

ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ДЛЯ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ НА ПЛИС И ГРАФИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ

*Панкратов В.Г., к.т.н., ОАО «Лантан», г. Москва;
 Карих А.А., ОАО «Лантан»;
 Панфилов В.Н., ОАО «Лантан»;
 Гуров А.Д., ОАО «Лантан»*

Ключевые слова: функция неопределенности, пассивная локация, ПЛИС, графический процессор, алгоритм вычисления, сравнительная оценка.

Введение

Пассивный локатор предназначен для определения координат объекта по его собственному излучению или по отраженным сигналам при облучении его внешним источником, например, сигналом от мощного ТВ передатчика или излучателя «подсвета». Основная обработка заключается в определении корреляционной функции и доплеровской фильтрации, т.е. в получении функции неопределенности (далее – ФН). При реализации ФН возникает трудность, связанная с большим объемом вычислений и двумерностью задачи при этом информация должна обрабатываться в реальном масштабе времени.

В настоящее время появились мощные вычислители, обладающие высокой производительностью. Такими устройствами являются программируемая логическая интегральная схема (далее – FPGA) и графический процессор (далее – GPU). Однако даже использование этих устройств напрямую не позволяет решить задачу с параметрами, приемлемыми для практического применения. В статье предложен метод решения задачи с помощью комбинации FPGA и GPU.

Представлен алгоритм расчета функции неопределенности на основе ПЛИС и графического процессора, рассмотрены ограничения на применение данного алгоритма, приводятся примеры расчета для различных сигналов, оцениваются практические затраты на реализацию.

Алгоритм вычисления ФН

Согласно [1], [3] функция взаимной неопределенности $\chi(\tau, \Phi)$ имеет вид:

$$\chi(\tau, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \times v^*(t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times t} dt; \quad (1)$$

или

$$\chi(\tau, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(f) \times V^*(f + \Phi) \times e^{j \times 2 \times \pi \times f \times \tau} df; \quad (2)$$

где: t – время; τ – время задержки; f – частота; Φ – доплеровский сдвиг частоты; $u(t)$ – прямой сигнал (опорный); $v(t)$ – отраженный от объекта сигнал; $j = \sqrt{-1}$; $U(f)$ – спектр входного сигнала; $V(f)$ – спектр сигнала отраженного от объекта; * – знак комплексного сопряжения.

Функцию неопределенности χ будем вычислять на интервале $T_\chi (t_n \dots t_n + T_\chi)$. Обозначения поясняются на рис. 1. Разобьем этот интервал на отрезки и вычислим корреляционную функцию R_n на каждом интервале $(t_n + k \times \tau, t_n + k \times \tau + T_r)$, как показано на рис. 1.

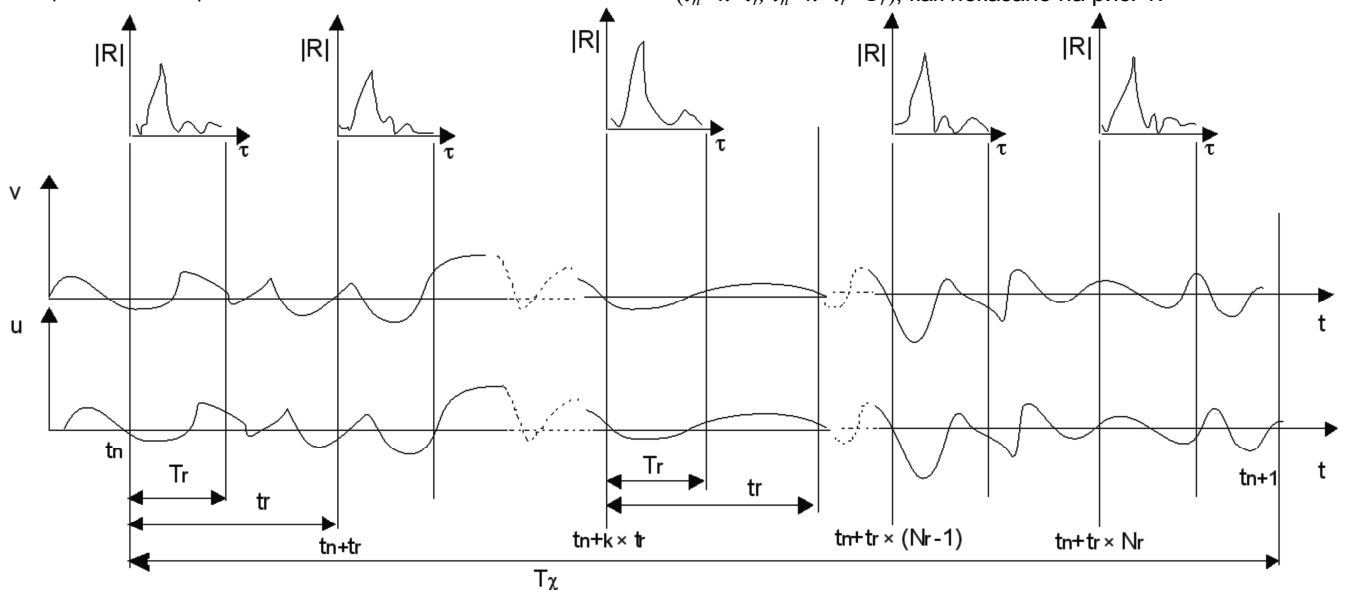


Рис. 1. Временная диаграмма для расчета функции неопределенности

Условные обозначения на рис. 1:

T_χ – интервал времени, на котором вычисляется ФН;

T_r – интервал времени, на котором вычисляется корреляционная функция;

t_r – период корреляционных функций;

n – номер ФН;

k – номер интервала времени, на котором вычисляется корреляционная функция;

R – корреляционная функция;

N_r – число корреляционных функций.

Причем интервалы не обязательно вплотную прилегают друг к другу. Между ними может быть временной промежуток. Это связано либо с ограниченными ресурсами FPGA или с особенностями обработки. Для вычисления ФН обычно используется библиотечное ядро БПФ. Вычисление БПФ в FPGA может производиться в нескольких режимах, выбор одного из которых связан ее с возможностями. В зависимости от производительности и объема FPGA для вычисления корреляционной функции можно использовать алгоритм конвейерного БПФ (в этом случае между интервалами нет промежутка) или алгоритм с минимальной загрузкой FPGA, когда для вычисления БПФ используются одни и те же элементы, а промежуточные результаты записываются в память. При этом возникает промежуток между интервалами, длительность которого может быть порядка нескольких интервалов вычисления корреляционной функции.

Представим ФН как сумму ФН для выбранных интервалов. Корреляционная функция вычисляется на интервалах от $t_n+k \times t_r$ до $t_n+k \times t_r + T_r$:

$$\chi_{n,k}(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} dt;$$

Обозначим

$$u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} = P(t_n + t_r \times k + t, \Phi);$$

$$\chi_{n,k}(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times k + t, \Phi) dt;$$

Тогда

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times 0 + t, \Phi) dt + \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times 1 + t, \Phi) dt + \dots + \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times N_r + t, \Phi) dt;$$

или

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \sum_{k=0}^{N_r} \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times k + t, \Phi) dt;$$

Таким образом, ФН можно представить как сумму интегралов, каждый из которых является функцией неопределенности, вычисленной на отдельном интервале

времени от $t_n+k \times t_r$ до $t_n+k \times t_r + T_r$:

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \sum_{k=0}^{N_r} \int_0^{T_r} u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} dt. \quad (3)$$

Обозначения поясняются на рис. 1.

В дискретном виде, при $t = m \times \delta t$, $\tau = p \times \delta t = \tau_p$,

$$\Phi = q \times \delta \Phi = \Phi_q, \quad \delta t = \frac{T_r}{N_\tau}, \quad \text{уравнение (3) принимает}$$

вид:

$$\chi(t_n, \tau_p, \Phi_q) = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_\tau} u(t_n + t_r \times k + \delta t \times m) \times v^*(t_n + t_r \times k + \delta t \times m + \delta t \times p) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + t_r \times k + \delta t \times m)}; \quad (4)$$

или в более компактной форме:

$$\chi_{n,p,q} = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v^*_{n,k,m+p} \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r + \delta t \times m)};$$

где: N_τ – число отсчетов, накапливаемых при вычислении корреляционной функции; $N_\tau = T_r / \delta t$; $N_r = T_r / t_r$; N_d – число отсчетов по доплеровской частоте; Φ_q – доплеровская частота $\Phi_q = \delta \Phi \times q$; δt – дискрет по времени; $\delta \Phi$ – дискрет по доплеровской частоте; p – номер отсчета по задержке $p=0 \dots N_\tau$; q – номер отсчета по доплеровской частоте $q=0 \dots N_d$.

Если изменение фазы сигнала с максимальной доплеровской частотой за время вычисления корреляционной функции много меньше π , т.е. $\Phi_{max} \times t_r \ll \pi$ где Φ_{max} – максимальная доплеровская частота, то ФН (4) упрощается и переходит в следующую форму:

$$\chi(t_n, \tau_p, \Phi_q) \approx \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + t_r \times k)} \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u(t_n + t_r \times k + \delta t \times m) \times v^*(t_n + t_r \times k + \delta t \times m + \delta t \times p).$$

В более компактном виде ФН можно представить в следующем виде:

$$\chi_{n,p,q} \approx \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r)} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v_{n,k,m+p}^* = \\ & = \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r)} \times R_{n,p,k}; \end{aligned}$$

где: $R_{n,p,k}$ – значение корреляционной функции сигналов $u(t)$ и $v(t)$, определенное на интервале $(t_n + k \times t_r, t_n + k \times t_r + T_r)$ для задержки p :

$$R_{n,p,k} = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v_{n,k,m+p}^* ;$$

$\|R_{n,p,k}\| = \|R_n\|$ представляет матрицу, составленную из корреляционных функций. Столбец – корреляционная функция, вычисленная на интервале $(t_n + k \times t_r, t_n + k \times t_r + T_r)$. Строка составлена из элементов корреляционных функций с одинаковой задержкой (p). Матрица предназначена для вычисления n – ой ФН.

В соответствии с теоремой Котельникова частота измерений корреляционной функции (частота отсчетов доплеровской частоты) $f_r = \frac{1}{t_r}$ связана с максимальным значением доплеровской частоты соотношением

$$\Phi_{\max} = \frac{1}{2 \times t_r}, \text{ и дискретность по доплеровской частоте } \delta \Phi = \frac{2 \times \Phi_{\max}}{N_d} = \frac{1}{N_d \times t_r}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \chi_{n,p,q} & \approx e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times t_n} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \times R_{n,p,k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Множитель $e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times t_n}$ – является фазовым.

$$\text{Множитель } \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \times R_{n,p,k} \text{ – является}$$

дискретным преобразованием Фурье для строки матрицы корреляционных функций [2].

Сформируем матрицу поворачивающих множителей

$$\|E\| = \|e_{k,q}\| = \left\| e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \right\|.$$

Тогда матрицу ФН можно вычислить через произведение матриц: $\|\chi\| = \|R\| \times \|E\|$.

Таким образом, последовательность вычислений следующая:

1) вычисляются корреляционные функции для последовательных интервалов времени. Эту операцию целесообразно производить на вычислителях обладающих максимальным быстродействием;

2) формируется матрица из корреляционных функций таким образом, чтобы элементы столбца представляли корреляционную функцию для одного интервала времени, а элементы строки составляли значения корреляционных функций для разных интервалов, но для одинаковых задержек.

Для сокращения количества операций вычисление корреляционной функции производится при использовании стандартного ядра БПФ через спектральное представление входных сигналов. При реализации корреляционной обработки на FPGA применялось конвейерное БПФ.

3) формируется матрица поворачивающих множителей, произведение которой с матрицей корреляционных функций даст матрицу ФН. При этом скалярное произведение вектора строки корреляционной матрицы на вектор столбец матрицы поворачивающих множителей дает элемент матрицы ФН;

4) вычисляется матрица ФН через произведение матриц корреляционных функций и матрицы поворачивающих множителей.

Блок-схема процесса вычисления ФН приведена на рис. 2.

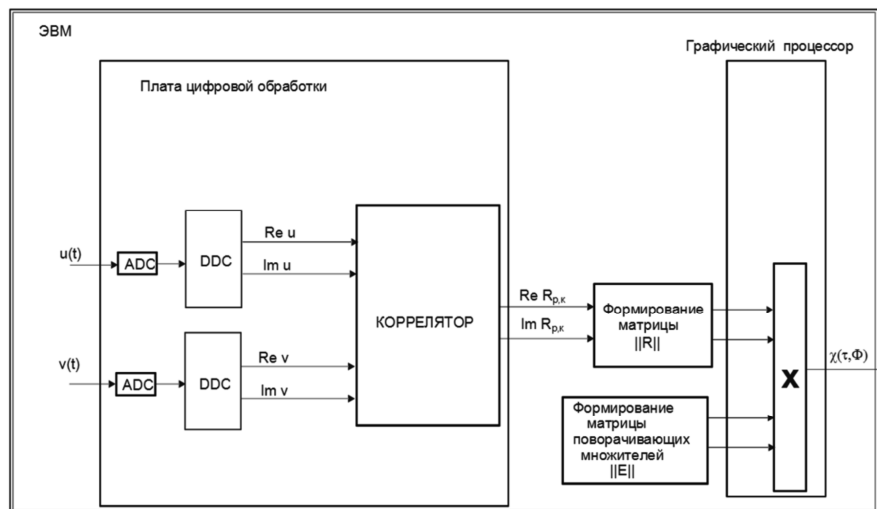


Рис. 2. Блок-схема вычисления функции неопределенности

Входные сигналы подаются на аналого-цифровые преобразователи (ADC), далее на блок формирования квадратурных сигналов и преобразования частоты (DDC), потом на коррелятор. Корреляционные функции для каждой выборки передаются на GPU ЭВМ, где формируется матрица, каждый столбец которой представляет корреляционную функцию для определенной выборки сигнала в момент времени t_n .

Полученная корреляционная матрица умножается на заранее сформированную матрицу поворачивающих множителей $\|E\|$. Далее вычисляется модуль каждого элемента матрицы $\|\chi\|$ ФН.

Недостатком данного метода является наличие ограничений, связывающих максимальную доплеровскую частоту Φ_{max} и диапазон задержек T_r :

$$\Phi_{max} < \frac{1}{2 \times T_r}.$$

Преодолеть это ограничение в значительной степени можно путем использования многоканальной обработки показанной на рис. 3.

Корреляционные функции вычисляются для выборок сигналов смещенных по времени на целое число периодов T_r . Полученные матрицы ФН объединяются в общую матрицу:

$$\|\chi_{\Sigma}(\tau, \Phi)\| = \begin{pmatrix} \chi_{N/2}(\tau, \Phi) \\ \chi_{N/2-1}(\tau, \Phi) \\ \dots \\ \chi_0(\tau, \Phi) \\ \dots \\ \chi_{-N/2+1}(\tau, \Phi) \\ \chi_{-N/2}(\tau, \Phi) \end{pmatrix}.$$

При этом диапазон задержек увеличивается в N раз.

Ограничения на применение алгоритма

Ключевым моментом в алгоритме является переход от выражения для расчета ФН по классической формуле (4) к приближенной формуле (5), которая позволяет разбить процесс вычислений на 2 последовательных этапа, а именно: 1 – вычисление корреляционных функций и 2 – вычисление дискретного преобразования Фурье для доплеровской фильтрации.

Ошибка возникает из-за того, что корреляционная функция вычисляется на интервале T_r без учета доплеровского сдвига частоты одного сигнала относительно другого. Это приводит к тому, что сигналы становятся несинхронными и при накоплении амплитуда корреляционной функции уменьшается. При этом фазовые соотношения между корреляционными функциями сохраняются.

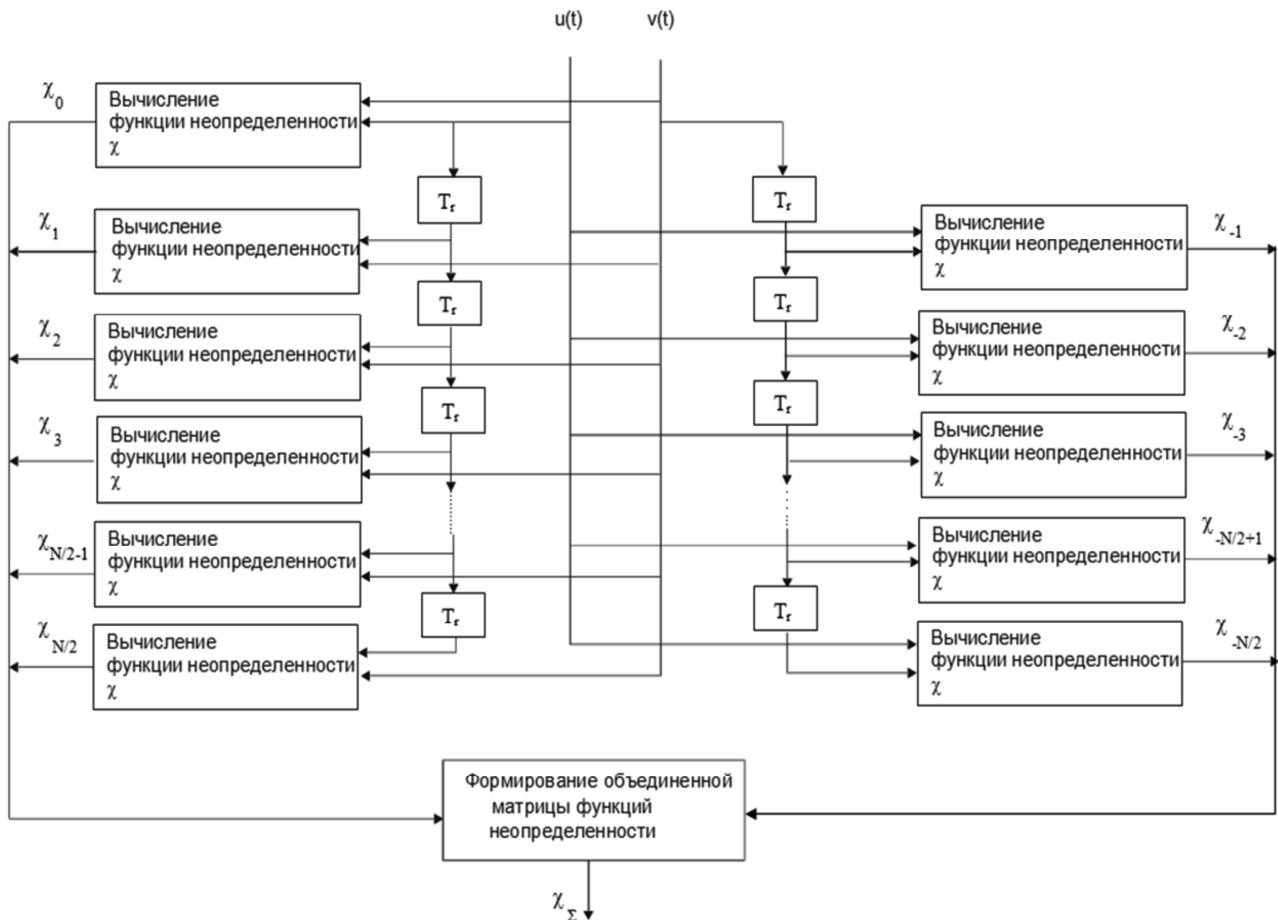
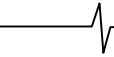


Рис.3. Блок-схема многоканальной схемы для вычисления функции неопределенности



Ошибка зависит от длительности сигнала и доплеровской частоты. Чем больше длительность и доплеровский сдвиг частоты, тем больше набег фаз, тем меньше амплитуда корреляционного пика.

Для подтверждения применимости алгоритма необходимо оценить погрешность, связанную с данным приближением. Для простоты рассчитаем, во сколько раз уменьшается амплитуда корреляционного пика при приеме сигналов с прямоугольной огибающей, длительностью равной времени накопления.

Пусть на вход коррелятора поступают прямоугольные импульсы с амплитудой A .

Импульсы имеют одинаковую амплитуду и время прихода, но несущая частота одного сигнала смещена на доплеровскую частоту – Φ . Вычислим значение корреляционной функции. Оценку проведем для непрерывной системы обработки, поскольку для понимания физики это не принципиально.

$$R(\tau = 0, \Phi) = \int_{-T_r/2}^{T_r/2} |u(t)|^2 \times e^{-j2\pi \times \Phi \times t} dt =$$

$$= A^2 \times \int_{-T_r/2}^{T_r/2} e^{-j2\pi \times \Phi \times t} dt;$$

В итоге получим:

$$R(\tau = 0, \Phi) = A^2 \times T_r \times \frac{\sin(\pi \times \Phi \times T_r)}{\pi \times \Phi \times T_r}.$$

График зависимости амплитуды от фазового смещения за счет эффекта Доплера за время вычисления корреляционной функции приведен на рис. 4.

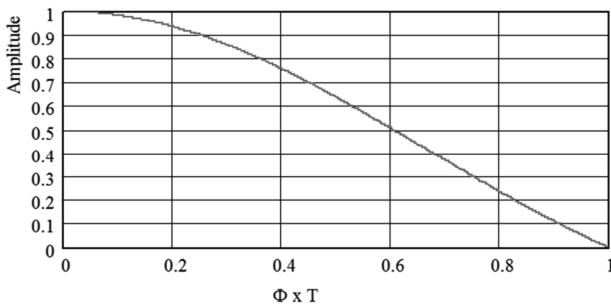


Рис. 4. Амплитуда корреляционной функции при наличии доплеровского смещения

Условные обозначения на рис. 4:

Φ – доплеровская частота;

T – длительность сигнала.

Ошибка по амплитуде корреляционной функции можно оценить по приближенной формуле:

$$\delta R \approx \frac{(\pi \times \Phi_{\max} \times T_r)^2}{6}.$$

Оценим реальные параметры системы, в частности, максимальную доплеровскую частоту при следующих параметрах: скорость объекта – 300 м/с, несущая частота сигнала – 10^9 Гц, полоса сигнала – 10 МГц, тактовая частота – 30 МГц, число отсчетов корреляционной функции – 2048.

Получаем $\Phi_{\max} = F_n \times 2 \times V / c = 2000$ Гц, $T_r = 2048 / 30 \times 10^6 \approx 68 \times 10^{-6}$ с. При допустимой ошибке $\delta R = 0,1$ система

может обрабатывать сигналы с максимальной доплеровской частотой:

$$\Phi_{\max} \approx \frac{\sqrt{6 \times \delta R}}{\pi \times T_r} \approx 3600 \text{ Гц}.$$

Таким образом, система с успехом может обрабатывать сигналы, отраженные от объектов, движущихся со скоростью звука на несущей частоте 1 ГГц с полосой 10 МГц, на интервале преобразования 68 мкс или на дистанции 20 км. Причем получить практически любое разрешение по доплеровской частоте.

Другой тонкий момент в алгоритме следующий: отсчеты по доплеровской частоте для элементов корреляционной функции с одинаковой задержкой дискретны и идут с периодом t_r . Поэтому здесь должны проявляться все эффекты, связанные с дискретизацией, а именно, периодичность спектра по доплеровской частоте и ограничение по максимальной доплеровской частоте в соответствии с

теоремой Котельникова: $\Phi_{\max} < \frac{1}{2 \times t_r}$.

Кроме этого ФН для сигналов с большой базой при учете влияния деформации сигнала должна удовлетворять следующему условию [2]:

$$T_{\chi} \times B \ll \frac{c}{2 \times V},$$

где: T_{χ} – время накопления, B – полоса частот сигнала, c – скорость света, V – радиальная скорость.

Сравнительная оценка аппаратных затрат при вычислении ФН

Для примера возьмем следующие реальные исходные данные для пассивного лоатора:

- полоса сигнала – 5 МГц;
- диапазон задержек – 100 мкс (расстояние между приемными антеннами ≈ 30 км);
- максимальная доплеровская частота – 5 кГц (скорость ≈ 1000 м/с);
- выигрыш в отношении сигнал/шум – 40...50 дБ (число отсчетов $N_T \approx 10^5$).

В соответствии с этими исходными данными определим параметры вычислителя для предложенного алгоритма:

– тактовая частота: $F_r = 10$ МГц ($\delta t = \frac{1}{F_r} = 0,1$ мкс);

– время накопления: $T_{\chi} = N_T \times \delta t = 10^5 \times 0,1 \times 10^{-6} = 0,01$ с,

дискрет времени по отсчетам доплеровской частоты:

$$t_r = \frac{1}{2 \times \Phi_{\max}} = \frac{1}{2 \times 5 \times 10^3} \approx 100 \text{ мкс}.$$

Разрешение по доплеровской частоте: $\delta \Phi = \frac{1}{T_{\chi}}$. Число отсчетов по доплеровской частоте $N_d = \frac{2 \times \Phi_{\max}}{\delta \Phi} =$

$$= \frac{2 \times 5 \times 10^3}{100} = 100. \text{ Возьмем ближайшее целое число}$$

кратное 2 в целой степени, т.е. $N_d = 128$.

Будем вычислять корреляционную функцию на интервале t_r . Число отсчетов по задержке $N_\tau = \frac{t_r}{\delta t} = 1000$.

Возьмем число кратное 2 в целой степени, $N_\tau = 1024$. При этом диапазон задержек – 102,4 мкс. Таким образом, интервалы, на которых вычисляются корреляционные функции, следуют друг за другом без паузы: $T_r = t_r$.

Оценим аппаратные затраты для вычисления ФН по предложенному алгоритму с использованием алгоритма БПФ. Чтобы можно было использовать БПФ для доплеровского анализа необходимо, чтобы число отсчетов во временной выборке было равно числу отсчетов по доплеровской частоте, т.е. $N_d = N_r$.

ФН вычисляется с помощью произведения матриц $\| \chi \| = \| R \| \times \| E \|$ размерностью $[N_\tau \times N_r] \times [N_r \times N_d] = [N_\tau \times N_d]$ и представляет собой:

$$\begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & \dots & R_{0N_r} \\ R_{10} & R_{11} & \dots & R_{1N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{N_\tau 0} & R_{N_\tau 1} & \dots & R_{N_\tau N_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_d}{N_d}} \\ e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_d}{N_d}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times N_d}{N_d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_d} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_d} \end{bmatrix}$$

Элемент матрицы ФН представляет собой элемент преобразования Фурье от строки матрицы корреляционных функций и равен:

$$\chi_{p,q} \approx \sum_{k=0}^{N_r} R_{p,k} \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}}$$

где: $R_{p,k} = \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{k,m} \times v_{k,m+p}^*$ – значение корреляционной функции, вычисленное на k -ом интервале времени для задержки p , $p = 0 \dots N_\tau$, $q = 0 \dots N_d$.

В аппаратной реализации вычисление корреляционных функций производилось с помощью прямого и обратного преобразования Фурье. Число комплексных умножений при вычислении БПФ – $N/2 \times \log_2 N$. Для вычисления корреляционной функции надо выполнить два прямых преобразования Фурье, перемножить спектры и одно обратное преобразование. Общее число операций

комплексного умножения равно:

$$N_{FFT} = 3 \times \left[\frac{N_\tau}{2} \times \log_2 N_\tau \right] + N_\tau$$

Для $N_\tau=1024$ число операций комплексного умножения для вычисления одной корреляционной функции:

$$3 \times \left[\frac{1024}{2} \times 10 \right] + 1024 = 16384$$

При количестве корреляционных функций – 128, общее число операций для формирования матрицы корреляционных функций: $16384 \times 128 \approx 2 \times 10^6$.

Доплеровский анализ выполняется с помощью БПФ. Для получения ФН необходимо сделать 1024 операций БПФ по 128 точек. Итого $64 \times 7 \times 1024 \approx 5 \times 10^5$.

Общее количество операций равно: $5 \times 10^5 + 2 \times 10^6 = 2,5 \times 10^6$.

Требуемая производительность вычислителя при расчете ФН по предложенному алгоритму равно: $2,5 \times 10^8$ оп/с.

Проведем расчет количества операций при вычислении ФН по общей формуле с использованием БПФ. Возьмем те же исходные данные: $T_\chi = 0,01$ с; $N_T = 10^5$; $N_\tau = 1024$.

Для этого метода $N_d = N_r$. Значение N_T возьмем ближайшее число кратное 2, в целой степени: $N_T = 131072$.

После преобразования формулы (1) в дискретную форму, выражение для элемента матрицы ФН принимает вид:

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times \delta t \times m}$$

где u_m – m отсчеты прямого сигнала; v_{m+p}^* – $m+p$ комплексно сопряженные отсчеты отраженного сигнала; $\chi_{p,q}$ – элемент матрицы ФН.

При условии, что: $\delta \Phi = \frac{1}{T_\chi}$ и $\delta t = \frac{T_\chi}{N_T}$, получаем

элемент матрицы ФН:

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}}$$

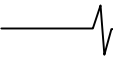
Выражение является преобразованием Фурье от выборки, составленной из произведений отсчетов входных сигналов и его можно вычислить с помощью алгоритма БПФ, если число доплеровских частот равно числу отсчетов по времени и равно 2 в целой степени.

Сформируем матрицу $\| A \|$ с элементами из произведений отсчетов сигналов – $\| A \| = \| a_{p,m} \|$, где: $a_{p,m} = u_m \times v_{m+p}^*$; $m = q = 0 \dots N_T$; $p = 0 \dots N_\tau$.

Матрица поворачивающих множителей равна:

$$\| E \| = \| e_{m,q} \| = \left\| e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}} \right\|;$$

При использовании БПФ для вычисления ФН по общей формуле мы получаем отсчеты для доплеровской



частоты больше, чем Φ_{\max} : $\Phi = q \frac{2\Phi_{\max}}{N_d}$, где: $q = 0 \dots N_T$,

которые в дальнейшем не используются (избыточные отсчеты).

ФН вычисляется с помощью произведения матриц $\|\chi\| = \|A\| \times \|E\|$, размерностью $[N_\tau \times N_T] \times [N_T \times N_T] = [N_\tau \times N_T]$ и представляет собой:

$$\begin{bmatrix} u_0 \times v_0^* & u_1 \times v_1^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T}^* \\ u_0 \times v_1^* & u_1 \times v_2^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+1}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_0 \times v_{N_\tau}^* & u_1 \times v_{N_\tau+1}^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+N_\tau}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_T}{N_T} \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_T}{N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times N_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_T} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_T} \end{bmatrix}$$

Рассмотрим строку матрицы ФН. Можно заметить, что эта строка является результатом преобразования Фурье для строки матрицы произведений отсчетов сигналов с одинаковыми задержками (при фиксированном p). Для вычисления преобразования Фурье используем алгоритм БПФ.

Матрица $\|A\|$ содержит $N_\tau \times N_T$ (1024×131072) элемента. Количество операций комплексных умножений для формирования матрицы произведений отсчетов равной: $1024 \times 131072 \approx 1,3 \times 10^8$ операций. Для каждой строки матрицы выполняется БПФ. Число комплексных умножений для вычисления БПФ- $N_T/2 \times \log_2 N_T$ [4]. Каждое БПФ - $\frac{131072}{2} \times 17 \approx 1,1 \times 10^6$ операций. Всего

1024 строк. Общее количество операций для вычисления БПФ: $1024 \times 1,1 \times 10^6 \approx 1,1 \times 10^9$ операций. Общее количество операций комплексного умножения: $1,3 \times 10^8 + 1,1 \times 10^9 \approx 1,2 \times 10^9$.

Требуемая производительность вычислителя при расчете ФН в реальном времени: $1,2 \times 10^9 / 0,01 = 1,2 \times 10^{11}$ оп/с.

Оценим затраты, когда вычисления проводятся только для доплеровских частот: $\Phi = q \frac{2\Phi_{\max}}{N_d}$, где $q = 0 \dots N_d$.

В этом случае преобразование Фурье выполняется напрямую.

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}}$$

где: $q = 0 \dots N_d$; $m = 0 \dots N_T$; $p = 0 \dots N_\tau$.

В соответствие с формулой матричное уравнение принимает вид:

$$\begin{bmatrix} u_0 \times v_0^* & u_1 \times v_1^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T}^* \\ u_0 \times v_1^* & u_1 \times v_2^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+1}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_0 \times v_{N_\tau}^* & u_1 \times v_{N_\tau+1}^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+N_\tau}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_d}{N_T} \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_d}{N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times N_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_d} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_d} \end{bmatrix}$$

Размерности матриц: $[N_\tau \times N_T] \times [N_T \times N_d] = [N_\tau \times N_d]$.

Количество комплексных умножений в матрице произведений - $1024 \times 131072 \approx 1,3 \times 10^8$. Количество умножений для вычисления одного элемента ФН через произведение матриц - $N_T = 131072$. Число элементов ФН - $N_\tau \times N_d = 1024 \times 128 = 1,3 \times 10^5$. Общее число операций: $1,3 \times 10^8 + 131072 \times 1,3 \times 10^5 = 1,7 \times 10^{10}$. Таким образом, общее количество комплексных умножений при использовании БПФ меньше, чем при вычислениях без БПФ несмотря на то, что размерность выходной матрицы меньше.

При расчете ФН по классической формуле производительность вычислителя должна быть примерно в 500 раз больше производительности вычислителя, использующего предложенный алгоритм (оценка проводилась относительно числа комплексных умножений). Это связано с использованием в предложенном алгоритме более эффективной структуры вычислений, а именно: для медленных процессов (доплеровской фильтрации) используется низкая частота тактирования и устраняется избыточность по числу операций. Максимальная доплеровская частота много меньше полосы частот сигнала и поэтому выигрыш определяется фактически отношением полосы частот сигнала и максимальной доплеровской частотой. Полоса сигнала может равняться десяткам мегагерц. Максимальный доплеровский сдвиг до 10 кГц. Выигрыш, примерно, 10^3 раз. Кроме этого необходимо учесть, что увеличение размера выборки приводит к более быстрому, чем линейное увеличению числа операций.

Выбор элементной базы для реализации алгоритма

При технической реализации встает вопрос выбора элементной базы, на которой можно реализовать этот алгоритм. Существуют основные типы элементной базы для обработки сигналов: универсальный процессор (далее – CPU), сигнальный процессор (далее – DSP), FPGA и GPU.

CPU предназначены для решения сложных вычислительных задач в научных, инженерных, экономических областях и т.д., как правило, не в реальном времени и мало приспособлены для скоростной обработки радиосигналов.

CPU содержит многоядерные процессоры, выполняющих последовательно во времени команды над входными потоками данных. Производительность CPU ограничена ее архитектурой. Например, CPU типа Intel Core i5 2400 3,1 ГГц, 4 ядра имеет производительность около 50 ГФлоп.

Главная отличительная черта **DSP** – максимальная приспособленность к решению задач цифровой обработки сигналов. Это именно «специализированные» контроллеры, специализация которых заключается в такой архитектуре и системе команд, которые позволяли бы оптимально выполнять операции преобразования и фильтрации сигналов в режиме реального времени. Как правило, многие семейства DSP-процессоров ориентированы в основном на конкретные приложения. При вычислении, им характерен один поток данных и один поток команд, последовательно выполняемых ядром DSP.

Лучшие современные DSP имеют производительность порядка нескольких ГФлоп и тактовую частоту около 1 ГГц.

При наращивании производительности требуется организации сложной многоэтапной обработки и создания системы из нескольких DSP.

FPGA представляет собой большую интегральную микросхему матричного типа, позволяющую программным способом реализовать логические функции большой сложности. Физическое ограничение по быстродействию присущее всем традиционным архитектурам процессоров является последовательное выполнение команд. Архитектура FPGA дает возможность аппаратного распараллеливания вычислений. Программы работы FPGA представляют фактически структуру с работающими непрерывно блоками, сходную с электрической схемой устройства, выполняющего обработку сигнала в реальном времени. Вычисления выполняются в конвейерном режиме.

Преимуществами FPGA в средствах обработки сигналов являются: высокое быстродействие; возможность реализации сложных параллельных алгоритмов; наличие средств САПР, позволяющих провести полное моделирование и симулирование системы; наличие библиотек мегафункций, описывающих сложные алгоритмы; архитектурные особенности FPGA как нельзя лучше приспособлены для конвейерной реализации таких разных по типу операций, как фильтрация, преобразование сигналов по частоте, децимация, задержка, свертка и т.п.

Недостатком FPGA можно считать трудности связанные с обработкой больших массивов информации, требующей большого количества элементов FPGA, т.е ограниченное количество входных потоков данных.

GPU предназначена для скоростной и параллельной обработки массивов информации. GPU процессор устроен иначе, чем CPU. В них качество заменено количеством: вместо двух-четырех ядер графические чипы используют целые кластеры из множества потоковых процессоров. Например, в видеочипах NVIDIA основной блок – это мультипроцессор с восемью-десятью ядрами и сотнями ALU в целом, несколькими тысячами регистров и небольшим количеством разделяемой памяти. Если CPU исполняет 1-2 потока вычислений на одно процессорное ядро, то GPU могут поддерживать более тысячи потоков на каждый мультипроцессор, которых в процессоре несколько.

GPU процессоры используют общедоступную технологию CUDA, которая позволяет программировать на языке C++ и содержит библиотеки для выполнения векторно-матричных и БПФ операций. При современных объемах памяти на GPU можно умножать матрицы размером в миллионы элементов, и все данные будут размещены в глобальной памяти. Реально достигнутая производительность при этом будет достаточно высока, например GPU NVIDIA GeForce GTX 560 имеет производительность 1262 ГФлоп. Следует заметить, что такая производительность достигается за счет использования блочных алгоритмов умножения матриц, а классические прямые реализации оказываются на порядок медленнее.

Преобразование Фурье на GPU выполняются за время,

пропорциональное $\frac{N}{2} \log_2 N$ [4], где N – число точек БПФ. Алгоритм реализуется при помощи многопроходной схемы, где на каждом проходе применяется классическое ядро типа «бабочка». И хотя вычислительная сложность подобного ядра относительно невысока, GPU удается достичь на нем неплохих результатов. На первых этапах обработки весь массив умещается в статическую память, что позволяет собрать их в один проход и получить порядка 40 ГФлоп на GPU типа NVIDIA GeForce 8800GTX. В то же время GPU проигрывает там, где необходима последовательная обработка одного потока информации.

К сожалению, решить задачу расчета ФН на одном вычислителе довольно трудно.

Один из вариантов реализации предлагается авторами статьи: использовать комбинация FPGA для обработки сигналов, GPU для выполнения векторно-матричных операций и CPU для отображения и управления.

Техническая реализация выполнена с применением отладочной платы Development Kit-4 фирмы Nallatech (www.nallatech.com) на основе FPGA серии Virtex-4 типа xc4vsx35 в конвейерном режиме с параметрами:

- выборки через: 1,56 мс.,
- тактовая частота: 30 МГц.,
- коэффициент децимации: 6,
- скорость передачи информации: 10-15 Мбит/с.

Вычисление ФН производилось с использованием видеокарты типа NVIDIA GeForce 8600GT с параметрами:

- время, затраченное на вычисление произведения комплексных матриц: $[1024 \times 256] \times [256 \times 256] = [1024 \times 256] - 8$ мс;
- время, затраченное на вычисление модуля элементов матрицы: 160 мкс;
- пересылка информации: 4 мс.

Примеры вычисления функции неопределенности

Выборки корреляционной функции, полученные в FPGA для реальной и мнимой частей сигнала типа белый шум, представлены на рис. 5. Выборки сигнала вплотную примыкают друг к другу и наглядно видна модуляция амплитуды корреляционного пика с доплеровской частотой. Число отсчетов – 2048.

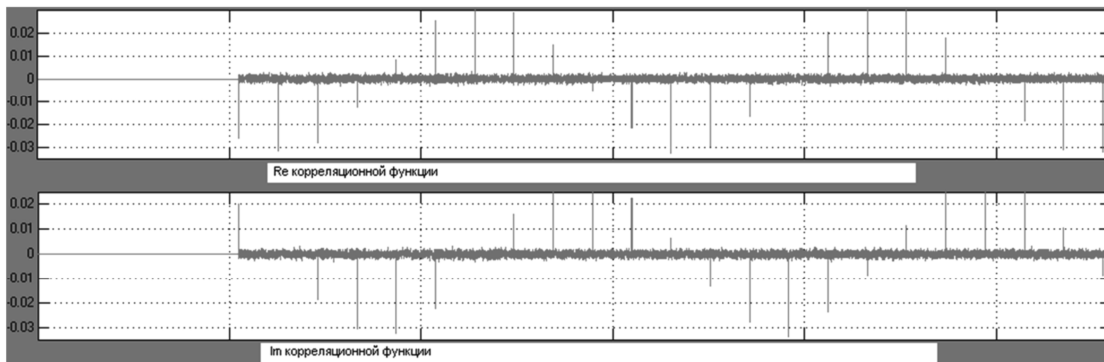


Рис. 5. Выборки корреляционных функций на выходе платы цифровой обработки

Результаты вычислений ФН предложенным методом представлены на рис. 6-9.

Выигрыш в отношении сигнал/шум

Выигрыш в отношении сигнал/шум пропорционален $\sqrt{N_d}$ выборкам и разрешению по доплеровской частоте по отношению к простому коррелятору, т.к. увеличение разрешения по доплеровской частоте связано с увеличением времени анализа или накопления, следовательно, с увеличением энергии сигнала. На рис. 10 приводятся сечения ФН при фиксированной задержке для различного числа доплеровских частот ЛЧМ сигнала. Отношение сигнал/шум на входе устройства ≈ -20 дБ, длительность сигнала 900 отсчетов.

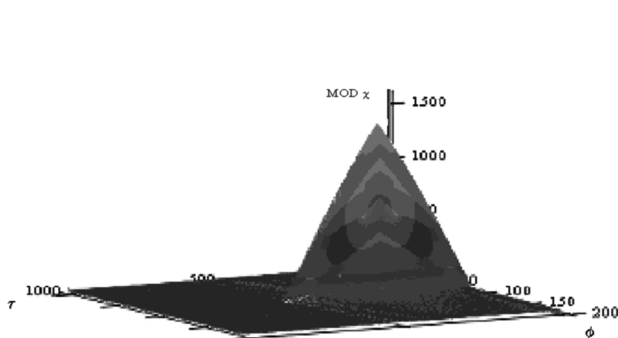


Рис. 6. Модуль ФН немодулированного импульса

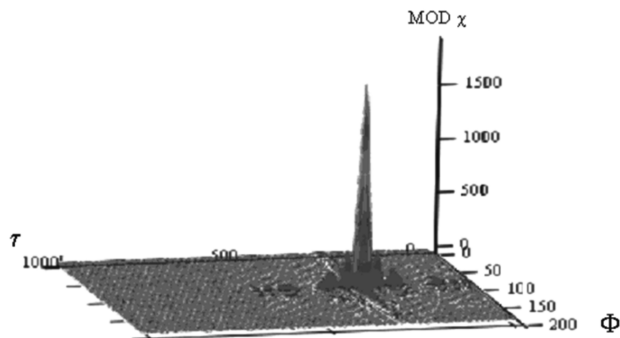


Рис. 7. Модуль ФН ЛЧМ импульса

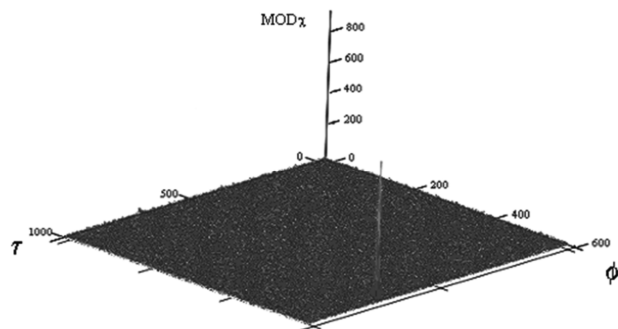


Рис. 8. Модуль ФН шумового сигнала

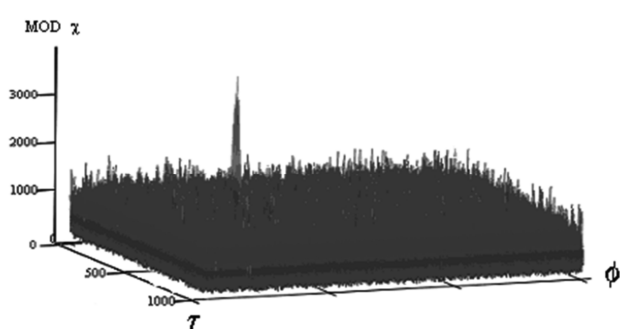
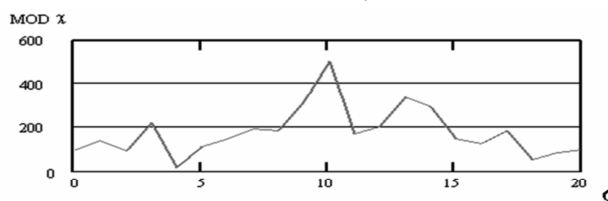
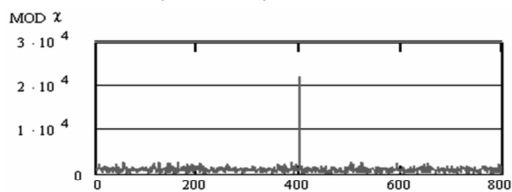


Рис. 9. Модуль ФН ЛЧМ сигнала



Число доплеровских частот (выборок) = 800. Число доплеровских частот (выборок) = 20.

Рис. 10. Сечение ФН по доплеровской частоте при фиксированной задержке импульсов

Для простого коррелятора без доплеровской фильтрации с числом отсчетов 1024 выигрыш в отношении сигнал/шум составил бы только 15 дБ, а с доплеровской фильтрации не менее 40...45 дБ.

Заключение

Использование приведенного алгоритма вычисления ФН позволяет существенно повысить качество обработки, улучшить отношение сигнал/шум и при этом выполнить обработку в реальном времени при минимальных аппаратных затратах за счет рационального алгоритма, исключая избыточные математические операции.

Литература

1. Сколник М. Основы радиолокации. Т. 1, – М., Сов. Радио, 1976.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., Радио и связь, 1986.
3. Ширман Я.Д., Манжос Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., Радио и связь, 1981.

4. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. М., БИНОМ, 2007.

TO CALCULATE OF FUNCTION OF UNCERTAINTY FOR A PASSIVE LOCATOR ON FPGA AND THE GPU

*Pankratov V., Karih A.,
Panfilov V., Gyrov A.*

Article is devoted calculate of function of uncertainty for problems of a passive radar by means of the newest elements – FPGA and the GPU. The basic questions and problems, about which it is told in article:

- a) reception of function of uncertainty is one of the main tasks in a passive radar;
- b) the basic problem at reception of function of uncertainty in real time is great volume of calculations, to realise which became possible only with application of the newest elements;
- c) hardware realisation has been made on the FPGA and the GPU.



SAMSUNG ELECTRONICS ПРИГЛАШАЕТ НА РАБОТУ ПРОГРАММИСТОВ, МАТЕМАТИКОВ, ИНЖЕНЕРОВ

Samsung Electronics Co., Ltd. – мировой лидер в разработке цифрового, телекоммуникационного и полупроводникового оборудования – приглашает на работу разработчиков, программистов и инженеров в исследовательские центры компании в Республике Корея (Южная Корея).

Особый интерес представляют специалисты следующих направлений:

- **Разработка алгоритмов и программного обеспечения для распознавания образов и анализа изображений** (Computer Vision, Image Recognition, Motion Recognition, Object Analysis, Image Processing, Set-Top Box);
- **Разработка алгоритмов и программного обеспечения для телекоммуникационных систем** (LTE / GSM / UMTS / WCDMA / Software, IP-Routing Software, PHY Software, Linux Kernel);
- **Разработка схемотехнических решений для систем беспроводной связи / проектирование электронных устройств на ПЛИС** (Modem, Circuit Design, Power Amplifier Design, Doherty Amplifier Design, ADC / DAC, Crest Factor Reduction [CFR], Digital Pre-Distorter [DPD], FPGA / CPLD);
- **Разработка мультимедийных и акустических систем** (Multimedia, Streaming, Acoustic Signal Processing, VoIP, VoLTE, Digital Signal Processing).

Требования к кандидатам:

- Образование: высшее / ученая степень кандидата технических / физико-математических наук в области разработки программного обеспечения, вычислительной техники, кибернетики, прикладной математики, а также телекоммуникационных и радиоэлектронных систем;
- Опыт работы: научная / исследовательская работа / прикладные разработки (**по одному из вышеперечисленных направлений**) НЕ МЕНЕЕ 3~5 ЛЕТ;
- Английский язык: хорошее владение английским языком (устным и письменным).

Дополнительная информация: <http://JOB.samsung.ru>

Электронная почта: JobFair@samsung.com