.

#### A NEW METHOD OF FINDING PROBABILITY CHARACTERISTICS IN THE OUTPUT OF NONLINEAR SYSTEMS

#### Bartenev V.G., Bartenev M.V.

The paper presents a new method of finding probability characteristics in the output of nonlinear systems using elliptical properties of some distributions. Elliptically symmetric distributions are second-order distributions with probability densities whose contours of equal height are ellipses. This class includes the Gaussian, Laplace distributions and others which can be generated from certain first-order distributions. Such desirable features for the description of the second-order statistics may be used in the transformation analysis of a random signal by the nonlinear devices. These elliptically symmetric distributions simplify the evaluation of the output probability characteristics. That is the base of the suggested method in this paper which is illustrated by real losses of detection with analytically developed low false alarm rate of nonlinear multiplier with small integrated samples when the output distribution differs substantially from Gaussian.

УДК 621.391

### МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА АПЕРИОДИЧЕСКИХ БИНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И МНОГОФАЗНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ БАРКЕРА

Потехин Е.Н., аспирант Поволжского государственного технологического университета, e-mail: potegor@yandex.ru

Шувалов A.C., аспирант Поволжского государственного технологического университета, e-mail: shuvalov.as@gmail.com

Леухин А.Н., д.ф.-м.н, .профессор кафедры информационной безопасности Поволжского государственного технологического университета

**Ключевые слова:** бинарные последовательности, код Баркера, автокорреляционная функция, боковые лепестки, многофазные последовательности.

#### Введение

Бинарные апериодические последовательности с хорошими корреляционными свойствами представляют большой интерес для разработчиков радиолокационных систем. Одним из критериев качества таких последовательностей является минимаксный критерий, когда максимальный боковой лепесток автокорреляционной функции принимает наименьшее возможное значение (MPS – minimum peak sidelobe). На сегодняшний день не существует регулярного метода построения оптимальных минимаксных бинарных последовательностей. Поэтому основным методом построения минимаксных бинарных последовательностей является метод компьютерного перебора, использующий стратегию локальной, глобальной и смешанной оптимизации.

В 1975 году Линдер в работе [1] осуществил полный поиск бинарных MPS последовательностей до длины N=40. Кохен и др. в работе [2] в 1990 году нашли все последовательности до длины N=48. Коксон и Руссо в работе [3] описали алгоритм полного поиска и показали результаты его работы для последовательностей длины N=64. Таким образом, на сегодняшний день, полный поиск бинарных MPS последовательностей был осуществлен для длин N=2...48 и N=64.

#### Алгоритм поиска

С целью расширения диапазона известных бинарных MPS последовательностей была разработана программа, где в качестве базового метода используется алгоритм, описанный в работе [3]. Данный метод носит название brunch and bound, который заключается в последовательном «наращивании» последовательности, начиная с ее краев. Бинарная последовательность представляется в виде двух частей кода одной длины N/2- левого и правого полукодов. На начальном этапе поиска N=2, т.е. устанавливаются крайний левый бит левого полукода  $x_{N-1}$ . Они образуют своеобразную пару бит  $x_0x_{N-1}$ . Эта пара может принимать четыре возможных варианта

Приводится информация о методах генерации, построения и поиска бинарных оптимальных последовательностей до длин 76 и многофазных последовательностей Баркера до длин 52. Подробно описываются алгоритмы поиска и аналитические выводы. Приводятся примеры последовательностей и их основные характеристики, такие как мерит фактор и линейная сложность.

значений: «00», «01», «10» и «11». На первом этапе последовательность выглядит  $x_1, x_2, ..., x_{N-3}, x_{N-2}, 0$  . Затем находится первый боковой лепесток импульсной автокорреляционной функции последовательности. Если  $|r_{\tau}| \leq k$  , где k – заданный максимально возможный уровень бокового лепестка, тогда можно продолжить построение последовательности и добавить второй слева бит левого полукода  $x_1$  и второй справа бит правого полукода  $x_{N-2}$  . Тогда последовательность примет вид  $a=00, \quad x_2,...,x_{N-3}00$  . Если  $|r_{\tau}| > k$  , тогда необходимо паре  $x_0 y_0$  присвоить следующее возможное значение бит: «01». В этом случае последовательность примет вид  $a = 00, x_2, ..., x_{N-2} 10$ . Подобный алгоритм легко представить в виде графа, где вершинами графа являются все возможные значения пар (рис. 1). В таком случае поиск последовательностей осуществляется обходом графа в глубину.

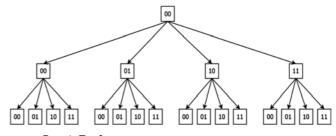


Рис. 1. Представление алгоритма полного поиска в виде графа

Проверка бокового лепестка при каждом изменении значения какой-либо пары значительно сокращает время поиска. Аналогичный подход применяется для исключения веток графа, которые порождают эквивалентные решения. Например, пусть на начальном этапе поиска четной последовательности крайние биты последовательности равны  $x_0=0$ ,  $x_{N-1}=0$ . Тогда исходная последовательность примет вид  $a_0=0,x_1,...,x_{N-2},0$ .

Построим эквивалентные решения для исходной последовательности. Преобразование инверсии даст последовательность  $a_1=1,-x_1,...,-x_{N-2},1$  . Преобразование реверса от каждой последовательности приведет в двум решениям:  $a_2=0,x_{N-2},...,x_1,0$  и  $a_3=1,-x_{N-2},...,-x_1,1$  . И преобразование фазового набега породит еще 4 решения:  $a_4=0,-x_1,...,x_{N-2},1$  ,  $a_5=1,x_1,...,-x_{N-2},0$  ,  $a_6=0,-x_{N-2},...,x_1,1$  и  $a_7=1,x_{N-2},...,-x_1,0$  . В итоге одна неэквивалентная последовательность порождает еще 7 эквивалентных.

Начальная последовательность длины N=2 с заданными значениями  $x_0=0$ ,  $x_{N-1}=0$  порождает все остальные возможные значения пар  $x_0x_{N-1}$ . Таким образом, из четырех возможных веток графа для обхода остается лишь одна. Аналогичным образом, на следующем уровне при длине последовательности N=4 останется лишь 3 ветки для обхода и т.д.:

$$a0 = 0, 0, x_2, ..., x_{N-3}, 0, 0;$$
  
 $a1 = 0, 0, x_2, ..., x_{N-3}, 1, 0;$   
 $a2 = 0, 1, x_2, ..., x_{N-3}, 1, 0.$ 

Исключения наглядно демонстрирует граф обхода (рис. 2).

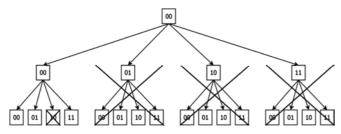


Рис. 2. Графическое представление исключения эквивалентных решений на графе

Данный алгоритм известен уже давно, однако благодаря современной элементной базе и некоторым аналитическим выводам удалось значительно увеличить скорость поиска (рис. 3). Методом аппроксимации результатов работы алгоритма были получены следующие значения линейной сложности алгоритма в зависимости от максимально допустимого значения бокового лепестка (табл. 1).

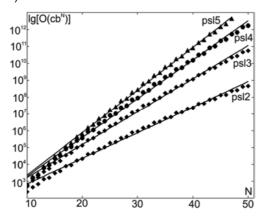


Рис. 3. Линейная логарифмическая сложность алгоритма для разных уровней PSL

Таблица 1. Линейная сложность алгоритма при различных уровнях PSL

Уровень PSL	Линейная сложность
PSL = 2	O(20.7·1.42 )
PSL = 3	O(18.3·1.57)
PSL = 4	O(9.9·1.7 )
PSL = 5	O(6.9·1.79 )

Таким образом, реализованный алгоритм исчерпывающего поиска имеет линейную сложность, сопоставимую со сложностью алгоритмов локального поиска [5-17].

### Алгоритм поиска многофазных последовательностей Баркера

Для поиска последовательностей Баркера определим математическую модель системы уравнений, решениями которой непосредственно будут коды Баркера. Фазокодированную импульсную последовательность запишем на основании выражения

$$\gamma_n = \exp(i\phi_n), n = 0, ..., N - 1,$$

где значение фазы  $\phi_n$  на каждом кодовом интервале определяется из диапазона [0,  $2\pi$ ], N – длина дискретной фазокодированной последовательности, i – мнимая единица.

При этом  $\phi_0=\phi_1=0$ , так как исходную последовательность можно поворачивать на заданный угол [18]. Импульсная АКФ дискретной последовательности представляет собой меру схожести последовательности со своими сдвинутыми копиями :

$$r_{\tau} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1-r} \gamma_{n+r} \cdot \gamma_{n}^{*}, & r = 0, 1, \dots, N-1; \\ \sum_{n=0}^{N-1-|r|} \gamma_{n+r} \cdot \gamma_{n+|r|}^{*}, & r = 1-N, 2-N, \dots -1; \\ 0, & |r| \ge N \end{cases}$$

где  $r_i$  — отчет автокорреляционной функции,  $\gamma_i^*$  — комплексно-сопряженный кодовый элемент, r — сдвиг. Определим равномерную импульсную последовательность, как последовательность у которой боковые отчеты АКФ равны.

На основе автокорреляционной функции запишем систему нелинейных уравнений для длины N :

$$\begin{cases} \left| \sum_{n=0}^{N-k-1} (\exp(-i\phi_n) \cdot \exp(i\phi_{n+k})) \right| = a, \text{ edge } k = 1; \\ \vdots \\ \left| \sum_{n=0}^{N-k-1} (\exp(-i\phi_n) \cdot \exp(i\phi_{n+k})) \right| = a, \text{ edge } k = 2...N - 2 \end{cases}$$

С учетом того, что модули боковых лепестков ИАКФ обладают свойством симметрии, т.е.  $\left|r_r\right| = \left|r_{-r}\right|$ , для построения импульсных многофазных последовательностей запишем следующую систему уравнений

$$\left[\sum_{n=0}^{N-1-r} \cos(\phi_n - \phi_{n+r})\right]^2 + \left[\sum_{n=0}^{N-1-r} \sin(\phi_n - \phi_{n+r})\right]^2 = a^2, \ r = 1, ..., N-1$$

В результате преобразований системы уравнений получим систему уравнений вида

$$2\sum_{n=0}^{N-1-r}\cos(\phi_{n}-\phi_{n+r})*\left[\sum_{n=0}^{N-1-r}\cos(\phi_{n1}-\phi_{n1+r})\right]+$$

$$+2\sum_{n=0}^{N-1-r}\sin(\phi_{n}-\phi_{n+r})*\left[\sum_{n=0}^{N-1-r}\sin(\phi_{n1}-\phi_{n1+r})\right]=$$

$$=a^{2}+1+r-N, r=1,...,N-1.$$

При a=1 получим систему нелинейных уравнений для построения многофазных последовательностей с равномерной единичной ИАКФ вида

$$2\sum_{n=0}^{N-1-r}\cos(\phi_{n}-\phi_{n+r})*\left[\sum_{n=0}^{N-1-r}\cos(\phi_{n1}-\phi_{n1+r})\right]+$$

$$+2\sum_{n=0}^{N-1-r}\sin(\phi_{n}-\phi_{n+r})*\left[\sum_{n=0}^{N-1-r}\sin(\phi_{n1}-\phi_{n1+r})\right]=$$

$$=2+r-N, r=1,...,N-1$$

В результате анализа уравнения можно получить следующие аналитические зависимости.

Первое уравнение имеет вид  $2\cos(\phi_{N-2}-\phi_{N-1})+$ +2=1, устанавливающий связь между элементами последовательности, которую можно представить в виде

$$\phi_{N-2} = \phi_{N-1} \pm \frac{2\pi}{3}.$$

Второе уравнение всегда принимает вид

$$\cos(\phi_{N-3} - \phi_{N-2}) + \cos(\phi_{N-3} - \phi_{N-1} + \phi_2) + \cos(\phi_{N-2} - \phi_{N-1} + \phi_2) = -1.$$

С учетом полученных выражений, можно записать аналитические зависимости между корнями равномерных импульсных последовательностей:

$$a)\ \phi_2 - \pi \omega \delta o e, \phi_{N-2} = \phi_{N-1} \pm \frac{2\pi}{3}, \phi_{N-3} = \phi_{N-2} + \pi = \phi_{N-1} \mp \frac{\pi}{3};$$
  $\delta)\ \phi_2 - \pi \omega \delta o e, \phi_{N-2} = \phi_{N-1} \pm \frac{2\pi}{3},$   $\phi_{N-3} = \phi_{N-1} - \phi_2 + \pi;$ 

$$\phi_0 = \pm \frac{\pi}{3}, \phi_{N-2} = \phi_{N-1} \pm \frac{2\pi}{3}, \phi_{N-3} -$$
любое.

Следующие зависимости между корнями имеют более сложные записи, что увеличивает сложность вывода конечных систем уравнений, но однако может служить опорой для поиска. При поиске импульсных последовательностей можно устанавливать связь между половиной фаз. Каждое из начальных аналитических решений распадается на бинарное дерево зависимостей корней.

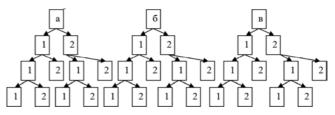


Рис. 4. Дерево аналитических решений ФКП Баркера

Таким образом, мы можем выражать часть фаз последовательности через оставшуюся часть фаз. Аналитически (начиная с шага a-1, a-2 и далее) это довольно трудоемкая задача, но такие зависимости значительно повышают сходимость численных методов.

Выполним численные решения методом Левенберга-Марквардта полученной системы уравнений. Метод Левенгберга-Марквардта заключается в градиентном спуске, где каждое приближение определяется из системы

$$[J^{T}(\vec{x}_k)J(\vec{x}_k) + \lambda_k I]\vec{p}_k = -J^{T}(\vec{x}_k)\vec{f}(\vec{x}_k),$$

где  $\lambda_k$  — неотрицательная константа, своя для каждого шага, I - единичная матрица, J — якобиан, рассчитанный от вектора решений, f — значение функции, определяющей точность.

С учетом аналитических выражений выполним следующие итерационные решения.

1. Поиск равномерных импульсных последовательностей с единичным уровнем боковиков. При этом  $\overrightarrow{f}(\overrightarrow{x_k})$  задает следующую невязку  $\sum f_k^2$ , где  $f_k$  – значения k-ой функции, что является классическим вариантом для численных решений. Для ускорения вычисления якобиана следует рассчитать значение частных производных.

2. Поиск неравномерных импульсных последовательностей Баркера. В отличии от предыдущего решения, необходимо изменить вычисление функции, где каждое ее значение будет определяться из следующего выражения

$$\sum_{f_k^2, ecnu}^{\alpha, ecnu} f_k \leq \beta;$$

где  $\alpha$  – некоторая величина, превышающая квадрат точности по невязке (обычно порядка 1е-5),  $\beta$  – уровень, при котором считается, что данные уравнения являются оптимальными (уровень k-го бокового лепестка).

Отметим, что если  $\alpha$  является константой, то уровень  $\beta$  необходимо подбирать в зависимости от длины; не-

значительное изменение этого параметра кардинально изменяет ход решения системы уравнений.

При численном решении системы уравнений необходимо учитывать аналитические выражения; для этого необходимо выбрать одно из решений (к примеру: a-1-2-1-2-2), а на каждом шаге итерационного цикла нормировать полученные решения (т.е. одну часть фаз относительно другой в зависимости от решений). Более того некоторые аналитические зависимости накладывают ограничения на возможные значения фаз.

На следующем шаге выполним операции понижения уровня боковых лепестков. Примерно половину найденных последовательностей можно свести к многофазным кодам Баркера. Это достигается путем итерационного приближения, при котором необходимо решать исходную систему уравнений со следующими условиями.

- 1. Начальное значение исходного вектора  $x_{\vec{k}}$  задается из полученного решения.
- 2. Выбирается направление решения (к примеру: a-1-2-1-2-2), и вычисляется часть фаз, согласно зависимостям; при этом вычисление фаз необходимо производить на каждой внутренней итерации алгоритма численной оптимизации.
- 3. Выполняется решение системы уравнений или неравенства с уровнем боковых лепестков равным  $au_k = eta \Delta$  .
- 4. В случае успеха уменьшаем уровень боковых лепестков  $au_k = eta \Delta$  и повторяем решение (d в том числе согласно пункту 2) до тех пор пока последовательность не будет удовлетворять заданным параметрам (начальное значение для итерационного метода выбираем из пункта 2 и 3).
- 5. В случае неудачи увеличиваем уровень на половину предыдущего значения  $au_k = eta + rac{\Delta}{2}$  ; начальное значение вектора оставляем неизменным.

Начальное приращение  $\Delta$  следует выбирать из соотношения  $\Delta = \frac{\left|r-\beta\right|}{2}.$ 

### Результаты поиска и статистического анализа бинарных PSL последовательностей

В результате продолжительных вычислений были получены значения полного перебора бинарных MPS последовательностей, а также рассчитаны их статистические параметры, которые приведены ниже. Для полного понимания значений необходимо дать пояснение, по каким признакам проводился статистических анализ.

Последовательность  $a=x_0,x_1,x_2,...,x_{N-3}x_{N-2},x_{N-1}$  является балансной, если количество 1 в последовательности равно количеству 0 для четных длин и отличается не больше, чем на единицу – для нечетных длин.

Meritfactor – это характеристика, вычисляемая по формуле

$$F(A) = \frac{N^2}{2\sum_{\tau=1}^{N-1} (C_A(\tau))^2},$$

где  $C_A(\tau)$  – боковой лепесток апериодической автокорреляционной функции на позиции  $\tau$  . Данная характеристика тем больше, чем меньше общий уровень всех боковых лепестков.

Линейная сложность – характеристика, являющаяся одной из основных в криптографии, равная минимальному регистру сдвига с линейной обратной связью, необходимого для воссоздания последовательности.

Обобщенные характеристики последовательностей, найденных в результате полного перебора, приведены в табл. 2, где N – длина последовательностей; PSL – оптимальный уровень боковых лепестков на длине N;  $N_{ne}$  – количество неэквивалентных последовательностей;  $Nb_{ne}$  – количество балансных неэквивалентных последовательностей;  $N_{all}$  – общее количество последовательностей;  $N_{all}$  – общее количество балансных последовательностей;  $MF_{min}$  – минимальное значение Merit factor;  $MF_{max}$  – максимальное значение Meritfactor;  $MF_{opt}$  – оптимальность последовательности по Merit factor;  $LFSR_{min}$  – минимальное значение линейной сложности;  $LFSR_{max}$  – максимальное значение линейной сложности.

В результате проведенного поиска удалось получить все возможные бинарные апериодические MPS последовательности длин N=2...68,70,72, а также некоторые последовательности на длинах N=69,71,73,74,76, которые находятся в процессе поиска. Для всех найденных последовательностей были вычислены их основные характеристики. Более подробную информацию о последовательностях и их характеристиках можно получить на нашем тематическом сайте [4].

### Результаты численных оптимизаций поиска многофазных последовательностей Баркера

Вычисления произодились на кластере из 4-х двухпроцессорных вычислительных узлов Quad-Core Intel Xeon E5520, 3-х компьютеров Core i7 и 10-ти компьютеров Core2Duo.

Поиск равномерных последовательностей останавливался только после того, как в течении продолжительного времени (3 и более недель) не было получено новых решений. Поиск неравномерных решений не полный, т.к. число решений постепенно растет, вероятность правильного обнаружения падает, что затрудняет полный поиск и делает его неопределенным.

В ходе поиска импульсных последовательностей Баркера были получены следующие результаты: равномерные последовательности Баркера обнаружены до длин 34 включительно, при этом на длинах 30-34 высока вероятность обнаружения новых последовательностей. Количественные результаты представлены в табл. 3.

Таблица 2. Обобщенные характеристики последовательностей

		1	ı	1	1					Обаптельностте
N	PSL	$N_{ne}$	Nb <sub>ne</sub>	$N_{all}$	Nb <sub>all</sub>	$MF_{\min}$	MF <sub>max</sub>	$MF_{opt}$	LFSR <sub>min</sub>	LFSR <sub>max</sub>
2	1	1	1	4	2	2	2	yes	1	2
3	1	1	1	4	4	4.5	4.5	yes	1	3
4	1	1	0	8	0	4	4	yes	1	4
5	1	1	0	4	0	6.25	6.25	yes	2	4
6	2	4	2	28	6	2.57143	2.57143	yes	2	5
7	1	1	1	4	4	8.16667	8.16667	yes	3	4
8	2	8	1	64	8	2	4	yes	3	6
9	2	10	8	80	36	2.025	3.375	yes	3	6
10	2	5	1	40	4	3.84615	3.84615	yes	4	7
11	1	1	1	4	4	12.1	12.1	yes	5	7
12	2	16	2	128	16	2.76923	7.2	yes	4	8
13	1	1	0	4	0	14.0833	14.0833	yes	6	8
14	2	9	0	72	0	5.15789	5.15789	yes	5	9
15	2	13	0	104	0	3.21429	4.8913	no	6	10
16	2	10	0	80	0	3.55556	4.57143	no	7	10
17	2	4	0	32	0	4.51563	4.51563	yes	7	10
18	2	2	2	16	8	6.48	6.48	yes	8	12
19	2	1	0	8	0	4.87838	4.87838	no	8	10
20	2	3	0	24	0	4.34783	5.26316	no	8	11
21	2	3	1	24	4	5.80263	6.48529	no	9	13
22	3	378	76	3024	304	2.54737	6.20513	yes	5	17
23	3	515	169	4084	772	2.38288	5.62766	yes	7	16
24	3	858	66	6864	276	2.32258	8	yes	7	18
25	2	1	0	8	0	7.10227	7.10227	no	12	14
26	3	242	34	1936	136	3.10092	7.51111	no	9	18
27	3	388	124	3096	572	2.82558	9.85135	yes	9	19
28	2	2	0	16	0	6.75862	7.84	yes	14	15
29	3	284	56	2244	232	3.13806	6.78226	yes	10	19
30	3	86	4	688	16	3.43511	7.62712	yes	11	20
31	3	251	106	2008	484	3.26871	7.17164	yes	12	20
32	3	422	38	3376	156	3.04762	7.11111	no	7	22
33	3	139	18	1112	76	3.78125	8.50781	yes	12	22
34	3	51	5	408	20	4.21898	8.89231	yes	13	22
35	3	111	28	888	120	3.80435	7.56173	no	14	21
36	3	161	20	1288	80	3.56044	6.89362	no	13	24
37	3	55	3	440	12	4.02647	6.98469	no	16	22
38	3	17	1	136	4	5.34815	8.29885	yes	17	21
39	3	30	8	240	32	4.44737	6.39076	no	16	25
40	3	57	0	456	0	4.25532	7.40741	yes	17	23
41	3	15	1	120	4	5.125	7.50446	no	17	25
42	3	4	0	32	0	5.91946	8.73267	yes	17	24
43	3	12	7	96	36	4.9973	6.74818	no	20	24
44	3	15	3	120	12	4.98969	6.28571	no	18	27
45	3	4	0	32	0	5.32895	6.57468	no	21	25

no 6.4908 6.4908 7.12581 7.12581 no 4.8 6.12766 yes 2.85833 8.82721yes 3.11721 8.16993 no 7.51734 7.51734 yes 2.75918 8.14458 no 3.09361 7.89045 no 3.32118 7.32663 no 3.26674 7.45074 yes 3.03876 8.16667 no 3.19783 7.96324 yes 3.58635 8.53807 no 3.5593 8.32775 no 3.34572 8.10811 no 3.61965 7.56301 yes 4.11563 8.17872 yes 3.8534 9.58696 yes 3.65714 9.84615 no 4.00095 8.25195 no 4.60465 7.75089 no 4.34139 7.76644 no 4.14337 8.43796 no ≥ 39  $\ge 241$  $\geq$  33  $\ge 1928$  $\ge 132$  $\leq 4.11851$  $\geq 7.98826$ < 29 no 4.64896 7.31343 no > 10 > 40  $\leq 4.57441$  $\leq 30$ > 41  $\ge 115$  $\ge 920$  $\geq 8.1045$ no 4.72993 7.2 no  $\geq 43$  $\geq 5$  $\ge 344$  $\geq 20$ ≤ 34 > 40  $\leq 4.93426$  $\geq 8.32656$ no > 18 $\geq 0$ > 144  $\geq 0$ < 5.64536 > 7.03856≤ 33 > 40 $\geq 0$  $\geq 0$  $\leq 4.99654$  $\geq 7.0439$  $\geq 11$  $\geq 88$  $\leq$  36  $\geq 41$ 

Таблица 3. Число равномерных импульсных последовательностей Баркера

Длина	Число решений	Длина	Число решений	Длина	Число решений
3	1	14	164	25	404
4	2	15	368	26	64
5	6	16	220	27	64
6	1	17	140	28	50
7	18	18	114	29	78
8	36	19	112	30	98
9	40	20	176	31	76
10	120	21	188	32	8
11	132	22	140	33	4
12	84	23	408	34	8
13	402	24	108		

Множество неравномерных последовательностей Баркера невозможно оценить однозначно. Число решений постоянно растет, с ростом длины сложность и время ожидания нового решения падает, но не означает его

отсутствие. Теоретически возможно, что общее число неравномерных последовательностей Баркера на рассмотренных длинах бесконечно. Результаты текущих запусков отображены в табл. 4.

Численные методы не позволяют дать точную оценку числа последовательностей Баркера. Большое число равномерных последовательностей Баркера определяет большее множество неравномерных, что превосходит результаты Carrol J. Nunn и Gregory E. Coxson [19], а так

же открывает вопрос в правильности оценки числа решений кодов Баркера. Общее число равномерных последовательностей Баркера длины N=10 показаны в табл. 5, примеры неравномерных последовательностей представлены в табл. 6.

Таблица 4. Число импульсных последовательностей Баркера

Длина	Число решений	Длина	Число решений	Длина	Число решений
31	3015	39	1203	47	21
32	2180	40	1087	48	3
33	1337	41	1258	49	2
34	2015	42	994	50	2
35	1356	43	816	51	2
36	1287	44	230	52	1
37	1105	45	241		
38	1749	46	35		

Таблица 5.Pавномерные последовательности Баркера для N=10

Неэквивалентные равномерные последовател	льности Баркера длины N=10 (фазы в градусах)
0 0 0 60 240 240 60 180 0 240	0 0 60 60 240 240 60 240 0 240
0 0 3.651 213.43 171.437 295.057 290.454 81.657 261.657 21.657	0 0 60 83.489 308.952 252.913 144.948 276.91 75.778 315.778
0 0 10.191 110.485 133.039 25.719 22.721 181.259 1.259 241.259	0 0 60 90.173 327.079 301.635 204.198 326.554 141.769 21.769
0 0 13.867 160.547 188.895 12.023 69.696 283.7 103.7 343.7	0 0 60 97.037 281.883 249.649 99.87 228.259 25.664 265.664
0 0 15.388 15.204 227.513 197.448 17.534 92.789 272.789 152.789	0 0 60 133.704 75.583 303.338 59.37 285.645 299.56 179.56
0 0 15.796 146.39 207.651 67.246 103.668 297.259 117.259 357.259	0 0 60 136.006 104.59 343.896 129.789 353.452 12.697 252.697
0 0 18.986 263.9 236.83 58.556 16.853 201.232 21.232 141.232	0 0 60 138.66 100.629 337.757 130.446 353.42 0.197 240.197
0 0 20.378 174.194 216.81 104.548 112.336 343.296 163.296 43.296	0 0 60 150.526 161.696 41.527 19.346 248.123 26.31 266.31
0 0 31.232 125.956 41.801 251.015 12.144 224.877 196.109 76.109	0 0 60 151.478 118.657 346.102 99.19 307.544 340.305 220.305
0 0 36.152 280.903 218.369 7.431 44.136 228.324 48.324 168.324	0 0 60 154.338 185.437 42.878 41.053 264.053 42.144 282.144
0 0 40.068 123.951 22.01 242.437 4.859 225.198 205.266 85.266	0 0 60 156.482 127.594 354.284 115.442 318.259 0.84 240.84
0 0 47.072 15.966 246.509 160.944 54.185 184.903 4.903 124.903	0 0 60 157.271 127.98 31.161 160.034 2.116 45.026 285.026
0 0 53.529 178.176 244.412 128.278 175.956 39.612 219.612 99.612	0 0 60 157.541 100.562 354.519 139.858 352.601 346.679 226.679
0 0 53.825 152.997 92.708 344.118 128.717 338.244 332.069 212.069	0 0 60 160.069 200.575 70.684 123.052 13.925 179.343 59.343
0 0 58.37 178.561 180.381 40.24 85.493 271.646 91.646 331.646	0 0 60 161.075 137.702 11.552 144.809 342.646 35.332 275.332
0 0 58.514 111.639 305.916 325.121 202.246 322.052 142.052 22.052	0 0 60 165.808 193.964 71.439 82.451 348.732 162.392 42.392
0 0 59.53 47.528 284.323 199.543 34.766 156.421 336.421 96.421	0 0 60 172.204 161.365 87.626 104.461 311.135 112.993 352.993
0 0 60 31.254 258.002 255.205 103.971 238.264 52.615 292.615	0 0 60 173.541 199.267 102.119 136.614 34.836 210.617 90.617
0 0 60 39.593 244.465 218.025 69.483 194.91 11.541 251.541	0 0 60 173.809 184.683 86.115 132.171 327.644 123.95 3.95
0 0 60 45.556 222.216 228.275 54.869 191.038 0.148 240.148	0 0 60 176.6 232.194 156.459 171.738 62.065 239.338 119.338
0 0 60 48.219 245.53 282.521 114.726 234.81 54.744 294.744	0 0 60 177.773 152.234 54.174 55.493 263.942 79.221 319.221
0 0 60 48.69 273.375 226.697 50.167 173.578 350.902 230.902	0 0 60 178.911 246.353 135.298 182.633 50.063 228.649 108.649

γ	
0 0 60 52.43 128.702 328.238 68.157 297.876 239.54 119.54	0 0 60 179.912 227.663 70.629 113.282 5.039 184.97 64.97
0 0 60 59.97 157.864 314.285 87.481 283.364 223.439 103.439	0 0 65.816 142.882 107.601 345.72 140.296 5.611 11.427 251.427
0 0 60 60 120 300 60 300 240 120	0 0 60 60 180 0 60 300 240 120
0 0 71.752 22.286 163.36 316.351 303.543 162.495 174.247 54.247	0 0 72.375 28.2 171.362 4.319 11.474 225.794 238.168 118.168
0 0 60 79.006 294.964 277.44 142.397 356.735 120.298 0.298	0 0 90.654 155.84 130.948 8.198 135.015 10.085 40.739 280.739
0 0 60 61.734 265.642 282.804 111.674 272.309 48.219 288.219	0 0 92.544 168.823 152.396 30.199 150.907 16.818 49.362 289.362
0 0 60 70.019 262.439 247.868 58.617 184.637 357.162 237.162	0 0 95.42 158.569 149.533 39.876 183.962 60.909 96.329 336.329
0 0 60 76.528 303.162 294.906 159.61 8.955 137.592 17.592	0 0 112.611 190.799 193.959 112.846 254.717 119.191 171.801 51.801

#### Таблица 6. Примеры последовательностей Баркера для N=[11, 52]

N	Последовательность (фазы в градусах)
11	0 0 0 0 120 120 300 0 180 0 240
12	0 0 60 0 300 120 120 240 0 240 60 180
13	0 0 180 180 60 60 120 60 60 1800 240 0
14	0 0 1.709 286.585 347.346 128.366 90.757 258.734 349.419 240.505 69.074 57.543 237.543 117.543
15	0 00 36.419 357.703 254.678 150.902 128.173 285.444 1.668 78.642 219.927 76.345 256.346 16.346
16	0 0 5.588 291.28 198.887 182.71 193.462 329.808 269.293 116.861 306.479 227.07 322.327 69.048 249.048 9.048
17	0 0 14.043 340.367 6.691 311.103 164.682 128.199 342.502 224.384 18.633 189.416 19.398 127.614 214.225 288.268 48.268
18	0 0 60 60 240 300 300 0 240 60 300 120 120 0 60 240 240 120
19	0 0 0.997 352.252 285.97 352.361 96.889 212.261 146.332 276.128 350.949 163.488 24.886 275.101 134.935 237.367 65.414 6.411 246.411
20	0 0 16.273 78.349 116.933 127.76 345.207 296.711 123.528 123.324 36.519 291.529 82.483 310.824 212.737 303.51 156.277 194.02 14.02 134.02
21	0 0 0.341 115.525 153.067 114.208 241.334 41.921 151.056 81.807 129.448 358.098 315.217 122.217 227.353 41.273 7.631 184.304 18.79 319.131 199.131
22	0 0 17.537 3.718 17.718 339.597 226.271 160.595 124.328 16.613 269.964 113.434 314.504 220.508 5.666 63.704 131.759 222.596 325.099 128.344 308.344 68.344
23	0 0 60 233.976 241.597 323.061 31.928 10.87 271.749 330.435 264.175 188.781 24.299 346.595 156.856 70.613 50.538 117.675 264.969 74.199 213.105 338.923 218.923
24	0 0 60 70.501 51.219 152.727 120.353 307.766 292.82 100.904 128.078 311.357 285.217 76.768 221.063 61.911 346.339 232.064 325.847 180.767 237.788 92.962 196.871 76.871
25	0 0 58.162 32.667 17.367 17.643 120.649 108.693 273.108 321.864 344.44 211.106 188.974 122.507 44.917 260.301 79.588 20.62 228.914 351.176 151.957 275.019 70.406 250.406 130.406
26	0 0 60 70.469 2.903 18.48 322.009 349.377 116.975 141.969 227.892 256.894 75.355 179.88 327.659 14.329 249.174 127.99 112.272 285 137.731 0.767 234.369 345.231 176.412 56.413 27 0 060 43.552 148.434 109.269 251.453 186.585 44.824 144.11 148.567 217.588 65.155 112.708 69.219 281.287 68.836 91.879 .847 297.667 155.161 221.789 47.282 161.292 356.962 37.013 277.013
27	0 0 60 232.234 263.615 203.754 194.88 183.976 300.839 22.87 84.414 261.492 81.775 177.964 13.814 80.19 6.947 172.096 83.229 84.343 68.106 23.871 83.612 143.386 106.187 333.724 220.099 100.099
28	0 0 60 78.092 43.587 54.197 119.39 127.346 307.654 272.593 41.938 59.7 272.096 164.113 343.205 219.706 35.868 223.203 64.173 149.634 262.515 44.095 140.125 22.707 21.718 300.658 238.697 220.412 100.413
29	0 0 60 37.535 43.265 139.297 73.49 176.529 309.29 61.529 354.506 70.627 254.452 266.292 334.378 245.186 184.08 130.933 313.489 128.298 76.819 285.907 28.098 223.766 171.343 15.76 80.168 282.121 261.505 141.505
30	0 0 42.844 43.864 107.686 242.058 232.381 266.275 263.762 227.81 153.269 210.584 13.941 250.407 28.946 284.315 207.567 242.593 77.681 356.587 289.764 135.8 277.452 25.614 108.89 288.255 215.862 58.634 44.898 224.898 344.898
31	0 0 60 160.701 296.79 324.751 22.257 84.757 23.589 98.232 54.238 109.954 242.661 69.707 6.802 286.589 277.348 96.497 274.344 306.613 160.167 210.993 111.689 122.774 345.891196.957 4.6 234.121 163.216 6.322 125.431 5.431
32	0 0 60 78.875 207.76 265.604 287.326 324.431 278.578 256.2 332.613 272.978 181.898 37.549 253.548 54.875 59.048 262.67 11.066 82.601 244.025 4.846 192.918 66.954 207.026 43.044 154.558 46.768 326.486 247.935 184.62 165.125 45.125
33	0 0 45.912 38.476 340.192 347.944 66.412 21.665 242.596 131.93 341.529 215.066 181.896 305.592 49.962 62.511 134.275 91.473 304.204 304.506 235.671 195.95 73.427 123.288 289.416 331.618 109.423 241.724 58.604 261.861 81.623 240.548 60.548 180.548

	V
34	0 0 62.24 115.72 106.914 254.204 267.961 311.248 48.181 346.135 269.726 290.822 54.746 78.048 301.341 330.763 77.561 217.942 39.769 128.262 52.706 291.171 139.446 242.189 104.571 200.673 113.503 82.947 326.328 124.676 342.652 314.537 190.665 339.901 219.895
35	0 0 60.682 39.574 352.272 53.858 40.617 51.051 88.132 252.325 269.72 44.003 274.189 253.299 146.07 215.558 31.879 68.491 175.566 92.642 324.833 305.335 206.093 277.724 57.456 123.564 87.41 278.452 257.619 118.024 296.563 99.718 338.337 117.038 287.724 166.565
36	0 0 59.788 99.248 109.383 186.269 213.851 190.508 167.493 65.317 131.7 176.757 106.215 60.063 347.573 83.245 210.516 340.131 110.214 335.576 148.287 228.433 35.884 352.845 134.932 291.893 328.076 199.172 144.924 1.152 110.953 316.743 244.447 41.138 230.358 151.53 31.324
37	0 0 56.935 131.322 155.644 162.17 294.97 16.851 357.703 205.973 291.429 47.263 109.681 53.743 296.162 78.117 197.097 148.786 105.424 110.844 144.013 58.31 150.287 28.596 43.883 254.365 315.917 138.478 280.205 93.426 314.428 212.292 80.77 1.008 322.472 220.812 73.453 312.543
38	0 0 59.977 87.004 92.401 130.445 174.019 260.318 292.655 126.985 143.136 244.762 273.564 142.97 165.665 175.17 113.56 101.792 317.075 144.912 141.801 56.837 322.18 71.041 219.695 1.65 172.048 279.231 128.572 119.742 26.448 20.363 219.311 26.814 261.005 128.348 317.459 161.826 41.82
39	0 0 59.989 101.328 150.121 211.347 259.143 270.608 166.507 249.569 198.026 288.135 160.279 252.182 140.661 261.59 165.768 57.456 139.275 268.883 334.796 162.835 180.189 16.243 332.642 193.614 264.025 171.297 102.771 353.228 145.583 347.545 19.062 228.582 254.084 109.996 296.935 178.408 121.421 1.415
40	0 0 60 70.469 2.903 18.48 322.009 349.377 116.975 141.969 227.892 256.894 75.355 179.88 327.659 14.329 249.174 127.99 112.272 285 137.731 0.767 234.369 345.231 176.412 56.413 27 0 060 43.552 148.434 109.269 251.453 186.585 44.824 144.11 148.567 217.588 65.155 112.708 69.219 281.287 68.836 91.879 .847 297.667 155.161 221.789 47.282 161.292 356.962 37.013 277.013
41	0 0 66.022 60.39 23.445 355.429 98.543 28.402 352.449 25.29 138.352 159.918 283.345 261.899 179.748 335.369 342.72 115.113 121.668 275.415 117.771 13.82 228.261 91.582 252.153 0.291 306.298 98.199 199.326 345.304 154.687 290.18 106.616 150.751 12.634 354.529 309.489 258.433 148.797 199.842 79.83
42	0 0 55.331 83.354 106.547 255.763 317.247 310.411 40.273 321.779 309.81 339.168 52.798 22.993 216.452 339.85 130.457 74.868 251.116 111.234 167 40.05 169.212 299.479 82.586 199.699 4.864 299.68 135.831 300.138 262.524 89.152 306.114 249.747 147.187 128.824 62.905 353.962 46.776 303.272 278.4 156.698
43	0 0 17.361 300.115 270.161 157.838 127.936 254.685 246.716 218.377 237.686 211.358 89.055 357.995 308.841 88.849 82.775 239.599 276.899 106.817 145.268 132.158 311.912 134.17 62.028 146.563 235.566 196.02 294.357 149.651 346.009 172.208 114.047 247.81 255.213 349.499 204.065 1.816 146.941 247.363 23.898 202.042 331.233
44	0 0 17.12 330.264 8.445 309.386 9.419 1.077 15.132 86.534 177.204 221.357 245.186 183.438 333.496 135 12.628 115.365 308.056 302.453 53.749 186.435 256.462 188.755 23.382 71.843 206.488 41.809 312.251 210.975 83.428 300.052 158.102 318.954 58.006 192.605 268.763 127.111 74.192 341.426 307.197 204.993 162.445 42.101
45	0 0 26.9 346.107 283.815 230.524 185.736 187.592 235.824 207.388 62.636 328.282 204.116 120.757 144.66 173.612 237.067 215.34 13.694 246.08 173.257 272.728 185.994 355.389 299.634 309.369 135.951 75.791 249.655 17.997 308.326 124.481 183.163 20.145 234.494 9.454 184.481 286.651 97.134 264.936 347.367 93.232 206.018 299.113 59.118
46	0 0 11.087 7.317 326.58 317.722 310.291 311.689 285.293 25.514 105.413 80.724 130.279 125.919 276.773 273.387 48.736 231.698 163.728 318.278 92.544 331.634 32.109 144.408 276.04 183.14 22.431 121.708 245.409 36.274 298.946 202.449 74.232 237.989 12.382 113.973 297.216 256.295 98.228 144.185 28.963 284.474 246.527 118.064 71.866 305.45
47	0 0 30.607 65.237 112.941 113.646 20.93 19.217 57.319 90.281 192.732 203.526 358.477 0.13 290.381 289.103 276.126 107.407 113.761 230.701 244.917 81.813 224.273 241.456 70.107 80.157 261.246 62.945 104.977 331.857 293.228 206.672 228.948 60.882 230.822 57.302 157.712 359.749 122.011 324.558 251.821 147.892 308.922 148.241 2.206 189.517 65.346
48	0 0 37.46 126.526 176.46 207.159 22.013 46.031 113.841 163.471 177.027 127.878 111.406 275.461 267.537 306.464 230.507 208.929 106.123 32.343 151.484 160.308 41.39 267.319 171.95 321.687 242.653 92.951 239.559 67.792 292.438 158.257 199.309 56.545 197.43 194.714 157.185 72.365 123.954 308.297 92.59 131.987 347.734 48.753 193.877 353.051 105.625
49	0 0 52.225 75.533 39.861 56.052 107.218 120.361 163.425 243.392 329.623 40.285 123.415 145.165 88.539 41.494 0.9 345.505 16.65 287.499 296.592 169.618 193.786 330.459 64.091 191.924 314.989 212.751 166.461 86.442 327.48 265.239 118.407 173.664 353.246 134.221 359.313 192.972 342.193 86.431 264.466 133.087 7.002 273.135 119.788 287.298 119.009 350.467 222.703
50	0 0 69.368 73.098 41.614 355.813 37.328 47.452 56.476 65.884 106.06 210.682 237.766 307.249 344.434 268.918 173.841 61.066 8.95 233.366 202.93 145.703 41.001 180.075 21.784 289.206 33.392 187.18 79.607 266.322 47.429 300.287 222.193 126.629 272.946 185.879 51.434 72.92 161.253 352.094 292.988 6.165 187.672 265.789 92.579 197.676 351.767 81.331 206.769 336.286
51	0 0 10.249 317.632 262.864 269.261 285.022 266.347 204.18 136.155 53.741 315.117 259.247 268.436 181.638 71.951 285.434 264.138 296.083 3.395 5.177 141.353 112.691 320.52 274.867 64.738 359.594 143.405 15.978 140.829 78.351 177.052 212.523 225.616 26.401 252.739 98.097 268.163 333.186 127.954 317.827 114.909 275.541 77.495 176.135 232.56 337.799 120.451 249.11 318.914 79.366
52	0 0 30.825 98.148 179.221 216.292 262.357 3.209 342.17 26.356 131.952 311.632 56.436 101.184 98.491 19.366 44.06 181.8 26.929 128.457 186.67 80.271 35.122 37.93 280.921 319.94 326.872 264.134 184.435 325.956 316.846 174.466 203.457 67.609 52.139 315.814 158.308 268.717 98.606 87.834 299.829 199.16 81.876 287.797 136.937 252.216 63.312 251.07 124.79 333.805 164.439 44.404

53

#### Литература

- 1. J.Lindner. Binary sequences up to length 40 with best possible autocorrelation function // Electronics Letters, 16 October 1975, V. 11, № 21, p. 507.
- 2. M.N.Cohen, M.R.Fox, J.M.Baden. Minimum peak sidelobes pulse compression codes// Proceedings of the IEEE International Radar Conference, Arlington, VA, May 1990, pp.633-638.
- 3. G.E.Coxson, J.Russo. Efficient exhaustive search for optimal-peak-sidelobe binary codes// IEEE Trans. AerospaceandElectron. Systems, 2005, V. 41, pp. 302–308.
- 4. Тематический сайт, посвященный синтезу сигналов и их применению [Электронный ресурс]. Дата обновления: 13.06.2013. URL: http://signalslab.marstu.net (дата обращения: 13.06.2013).
- 5. Militzer, B.; Zamparelli, M.; Beule, D.: Evalutionary search for low autocorrelated binary sequences, IEEE Trensactions on Evolutionary Computation, 2, (1998), No. 1, pp.34039
- 6. Prestwich, S.: A hybrid local search algorithm for low-autocorrelation binary sequences, Technical report, Department of computer science, National University of Ireland at Cork, 2001.
- 7. Prestwich, S.: Exploiting Relaxation in local search for LABS, Annals of operations research, 1, (2007), pp.129-141
- 8. Brglez, F.; Viao, Yu.; Stallmann, M.; Militzer, B.:Reliable cost predictions for finding optimal solutions to LABS problem: evolutionary and alternative algorithms, In international workshop on frontiers in evolutionary algorithms, 2003
- 9. Borwein, P.; Ferguson, R.; Knauer, J.: The merit factor problem, Online available.
- 10. Dotu I.; Hentenryck, P.: A note on low autocorrelation binary sequences, In lecture notes in computer science, Springer, 4204, (2006), pp.685-689
- 11. Gallarado, J.; Cotta, C.; Fernandez, A.: A memetic algorithm for the low autocorrelation binary sequence prob-

- lem, In genetic and evolutionary computation conference, ACM, 2007, pp.1226-1233
- 12. Dorigo, M.; Stutzle, T.: Ants colony optimization, MIT Press, 2004.
- 13. Kirkpatrick, S.; Gelatt, D.; Veechi, M.: Optimization by simulated annealing, Science, 220, (1983), pp.671-680
- 14. Holland, J.: Adaptation in natural and artificial ecosystems, MIT Press, second edition, 1992
- 15. Stutzle, T.; Hoos, H.; Analyzing the run-time behavior of iterated local search for the TSP, in 3rd Metaheuristics International conference, 1999, pp.449-453
- 16. Rego, C.; Alidaee, B.: Tabu search and scatter search, Kluwer Academic Publishers, 2005
- 17. Hansen, P.; Mladenovic, N.: A tutorial on variable neighborhood search, TR G-2003-16, Gerad, 2003
- 18. Леухин А.Н. Аналитическая теория построения периодических импульсных унимодулярных последовательностей с одноуровневой автокорреляцией / А.Н. Леухин, А.С. Шувалов, Н.В. Парсаев, А.С. Петухов // Доклады 13-ой Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA-2011». Москва. 2011. Том 1. С. 42-45.
- 19. Nunn C.J., Coxson G.E. Polyphase Pulse Compression Codes with Optimal Peak and Integrated Sidelobes// IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, April 2009, V. 45, № 2, pp. 775-781.

#### METHODS AND RESULTS SYNTHESIS OF APERIODIC BINARY SEQUENCES AND POLYPHASE BARKER SEQUENCES

Potekhin E., Shuvalov A., Leukhin N.

The article provides information on how to generate, build, and search optimal binary sequences of lengths up to 76 and polyphase Barker sequences of lengths up to 52. Details the search algorithms and analytical conclusions. The examples of sequences has main characteristics, such as Merit factor and linear complexity.

#### новые книги



Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и методы Москва: Техносфера, 2013. – 528 с.

Рассматриваются основные разновидности адаптивных фильтров и их применение в радиотехнических системах и системах связи. Дается представление о математических объектах и методах, используемых в теории адаптивной фильтрации сигналов. Рассматриваются приемы получения вычислительных процедур, сами процедуры и свойства таких алгоритмов адаптивной фильтрации, как алгоритмы Ньютона и наискорейшего спуска, алгоритмы по критерию по критерию наименьших квадратов, рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов и их быстрые (вычислительно эффективные) версии;рекурсивные алгоритмы для многоканальных фильтров и их версии для об- работки нестационарных сигналов, а также многоканальные алгоритмы аффинных проекций. Дано описание стандартных и нестандартных приложений для моделирования адаптивных фильтров на современных языках программирования МАТLAB, LabVIEW и SystemVue, а также реализаций адаптивных фильтров на современных цифровых сигнальных процессорах.

Особенностью книги является изложение теоретических материалов для наиболее общего случая — адаптивных фильтров с комплексными весовыми коэффициентами, наличие разделов по многоканальным адаптивным фильтрам и алгоритмам адаптивной фильтрации нестационарных сигналов.

Книга является первым систематическим изложением теории адаптивной фильтрации на русском языке.

Предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов радиотехнических и связных специальностей, изучающих и использующих на практике цифровую обработку сигналов.

УДК 621.396

### ВОПРОСЫ ПОВЫШЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ СВЯЗИ: НЕОРТОГОНАЛЬНАЯ ПЕРЕДАЧА

Бакулин М.Г., к.т.н., начальник отдела информационных технологий ООО «Радарные технологии – 2T»', e-mail: m.g.bakulin@gmail.com;

Крейнделин В.Б., д.т.н., профессор кафедры информационной безопасности и автоматизации Московского технического университета связи и информатики, e-mail: vitkrend@gmail.com;

Шумов А.П., к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: magnit2250@mail.ru

**Ключевые слова:** беспроводные системы, неортогональная передача, спектральная эффективность, OFDM, банк поднесущих, концепция Mazo.

#### Введение

Высокий и постоянно растущий спрос на высокоскоростные услуги беспроводных систем связи приводит к тому, что задача повышения

спектральной эффективности таких систем постоянно находится в центре внимания исследователей и разработчиков. Наиболее совершенные современные системы связи основаны на технологии ОFDM, причем ключевую роль в обеспечении высокой спектральной эффективности систем связи с ОFDM играет ортогональность передаваемых символов и поднесущих. Вместе с тем, в последние несколько лет обозначились направления исследований по повышению спектральной эффективности выше той, которая обеспечивается за счет ортогональности передаваемых символов и поднесущих [1], [2].

В качестве теоретической основы в этих исследованиях принимается работа Mazo [3], в которой исследуется проблема ухудшения качества передачи цифровых данных (рост вероятности ошибки передачи) в ситуации, когда импульсы, удовлетворяющие критерию Найквиста, используются для передачи двоичных данных при наличии шума на скоростях, выше скорости Найквиста (fasterthan-Nyquist (FTN)).

В современных исследованиях можно выделить, по меньшей мере, два направления развития темы FTN. Первое направление связано с определением границ принципиальной возможности повышения скорости передачи выше скорости Найквиста при современном уровне развития теории и практики обработки сигналов. Второе направление связано с развитием методов обработки сигналов при повышенных скоростях передачи применительно к действующим высокоэффективным системам связи.

Ниже первое направление будет рассмотрено на основе публикаций, характерных для этого направления исследований.

Исходные предпосылки современных исследований по повышению скорости передачи двоичных символов

Использование импульсов Найквиста вида

Рассматриваются вопросы расширения концепции Маго по передаче сигналов быстрее Найквиста (faster-than-Nyquist (FTN)) на последовательность импульсов, которые модулируют банк поднесущих. Такое расширение соответствует двумерной FTN передаче. Обработка сигналов при этом подобна обработке при ОFDM передаче, но подканалы не являются ортогональными. Несмотря на неортогональные импульсы и поднесущие, метод достигает вероятности ошибки, соответствующей ОFDM системе при по-импульсном приеме, в половине полосы обычной OFDM системы.

$$g(t) = \frac{\sin(\pi t / T)}{(\pi t / T)}$$

для передачи двоичных или многоуровневых данных без межсимвольной интерференции через каналы с полосой  $W=1/2T\,\Gamma_{\rm II}\,$  является классическим. Если предположить, что принимается последовательность импульсов

$$u(t) = \sum_{n=N_1}^{N_2} a_n g(t - nT), \quad a_n = \pm 1$$
 (1)

в аддитивном белом гауссовском шуме с двухсторонней спектральной плотностью мощности  $N_0$  / 2 при независимых  $a_n$ , то оптимальный детектор обеспечивает вероятность ошибки (bit error rate (BER))  $P_e$ , определяемую соотношением

$$P_e = Q(\frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{2N_0}}), \qquad (2)$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-y^{2}/2} dy = \frac{1}{2} erfc \frac{x}{\sqrt{2}}$$
,(3)

 $erfc(\cdot)$  означает дополнительную функцию ошибок, E – энергия импульса g(t). В нашем случае E=T. Асимптотически для больших отношений сигнал/шум соотношение (2) принимает вид

$$P_e \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N_0}{\pi E}} \exp(-\frac{E}{N_0})$$
 (4)

В своей работе [3] Маzo задается вопросом: предположим, что при передаче сигнала (1) получается качество в соответствии с (2), которое является более, чем удовлетворительным. То есть, можно получить  $P_e=10^{-6}$  или  $10^{-7}$ , тогда как  $10^{-5}$  было бы достаточным. Вопрос: до каких пределов можно обменивать это избыточное качество на скорость передачи, заменяя в сигнале (1) T на  $T_{\Delta} < T$  и сохраняя постоянной передаваемую мощность? Другими словами, мы продолжаем



использовать импульсы

$$g(t) = B \frac{\sin(\pi t / T)}{(\pi t / T)}, \qquad (5)$$

но передаем их с интервалами  $T_{\Delta} < T$ . Это и есть fasterthan-Nyquist transmission — передача со скоростью быстрее скорости Найквиста. Интервал  $T_{\Delta}$  при этом принято характеризовать соотношением  $T_{\Delta} = \rho T$ ,  $0 < \rho < 1$ . В этой ситуации ухудшение качества передачи оказывается неизбежным.

Для выявления причин неизбежного ухудшения BER передачи, отметим, что выражение (2) является известной границей для согласованных фильтров при противоположных импульсах, каждый с энергией E, которая определяет качество детектирования бит в случае приема последовательности импульсов. Так как  $T_{\Delta}$  уменьшается, то импульсы посылаются чаще, и энергия  ${\it E}$  в каждом импульсе должна уменьшаться в прямой пропорции, так чтобы мощность  $E/T_\Lambda$  поддерживалась постоянной. Это является одной из причин неизбежного ухудшения качества передачи, которая может использоваться в процедуре обмена качества на скорость. Другая причина ухудшения определяется возможностями детектора справиться с интерференцией между символами, то есть тем фактом, что качество понизится ниже определяемого соотношением (2). Исходя из того, что при повышении скорости передачи должна быть изменена энергия импульсов, а также из необходимости учета МСИ, Маго в своей работе [3] делает вывод о целесообразности использования других факторов, которые определяют качество передачи.

Так, Маzo получает нижнюю границу вероятности ошибки в виде

$$P_e \ge \frac{1}{2^N} \sum_{i=1}^{2N} Q(\frac{d[i, j(i)]}{\sqrt{2N_0}}), \tag{6}$$

где

$$d^{2}(i,j) = \int_{-\infty}^{\infty} [u_{+}^{i}(t) - u_{-}^{j}(t)]^{2} dt$$
 (7)

принимается как «расстояние» между двумя последовательностями (1), которые отличаются в некоторой k-й позиции, то есть в одной последовательности для выбранной позиции a=+1, что отображается как  $u_+(t)$ , а в другой последовательности для выбранной позиции a=-1, что отображается как  $u_-(t)$ . Граница (6) тесно связана с нижней границей Форнея [4], хотя получена подругому. Нижняя граница Форнея в данной ситуации имеет вид

$$P_e \ge p_m Q(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}}), \tag{8}$$

где  $d_{\min}$  — минимальное расстояние между сигналами (1), которые отличаются в k-й позиции, и  $p_m$  — вероятность того, что последовательность, выбранная случайно, имеет импульсы с противоположной полярностью в k-й позиции при расстоянии, равном  $d_{\min}$ . Соотношение (6) может быть приведено к виду, подобному (8). Таким образом, в (6) отбрасываются все члены, за исключени-

ем тех, что дают пары [i,j(i)] , такие, что  $d[i,j(i)] = d_{\min} \ .$  Тогда соотношение (6) принимает вид

$$P_e \ge \frac{\text{число nap}}{2^N} \mathcal{Q}(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}}) \ . \tag{9}$$

Коэффициент перед функцией Q соответствует вероятностному коэффициенту в (8). Когда не удается найти  $d_{\min}$ , то соотношение (9) будет использоваться при  $d_{\min} = d_0$ , где в качестве  $d_0$  будет взято минимальное расстояние, которое удалось найти. Понятно, что в соотношении (9) хотелось бы использовать наименьшее расстояние для максимизации нижней границы вероятности оплобки

В рассматриваемой задаче  $d_{\min}^2$  определяется согласно выражению [3]

$$\frac{d_{\min}^2}{4E} = \inf_{N; \{a_l = \pm 1, 0\}} \frac{1}{2\pi\rho} \int_{-\rho\pi}^{\rho\pi} \left| 1 - \sum_{l=1}^N a_l e^{il\theta} \right|^2 d\theta , \qquad (10)$$

в котором проведена нормировка делением на энергию E. Выражение (10) получено с помощью преобразования фурье от функции (7) и небольшого преобразования результата. Функция  $\inf(\cdot)$  означает точную (наименьшую) нижнюю грань (границу). По утверждению Маzо вычисления согласно соотношению (10) не всегда дают минимум величины (10). Однако численными методами можно получить результаты для  $d_0^2/4E$ , показанные на рис. 1, где  $d_0$  означает минимальное расстояние, которое удалось найти при разных величинах  $\rho$ , то есть при скоростях передачи символов до 2,5 раз выше скорости Найквиста.

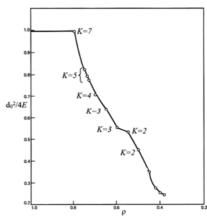


Рис. 1. Наименьшие расстояния между сигнальными последовательностями, которые удалось найти, в зависимости от скорости передачи

Из рис. 1, по мнению Маzo, следует, что для  $T_{\Delta}>0,802T$  минимальное расстояние, а значит и нижняя граница вероятности ошибки передачи не меняется, а значит и никакой потери асимптотической вероятности ошибки при увеличении символьной скорости на 24.7% выше предела Найквиста нет. Процент превышения принимается равным  $100(1/\rho-1)$ . Маzo также отмечает, что  $d_0$  представляет собой энергию импульса для  $\rho$ , уменьшающегося от 1 до 0.8, или, другими словами, для скоростей, превышающих скорость Найквиста до 25 процентов. Таким образом,  $d_{\min}^2/4$  не может

быть энергией импульса при  $\rho$ <0,8 для этой задачи.

Основной результат работы Маzo, который используется современными исследователями, состоит в том, что скорость Найквиста не является абсолютным пределом, и может быть превышена, по меньшей мере, на 24,7 % при наличии соответствующих методов приема сигналов в условиях возрастающей межсимвольной интерференции.

Что касается МСИ, то она возникает не только при попытках повышения скорости передачи импульсов. МСИ сильно усложняет жизнь при приеме сигналов в быстро меняющихся каналах с рассеянием. И здесь в развитии методов приема в условиях МСИ достигнуты значительные результаты. Но это направление сильно связано с параметрами используемых сигналов и каналов, и борьба с МСИ ведется только в тех пределах, которые диктуются этими факторами. В рассматриваемой задаче (FTN) речь идет о других сигналах и уровнях МСИ, которая фактически сознательно вводится до предела, определяемого качеством приема, поэтому задачи приема сигналов при исследованиях в рамках FTN отличаются от задач, решавшихся для приема в каналах с рассеянием, хотя задачи близки по сути.

Итак, согласно работе Маzo, скорость передачи данных теоретически может быть повышена, по меньшей мере, на 24,7 % без потери асимптотической вероятности ошибки. Современные исследователи развивают эту точку зрения. Рассмотрим одно из теоретических направление развития точки зрения Маzo на основе работы [1].

### Многопотоковая передача данных быстрее скорости Найквиста

В работе [1] концепция Маzo по передаче сигналов быстрее скорости Найквиста распространяется на последовательность импульсов, которые модулируют множество поднесущих. Авторы работы [1] называют этот метод двумерной FTN передачей или многопотоковой FTN (multistream FTN (MFTN)). Обработка сигналов МFTN подобна обработке при ОFDM передаче, но подканалы не являются ортогональными. Несмотря на неортогональные импульсы и поднесущие, метод достигает вероятности ошибки, соответствующей ОFDM при поимпульсном приеме, причем, согласно данным авторов работы [1], метод позволяет сделать это в половине полосы обычной OFDM системы.

Итак, предполагается, что базовые (baseband) сигналы, переносящие двоичные данные, определяются соотношением

$$s(t) = \sqrt{2E_s/T} \sum_{n} a_n h(t - nT) , \qquad (11)$$

где  $a_n$  — величины данных из алфавита объемом M , h(t) — базовый импульс с единичной энергией. Эта простая форма лежит в основе QAM, TCM и поднесущих системы с OFDM, а также многих других систем связи. В этих системах h(t) представляет собой T — ортогональный импульс, что означает, что корреляция  $\int h(t-nT)h^*(t-mT)dt$  является нулевой для  $m \neq n$ . В

1975 году Маzo [3] отметил, что двоичные импульсы  $\mathrm{sinc}(t\,/\,T)$  в сигнале (11) могут быть посланы каждые  $T_\Delta$  секунд,  $T_\Delta < T$ , без потери в асимптотической вероятности ошибки. Он назвал это FTN передачей, потому что импульсы передаются быстрее, чем допускается пределом Найквиста для ортогональных импульсов.

Рассматриваемая работа [1] расширяет концепцию FTN в частотную область. Это расширение во второе измерение открывает ряд привлекательных возможностей. Многие сигналы вида (11) компонуются по частоте через модуляцию набора несущих с частотами  $f_0 + \{f_k\}$  для формирования синфазного и квадратурного (I/Q) сигналов, определяемых вещественной частью сигнала s(t), задаваемого соотношением

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} [a_{k,n}^I + ja_{k,n}^Q] h(t - nT) e^{i2\pi (f_0 + f_k)t} .$$
 (12)

Сигнал s(t) представляет собой суперпозицию 2K линейно модулированных несущих, и несет в себе 2NKвеличин данных. Матрица  $\mathbf{A} = \{a_{k,n}\}$  размером  $K \times N$ является матрицей данных и состоит из комплексных данных  $a_{k,n} = a_{k,n}^I + j a_{k,n}^Q$ . K строк этой матрицы соответствуют поднесущим, а N столбцов – временным позициям импульсов. Если  $f_k = k f_\Delta$  , k = 0, 1, ..., K-1 и  $f_{\Lambda}$  равно удвоенной односторонней ширине спектра импульса h(t), то 2K несущих сигналов являются ортогональными. Если при этом импульсы h(t) ортогональны во времени, то все  $N\!K$  импульсов являются взаимно ортогональными. В системах OFDM h(t) обычно представляет собой прямоугольный импульс длительностью T, поднесущие же, разделенные интервалом 1/T, ортогональны по частоте, в результате все импульсы являются взаимно ортогональными.

Построение сигналов в случаях sinc и OFDM, таким образом, базируется на их ортогональности. Согласно теории, существует порядка  $2W\mathfrak{I}$  ортогональных сигналов в интервале W по частоте и интервале  $\mathfrak I$  по времени. Значения данных, модулирующих эти ортогональные сигналы, могут быть независимо максимально правдоподобно продетектированы, и поэтому порядка  $2W\mathfrak{T}$ символов могут быть, таким образом, переданы. Возьмем для примера импульс  $h(t) = \sqrt{1/T} \operatorname{sinc}(t/T)$  и определим время и полосу сигнала вида (12) некоторым общепринятым методом (таким, как полоса по уровню 99% мощности). Тогда при увеличении K и  $N \ \mathfrak{I}/N \to T$  ,  $W=Kf_{\Lambda}=K/T$  , и произведение  $2W\mathfrak{I}$  стремится к величине 2(K/T)(NT) = 2KN, так что соотношение (2) несет столько же значений данных для больших величин NK. как любая схема. основанная на ортогональности. Подобный результат получается, когда h(t) имеет и другую форму, а именно, форму импульса со спектром типа корня из приподнятого косинуса. Для заданного числа символов, переносимых сигналом (12), интервал T можно изменять. При этом W будет обмениваться на  $\mathfrak{I}$ . Nтакже может быть обменена на K, и произведение время-полоса в этом случае не затрагивается. То есть сигнал (12) всегда переносит порядка  $2W\mathfrak{I}$  символов.

для сформированной ортогонально-сигнальной системы

Если цель состоит в достижении вероятности ошибки

(12) без обязательного использования ортогональных сигналов, то ситуация становится более сложной. Примем за вероятность ошибки вероятность ошибки приемника максимально правдоподобной последовательной оценки (maximum likelihood sequence estimation (MLSE)), когда h(t) подставляется в (11) вместе с аддитивным белым гауссовским шумом со спектральной плотностью мощности  $N_0/2$  в канале. При повышении отношения сигнал/шум  $E_b/N_0$  вероятность неверного детектирования  $a_n$  составляет асимптотически  $P_e{\sim}\mathrm{Q}(\sqrt{d_{\min}^2 E_b/N_0})$ где  $d_{\min}$  представляет собой минимальное эвклидово расстояние набора сигналов и  $d_{\min} \leq d_{MF}$  . Здесь  $E_b = E_s/\log_2 M$  ,  $E_s$  – средняя энергия символа и  $d_{MF}$  – граничное эвклидово расстояние согласованного фильтра для используемого алфавита данных. Расстояние  $d_{\mathit{ME}}$ характеризует качество простой передачи ортогональными символами с противоположными величинами данных. Ниже будет рассматриваться двоичный случай, для которого  $d_{MF}^{\,2}=2$  , так что целевая вероятность ошибки для ортогональных импульсов определяется согласно величине  $Q(\sqrt{E_h/N_0})$  . Если K I/Q сигналов (12) не перекрываются по частоте, то та же самая асимптотическая вероятность ошибки применима и в этом случае.

Для достижения большей спектральной эффективности при той же  $E_b$  и вероятности ошибки, FTN сигналы должны использовать меньшую полосу частот. Рассмотрим вопрос требуемой полосы частот более подробно. При независимых и одинаково распределенных (IID) символах данных спектральная плотность мощности k-й поднесущей  $S_k(f)$  пропорциональна величине  $\left|H(f-kf_{\Delta}-f_0)\right|^2+\left|H(f+kf_{\Delta}+f_0)\right|^2$  , k=0,...,K-1 , где H(f) является преобразованием Фурье от h(t). При K поднесущих полная спектральная плотность мощности удовлетворяет соотношению (для положительных час-

$$S(f) \propto \sum_{k=0}^{K-1} S_k(f) = \sum_{k=0}^{K-1} \left| H(f - kf_{\Delta} - f_0) \right|^2,$$

$$f_0 >> Kf_{\Delta}$$
(13)

Нормированное произведение время-полоса (normalized time-bandwidth product (NTB)) для такой передачи равно

$$NTB = \frac{WT_{\Delta}}{2RK} \Gamma u \times c / \delta um \tag{14}$$

где W — ширина полосы для положительных частот согласно соотношению (13),  $T_{\Delta} \leq T$  — действительная длительность символа и R — число бит, переносимых каждым символом поднесущей. Каждая поднесущая переносит  $2R/T_{\Delta}$  бит/с, считая I и Q. Для одной поднесущей, согласно уравнению (1), W есть базовая полоса

H(f). Величина NTB является мерой произведения время-полоса на один бит. Простое временное масштабирование s(t) не влияет на NTB, так как спектр соответственно масштабируется на обратную величину. Поскольку  $T_{\Lambda}$  уменьшается для неизменной формы h(t), то FTN сигнал начинает передаваться быстрее и его NTB снижается. В случае базового сигнала с одной несущей полная спектральная плотность мощности представляет собой  $\left|H(f)\right|^2$  с полосой  $\mathit{W}$ , и если  $\mathit{T}_{\mathit{\Delta}}$  уменьшается, то символьно-нормализованный спектр и NTB также снижаются, но импульсы приходят чаще. Это эквивалентно фиксированной величине Т и соответствующему масштабированию в сторону увеличения длительности импульса h с коэффициентом  $T \, / \, T_{\! arDelta}$  . Это сужает полосу частот и снижает NTB точно таким же образом. В любом случае, произведение время-частота на бит данных становится меньше. При K поднесущих вычисления более сложны, но результат получается тот же самый.

В статье Маго [3] в результате рассмотрения системы с одной поднесущей и двоичными  $sinc(\cdot)$  импульсами получен удивительный результат, состоящий в том, что  $d_{\min}^2$  фактически равно  $d_{MF}^2=2$  для  $T_{\Delta}>0.802T$  , и никакой потери асимптотической вероятности ошибки при увеличении символьной скорости на 24.7% выше предела Найквиста и снижении NTB с 1 Гц×с/бит до 0.802 нет. При этом, однако, в принципе требуется полное MLSE детектирование, при котором сравниваются сигналы всех N символов с полной принятой смесью сигнала и шума. Причина такого поведения  $d_{\min}^2$  может быть видна из анализа событий ошибок, которые могут произойти при уменьшении  $T_A$  и росте скорости следования импульсов. В этом случае другие ошибки, в конечном счете, имеют место при расстоянии между последовательностями меньше, чем  $d^2 = 2$  для противоположных сигналов, которые ведут к  $d_{\mathit{MF}}$  . Но эти ошибки не случаются немедленно и могут быть редким событием.

Более поздние исследования показали, что подобный феномен (сохранение асимптотической вероятности ошибки) имеет место и при других ортогональных h(t), наряду с sinc, импульсах [5], [6]. Для импульсов с характеристикой типа корня из приподнятого косинуса и избыточной полосой 30 %, например,  $T_{\Delta}$  может иметь величину 0.703 $\mathrm{T}$ . Существует меньшее  $T_A$  и для гауссовских импульсов, которые неортогональны для любых T. Более того, такой предел появляется и при небинарной передаче с предварительным кодированием и с линейной кодовой модуляцией, основанной на жесткой фильтрации [6], [7]. Все эти случаи могут быть подытожены следующим образом: вероятность ошибок линейной передачи сигналов вида (11) остается неизменной при сужении нормализованного спектра до некоторой достаточно узкой полосы, после которой вероятность ошибок резко возрастает.

Неизменность асимптотической вероятности ошибок наблюдается, несмотря на возрастающую МСИ. Порог сужения нормированного спектра и соответствующей

ему полосы частот авторы работы [1] назвали пределом Маго. Его значение состоит в том, что он показывает, при каких условиях оказывается нецелесообразным передавать сигналы в широком диапазоне частот в линейном канале с белым шумом, и можно передавать сигналы в более узкой полосе, если, правда, при этом возможна необходимая для этого обработка сигнала на приемной стороне. В развитие темы FTN была предложена так называемая многопотоковая FTN передача, то есть FTN передача со многими несущими.

Идея многопотоковой FTN передачи введена в работе [8]. МFTN передачу полезно представить как двумерную передачу, при которой символы могут быть ассоциированы с точками решетки на плоскости частотавремя, расположенными через интервалы  $f_{\Delta}$  и  $T_{\Delta}$ . Это проиллюстрировано на рис. 2.

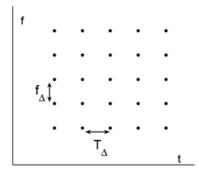


Рис. 2. Двумерная передача согласно Маzо во времени и по частоте. Точки отображают символы, отстоящие друг от друга на  $\ f_{A}\$ и  $\ T_{A}$ 

Импульсы располагаются в каждом узле решетки. В работе [8] приводятся примеры того, что одновременное частотное и временное сжатие может увеличить число символов, переданных в заданной области времячастота, при той же вероятности ошибки  $P_e$ . Одномерное сжатие не обеспечивает такого увеличения.

Какая полная область время-частота занимается передачей? К этому вопросу может быть несколько подходов. Спектральные и временные боковые лепестки интерферируют с сигналами соседних пользователей по частоте и времени. Для средних величин произведений NK (для пакета, скажем, в 100-10000 бит) боковые лепестки дают значительный относительный вклад. В статье [1] N и K полагаются достаточно большими, так что боковые лепестки относительно малы. Площадь решетки составляет порядка  $N\!K\!f_{\Delta}T_{\Delta}$  Гцimesс, и NTB стремится к  $f_{A}T_{A}$  Гцimesс/бит. Отношение N и K может быт изменено как угодно до тех пор, пока N и K дают то же произведение. Для случая бинарного ортогонального сигнала  $\mathrm{sinc}(t/T)$  получается  $f_\Delta=1/T$  ,  $T_\Delta=T$  , и NTB равно  $f_{\Delta}T_{\Delta}=1$  Гц×с/бит. Это значение обеспечивает полезную опорную точку для других импульсов и систем. Так как изменение только величины T не меняет NTB (при изменении T можно изменить  $f_{\varDelta}$  и вернуть значение NTB), то можно принять T=1.

Когда  $f_{\Delta}$  становится меньше, чем полоса модулированной поднесущей, то взаимосвязи сигнала, которые

обуславливают величину  $d_{\min}$ , работают по новому, и структура эвклидова расстояния становится меняющейся во времени. Аналитические результаты известны только в специальных случаях [9], [10]. Нахождение  $d_{\min}$  в этой новой ситуации сложно, но возможно. Изучение эвклидова расстояния для сигналов с различными импульсами h(t) показывает, что  $d_{\min}^2=2$  может иметь место и при 0,5 Гц×с/бит, то есть при половине опорной величины  $f_{\Delta}T_{\Delta}=1$  Гц×с/бит, соответствующей импульсам вида sinc.

На рис. 3 и 4 [1] приведены результаты поиска комбинаций  $f_{\Delta}$  и  $T_{\Delta}$  (предела Mazo), которые имеют наименьшее произведение для импульсов с характеристикой типа корня из приподнятого косинуса (root RC) и гауссовских импульсов. Из рисунков видно, какой предел Маzo может быть достигнут при выбранной форме импульсов и разных скоростях передачи, выше скорости Найквиста. Квадрат оцененного минимального расстояния всех комбинаций равен 2.

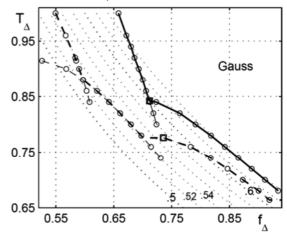


Рис. 3. Оценки позиций двумерного предела Mazo для двоичной гауссовскими импульсами

На рис. 3 приведен случай гауссовского импульса

 $h(t) = \sqrt{1/2\pi\sigma^2} \exp(-t^2/2\sigma^2)$  , нормализованного  $\sigma^2 = 0.399^2$  . Штриховые линии показывают предел для противоположных импульсных последовательностей, задержанных на половину длительности символа относительно друг друга. Точечные графики представляют контуры постоянных  $f_{\varDelta}T_{\varDelta}$  . Минимальное расстояние ищется здесь по всем временам старта в событиях ошибок. Перекрывающиеся кривые показывают траекторию для каждого семейства критических событий. Рассмотрим траекторию для одной критической последовательности ошибок с расстоянием  $d^2$  . Так как  $T_A$  уменьшается, то  $f_{\Delta}$ , чтобы сохранить  $d^2$  =2, возрастает, создавая обычно выпуклую взаимосвязь  $f_{\! arDelta}$  и  $T_{\! arDelta}$  . В конце концов, одно только временное сжатие не позволяет получить  $d^2=2$  ни при каком значении  $f_{\Delta}$ , и в результате получается горизонтальный участок. В верхней левой выпуклой части  $T_{\Delta}$  велико, и получается, что ни какая  $f_{\Delta}$  не приводит к  $d^2 < 2$  . Этот участок просто останавливается при некотором  $f_{\Delta}^{\ }$ ,  $T_{\Delta}^{\ }$  (квадратные знаки отмечают две таких точки на рис. 3). Если эта часть траектории есть окончательный предел Маzo, то при  $T_{\Delta} = T_{\Delta}^{\ }$  предел Маzo должен сдвигаться горизонтально на следующее значение произведения.

Отметим, что h(t) здесь не ортогональны ни при каком T, и гауссовский импульс имеет важные особенности в тех случаях, когда важны одновременно и временные и частотные боковые лепестки [11].

На рис. 4 построены несинхронные пределы Маzо для импульсов с характеристиками корня из приподнятого косинуса с 10 % и 30 % избыточными полосами и случая, когда альтернативные последовательности импульсов задержаны на  $T_{\Delta}/2$  для импульсов с 10 % избыточной полосой (штриховая линия). Штриховые линии показывают предел для противоположных импульсных последовательностей с 10 % избыточной полосой, задержанных на половину длительности символа относительно друг друга. Точечные графики представляют контуры постоянных  $f_{\Delta}T_{\Delta}$ .

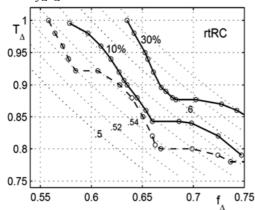


Рис.4. Оценки позиций двумерного предела Mazo для несинхронной двоичной передачи импульсами корня из приподнятого косинуса с избыточной полосой 10 % и 30 %.

Поиск снова велся по всем стартовым моментам времени в событиях ошибок. Из рисунка можно видеть, что наименьшее произведение для импульсов с 30 % избыточной полосой составляет порядка 0,60 при ( $f_{\Delta} \approx 0,67,\ T_{\Delta} \approx 0,88$ ); для импульсов с 10% избыточной полосой оно улучшается до произведения 0,556 при ( $f_{\Delta} = 0,660,\ T_{\Delta} = 0,843$ ). Задержки улучшают случай 10% избыточной полосы до 0,534 при ( $f_{\Delta} \approx 0,66,\ T_{\Delta} \approx 0,80$ ); импульс с 30 % избыточной полосой задержками улучшается аналогично. Эти величины произведений являются очень хорошими, но авторы нашли некоторые синхронные случаи для 10 % избыточной полосы с  $T_{\Delta}$  в диапазоне 0,78–0,9, для которых  $f_{\Delta}T_{\Delta} = 1/2$ . Это представляет собой удвоение спектральной эффективности опорного sinc случая и OFDM.

Квадрат оцененного минимального расстояния всех комбинаций равен 2.

Из приведенных результатов следует, что теоретически, по сравнению с системой с ОFDM, спектральновременная эффективность может быть повышена в 1,5-2 раза. Но, разумеется, необходимы возможности реализации полученных пределов повышения спектральной эффективности и скорости передачи данных.

Рассмотрим возможности реализации полученных пределов повышения спектральной эффективности и скорости передачи данных, следуя работе [1].

#### Детектирование в системах со сверточным кодированием

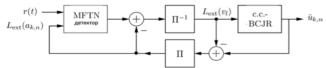
Детектирование переданных MFTN сигналов является трудной задачей. Понятно, что могут быть использованы методы пониженной сложности, и, чтобы избежать простого обмена сокращения полосы на более высокую энергию символа, приемник должен достичь по существу качества полного MLSE. Методы детектирования с пониженной сложностью появились в работах [12 - 15], но все они работают с качеством, далеким до MLSE, чтобы полностью использовать возможность сокращения полосы. В [8] рассмотрен простой М-алгоритм, но оказывается, что метод работает только для 2-4 поднесущих. В [16] предложен усовершенствованный итерационный детектор. ВЕК для детекторов при высоком отношении сигнал шум близко соответствует основному соотноше-

нию  $P_e{\sim}{\rm Q}(\sqrt{d_{\rm min}^2 E_b/N_0}$  . Сложность, однако, остается значительной.

Детектирование становится намного более простым, если с системой MFTN используется перемежитель и внешний код. В результате получается более практичная система MFTN. Рассмотрим такую систему более подробно. В качестве внешнего кода используется сверточный код со скоростью 1/2. Такие коды при небольшой памяти имеют кодовый выигрыш 4 -5 дБ. Так же как система без кодирования могла сохранять свою BER до некоторого критического произведения  $f_{\Delta}T_{\Delta}$  , система с каскадным кодом может сохранить кодовый выигрыш внешнего кода до другого произведения  $f_{\Lambda}T_{\Lambda}$ . В результате может оказаться, что это критическое произведение стало меньше, чем для системы без кодирования. Таким образом, потенциал MFTN возрастает для систем с кодированием. Каскадное кодирование для двумерных МСИ каналов исследовалось, например, в работах [17 – 19], но не с MFTN-индуцированной МСИ.

В работе [1] рассматривается модель системы, которая включает в себя последовательность: Сверточный кодер  $\rightarrow$  Перемежитель  $\rightarrow$  Устройство отображения двоичных величин в K потоков  $\rightarrow$  MFTN модулятор. Память сверточного кода равна v. Последовательность из 10000-v IID информационных бит вначале кодируется с помощью сверточного кода; это генерирует кодовое слово у длиной 20000, которое перемешивается для получения  $v^\prime$  . Далее следует отображение  $v_l^\prime$  ,  $v_{l+1}^\prime$  в один символ  $a_{k,n} \in \{\pm 1 \pm j\}$  , где k и n найдены из l с помощью заранее определенной схемы. Переданный сигнал s(t) формируется согласно (12) из последовательности символов а; далее в работе используются 20 поднесущих, то есть K=20 и, таким образом N=500. Тест проводился и с меньшим числом поднесущих. Когда их число возрастает, то BER в общем ухудшается. Но при 5-8 поднесущих наступает насыщение BER, то есть BER для K=10практически идентична BER для K=20, которая представлена здесь. Поэтому можно быть уверенными, что BER не меняется, если используется много поднесущих, например *K*=64 или 256.

Благодаря наличию перемежителя, возможно прямое итерационное детектирование, соответствующая блоксхема приведена на рис. 5.



Pис.5. Блок-схема итерационного детектирования кодированной MFTN. На схеме r(t) — принимаемый сигнал, c.c.-BCJR — BCJR для сверточного кода.

Для детектирования необходимы два детектора с мягким входом и мягким выходом, один для сверточного кодера и один для передающей системы MFTN, которая совместно с устройством отображения (таррег) рассматривается как внутренний кодер. Далее детектор для системы MFTN называется просто детектором, а внешний детектор рассматривается как декодер. Стандартный полный алгоритм BCJR [20] будет использоваться как декодер для сверточного кода, но детектор MFTN не является стандартным. Если желательно оптимальное детектирование, то сложность увеличивается, и здесь также требуется метод с пониженной сложностью.

Рассмотрим структуру MFTN детектора. Базовое представление сигнала (12) имеет вид

$$s_{bb}(t) = \sum_{n} \sum_{k} a_{k,n} h(t - nT_{\Delta}) e^{j2\pi t f k}$$
 (15)

Детектор принимает зашумленный сигнал  $r(t) = s_{bb}(t) + n(t)$ , где n(t) – комплексный белый гауссовский шум. Первый шаг в приемнике состоит в том, чтобы спроецировать r(t) на базовые функции  $h(t-nT_{\Lambda})e^{j2\pi tfk}$ , то есть вычислить

$$R_{k,n} = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)h^*(t - nT_{\Delta})e^{-j2\pi tfk} dt.$$
 (16)

Элементы  $R_{k,n}$  формируют матрицу  ${\bf R}$ , которая на практике может быть эффективно реализована банком согласованных фильтров со скоростью отсчетов  $1/T_{\Delta}$ . Матрица  ${\bf R}$  представляет собой достаточную статистику для оценивания  $\{a_{k,n}\}$ , и в последующем  ${\bf R}$  называется просто принятым сигналом. С учетом этого можно записать  ${\bf R}={\bf S}$  + ${\bf N}$ . Часть  ${\bf S}$  величины  ${\bf R}$  равна

$$S_{k,n} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m,l} a_{l,m} h(t - mT_{\Delta}) e^{j2\pi t(l-k)f_{\Delta}} h^*(t - nT_{\Delta}) dt . (17)$$

Шумовая матрица N определяется соотношением

$$N_{k,n} = \int_{-\infty}^{\infty} n(t)h^*(t - nT_{\Delta})e^{-j2\pi tfk} dt.$$
 (18)

Переменные  $N_{k,n}$  не являются белыми.

Цель детектора состоит в максимизации апостериорной вероятности (APP) индивидуального бита, то есть оценка бита равна

$$\hat{a}_{k,n}^{I/Q} = \arg \max_{a \in I-1} \Pr(\hat{a}_{k,n}^{I/Q} = a \mid \mathbf{R})$$
 (19)

Надстрочный индекс I/Q означает "I соответственно

Q". Когда этот индекс опущен, то мы имеем в виду комплексное a. Вместо работы с вероятностями удобнее работать с логарифмами отношения правдоподобия (LLR)

$$L(a_{k,n}^{1/Q}) = \log \frac{\Pr\{a_{k,n}^{1/Q} = 1\}}{\Pr\{a_{k,n}^{1/Q} = -1\}}.$$
 (20)

Из  $L(a_{k,n}^{l/Q})$  можно непосредственно найти LLRs  $L(v_l)$  . Поскольку символы данных независимы, то можно, как обычно, выразить условный LLR  $L(a_{k,n}^{l/Q} \mid \mathbf{R})$  как

$$L(a_{k,n}^{l/Q} \mid \mathbf{R}) = L_{ext}(a_{k,n}^{l/Q} \mid \mathbf{R}) + L(a_{k,n}^{l/Q}), \qquad (21)$$

где  $L_{\rm ext}(a_{k,n}^{I/Q}\,|\,\mathbf{R})$  означает внешнюю (extrinsic) информацию об  $a_{k,n}^{I/Q}$  , содержащуюся в  $\mathbf{R}$ .

Достоверные апостериорные вероятности (APPs) бит данных могут быть найдены с помощью многомерного алгоритма BCJR [20], но его сложность растет экспоненциально с K, и APPs должны быть аппроксимированы более простыми значениями. Детектор будет, таким образом, рассматривать только часть символов одновременно. Остальное будет действовать как шум. Символы  $\{a_{k,n}\}$  сгруппированы в две группы,  $\mathbf{A}_{\mathrm{dec}}$  и  $\mathbf{A}_{\mathrm{int}}$  . Символы в  $\mathbf{A}_{\mathrm{dec}}$  предлагается декодировать сразу, а те, что в  $\mathbf{A}_{\mathrm{int}}$ , действуют как шум. Переданные базовые сигнамогут быть  $s_{bb}(t)$ выражены  $s_{bb}(t) = s_{
m dec}(t) + s_{
m int}(t)$  , где  $s_{
m dec}(t)$  и  $s_{
m int}(t)$  являются составляющими от символов из  $\mathbf{A}_{\mathrm{dec}}$  и  $\mathbf{A}_{\mathrm{int}}$  соответственно. Детектор будет основываться на последовательном подавлении интерференции [21]. Во время декодирования сигнала  $s_{
m dec}(t)$  мягкая оценка  $\hat{s}_{
m int}(t)$  сигнала  $s_{\rm int}(t)$  формируется на основе мягкой информации обо всех символах в  ${f A}_{int}$ :

$$\hat{s}_{\text{int}}(t) = \sum_{R} b_{k,n}^{1/Q} h(t - nT_{\Delta}) e^{j2\pi i t/R}$$
(22)

где  $B=\{(k,n): a_{k,n}\in {f A}_{{
m int}}\}$  и  $b_{k,n}^{J/Q}$  есть мягкие оценки  $a_{k,n}^{J/Q}$  , определяемые соотношением

$$\begin{split} b_{k,n}^{I/Q} &= \Pr\{a_{k,n}^{I/Q} = 1\} - \Pr\{a_{k,n}^{I/Q} = -1\} \\ &= \tanh[\frac{1}{2}L_{ext}(a_{k,n}^{I/Q} \mid \mathbf{R})]. \end{split}$$

Далее  $\hat{s}_{\mathrm{int}}(t)$  проецируется на базовые функции, с проекциями, обозначенными как  $\hat{\mathbf{S}}(\mathbf{A}_{\mathrm{int}})$ . Окончательно, оцениваемый принятый сигнал при детектировании символов в  $\mathbf{A}_{\mathrm{dec}}$  формируется как

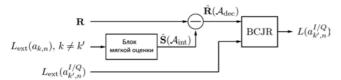
$$\hat{\mathbf{R}}(\mathbf{A}_{ ext{dec}}) = \mathbf{R} - \hat{\mathbf{S}}(\mathbf{A}_{ ext{int}})$$
 . (23)   
Совместно с внешней информацией  $L_{ext}(a_{k,n}^{I/Q} \mid \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{A}_{ ext{dec}}))$  о символах  $a_{k,n}^{I/Q}$  в  $\mathbf{A}_{ ext{dec}}$  сигнал

 $\hat{\mathbf{R}}(\mathbf{A}_{\mathrm{dec}})$  передается в алгоритм детектирования.

Если  ${\bf A}_{{
m dec}}=\{a_{k,n}, \forall n,k\}$  и  ${\bf A}_{{
m int}}=0$  , то снижения сложности нет вообще. Мы будем рассматривать только

часть  $\mathbf{A}_{\mathrm{dec}} = \{a_{k',n}, \forall n\}$  , то есть все символы несущей  $k^\prime$  . Для этого сектора  $s_{
m dec}(t)$  может рассматриваться как сигнал с одной несущей, основанный на вещественной форме импульсов h(t). Из этого следует, что его вещественная и мнимая части могут быть продетектированы независимо, и это есть, таким образом, вопрос детектирования двоичных символов в канале с ISI и AWGN. Если детектор использует L ISI отводов как достаточные, то сложность полного BCJR составляет  $2^L$ . В рассматриваемой работе полный алгоритм BCJR будет использован при  $L \le 5$  и, таким образом, там не больше 32 состояний в детекторе BCJR. Остается еще одна техническая деталь. Классический детектор BCJR пред-назначен для работы в условиях белого шума, которого в данном случае нет. Поскольку h(t) имеет большую длительность, теоретически бесконечную, то обеление выходных сигналов дискретных согласованных фильтров является сложной задачей. Однако алгоритм, эквивалентный BCJR, который работает непосредственно по отсчетам с выхода согласованного фильтра, был выведен в [22]. Этот алгоритм предполагает окрашенный шум и не является в точности BCJR, но он имеет такой же выход, как точный BCJR, работающий по обеленной версии R, и мы будем использовать его как BCJR.

Структура внутренней части детектора MFTN (рис. 5) для поднесущей  $k^\prime$  показана на рис. 6.

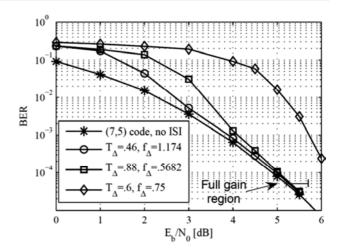


Puc.6. MFTN детектор для поднесущей  $\,k'\,.$ 

Несколько слов по части  ${\bf A}_{
m dec}=\{a_{k',n}, \forall n\}$  . Если  $T_\Delta=T$ , то ISI отсутствует, и BCJR на рис. 7 становится бессмысленным, поскольку там нет зависимости по каждому каналу в сигнале  $\hat{{\bf R}}({\bf A}_{
m dec})$  . Если  $T_\Delta$  близко к 1,  $f_\Delta{<<}1$ , то там есть некоторая ISI, но ICI при этом много сильнее. В этом случае имеет больше смысла использовать часть  ${\bf A}_{
m dec}=\{a_{k,n'}, \forall k\}$  , то есть разрушать только ICI. Для  $f_\Delta$  и  $T_\Delta$  примерно одинаковой величины могут быть использованы гибридные методы. Некоторые итерации могут использовать  ${\bf A}_{
m dec}=\{a_{k,n'}, \forall k\}$  .

Рассмотрим результаты моделирования приемника. В качестве внешнего кода был взят (7,5) сверточный код, а в качестве h(t) – импульс с характеристикой типа корня из приподнятого косинуса с 30% избыточной полосой. Число итераций приемника ограничено 7. В каждом тесте приемника было продетектировано 1000 блоков по 10000 информационных бит.

На рис. 7 приведены результаты тестирования для трех комбинаций параметров:  $f_{\Delta}$  = 1,174,  $T_{\Delta}$  = 0,46 (произведение равно 0,54),  $f_{\Delta}$  =0,5682,  $T_{\Delta}$  =.88 (произведение равно 0,5) и  $f_{\Delta}$  = 0,75,  $T_{\Delta}$  = 0,60, (произведение равно 0,45). На рисунке показаны характеристики для сверточного кода и канала без МСИ.



Puc.7. Результаты моделирования приемника для кодированной MFTN.

Как видно из рисунка, при высоком  $E_b/N_0$  передающие системы MFTN с кодированием фактически в состоянии поддержать полный кодовый выигрыш внешнего кода, при значительно меньшей полосе. Подобное явление часто наблюдается при турбовыравнивании. Если сжатие достаточно сильное, вызывающее значительные ISI/ICI, то система отходит от качества внешнего кода. Но, в конце концов, она достигнет его, если  $T_\Delta$  достаточно велико. Из рисунка видно, что система с наименьшим произведением  $f_\Delta T_\Delta$  =0,45 не сошлась к качеству внешнего кода. Это может быть результатом плохо выбранных параметров  $T_\Delta$  и  $f_\Delta$ , а не слишком маленького произведения  $f_\Delta T_\Delta$ .

Чтобы посмотреть, какие системы будут сходиться при практических значениях  $E_b/N_0$ , существует сильное средство — Extrinsic Information Transfer (EXIT) charts. Хотя их обоснованность открыта для дискуссии, и они не совершенны в случае конечной длины блоков и неидеальных перемежителей, они быстро дают понимание механизма итерационной сходимости. В нашем случае шум фактически не является гауссовским, из-за интерференции от неидеального  $\hat{\mathbf{S}}(\mathbf{A}_{\mathrm{int}})$ , и это слегка ухудшает EXIT charts. EXIT charts не использовались, когда определяли, какие комбинации  $f_{\Delta}$  и  $T_{\Delta}$  дают полный кодовый выигрыш. Это основывается исключительно на тестах приемника.

Будем считать, что система MFTN достигает полного кодового выигрыша, если кодированная система MFTN требует не больше 0.5 дБ дополнительной мощности по сравнению со сверточным кодом и каналом без МСИ для достижения BER  $5\cdot 10^{-5}$ . Определение иллюстрируется на рис. 8. Кодированные системы MFTN, которые проходят через область полного выигрыша, считаются достигающими полного кодового выигрыша.

Сейчас можно прямо выделить комбинации параметров и найти, где присутствует полный кодовый выигрыш. На рис.8 показаны комбинации  $f_{\Delta}$  and  $T_{\Delta}$ , которые позволяют получить полный кодовый выигрыш для сверточных кодов (7,5) и (74,54), где значки  $\times$  соответствуют коду (7,5), а значки  $\circ$  – коду (74,54).

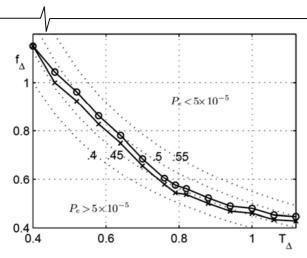


Рис.8. Предел Маzo для кодированной MFTN. Линии, отмеченные × и ○, соответствуют (7,5) и (74,54) сверточным кодам

Рисунок применим только к размеру блока и итерациям, принятым выше. Большее число итераций может несколько улучшить результаты. Полный перебор  $f_{\Delta}$  и  $T_{\Delta}$ , конечно, трудно разрешимая задача. Тестирование по  $f_{\Delta}$  проводилось с шагом 0.01. Если полный кодовый выигрыш присутствует для некоторого  $T_{\Delta} = x$  и  $f_{\Delta} = y$ , но не для  $T_{\Delta} = x$  аnd  $f_{\Delta} = y$ -.01, то точка (x, y) строится на рис. 8. Точечные линии показывают постоянные величины произведений  $f_{\Delta}T_{\Delta} = 0.4$ ; 0,45; 0,5; 0,55 при разных значениях  $T_{\Delta}$  и, соответственно,  $f_{\Delta}$ . Наименьшее произведение с полным кодовым выигрышем получается для обоих кодов при  $T_{\Delta} = 0.79$ , равное  $f_{\Delta}T_{\Delta} \approx 0.43$  и 0,455 соответственно для кодов (7,5) и (74,54). Таким образом, может быть получено до  $\approx$  55% уменьшения полосы без потери BER.

В итерационном процессе детектирования было допущено только 7 итераций. Декодером внешнего кода является BCJR полной сложности. Для кодов (7,5) и (74,54) это приводит к 4 и 8 состояниям соответственно. Сложность по состояниям детектора MFTN была ограничена 32 состояниями, хотя число состояний может быть уменьшено для  $T_{\Delta}$  близкого к 1. В общем, один декодер BCJR с четырьмя состояниями и один декодер BCJR с 32 состояниями необходимо применить 7 раз.

По результатам рассмотрения рисунков можно сделать три замечания. Первое, рис. 8 применим к некоторому типу турбоприемника. Произведение  $f_{\Delta}T_{\Delta}$  может быть меньше, чем для приемника с детектором MLSE или приемника, который преодолевает ICI и ISI по отдельности. Второе, спектральная эффективность (bit rate/Hz) не зависит от базового импульса h(t). Она зависит исключительно от  $f_{\Delta}$ ,  $T_{\Delta}$  и скорости внешне кода. Это делает импульс h(t) одним из параметров для оптимизации. Он должен быть выбран так, чтобы полный кодовый выигрыш мог быть достигнут при наименьшем произведении  $f_{\Delta}T_{\Delta}$ . Как выполнить эту оптимизацию, остается открытой проблемой. И третье, по результатам наблюдения сигналов можно видеть, что сигналы MFTN, как большинство сигналов, сжатых по частоте, имеют более высокий PAPR, чем сигналы Найквиста. Как это отношение сравнивается с PAPR других методов, должно быть изучено отдельно.

#### Заключение

По результатам проведенного анализа можно сказать, что идея временного сжатия для передачи быстрее Найквиста может быть применена в то же самое время в области несущих частот для достижения двойного коэффициента использования пространства передачи по сравнению с OFDM при той же энергии сигналов и вероятности ошибок. В рассмотренной работе предел Маго в общих чертах охарактеризован для многопотоковой передачи гауссовских импульсов и импульсов с характеристикой типа корня из приподнятого косинуса, найдены наименьшие произведения частотно-временного сжатия, которые обеспечивают заданные вероятности ошибки для противоположных сигналов. Синхронизм интервалов повторения и частот поднесущих, а также задержки импульсов в разных потоках могут улучшить это произведение. В рассматриваемых работах было исследовано совместное использование сверточных кодов и MFTN. По результатам моделирования итерационный приемник продолжал обеспечивать вероятность ошибок, соответствующую сверточному кодированию и ортогональному мультиплексированию, даже при сильном сжатии. Можно утверждать, что многопотоковая передача быстрее Найквиста показала обнадеживающие результаты и возможность использования в качестве практического метода передачи, сберегающего частотные ресурсы.

Следует заметить, что технология FTN в настоящее время рассматривается рядом компаний и стандартизирую-щих организаций в качестве основы для разработки нового стандарта подвижной радиосвязи 5G. Это объясняется ее чрезвычайно высокой спектральной эффективностью.

#### Литература

- 1. Fredrik Rusek and John B. Anderson, «Multistream Faster than Nyquist Signaling», IEEE Trans. Commun., vol. 57, no. 5, May 2009, pp. 1329-1340.
- 2. Rodrigues M. and Darwazeh I., «A spectrally efficient frequency division multiplexing based communication system», in 8th International OFDM-Workshop, Hamburg, Germany, Sep. 2003, pp. 70–74.
- 3. Mazo J.E., «Faster-than-Nyquist Signaling», Bell Syst. Tech.J., vol. 54, pp. 1451–1462, Oct. 1975.
- 4. Forney G.D., «Lower Bounds on Error Probability in the Presence of Large Intersymbol Interference», IEEE Trans. Com., COM-20, No. 1 (February 1972), pp. 76-77.
- 5. Liveris A.D. and Georghiades C.N., «Exploiting Faster-than-Nyquist Signaling», IEEE Trans. Commun., vol. 51
- pp. 1502-1511, Sept. 2003.
- 6. Rusek F. and Anderson J.B., «Non Binary and Precoded Faster than Nyquist Signaling», IEEE Trans. Commun., vol. 56, pp. 808–817, May 2008.
- 7. Rusek F. and Anderson J.B., «M-ary Coded Modulation by Butterworth Filtering», Proc., 2003 Int. Symp. Information Theory, Yokohama, p. 184, June 2003.
- 8. Rusek F. and Anderson J.B., «The Two Dimensional Mazo Limit», Proc., 2005 IEEE Int. Symp. Information Theory, Adelaide, pp. 970–974, Sept. 2005.
  - 9. Demirkan I., Siegel P.H. and Wolf J.K., «Error Event

Characterization on 2-D ISI Channels», Proc., 2006 Int. Symp. nformation Theory, Seattle, pp. 1095–1099, July 2006.

- 10. Soljanin E. and Georghiades C.N., «Multihead Detection for Multitrack Recording Channels», IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, no. 7, pp. 2988–2997, Nov. 1998.
- 11. Anderson J.B. and Rusek F., «Optimal Side Lobes under Linear and Faster-than-Nyquist Modulation», Proc., 2007 IEEE Int. Symp. Information Theory, Nice, June 2007.
- 12. Marrow M. and Wolf J.K., «Iterative Detection of 2- Dimensional ISI Channels», in Proc., 2003 Int. Workshop Information Theory, Paris, pp. 131–134, April 2003.
- 13. Wu Y., O'Sullivan J.A., Singla N. and Indeck R.S., «Iterative Detection and Decoding for Separable Two-Dimensional Intersymbol Interference», IEEE Trans. Magnetics, vol. 39, pp. 2115–2120, July 2003.
- 14. Kumar P.S. and Roy S. «Two-Dimensional Equalization: Theory and Applications to High Density Magnetic Recording», IEEE Trans. Commun., vol. 42, pp. 386–395, Feb./March/April. 1994.
- 15. Mysore N. and Bajcsy J. «Reduced Complexity Signal Detection and Turbo Decoding for Multitrack Magnetic Recording Channels», IEEE Trans. Magnetics, vol. 41, no. 10, pp. 2974–2976, Oct. 2005.
- 16. Rusek F. and Anderson J.B. «Successive Interference Cancellation in Multistream Faster-than-Nyquist Signaling», in Proc., ACM/IEEE Int. Wireless Communications and Mobile Computing Conf., Vancouver, pp. 1021–1026, July 2006.
- 17. Soriaga J.B., Pfister H.D. and Siegel P.H. «On Achievable Rates of Multistage Decoding on Two-Dimensional ISI Channels», Proc., 2005 Int. Symp. Information Theory, Adelaide, pp. 1348–1352, Sept. 2005.
  - 18. Kurtas E., Proakis J.G. and Salehi M. «Coding for

- Multitrack Magnetic Recording Systems», IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 43, no. 6, pp. 2020–2023, Nov. 1997.
- 19. Davey P.J., Donnelly T., Mapps D.J. and Darragh N., «Two- Dimensional Coding for a Multi-Track Recording System to Combat Inter-Track Interference», IEEE Trans. Magnetics, vol. 34, no. 4, Part 1, pp. 1949–1951, July 1998.
- 20. Bahl L., Cocke J., Jelinek F., and Raviv J., «Optimal Decoding of Linear Codes for minimizing symbol error rate», IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-20(2), pp.284-287, March 1974.
- 21. Kobayashi M., Boutros J. and Caire G., «Successive Interference Cancellation with SISO Decoding and EM Channel Estimation», IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 19, pp. 1450–1460, Aug. 2001.
- 22. Colavolpe G. and Barbieri A., «On MAP Symbol Detection for ISI Channels Using the Ungerboeck Observation Model», IEEE Commun. Letters, vol. 9, pp. 720–722, Aug. 2005.

#### SOME ISSUES OF COMMUNICATION SYSTEMS SPECTRAL EFFICIENCY INCREASING: NONORTHOGONAL TRANSMISSION

#### Bakulin M.G, Kreindelin V.B., Shumov A.P.

Extension of Mazo's concept of faster-than-Nyquist (FTN) signaling to pulse trains that modulate a bank of subcarriers is considered. This method corresponds to two dimensional FTN signaling. The signal processing is similar to orthogonal frequency division multiplex (OFDM) transmission but the subchannels are not orthogonal. Despite nonorthogonal pulses and subcarriers, the method achieves the isolated-pulse error performance and it does so in as little as half the bandwidth of ordinary OFDM.

#### Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

#### 1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- 1. Текст текстовый редактор Microsoft Word.
- 2. Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- 3. Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- 4. Название статьи на русском и английском языках.
- 5. Рукопись статьи сопровождается:
  - краткой аннотацией на русском и английском языках;
  - номером УДК;
  - сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта);
  - ключевыми словами;
  - актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

#### 2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) M 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff, jpg.

УДК 621.39

#### МЕТОД ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ ОСНОВНОГО ТОНА В УСЛОВИЯХ ПОМЕХ

Гай В.Е., к.т.н., доцент кафедры «Вычислительные системы и технологии» Нижегородского государственного университета им. Р.Е. Алексеева, e-mail: iamuser@inbox.ru

Ключевые слова: идентификация диктора, речевой сигнал, частота основного тона, теория активного восприятия, помехи, оценка частоты.

#### Введение

Оценка частоты голоса – одна из основных задач цифровой обработки речевых сигналов. Результаты её решения используются при распознавании и сжатии речи, идентификации / верификации диктора и т.д. Алгоритмы вычисления частоты основного тона нашли своё применение при настройке музыкальных инструментов, создании нотной записи и классификации музыкальных произведений.

Методы, предназначенные для решения данной задачи, анализируют звуковой сигнал в частотной и временной областях. Во временной области оценка частоты осуществляется по количеству пересечений сигналом нулевого уровня [2], по автокорреляционной функции [3, 4], по функции среднего значения разности амплитуд [5]. Алгоритмы, обрабатывающие данные в частотной области, анализируют гармоники спектра [6], используют кепстральный анализ [7]. В [8] рассматривается подход к оценке частоты основного тона, выполняющий одновременную обработку сигнала в частотной и временной областях.

Предлагаемый метод, в качестве базиса, использует теорию активного восприятия (ТАВ), которая была предложена профессором В. А. Утробиным [9]. В рамках ТАВ звуковой сигнал рассматривается как системное образование. Для обнаружения системных элементов используется интегральное преобразование, а для выявления связей между элементами – пространственное дифференцирование. Результатом выявления дифференциальной структуры является спектральное описание сигнала.

Теория активного восприятия не ограничивается только формированием спектрального представления сигнала. В ТАВ входит раздел «Алгебра групп», посвящённый анализу зависимостей между спектральными коэффициентами разложения. Обнаруженные зависимости допускают своё использование на этапах принятия решения и понимания анализируемого звукового сигнала [9]. Базовым преобразованием ТАВ является U-преобразование.

#### U-преобразование

Пусть f(t) — анализируемый звуковой сигнал, наблюдаемый на конечном отрезке времени. Результат применения U-преобразования к сигналу f – многоуровневое (грубо-точное) спектральное представление  $D = \{d_{ij}\},$  $i = \overline{1,K}$  ,  $j \in \overline{1,M_i}$  , где K – число уровней разложения,

Предлагается алгоритм оценки частоты основного тона речевого сигнала в условиях помех. Разработанный алгоритм может использоваться при разработке систем идентификации человека по голосу. Приводятся результаты исследований, подтверждающие эффективность предложенного алгоритма.

> $M_i$  – количество сегментов сигнала на i-ом уровне разложения,  $d_{ii}$  – спектр, включающий L спектральных коэффициентов (число используемых фильтров),  $d_{ii}\{k\}$  – k-ый спектральный коэффициент ( k = 1, L ),  $f_{ij}$  — сегмент сигнала f, по которому вычислен спектр  $d_{ii}$ .

Рассмотрим процесс вычисления двухуровневого U-представления тестового сигнала (сигнал включает 16 отсчётов).

Уровень 1. Интегрирование. Сигнал разбивается на четыре части, амплитуды отсчётов, отнесённые к каждой части, складываются (см. рис. 1, части отделены пунктиром). В результате генерируется массив сумм:  $S = \{12,$ 13, 8, 10}.

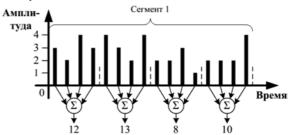


Рис. 1. Интегрирование сигнала (уровень 1)

Уровень 1. Дифференцирование. Применяя к массиву сумм S фильтры, показанные на рис. 2, вычисляются значения спектральных коэффициентов. Для этого каждый фильтр поэлементно умножается на массив сумм. Например, для второго фильтра в результате умножения будет сгенерирован следующий массив:  $S = \{-12,$ -13, 8, 10}. Далее выполняют сложение элементов массива: (-12) + (-13) + 8 + 10 = -7. Результат сложения представляет собой спектральный коэффициент (табл. 1).

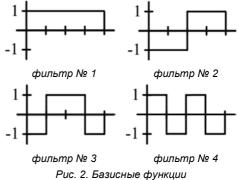


Таблица 1. Вычисление спектральных коэффициентов первого уровня

Резу	ультат у	КОНМ	сения	Фильтр	Спектральные коэффициенты
12	13	8	10	<b>№</b> 1	43
-12	-13	8	10	№ 2	-7
-12	13	8	-10	№ 3	-1
12	-13	8	-10	№ 4	-3

Уровень 2. Интегрирование. Сигнал разбивается на четыре сегмента, каждый сегмент разбивается на 4 части, вычисляется сумма отсчётов, которые относятся к каждой части (рис. 3).

Уровень 2. Дифференцирование. С помощью фильтров, приведённых на рис. 2 и результатов интегрирования, вычисляются значения спектральных коэффициентов (табл. 2).

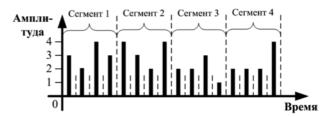


Рис. 3. Интегрирование сигнала (уровень 2)

Описанный способ вычисления U-преобразования может быть применён к звуковому сигналу произвольной длины.

В приведенном примере для вычисления спектрального представления сигнала используется четыре фильтра. Однако для решения задачи оценки частоты основного тона требуется более тонкий анализ сигнала. В связи с этим, при построении спектрального представления сигнала будет использовано 16 фильтров (рис. 4).

Таблица 2. Вычисление спектральных коэффициентов второго уровня

Результат умножения					I		Фильтр Спектральные коэффициен			
-	сегме	нт 1		•	сегме	нт 2	,	Фильтр	сегмент 1	сегмент 2
3	2	4	3	4	3	2	4	<b>№</b> 1	12	13
-3	-2	4	3	-4	-3	2	4	№ 2	2	-1
-3	2	4	-3	-4	3	2	-4	№ 3	0	-3
3	-2	4	-3	4	-3	2	-4	№ 4	2	-1
-	сегме	нт 3	,	сегмент 4			сегмент 3	сегмент 4		
2	2	3	1	2	2	2	4	<b>№</b> 1	8	10
-2	-2	3	1	-2	-2	2	4	№ 2	0	2
-2	2	3	-1	-2	2	2	-4	№ 3	2	-2
2	-2	3	-1	2	-2	2	-4	№ 4	2	-2

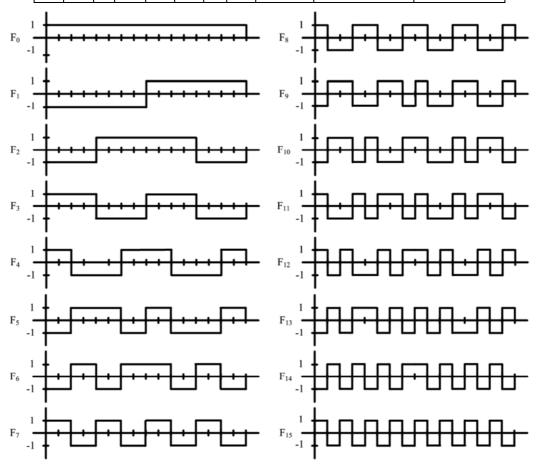


Рис. 4. Используемые фильтры

#### Огрубление спектрального представления

Цель выполнения огрубления спектрального представления — приведение значений спектральных коэффициентов спектра к конечному, заранее заданному, набору амплитуд. Это позволяет достичь инвариантности получаемого разложения к амплитуде спектральных коэффициентов. Входные данные алгоритма формирования огрублённого представления C — спектральное представление D и степень огрубления k.

Рассмотрим этапы выполнения алгоритма:

- 1) формирование множества чисел T:  $\{0, 1/k, 2/k, ..., (k-1)/k, 1\}$  (например, для k=3 получим следующее множество:  $T=\{0, 0.33, 0.66, 1\}$ ) и множества промежутков  $W=\{(0; 1/k), [1/k; 2/k), ..., [(k-1)/k, 1]\}$ , каждому из которых назначается номер  $N\in\overline{1,k}$ ;
  - 2) обработка спектрального представления  $D = \{d_{ij}\}$ :
- 2.1) выбор максимального по абсолютной величине элемента спектра:

$$P = \max(d_{ij}), i = \overline{1,K}, j \in \overline{1,M_i};$$

2.2) умножение каждого элемента множества T на P (отклик нулевого фильтра не учитывается):

$$T_i = T_i \cdot P$$
,  $i = \overline{1,|T|}$ ;

Допустим, P = 23, тогда T = {0, 7.66, 15.33, 23}; 2.3) огрубление спектрального коэффициента  $d_{ii}(k)$ :

$$c_{ij}\left(k\right)\!=\!\begin{cases}\!sign\!\left(d_{ij}\left(k\right)\right)\!\cdot N, \text{если}\!\left|d_{ij}\left(k\right)\right|\!\in\!\left(a_{N},b_{N}\right);\\ 0, ecлu\,d_{ij}\left(k\right)\!=0.\end{cases}$$

В приведённом правиле определяется промежуток ((0; 7.66), [7.66, 15.33), [15.33, 23]), к которому относится k-ый спектральный коэффициент. Далее, в зависимости от полученного ответа, и с учётом знака коэффициента  $d_{ij}(k)$  рассматриваемому элементу  $c_{ij}(k)$  огрублённого спектра присваивается одно из значений: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.

На рис. 5 показан пример огрубления спектрального разложения синуса на 4 уровне (частота – 33 Гц, длина сигнала – 4 периода, P = 488).

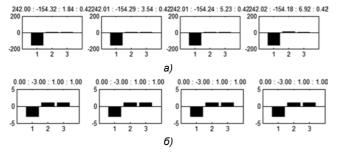


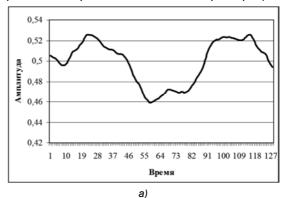
Рис. 5. Спектральное представление сигнала: а) исходное; б) огрублённое

#### Определение ключевых сегментов

Разработанный алгоритм оценки частоты основного тона основан на использовании понятия «ключевой сегмент».

Ключевой сегмент соответствует участку сигнала, на котором максимален отклик небольшого количества операторов (одного – двух). Это означает, что сегмент

сигнала подходит под образ операторов, давших максимальные отклики. На рис. 6 показан пример ключевого сегмента и вычисленного по нему спектра (нулевой коэффициент спектра на рисунке не отображается, при построении спектра использовалось 16 фильтров).



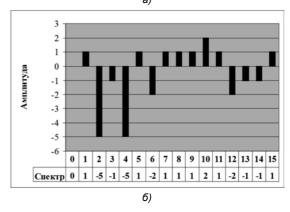


Рис. 6. Анализ сигнала: а) ключевой сегмент; б) спектр

Выбор ключевых сегментов сигнала f выполняется следующим образом:

- 1) на основе U-преобразования вычисляется спектральное представление D сигнала f (для получения представления сигнала используется только один уровень разложения);
- 2) формируется огрубленное представление  $C = \{c_{ij}\}$  спектрального представления D;
- 3) анализируется каждый спектр  $c_{ij}$  огрублённого разложения C: если  $\forall \ t \in [1; L]$  верно, что  $|\ c_{ij}(t)\ | \le k$  или  $|\ c_{ij}(t)\ | \ge l \ (k < l)$ , то сегмент сигнала  $f_{ij}$ , по которому вычислен спектр  $d_{ij}$ , считается ключевым.

Эксперимент показал, что анализ частоты повторения ключевых сегментов позволяет решить задачу оценки частоты основного тона сигнала.

Использование ключевых сегментов позволяет значительным образом (в среднем в 9 раз) уменьшить число анализируемых сегментов сигнала за счёт фильтрации сегментов, относящихся к шумовым участкам, паузам и т.д.

#### Алгебра групп

Алгебра групп используется для формирования описания звукового сигнала. С помощью замкнутых и полных групп выполняется спектрально-корреляционный анализ. Полные группы позволяют выявить корреляционные связи между операторами. Замкнутые группы позволяют выявить корреляционные связи между полными группами. Проводя аналогию между алгеброй групп и

языком, можно ввести следующие соответствия: оператор – алфавит языка, полная группа – слово, замкнутая группа – словосочетание (рис. 7).

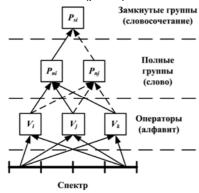


Рис. 7. Иерархия операторов и групп

Примем для множества фильтров  $\{F_i\}$ , что  $(+1 \to 1)$  и  $(-1 \to 0)$ . Получим множество бинарных операторов  $\{V_i\}$  (рис. 8). Для этих операторов допустимы теоретикомножественные операции объединения (сложения) и пересечения (умножения). Результатом имеем алгебру —  $A_V = <\{V_i\}$ : +,> [9]. Необходимо отметить, что множества полных и замкнутых групп формируются на основе 16 операторов.

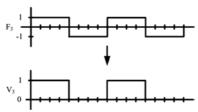


Рис. 8. Вычисление оператора по фильтру из 16 отсчётов

В алгебре  $A_V$  существуют алгебраические группы:

1)  $P_{ni}$  – группы на трёх элементах (названы полными), образованы на тройках операторов  $(V_i,V_j,V_k)$ , для которых справедливы соотношения:  $V_i+V_j+V_k\equiv e_1$  – единица. Полная группа допускает два описания – на операции пересечения  $V_iV_jV_k$  (операция умножения, число инверсий – чётно) и операции объединения  $\overline{V}_i+V_j+V_k$  (операции сложения, число инверсий – нечётно). Число возможных образов полных групп, с учётом инверсий операторов, равно четырём. Образ полной группы – компакт из четырех связанных элементов.

2)  $P_{si}$  – группы на четырёх элементах (названы замкнутыми), образованы на четвёрке операторов  $(V_i,V_j,V_n,V_m)$ , где  $(V_i,V_j,V_k)\in P_{ni},\;(V_n,V_m,V_k)\in P_{nj},\;$ с описанием  $V_iV_j+V_n\overline{V}_m$  (где необходимое число инверсий

операторов нечетно) и единицей –  $V_i+V_j+V_n+\bar{V}_m\equiv e_1$ . Число возможных образов замкнутых групп, с учётом инверсий операторов, равно восьми. Образ полной группы – компакт из восьми связанных элементов.

Множества  $\{P_{ni}\}$ ,  $\{P_{si}\}$  конечны и имеют мощность 35 и 105 соответственно. Множества  $\{V_i\}$ ,  $\{P_{ni}\}$ ,  $\{P_{si}\}$  – множества эталонов, используемые при решении задачи узнавания объекта исследования в пространстве эталонов. Обозначение полной группы на операции сложения –  $P_{nia}$ , на операции умножения –  $P_{nim}$ .

Одним из понятий алгебры групп в обработке изображений является понятие «визуальная масса» группы/изображения [9]. Применительно к звуковому сигналу будем использовать понятие «масса» группы/сигнала. Масса группы — сумма значений отсчётов сигнала, находящихся под образом группы.

Алгоритм вычисления массы группы:

$$\forall k \in \overline{1, L}$$

$$if B_{grp}[k] = 1$$

$$M_{grp} = M_{grp} + f[k]$$

где f[k]-k-ый отсчёт сигнала  $f,\ B_{grp}$  — образ группы,  $M_{grp}$  — масса группы.

В первой строке табл. 2 приведён сигнал, состоящий из 16 отсчётов, во второй – образ полной группы  $\overline{V}_1\overline{V}_8V_9$ . Проводя вычисления на основе приведённого алгоритма, получаем что масса группы составляет 3.6.

#### Полные группы

Полная группа формируется из трёх операторов  $V_i$ ,  $V_j$ ,  $V_k$  в том случае, если выполняется следующее условие:  $V_i+V_j+V_k={\bf e}_1~({\bf e}_1={\bf V}_0,~i\neq j\neq k\neq 0)$ . Проанализировав все возможные сочетания операторов, можно сгенерировать множество полных групп  $\{P_{v_i}\}$ .

Рассмотрим операторы  $V_1,\ V_8$  и  $V_9$ . Результат сложения их образов доказывает, что эти операторы образуют полную группу (табл. 4).

Проверим наличие в спектре (табл. 5) группы  $V_1V_8V_9$ . Отклики операторов, составляющих группу, отличны от нуля, поэтому группа  $V_1V_8V_9$  входит в спектр.

Значения операторов  $V_1$  и  $V_8$  отрицательны, следовательно, данные операторы являются инверсными. Число инверсных операторов чётно, поэтому, образ полной группы вычисляется на операции умножения (табл. 6, если число инверсных операторов нечётно, тогда образ полной группы вычисляется на операции сложения).

Таблица 3. Сигнал *f* 

0.1	0.9	1	0.3	0.2	1	0.7	0.3	0.3	0.1	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 4. Проверка операторов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	14
$V_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$V_8$	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
$V_9$	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
$V_1 + V_8 + V_9$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Таблица 5. Спектр сигнала

	$V_0$															
I	100	-12	-6	4	3	9	11	23	-2	5	21	11	3	0	7	8

Таблица 6. Вычисление образа группы  $ar{V_1}ar{V_8}{V_9}$ 

	$V_0$	$V_{I}$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{10}$	$V_{II}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$
$\overline{V}_1$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
									×							
$\overline{V}_8$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
									×							
$V_9$	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
									=							
$\overline{V_1}\overline{V_8}V_9$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Аналогичным образом можно проверить наличие в спектре любой другой полной группы.

#### Замкнутые группы

Замкнутую группу  $V_iV_jV_k\overline{V}_l$  можно описать тремя эквивалентными способами:  $V_iV_j+V_k\overline{V}_l$  ,  $V_iV_j+V_k\overline{V}_l$  ,  $V_i\overline{V}_i+V_kV_l$  .

Алгоритм построения замкнутой группы:

- 1) выбирается полная группа и формируется четыре её образа на операции умножения:  $V_iV_jV_k$  ,  $\overline{V_i}\overline{V_j}V_k$  ,  $\overline{V_i}\overline{V_j}V_k$  ;
- 2) анализируются полученные образы: если в состав образа не входит оператор  $V_0$ , тогда операторы, входящие в него, образуют замкнутую группу.

Рассмотрим полную группу  $V_1V_8V_9$ . Варианты записи её образов приведены в табл. 7.

Определим операторы, входящие в каждый образ:

- 1) образ группы  $V_1V_8V_9$  включает операторы  $V_8$ ,  $V_{11}$ ,  $V_{12}$  и  $V_{15}$ ;
- 2) образ группы  $\overline{V_1}\overline{V_8}V_9$  включает операторы  $V_1,\ V_2,\ V_5$  и  $V_6;$
- 3) образ группы  $\overline{V}_1V_8\overline{V}_9$  включает операторы  $V_0$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  и  $V_7$ ; (по данной полной группе нельзя вычислить замкнутую):

4) образ группы  $V_1 \overline{V}_8 \overline{V}_9$  включает операторы  $V_9$ ,  $V_{10}$ ,  $V_{13}$  и  $V_{14}$ .

После обработки всех полных групп по приведённому алгоритму, генерируется множество замкнутых групп  $\{P_{ij}\}$ .

Проверим наличие в спектре (табл. 5) группы  $V_8V_9V_{10}V_{11}$ . Значения операторов, составляющих группу, отличны от нуля, поэтому рассматриваемая группа входит в спектр.

Число инверсных операторов группы нечётно, следовательно, операторы  $V_8$ ,  $V_9$ ,  $V_{10}$  и  $V_{11}$  образуют замкнутую группу (если число инверсных операторов чётно, тогда они образуют замкнутое множество). Образ группы  $V_8V_9V_{10}V_{11}$  приведён в табл. 8.

Аналогичным образом можно проверить наличие в спектре любой другой замкнутой группы.

#### Оценка частоты основного тона

Алгоритм оценки частоты основного тона на основе предлагаемого метода включает в себя следующие операции:

- 1) формирование набора ключевых сегментов  $K_f$
- 2) извлечение данных из ключевых сегментов:
  - 2.1) формирование множества полных групп  $\{P_{ni}\}$ ;
  - 2.2) формирование множества замкнутых групп  $\{P_{si}\}$ ;
  - 2.3) вычисление по каждому ключевому сегменту

 $K_{\!f\!,i}$  набора замкнутых групп  $\{P_{\!s\!i,\;i}\},\;i\in\overline{1,N}$  , где N – количество ключевых сегментов;

Таблица 7. Образы группы  $V_1V_8V_9$ 

		$V_0$	$V_{I}$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{I0}$	$V_{II}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$
Ī	$V_{1}V_{8}V_{9}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
Ī	$\overline{V_1}\overline{V_8}V_9$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ī	$\overline{V}_1 V_8 \overline{V}_9$	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Ī	$V_1 \overline{V}_8 \overline{V}_9$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0

Таблица 8. Вычисление образа группы  $V_8 V_9 V_{10} V_{11}$ 

	$V_0$	$V_{I}$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{10}$	$V_{II}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$
$\overline{V}_8$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
$V_9$	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
$V_{10}$	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0
$V_{11}$	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
$\overline{V_8}V_9 + V_{10}V_{11}$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1

- 2.4) определение массы каждой группы набора  $\{P_{si,i}\}$ ;
- 2.5) сохранение в наборе  $\{P_{\mathit{si},\,i}\}$  первых N по массе групп;
- 3) сравнение наборов групп, сформированных по i-му и j-му сегментам ( $\{P_{si,\,i}\}$  и  $\{P_{si,\,j}\}$ ): если состав групп совпадает не менее чем на M %, тогда считается, что сегменты сигнала подобны (с некоторой точностью), и расстояние dist между сегментами сохраняется в массив H: H(dist) = H(dist) + 1;
- 4) определение номера максимального элемента  $X_{max}$  гистограммы H, который соответствует наиболее часто встречающемуся расстоянию между похожими спектрами (расстояние измеряется в отсчётах):

$$E_{\max} = \max(H)$$
;

5) вычисление частоты основного тона:

$$P = \frac{F_{\mathcal{I}}}{E_{\text{max}}}$$
,

где P – частота основного тона,  $F_{I\!\!I}$  – частота дискретизации речевого сигнала.

#### Вычислительный эксперимент

Рассмотрим результаты оценки частоты основного тона на основе предлагаемого и существующих алгоритмов (табл. 9–13). Оценка качества вычисления частоты основного тона выполняется с помощью следующих показателей [1, 8]:

1) количество значительных ошибок оценки основного тона (gross pitch error):

$$G = \frac{1}{N_{V}} \sum_{i \in V} \delta_{G} \left( F_{m} \left( i \right), F_{a} \left( i \right) \right),$$

$$\delta_{G}\left(F_{m}\left(i\right),F_{a}\left(i\right)\right) = \begin{cases} 1, \left|\left(F_{m}\left(i\right) - F_{a}\left(i\right)\right) / F_{m}\left(i\right)\right| > T, \\ 0, \text{иначе}; \end{cases}$$

2) среднее значение незначительной ошибки оценки основного тона (fine pitch error):

$$S = \frac{1}{N_V} \sum_{i \in V} \delta_S \left( F_m \left( i \right), F_a \left( i \right) \right),$$

$$\begin{split} & \delta_{S}\left(F_{m}\left(i\right),F_{a}\left(i\right)\right) = \\ & = \begin{cases} \left|F_{m}\left(i\right) - F_{a}\left(i\right)\right|, \left|\left(F_{m}\left(i\right) - F_{a}\left(i\right)\right)\right/F_{m}\left(i\right)\right| \leq T, \\ 0, \text{иначе}; \end{cases} \end{split}$$

3) среднеквадратическое отклонение незначительной ошибки оценки основного тона:

$$S_{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N_{V}}} \sum_{i \in V} \delta_{\sigma} \left(F_{m}(i), F_{a}(i), S\right),$$

$$\delta_{\sigma}\left(F_{m}(i),F_{a}(i),S\right)=$$

$$=\begin{cases} \left(F_{m}\left(i\right)-F_{a}\left(i\right)\right)^{2}-S^{2},\left|\left(F_{m}\left(i\right)-F_{a}\left(i\right)\right)/F_{m}\left(i\right)\right|\leq T,\\ 0,\text{иначе}. \end{cases}$$

Используемые обозначения:  $F_m(i)$  — ручная оценка частоты основного тона i-го отсчёта сигнала;  $F_a(i)$  — автоматическая оценка частоты основного тона i-го отсчёта сигнала; T — порог, разделяющий грубые и незначительные ошибки оценки частоты основного тона; V — множество отсчётов исходного сигнала, относящихся к вокализованным сегментам;  $N_V$  — мощность множества V.

При тестировании алгоритмов использовалась база данных, описанная в [10]. База данных содержит записи голосов двух дикторов: мужчины (293.2 секунды) и женщины (370 секунд), ручную разметку записей на вокализованные / невокализованные сегменты, с указанием частоты основного тона для вокализованных сегментов.

#### Заключение

В работе рассмотрен алгоритм оценки частоты основного тона голоса, основанный на теории активного восприятия. Анализ результатов вычислительного эксперимента позволяет сделать вывод, что разработанный алгоритм успешно справляется с поставленной задачей оценки частоты основного тона по неискажённым и искажённым записям голоса человека.

По сравнению с другими алгоритмами, работающими во временной области, предлагаемый алгоритм позволяет обрабатывать сложные периодические сигналы (с большим количеством гармоник) без предварительного сглаживания сигнала фильтрами нижних частот.

Таблица 9. Сигнал без шума

Показатель/Метод	АКФ [3]	YIN [4]	AMDF [5]	Кепстр [7]	YAAPT [8]	Предлагаемый
G	0.0313	0.0309	0.0753	0.1636	0.1685	0.0498
S	0.0472	0.0245	0.0063	0.0381	0.0227	0.0250
$S_{\sigma}$	0.0461	0.0277	0.0111	0.0337	0.0237	0.0284

Таблица 10. Сигнал искажён аддитивным равномерным шумом, ОСШ = 10 дБ

Показатель/Метод	АКФ	YIN	AMDF	Кепстр	YAAPT	Предлагаемый
G	0.1519	0.0759	0.7567	0.3444	0.2462	0.1122
S	0.0489	0.0297	0.0202	0.0576	0.0225	0.0309
$S_{\sigma}$	0.0385	0.0294	0.0234	0.0521	0.0219	0.0360

Таблица 11. Сигнал искажён аддитивным равномерным шумом, ОСШ = 0 дБ

	Показатель/Метод	АКФ	YIN	AMDF	Кепстр	YAAPT	Предлагаемый
	G	0.6035	0.5033	0.9478	0.6057	0.5678	0.5760
ĺ	S	0.0721	0.0414	0.0396	0.0839	0.0265	0.0521
ĺ	$S_{\sigma}$	0.0578	0.0436	0.0456	0.0603	0.0265	0.0429

Таблица 12. Сигнал искажён аддитивным нормальным шумом, ОСШ = 10 дБ

Показатель/Метод	АКФ	YIN	AMDF	Кепстр	YAAPT	Предлагаемый
G	0.3871	0.2151	0.8342	0.4258	0.2812	0.3455
S	0.0400	0.0347	0.0416	0.0509	0.0206	0.0502
$S_{\sigma}$	0.0378	0.0361	0.0517	0.0495	0.0164	0.0394

Таблица 13. Сигнал искажён аддитивным нормальным шумом, ОСШ = 0 дБ

Показатель/Метод	АКФ	YIN	AMDF	Кепстр	YAAPT	Предлагаемый
G	0.6792	0.7646	0.9752	0.5585	0.8243	0.7839
S	0.0634	0.0643	0.0815	0.0919	0.0246	0.0580
$S_{\sigma}$	0.0519	0.0564	0.0391	0.0564	0.0252	0.0446

Результаты, полученные в работе, могут использоваться при разработке алгоритмов сжатия, улучшения качества звукового сигнала, настройке музыкальных инструментов, при создании нотной записи и классификации музыкальных произведений.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках договора № 02.G25.31.0061 от «12» февраля 2013 года (в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218).

#### Литература

- 1. Rabiner L.R., Cheng M.J., Rosenberg A.E., McGonegal C.A. A Comparative performance study of several pitch detection algorithms // IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing, V. ASSP-24, N. 5. October 1976, P. 399-418.
- 2. Kedem B.Spectral analysis and discrimination by zero-crossings. Proceedings of the IEEE, 74(11):1477–1493, November 1986.
- 3. Аграновский А.В., Леднов Д.А. Теоретические аспекты алгоритмов обработки и классификации речевых сигналов Москва: Радио и связь, 2004. 164 с.
- 4. Cheveigne A., Kawahara H. Yin, a fundamental frequency estimator for speech and music. Journal of the Acoustical Society of America, 111(4), 2002.
- 5. Ross M.J. Average magnitude difference function pitch extractor // IEEE Transactions on Speech and Audio processing, V. 22, 1974, P. 353-362.

- 6. Noll A.M. Pitch determination of human speech by the harmonic product spectrum; the harmonic sum spectrum and a maximum likelihood estimate // Proceedings of the Symposium on Computer Processing in Communications, Polytech. Inst. of Brooklyn, 1969, pp. 779-797.
- 7. Wang F., Yip P. Cepstrum analysis using discrete trigonometric transforms // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 39(2), 1991, P. 538-541.
- 8. Zahorian S.A., Hu H. A spectral/temporal method for robust fundamental frequency tracking // Journal of Acoustic Society of America, N. 123 (6), June 2008, P. 4559-4571.
- 9. Утробин В.А. Физические интерпретации элементов алгебры изображения // Успехи физических наук, Т. 174, № 10, 2004, С. 1089–1104.
- 10. Bagshaw P.C., Hiller S.M., Jack M.A. Enhanced pitch tracking and the processing of F0 contours for computer and intonation teaching // Proceedings of European Conference on Speech Communication, 1993, P. 1003-1006.

#### THE METHOD FOR PITCH ESTIMATION IN PRESENCE OF NOISE

Gai V.E.

A pitch estimation algorithm in presence of noise is proposed. The algorithm can be used in the development of speaker identification systems. Results of research proving the effectiveness of the proposed algorithm.

#### Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2014 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: 107031, г. Москва, Рождественка, 6\9\20, стр. 1, Российское научнотехническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dspa.ru.

Справки по телефонам: (495) 621-71-08, 621-06-10.

Факс: (495) 621-06-10. E-mail: rntores@mail.ru

УДК 621.3.049.77

### АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ АКУСТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Кондратьев К.В., заведующий лабораторией «Микропроцессорные системы» Центра прикладных исследований (ЦПИ) филиала Сибирского федерального университета (СФУ) г. Желеногорска, e-mail: kondratyev-37@mail.ru;

Углев В.А., к.т.н., заведующий лабораторией «Робототехника и искусственный интеллект» ЦПИ филиала СФУ г. Желеногорска, e-mail: uglev-v@yandex.ru;

**Непомнящий О.В.**, к.т.н., доцент, заведующий лабораторией кафедры «Вычислительная техника» ИКИТ СФУ, e-mail: olegN 68@mail.ru;

Сергеевич В.Н., к.т.н., директор ООО НПП «САМИ», e-mail: svn@samy.ru

**Ключевые слова:** аудиосигнал, звуковое давление, адаптивный фильтр, рекурсивный, алгоритм, компенсация помех, корреляционная функция.

#### Введение

Разработка гибких человеко-машинных интерфейсов предполагает эффективную обработку различных типов сигналов. Важнейшим направлением регистрации информации о человеке, вслед за визуальным каналом, является акустический способ передачи информации. Но любой сигнал, распространяющийся в пространстве с преградами, неизбежно сталкивается с проблемами зашумления. Особенно остро данная проблема стоит в тех прикладных задачах, где требуется реализовать адаптивную подстройку акустического оборудования под специфику динамически изменяющихся условий его функционирования. Для диапазона частот, воспринимаемых человеческим ухом, это различные акустические устройства, звуковоспроизводящая и звукоусиливающая техника. К конкретным примерам данной группы устройств можно отнести слуховые аппараты, шлемофоны, тактические шлемы, а так же более сложные, такие как системы громкоговорящей связи. Для частот ультразвукового диапазона, это системы технического зрения (например, системы неразрушающего контроля и дефектоскопии, устройства эхо-лока-ции). Поэтому рассмотрим возможность реализации адаптивного цифрового фильтра, изменяющего свои параметры по алгоритму, направленному на компенсацию шумовых эффектов акустического тракта.

### Акустическая обратная связь и методы её подавления

Подавление шумов (помех) является одной из основных целей фильтрации информации. Особое внимание уделяется фильтрации помех, возникающих в системах с положительной обратной связью, так как при значении коэффициента обратной связи ≥ 1 и неблагоприятном соотношении фаз, выходной сигнал быстро возрастает (среднеквадратичное значение сигнала на определенном интервале стремится к бесконечности). Существующие средства, предназначенные для борьбы с акустической обратной связью, не зависимо от исполнения,

Рассмотрен вопрос адаптивной фильтрации аудиосигнала с помощью цифрового фильтра, компенсирующего обратную акустическую связь. Приведён алгоритм учёта условий фильтрации, зависящий от динамически изменяющейся среды и рассмотрены условия его применения в развитых системах человеко-машинного взаимодействия.

делятся на две группы: средства подавления помехи и средства компенсации [1]. Большинство методов подавления, на которых базируются современные супрессоры, избирательно выделяют проблемные полосы частот и предотвращают их дальнейшее усиление или вовсе удаляют их из спектра. Очевидно, что алгоритмы реализующие принципы эквалайзерного подавления, по природе своей, вносят негативные изменения в акустический сигнал [2]. Среди разработчиков подобных систем идет конкуренция по минимизации интервалов задержки, более четкой идентификации проблемных частот и выбору оценочного критерия возникновения акустической обратной связи [3]. Особый интерес вызывают методы компенсации помехи, так как такой подход предполагает, что спектральная целостность сигнала остается неизменной, в крайнем случае, вносимые изменения во время фильтрации несущественны.

Адаптивная компенсация эхо-сигнала в цифровых коммуникационных технологиях исследована достаточно хорошо и существует множество решений, направленных на оптимизацию процесса фильтрации (например, [4] или обзор методов в [5]). Но постановка задачи эхо-компенсации для акустического тракта отличается от аналогичной постановки в дуплексных системах связи, так как акустический сигнал имеет иную природу возникновения, нелинейный характер поведения и претерпевает множественное наложение эхо-сигналов обратного акустического тракта. Это предполагает разработку иных алгоритмов расчёта параметров компенсирующего устройства.

Задачей компенсация эхо-сигнала в акустике посвящены исследования и патенты как отечественных учёных Алдошиной И.А., Дедовец С.А., Дыранова Ю.В., Крылова В.В., Стеклова И.В. и других, так и зарубежных — Elvin D. Stepp, Victor Clarke, Yong Shi, Jing Sun и других. Подробный обзор данной проблематики представлен Кузнецовым Е.П. в работе [6].

Математическая модель работы адаптивного цифрового фильтра, осуществляющего компенсацию эхосигнала, можно описать в виде классической задачи идентификации, где исходный произвольный полезный сигнал  $\dot{S}_k$  должен быть выделен из зашумлённого сигнала  $S_k$ , пришедшего на устройство регистрации. При этом выходной сигнал  $Y_k$  должен быть получен в результате перехода  $S_k \xrightarrow{f \phi u n b m p} Y_k$ . Тогда процесс адаптации фильтра сводится к нахождению значений коэффициентов фильтрации  $a_m$  в конкретный промежуток времени k, при условии

$$f(a_m(k)) = \left\| \dot{S}_k - Y_k \right\| \to \min_{a_m(k)}.$$

В [7, 8] авторами был предложен метод позволяющий поднять уровень звукового давления в озвучиваемом замкнутом пространстве без искажения сигнала и без возникновения возбуждения вследствие акустической обратной связи. Его суть заключается в следующем:

- 1) Производится корреляционный анализ входного сигнала, поступающего на микрофон, результатом анализа является определение переходной характеристики озвучиваемого пространства.
- 2) Определяются временные интервалы задержек эхо-сигналов обратного акустического тракта, повторно пришедших в сенсор, посредствам выделения пиковых значений взаимно-корреляционной функции последовательно идущих интервалов входящего сигнала.
- 3) Осуществляется поиск весовых коэффициентов фильтра, путем нормализации значений пиков к значению эхо-сигнала, поступившего на сенсор напрямую, для определения мощности сигнала обратного акустического тракта.
- 4) Производится введение добавочных коэффициентов фильтра, зависящих от мощности входящего сигнала на интервалах расчета взаимно-корреляционной функции.

Результаты экспериментов по осуществлению постфильтрации зашумленного сигнала [8] позволили сделать выводы о действенности метода и перейти к разработке алгоритма фильтрации в режиме реального времени. В настоящей статье представлен алгоритм определения весовых коэффициентов фильтрации сигнала для систем громкоговорящей связи в замкнутом пространстве с учётом эффекта акустической обратной связи.

Пусть имеется прошедший дискретизацию сигнал обратного акустического тракта  $S_k$ , имеющий цифровое представление. Для преобразования входящего сигнала с целью исключить помеху, возникающую в результате обратной связи, будем использовать классический цифровой рекурсивный фильтр (ЦРФ) [9]. ЦРФ определяется как фильтр, выходное значение каждого отсчета которого  $y_k$  формируется не только манипуляциями с текущими входными значениями  $s_k$ , но и со значениями выходных отсчетов, вычисленных в предыдущих циклах расчетов  $y_{k-m}$ .

Логика работы ЦРФ описывается полным разностным уравнением (1) и по природе своего построения

подходит под решение задачи подавления обратной связи в акустике.

$$y(k) = \sum_{n=0}^{N} b_n s(k - \tau_n) - \sum_{m=0}^{M} a_m y(k - \tau_m),$$
 (1)

где первая сумма произведений в правой части — модель прямого акустического канала; вторая сумма произведений — модель обратного акустического канала; параметры  $\tau_n$  и  $\tau_m$  определяют величину задержки; коэффициенты  $b_n$  и  $a_m$  — мощности прямых и обратных акустических сигналов на входе приемника; n = 0,1,2,3,... N, а m = 1,2,3,... M; N и M — определяют число источников переотражений в прямом и обратном каналах.

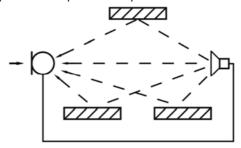


Рис. 1. Схема повторного попадания в приемник сигнала и его переотраженных копий

Возьмем, например, систему, в озвучиваемом пространстве которой, находится один приемник и один источник сигнала и 3 отражательные поверхности, как показано на рис. 1. Если в сенсор-приемник подать простой случайный сигнал, то через какое-то время он повторно придет из источника, а еще через какое-то время придут его копии, отраженные от поверхностей физических тел, находящихся в озвучиваемом пространстве [4]. Мощность всех пришедших сигналов на приемник будет разной, так как они прошли неодинаковое расстояние, и при отражении часть их энергии была потеряна рис. 2.

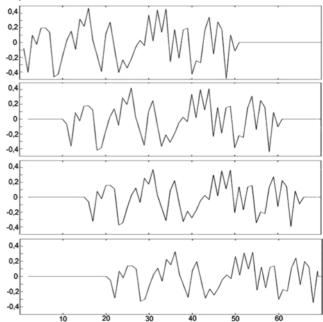


Рис. 2. Составляющие помехи обратной связи (сверху вниз): сигнал, пришедший напрямую и три задержанные копии

#### Алгоритм подавления акустической обратной связи

Результатом решения задачи подавления обратной акустической связи будет являться создание такого фильтра, который на выход будет подавать только сигнал прямого акустического тракта, отфильтрованный от сигнала обратного акустического тракта. Приведенный ниже алгоритм работает только в тех системах, в которых существует время, когда в тракте приемник-источник проходит только сигнал прямого акустического тракта. Приблизительное время и количество отчетов, которые пройдут в тракте без помех, легко рассчитать, зная расстояние от источника сигнала до сенсора и частоту дискретизации сигнала. Приведём *алгоритм расчета* параметров ЦРФ в виде последовательности этапов.

1. В вычислителе задаём количество отсчетов для записи эталонного сигнала от 0 до T1 из расчета

$$T1 = \left(\frac{l}{s}\right) * f ,$$

где l — расстояние от сенсора-приемника до ближайшего источника сигнала в метрах, s — скорость звука, для воздушной среды с нормальной комнатной температурой (344 м/с), f — частота дискретизации, T1 — время, когда на приемнике регистрируется только сигнала прямого канала, без влияния обратной связи.

- 2. В начале каждого поступления сигнала из прямого акустического тракта на вход приёмника сохраняем сигнал, поступающий на приемник на временном интервале от 0 до T1. Сохраняем также последующий сигнал аналогичной длительности от T1 до T2, который является суммой сигнала прямого и обратного акустических каналов.
- 3. Вычисляем взаимно-корреляционную функцию (ВКФ) Corr(t) двух полученных сигналов по формуле

$$Corr(t) = \int_{0}^{T_1} s(t)u(t+\tau)dt,$$

где s(t) — записанный сигнал на интервале от 0 до T1; u(t) — сигнал, записанный на интервале от T1 до T2. Так как ВКФ определяет степень сходства сравниваемых сигналов, то в сигнале u(t) содержится информация о том, как сигнал s(t) прошел через акустический тракт. Пиками на графике ВКФ фиксируется то, как эхо-сигналы s(t) приходили на приемник (с какими задержками и с какой мощностью). Размерность ВКФ определяется двукратным представлением количества отсчетов выборок.

- 4. Вычисляем M максимумов ВКФ, которые показывают относительную мощность эхо-сигналов обратного акустического тракта. Значения по оси абсцисс при этих максимумах принимаем равным  $\tau_m$ , что соответствует временным задержкам эхо-сигналов.
- 5. Нормируем полученный массив  $a_m$  к интервалу от 1 до 0, исходя из того, что первый максимум равен единице, а все последующие (угасающие) располагаются на означенном интервале ниже.
- 6. Моделируем акустический сигнал обратного канала с учетом найденных массивов  $a_m$  и  $\tau_m$

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M} a_m y(k - \tau_m).$$

7. Вычитаем акустический сигнал обратного канала из общего сигнала, поступающего на сенсор-приемник. Вычитание производится из того сигнала, который поступил на приемник после T2.

Таким образом, переходная характеристика обратного тракта вычисляется в первые мгновения приема сигнала сенсором-приемником. Из значений, определяющих взаимную корреляцию двух функций, находим массивы значений, определяющих мощности эхо-сигналов и их задержки для моделирования сигнала обратной связи по входящему сигналу. Таким образом, каждый раз в начале разговора происходит адаптация под конкретную переходную характеристику тракта обратного сигнала.

По истечению первых мгновений затяжной речи, в которой отсутствуют необходимые для подстройки паузы, громкость человеческой речи изменяется, соответственно фильтр должен подстраиваться под изменения мощности входного сигнала. В начале каждого сеанса функционирования микрофонных блоков производится калибровка, суть которой заключается в следующем. В систему озвучивания подается сигнал с нарастающей амплитудой. Пройдя акустический тракт, сигнал воспринимается микрофонами. В микрофонных блоках происходит корреляционный анализ двух сигналов, эталонного и сигнала записанного микрофоном. Сигналы соответственно разбиваются на интервалы, уровень мощности интервалов разный. Для каждой пары интервалов сигналов находится переходная характеристика обратного тракта, моделируется сигнал обратного акустического тракта, осуществляется фильтрация интервала сигнала, записанного микрофоном. Введем некоторый коэффициент k, которым будем регулировать значения весовых коэффициентов. Как показали лабораторные опыты, существует зависимость значения весовых коэффициентов фильтра от мощности входного сигнала. На k поэлементно умножаем массив весовых коэффициентов, далее (методом градиентного спуска) находим такой k для каждой пары интервалов с разной мощностью, при котором эффективность фильтра максимальна (мощность помехи в сигнале после фильтрации минимальна). Эффективность определяем, сравнивая для каждого k отфильтрованный интервал сигнала с соответствующим интервалом сигнала эталонного. После калибровки в памяти каждого микрофонного блока сохраняется таблица добавочных коэффициентов для массива весовых коэффициентов обратного акустического тракта. При изменении мошности поступающего на сенсор сигнала после формирования массива весовых коэффициентов в начале поступления сигнал прямого акустического тракта выбирается соответствующий коэффициент, на который умножается каждый  $a_m$ .

Зная временные рамки, когда на входе сенсора отсутствует сигнал обратного акустического тракта, можно ориентировочно предположить, когда этот сигнал начнет поступать. Сигнал обратного акустического тракта ( T1, T2) порожден сигналом прямого акустического тракта (0, T1). Реализация цифровой фильтрации может осуществляться по-разному, но, как правило, это мощ-

ные вычислители в программном или аппаратном представлении с различными встроенными модулями памяти. Имея в памяти интервал сигнала только из прямого акустического тракта, и сохраненную выборку, в которой к входящему сигналу добавился сигнал обратного акустического тракта, можно найти массив весовых коэффициентов обратного акустического тракта, вычислив взаимно-корреляционную функцию двух сохранённых интервалов. Результат вычисления взаимно-корреляцинной функции сигналов на означенных интервалах представлен на рис. 3.

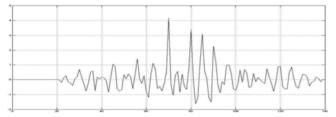


Рис. 3. Взаимно корреляционная функция, сигнала принятого микрофоном на (0, T1) с сигналом принятым микрофоном на (T1, T2)

Так как ВКФ отражает схожесть двух сигналов, то она вычисляется пошаговым сдвигом выборок относительно друг друга, сначала в одну, потом в другую сторону. Анализировать следует ту половину корреляционной функции, которая образовалась в результате сдвига выборки сигнала, принятого микрофоном на (0,T1) по интервалу сигнала, принятого микрофоном на (T1,T2).

Из анализа пиков ВКФ на рис. З в диапазоне [70;100] видно, что первый пик отображает, как входящий в сенсор-приемник сигнал повторно пришел на приемник из источника, а спустя какое-то время пришли его отраженные от поверхностей копии. Значения пиков по оси абсцисс отображают количество отсчётов, через которое сигнал, пройдя озвучиваемую среду, повторно принимается сенсором.

Существенным преимуществом данного алгоритма является то, что коэффициенты  $a_m$  ЦРФ, вычисляются в первые мгновения подачи сигнала на сенсор приемник, что позволяет отфильтровать все последующие входящие отсчеты. Это очень важно в тех системах, характеристики озвучиваемого пространства которых периодически изменяются.

#### Результаты моделирования

Предложенный алгоритм был апробирован на смонтированной акустической системе громкоговорящей свя зи. В состав экспериментальной установки вошли приемник сигнала (пульт делегата) и подсистема озвучивания,

которая в свою очередь имеет в своем составе 6 основных и 8 дополнительных излучателей различного диапазона (рис. 4). На входные каналы установки был подан сигнал с заранее известными параметрами, который пройдя через систему усиления и излучатели, был записан при помощи одного приемника конференц-системы.

В результате использования экспериментальной установки были получены звуковые файлы, которые послужили исходным материалом для обработки по выше изложенному алгоритму. Значения добавочных коэффициентов и процент фильтрации сигнала представлены в таблице.



Рис. 4. Расположение микрофонных блоков,

источники сигнала расположены на колоннах за шторами

Следует отметить, что после обработки сигнала рассматриваемым алгоритмом, акустическая обратная связь был практически полностью подавлена (в отдельных случаях, процент компенсации сигнала обратного акустического тракта достиг почти 93%), при этом качество выходного сигнала существенно возросло. Кроме того, из результатов эксперимента видно, что прослеживается четко выраженная зависимость добавочного коэффициента, рассчитанного ЦРФ, от номинальной мощности фильтруемого сигнала (коэффициент корреляции равен 0,975504), что позволяет сделать фильтр адаптивным под уровень мощности входящего сигнала, а достаточное количество пауз в речи оратора позволяет адаптироваться под переходную характеристику акустического тракта.

#### Перспективы приложения адаптивных ЦРФ

Применение адаптивных свойств ЦРФ можно реализовать в широком круге акустических приборов и систем человеко-машинного взаимодействия. Так, можно выделить задачу организации персонального акустического пространства человека. Предположим, что имеется помещение с несколькими источниками полезного сигнала и присутствием эффекта их переотражения.

Таблица. Результаты моделирования

№ интервала	Мощность фильтруемого	k	Итоговый	й процент фи	льтрации
ле интервала	сигнала на интервале	κ	M = 10	M = 20	M = 30
1	0,0722	0,05	66,66%	82,75%	85,82%
2	0,2927	0,20	57,77%	79,91%	92,89%
3	0,1619	0,14	75,54%	79,87%	85,99%
4	0,0931	0,06	39,65%	57,49%	72,48%
5	0,0854	0,05	42,58%	57,97%	68,93%
6	0,1093	0,09	46,78%	63,15%	70,55%
7	0,0625	0,05	34,78%	47,17%	59,74%

Если при этом общение между людьми должно носить адресный характер в естественно-языковой форме, то и устройства регистрации, и устройства воспроизведения должны максимально эффективно фиксировать голос каждого говорящего, а воспроизводить только определённому получателю (одному или многим). В этой ситуации необходимо иметь как адаптивные механизмы подавления обратной акустической связи, порожденные от собственного полезного сигнала, так и развитые средства фильтрации первичного и переотраженного нецелевого сигнала. Типовым примером организации таких условий работы являются операторские комнаты без существенной звукоизоляции между находящимися неподалеку людьми (callцентры, центры управления полётами, ситуационные центры и пр., регламентируемые ГОСТом серии «Система «человек-машина») [10].

Другим направлением приложения адаптивных акустических фильтров может стать автоматизация жилых зданий и помещений нового поколения. Опираясь на концепцию Smart Home [11, 12], адаптивная подстройка условий жизни человека должна осуществляться комплексно, т.е. затрагивая ведущие органы восприятия. Тогда сопряжение новых акустических ЦРФ с системами обеспечения безопасности и обмена информацией «умного» дома будут крайне полезны. Без существенных изменений в принципах ситуационного управления всей системой жизнеобеспечения помещений не обойтись, включая реализацию специализированных интеллектуальных функций внутри каждого прибора [13]. Это – и качественно новый уровень индивидуализации акустической среды, и более высокие требования к аппаратуре [14], функционирующей в динамически изменяющихся условиях. Например, регистрация полезного акустического сигнала от движущегося источника с динамическим изменением зоны регистрации отдельных микрофонов (АМІ системы по [15]): адаптируются не только параметры  $a_m$  ЦРФ, но и диаграммы направленности, осуществляя своеобразное слежение.

#### Заключение

Современные вычислительные платформы на базе ПЛИС или DSP-процессоров позволяют реализовать требуемую скорость обработки цифрового акустического сигнала, приближая функционирование рекурсивных цифровых фильтров к работе в реальном времени [16]. Адаптивная подстройка работы таких фильтров и их приложение к специальным задачам обуславливают развитие технологий «умной» фильтрации в смежных областях. Во-первых, это микроэлектроника, где важны тенденции повышения быстродействия, миниатюризации и энергоэффективности. Это, в свою очередь, делает рациональным реализацию фильтров в виде систем на кристалле. Во-вторых, это приборостроение, где тенденции интеграции различных человеко-машинных интерфейсов очень важны при повышении эффективности производственной и домашней автоматизации. Следовательно, работы по объединению «умных» фильтров будут играть существенную роль в комплексном «очувствлении» искусственных объектов (включая робототехнические). А значит, области приложения теории систем цифровой обработки сигнала в акустике будут востребованы.

#### Литература

- 1. Шаврин С.С. Электрическое эхо: заграждать или компенсировать? // Вестник связи. -2005. -№ 1. C. 30-33.
- 2. Баширов С.Р. Применение микроконтроллеров в звуковой технике. М.: Эксмо. 2008. 254 с.
- 3. Галиев А.Л., Шишкина А.Ф., Устройство ослабления акустической обратной связи с компандированием огибающей речевого сигнала // Промышленные АСУ и контроллеры. 2011. № 6. С. 48-50.
- 4. Тараканов А.Н., Мосеев В.Л., Ульдинович С.В. Комбинированный адаптивный алгоритм эхо-компенсации с пониженной вычислительной сложностью // Цифровая обработка сигналов. 2006. №3. С. 26-30.
- 5. Кузнецов Е.П., Витязев В.В. Цифровая обработка сигналов в задачаз эхо-компенсации: тематический обзор (часть 2) // Цифровая обработка сигналов. 2006. №4. С. 20-28.
- 6. Кузнецов Е.П. Методы и алгоритмы адаптивной эхокомпенсации: сравнительный анализ эффективности применения // Цифровая обработка сигналов. – 2007. – №4. – С. 26-34.
- 7. Непомнящий О.В., Кондратьев К.В., Сергеевич В.Н., Матюха Н.В., Дрыжак В.Б. Метод подавления акустической обратной связи на основе цифрового фильтра предварительного вычисления сигнала коррекции // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. № 3. С. 19-22.
- 8. Непомнящий О.В., Кондратьев К.В., Лебедев И.Н., Сергеевич В.Н. Подавление аккустической обратной связи на основе взаимно-корреляционной функции // Нелиненый мир. 2013. Том 11. №5. С. 317-322.
- 9. Адаптивные фильтры. /Под ред. К. Ф. Н. Коуэна и П. М. Гранта. М.: Мир, 1988. 392 с.
- 10. ГОСТ 26387-84 Система «человек-машина». Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2008. 7 с.
- 11. Харке В. Умный дом. Объединение в сеть бытовой техники и систем коммуникаций в жилом помещении М.: Техносфера, 2006. 288 с.
- 12. Углев В.А. Smart Home: текущее состояние в РФ и перспективные направления исследований // Робототехника и искусственный интеллект: Материалы IV Международной научно-технической конференции. Железногорск: СФУ, 2012. С. 88-91.
- 13. Углев В.А. Автоматизация на базе концепции «Умный дом»: проблемы интеллектуализации // Робототехника и искусственный интеллект: Материалы III Международной научно-практической конференции. Железногорск: СФУ, 2012. С. 40-44.
- 14. Наслимов А.И. Принципы организации адаптивного акустического человеко-машинного интерфейса // Радиоэлектронное приборостроение как основа высокотехнологического обновления всех отраслей производства: Материалы XVII международной конференции, Т 2. Харьков: XHУРЭ, 2013. С. 90-91.
- 15. Uglev V.A., Naslimov A.I., Kondratyev K.V. Adaptive control of registration area by the acoustic signal in AMI systems // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Krasnoyarsk: Siberian Federal University, 2013. p. 143-146.
- 16. Кондратьев К.В., Сергеевич В.Н. Выбор DSP-процес-сора для вычисления сигнала, способствующего возникновению акустической обратной связи // Робототехника как образовательная технология: материалы II международной научно-практической конференции. Красноярск: СФУ, 2010. С. 99-101.



















# **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

The  $16^{th}$  International Conference DIGITAL SIGNAL PROCESSING AND ITS APPLICATIONS

Москва 26 марта - 28 марта 2014 года

#### Уважаемые коллеги!

#### ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПРИНЯТЬ УЧАСТИЕ В РАБОТЕ КОНФЕРЕНЦИИ

#### ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- Институт радиотехники и электроники РАН
- Компания AUTEX Ltd. (ЗАО «АВТЭКС»)
- Российская секция IEEE

- IEEE Signal Processing Society
- Институт проблем управления РАН
- Институт проблем передачи информации РАН
- Московский научно-исследовательский телевизионный институт (ЗАО МНИТИ)

#### ОБЪЕДИНЁННЫЙ ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ:

**Председатель Международного комитета:** академик **Гуляев Юрий Васильевич Сопредседатели**: академик **Васильев С.Н.**, член-корр. **Зубарев Ю.Б.**, академик **Кузнецов Н.А.**, академик **Федоров И.Б.** 

**Члены оргкомитета:** проф. Аджемов А.С. (Россия), проф. Бачевский С.В. (Россия), проф. Боев С.Ф. (Россия), член-корр. Бабаян Б.А. (Россия), д.т.н. Борисов Ю.И. (Россия), академик Бугаев А.С. (Россия), проф. Качорек Т. (Польша), проф. Лукин В.В. (Украина), проф. Митра М. (США), проф. Петровский А.А. (Белоруссия), проф. Сарамаки Т. (Финляндия), академик Соколов И.А. (Россия), член-корр. Чеплыгин Ю.А. (Россия).

Председатель Национального комитета: член-корр. Зубарев Юрий Борисович Сопредседатели: проф. Витязев В. В., Кирпичников А.П., доц. Самсонов Г.А.

**Члены оргкомитета:** проф. Алпатов Б.А., проф. Бартенев В.Г., проф. Бернюков А.К., проф. Брюханов Ю.А., проф. Васильев К.К., проф. Галушкин А.И., проф. Дворкович В.П., д.т.н. Дворкович А.В., д.т.н. Джиган В.И., Зубарев Р.В., проф. Немировский М.С., проф. Олейников А.Я., проф. Пожидаев В.Н., д.т.н. Приоров А. Л., проф. Прохоров Ю.Н., проф. Санников В.Г., доцент Сергиенко А.Б., проф. Скачко Ю.В., проф. Смольский С.М., проф. Солонина А.И., проф. Соколов И.А., проф. Сперанский В.С., доц. Стешенко В.Б., проф. Сухарев Е.М., проф. Чобану М.К., проф. Шинаков Ю.С. проф. Ямпурин Н.П.

**Организация работы** в форме пленарных и проблемно-тематических заседаний и заседаний «круглого стола». Пленарные доклады будут представлены по основным направлениям работы Конференции.

**Рабочие языки** конференции - *русский* и *английский*. Доклады, включенные в Программу конференции, будут опубликованы на этих же языках в **Сборниках докладов** (**Трудах**) **Конференции** к началу ее работы.

#### РАБОТА КОНФЕРЕНЦИИ ПЛАНИРУЕТСЯ ПО 10 СЕКЦИЯМ:

(укажите соответствующей № секции в заявке к докладу)

- 1. Теория сигналов и систем
- 2. Теория и методы ЦОС
- 3. Обработка сигналов в системах телекоммуникаций
- 4. Обработка сигналов в радиотехнических системах
- 5. Обработка и передача изображений

- 6. Обработка и передача измерительной информации
- 7. Проектирование и техническая реализация систем НОС
- 8. Цифровое телерадиовещание
- 9. Цифровая обработка многомерных сигналов
- 10. Нейрокомпьютерная обработка сигналов и изображений

#### СРОКИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДОКЛАДОВ:

(информация о регистрации обновляется на сайте: <a href="http://www.rntores.ru">http://www.rntores.ru</a>)

<u>Реквизиты для перечисления взносов</u>: РНТОРЭС имени А.С. Попова, **ИНН 7702021967**, **КПП 770201001**, **БИК 044525225**, **Р/сч. 40703810038090105080** Московский банк Сбербанка России ОАО, г. Москва. **Кор/счет 30101810400000000225** 

## АЦП/ЦАП/цифровые приемники для обработки радиосигналов



Системы радиомониторинга
Тестовое и измерительное оборудование
Системы регистрации широкополосных сигналов



3AO "Инструментальные Системы" www.insys.ru, info@insys.ru (495)781-2750, 781-2751