

## ОЦЕНКА ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОКАНАЛА В СПЕКТРАЛЬНОМ ДОМЕНЕ С УЧЁТОМ ДАННЫХ ДЛЯ OFDM СИГНАЛОВ

*Иртюга В.А., к.т.н., начальник отдела разработки систем цифровой передачи данных ООО НПФ «САД-КОМ», Москва, e-mail: virtuga@mail.ru*

*Сарана Д.В., ведущий инженер ООО НПФ «САД-КОМ», Москва, e-mail: sarana@nircom.ru*

**Ключевые слова:** OFDM, оценка канала, data-aided estimation, MAP, EM, Винеровская фильтрация.

### Введение

В статье рассматривается алгоритм оценки комплексной частотной характеристики (ЧХ) канала с селективным частотным замиранием канала для OFDM сигнала. Оценка доплеровского смещения выходит за рамки этой статьи. На приёмной стороне расположение пилотных несущих и тип модуляции считаются известными.

### Модель канала

Канал полагается многолучевым с селективным частотным замиранием и произвольной временной динамикой. Внутри полосы пропускания ЧХ канала изменяется плавно (динамика ограничена количеством лучей). На протяжении одного символа ЧХ канала считается постоянной. От символа к символу динамика изменения ЧХ зависит от скорости движения приёмника и считается заранее неизвестной.

Модель канала полагается линейной. Шум на приёмной стороне – комплексным (в спектральном домене) аддитивным белым гауссовым с постоянной мощностью для всех поднесущих и внутри интервала анализа (суперадра).

### Сигнал в спектральном домене

Рассматривается обработка данных на приёмной стороне после этапов синхронизации, удаления защитного интервала и перехода в спектральный домен для каждого символа. Алгоритм требует некоторого накопленного количества символов  $N_s$ , содержащих по  $N_C$  несущих, из которых  $N_p$  являются пилотными, т.е. априори известными на приёмной стороне. Для каждого символа  $k = [1..N_s]$  сигнал на приёмной стороне равен

$$\mathbf{Y}_k = \text{diag}(\mathbf{S}_k) \mathbf{H}_k + \mathbf{V}_k, \quad (1)$$

где  $\mathbf{Y}_k$  – измеряемый сигнал в частотной области (вектор-столбец размера  $N_C \times 1$  для  $k$ -го символа);

$\mathbf{S}_k$  – сигнал на стороне передатчика (вектор-столбец размера  $N_C \times 1$  для  $k$ -го символа), часть из элементов которого являются известными пилотными значениями, часть – данными, подлежащими определению. Количество допустимых значений данных зависит от типа модуляции. Т.е. для 16-QAM, это 16 возможных значений для

*Представлен итеративный алгоритм с низкой вычислительной нагрузкой для оценки частотной характеристики канала для OFDM-сигналов в частотном домене. Алгоритм использует начальную оценку канала, вычисляемую на основе пилотных несущих, одномерную адаптивную Винеровскую фильтрацию по временной оси и оценку Максимальной Апостериорной Вероятности (Maximum A-posteriori Probability, MAP), использующую как пилотные несущие, так и несущие с данными. На завершающем этапе оценки используется упрощённый вариант итеративного алгоритма Максимального Правдоподобия (Expectation-Maximization, EM), при этом производится только одна итерация для уменьшения общей вычислительной сложности.*

каждого  $\mathbf{S}_k(i)$ ,  $i = 1..N_C$  (не считая пилотных несущих);

$\mathbf{H}_k$  – неизвестная комплексная частотная характеристика канала (вектор-столбец размера  $N_C \times 1$  для  $k$ -го символа). Временная стационарность и гладкость в частотной области зависят от скорости движения приёмника и количества отражений радиосигнала в случае многолучевого приёма;

$\mathbf{V}_k$  – неизвестный комплексный аддитивный белый Гауссов шум (вектор-столбец размера  $N_C \times 1$  для  $k$ -го символа) с нулевым средним и диагональной ковариационной матрицей. Как правило, значения элементов главной диагонали равны, т.е. энергия шума не зависит от индекса несущей.

Задачей исследования является требование максимально точно оценить комплексную частотную характеристику радиоканала  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1.. \mathbf{H}_{N_s}]$ , используя доступные данные о расположении пилотов, значения сигнала  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1.. \mathbf{Y}_{N_s}]$ , измеренные на приёмнике, а также допущения о гладкости  $\mathbf{H}$  по времени и частоте.

### Предлагаемый алгоритм

#### Предварительная оценка по пилотным несущим

Грубая оценка  $\mathbf{H}$  доступна в пилотных точках (для  $k$ -го символа и  $l$ -й поднесущей):

$$\tilde{H}_{kp,lp} = \frac{Y_{kp,lp}}{S_{kp,lp}} \quad (2)$$

Поскольку на оценку в каждой из пилотных точек влияет неизвестный аддитивный шум  $V_{kp,lp}$ , можно несколько снизить его влияние, произведя усреднение в каждой из пилотных точек по нескольким соседним значениям  $\tilde{H}_{kp,lp}$ . Окно для усреднения (по времени и частоте)

требует знания о динамике  $\mathbf{H}$  по временному и частотному направлениям. После усреднения можно произвести двумерную интерполяцию между пилотными точками.

Более сложные адаптивные подходы к оценке двумерной частотной характеристики радиоканала сталкиваются с проблемой высоких вычислительных затрат. Как показано в [1], [2] и [3], двумерные фильтры успешно можно заменить на пару каскадно соединённых одномерных фильтров без сколько-нибудь заметного снижения точности оценки, при этом построение адаптивного одномерного фильтра требует значительно меньших вычислительных ресурсов. Можно произвести оценку сначала по частоте, т.е. независимо внутри каждого символа, а потом полученные результаты сгладить по времени одномерным адаптивным фильтром. При этом первый каскад можно сделать более гибким, рассматривая не часть пилотов в окрестности исследуемой точки, а все значения пилотов в символе совместно. Поскольку предполагается, что характеристика канала меняется вдоль несущих в символе гладко (количество минимумов АЧХ канала не может превышать количество лучей в модели многолучевого канала), то для описания канала достаточно небольшого набора параметров (например, для 8-лучевой модели канала 8-12 параметров будет достаточно). Пусть  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор таких параметров размером  $N_\theta \times 1$ . Тогда обобщённую линейную модель канала для  $k$ -го символа можно записать как

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}_k \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}$  – фиксированная матрица преобразования вектора параметров  $\boldsymbol{\theta}_k$  в вектор частотной характеристики канала  $\mathbf{H}_k$ . Размер матрицы  $N_C \times N_\theta$ .

Интерпретация физического смысла матрицы  $\mathbf{A}$  и вектора  $\boldsymbol{\theta}_k$  может быть разной. Например, в качестве  $\mathbf{A}$  можно использовать первые  $N_\theta$  столбцов обратного дискретного преобразования Фурье размером  $N_C \times N_C$ . Тогда элементы  $\boldsymbol{\theta}_k$  будут представлять собой первые (низкочастотные) компоненты спектра  $\mathbf{H}_k$ , т.е. спектр спектра. Высокочастотные компоненты полагаются равными нулю и соответствующие столбцы матрицы  $\mathbf{A}$  отсутствуют [5]. В этом случае при любых конечных значениях параметров  $\boldsymbol{\theta}_k$  частотная характеристика модели канала  $\mathbf{H}_k = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}_k$  автоматически будет содержать только низкочастотные компоненты, что полностью соответствует допущению о гладкости  $\mathbf{H}_k$ . В предложенном алгоритме матрица  $\mathbf{A}$  составляется из первых  $N_\theta$  полиномов Лежандра, а комплексные коэффициенты  $\boldsymbol{\theta}_k$  – коэффициенты полиномиальной аппроксимации. При этом также любые ограниченные значения параметров модели  $\boldsymbol{\theta}_k$  приводят к гладкой частотной характеристике, рассчитанной по этим параметрам в соответствии с формулой (3).

Проанализируем только один символ. Для простоты в дальнейшем опустим индекс символа  $k$ . Пусть  $\mathbf{Y}$  – значения, измеренные на приёмной стороне,  $\mathbf{S}$  – диагональная матрица, с главной диагональю, составленной из вектора переданного сигнала (известны только значения в пилотных точках  $S_{p,lp}$ ),  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}$  – искомая оценка частотной характеристики канала. Ожидаемый сигнал  $\tilde{\mathbf{Y}}$ , исходя из оценки канала  $\tilde{\mathbf{H}}$ , можно записать как:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{S}\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

Для Гауссового шума оценка по методу Максимального Правдоподобия (Maximum Likelihood, ML) приводит к минимизации среднеквадратичной нормы ошибки оценки сигнала:

$$E = \|\mathbf{W}(\mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{Y})\|^2, \quad (5)$$

где  $\mathbf{W}$  – диагональная матрица размера  $N_C \times N_C$  с диагональю весов с коэффициентами, равными 1 для пилотных несущих и 0 для остальных. Получаем искомый вектор параметров модели канала:

$$\boldsymbol{\theta} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{W}(\mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{Y})\|^2 \quad (6 \text{ а})$$

$$\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{A}^H \mathbf{S}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{S} \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^H \mathbf{S}^H \mathbf{W}^H \mathbf{Y} \quad (6 \text{ б})$$

После нахождения  $\boldsymbol{\theta}$ , оптимального в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки  $E$ , вычисляется оценка канала  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}$  для каждого символа, и после низкочастотной фильтрации по времени – оценка  $\tilde{\mathbf{H}}$  для всего блока данных

### Использование межсимвольной корреляции

После оценки ЧХ канала на каждом символе независимо рассмотрим одну несущую независимо на последовательности из нескольких символов. Обозначим оцененную ЧХ как  $u$ , истинную ЧХ как  $s$ , ошибку оценки ЧХ как  $n$ . Тогда

$$u = s + n. \quad (7)$$

Межсимвольная корреляция ошибки  $n$  будет отсутствовать, поскольку оценка производилась для каждого символа независимо. Корреляция ошибки  $n$  с истинным значением  $s$  будет пренебрежимо мала, поскольку для оценки использовались все несущие. Поэтому можно считать  $s$  и  $n$  некоррелированными. Для оценки  $s$  можно использовать адаптивную Винеровскую фильтрацию [4]. Оценим  $s$  с помощью взвешенной суммы  $2L+1$  значений  $u$ , т.е. вектора  $\mathbf{u}(t) = [u(t-L) \dots u(t+L)]^T$ , свернутого с весовым вектором  $\mathbf{w}$ :

$$\tilde{s}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t). \quad (8)$$

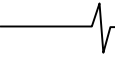
Оптимальные в смысле минимальной среднеквадратичной ошибки оценки  $s$  веса  $\mathbf{w}$  находятся с помощью решения уравнения Винера-Хопфа:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{r}_{us}. \quad (9)$$

Корреляционная матрица  $\mathbf{R}$  оценивается по доступным наборам векторов  $\mathbf{u}$ . Вектор корреляции  $\mathbf{r}_{us}$  можно оценить, учтя некоррелированность  $s$  и  $n$ :

$$\mathbf{r}_{us} = \mathbf{r}_{u(u-n)} = \mathbf{r}_{uu} - \mathbf{r}_{(s+n)n} = \mathbf{r}_{uu} - \mathbf{r}_{nn}, \quad (10)$$

где вектора  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{n}$  строятся аналогично вектору  $\mathbf{u}$ :  $\mathbf{s}(t) = [s(t-L) \dots s(t+L)]^T$  и  $\mathbf{n}(t) = [n(t-L) \dots n(t+L)]^T$ . В силу отсутствия межсимвольной корреляции  $n$ , можно считать, что неизвестная  $\mathbf{r}_{nn}$  содержит только одно ненулевое значение, а именно – центральное, т.е. мощность сигнала ошибки, а, следовательно, и в  $\mathbf{r}_{us}$  известно только одно центральное значение. Его можно оценить, проведя сплайновую интерполяцию центрального значения  $\mathbf{r}_{uu}$ . После этого оптимальные веса  $\mathbf{w}$  на-



ходятся из формулы (9), где в качестве  $\mathbf{r}_{\text{us}}$  выступает  $\mathbf{r}_{\text{us}}$  с интерполированным центральным значением. Для прямого решения уравнения Винера матрица  $\mathbf{R}_{\text{us}}$  является плохо обусловленной, однако при использовании достаточного объёма данных для набора статистики и высоких уровнях шумов (а, следовательно, и ошибки оценки  $s$ ) решение является стабильным.

Набиралась общая статистика для всех поднесущих на интервале  $N_S$  символов. Дополнительно, данные взвешивались окном Хемминга (длиной  $N_S$ ). Моделирование для 8-лучевого канала [7, 8] со скоростями движения приёмника 2, 60 и 150 км/ч показало устойчивость решения в широком диапазоне соотношения сигнал-шум от 0 до 30 дБ. При более высоких соотношениях сигнал-шум для надёжного декодирования достаточного первого этапа оценки канала.

### Учёт несущих с данными

Для уточнения оценки канала есть возможность использовать информацию несущих с данными, учтя тот факт, что значения в точках данных на передающей стороне могут принимать ограниченное количество значений (16 значений для 16-QAM).

Пусть  $\tilde{h}_l$  – оценка канала, полученная после фильтра Винера для поднесущей  $l$  (здесь рассматривается один символ  $k$ , индекс которого опущен). Учитывая, что шум распределён гауссово с параметрами распределения  $(0, \sigma^2)$ , можно получить взвешенную оценку сигнала на передающей стороне для  $l$ -й поднесущей следующим образом:

$$\tilde{s}_l = \frac{\sum_j s_j P(s_j | \tilde{h}_l, y_l)}{\sum_j P(s_j | \tilde{h}_l, y_l)}, \quad (11)$$

где  $j$  – индекс суммирования по всем возможным значениям сигнала  $s_j$  на передающей стороне ( $j=1..16$  для 16-QAM), а  $P(s_j | \tilde{h}_l, y_l)$  – гауссова функция плотности вероятности с параметрами  $(y_l, \sigma^2)$ , вычисленная для точки  $s_j \tilde{h}_l$ , где  $y_l$  – измеренный сигнал на приёмной стороне в  $l$ -й поднесущей:

$$P(s_j | \tilde{h}_l, y_l) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|y_l - s_j \tilde{h}_l|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (12)$$

Теперь можно включить в процедуру оценки канала помимо пилотных точек, точки с данными, считая известными оцененные значения  $\tilde{s}_l$ :

$$E = \|\mathbf{W}(\mathbf{S}\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{Y})\|^2 / \sigma^2 + \boldsymbol{\theta}^H \boldsymbol{\Sigma}_{00}^{-1} \boldsymbol{\theta}. \quad (13)$$

Здесь, в отличие от (5), главная диагональ матрицы  $\mathbf{S}$  вместо нулей, соответствующих несущим с данными, содержит значения  $\tilde{s}_l$ , а матрица весов  $\mathbf{W}$  становится единичной. Дополнительно, вместо ML оценки в (5) и (6) используется оценка по методу Максимальной Апостериорной Вероятности (Maximum A Posteriori Probability, MAP), учитывающая статистику параметров модели  $\boldsymbol{\Sigma}_{00}$ , которая может быть получена на предыдущих дан-

ных. Параметр распределения  $\sigma^2$  легко может быть оценен по пилотным точкам после оценки канала с помощью фильтра Винера.

Минимизируя  $E$ , получим уточнённую оценку параметров модели канала:

$$\boldsymbol{\theta} = \left(\mathbf{A}^H \mathbf{S}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \mathbf{S} \mathbf{A} + \sigma^2 \boldsymbol{\Sigma}_{00}^{-1}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^H \mathbf{S}^H \mathbf{W}^H \mathbf{Y}. \quad (14)$$

После этого произведём переоценку ЧХ канала по формуле (3). Итеративное вычисление (11), (14) и (3) есть ни что иное, как EM алгоритм оценки параметров модели со скрытыми переменными  $\tilde{s}_l$ .

Алгоритм требует значительных вычислительных затрат и на практике малореализуем в такой форме. Поэтому была сделана попытка значительно уменьшить вычислительные затраты алгоритма, сохранив приемлемую точность оценки канала. Во-первых, вместо оценки ожидаемого значения  $\tilde{s}_l$  как взвешенной суммы возможных значений, выбирается наиболее вероятное

$$\tilde{s}_l = \arg \min_{s_j} \|y - \tilde{h}_l s_j\|^2. \quad (15)$$

Во-вторых, веса на главной диагонали матрицы весов  $\mathbf{W}$  вычисляются как произведение меры достоверности оценки  $\tilde{s}_l$  и меры доверия к оценке  $\tilde{h}_l$  в условиях шумов с дисперсией  $\sigma^2$ :

$$w_l = \exp\left(-\frac{\|y - \tilde{h}_l \tilde{s}_l\|^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \text{erf}\left(\frac{\|\tilde{h}_l\|^2}{\sigma^2}\right). \quad (16)$$

В третьих, эксперимент показал, что для приемлемой точности оценки канала достаточно одной итерации. При увеличении количества итераций мера достоверности гарантированно растёт (как и положено для EM-алгоритма), а рост точности оценки ЧХ канала после первой итерации не гарантируется. Это вызвано избыточностью степеней свободы модели канала на некоторых символах, и, соответственно, включением в параметры модели шумовых компонент.

После переоценки канала описанным выше способом для каждого символа независимо снова проводилась адаптивная винеровская фильтрация по временному направлению с параметром  $L=7$ .

### Результаты

Для эксперимента использовалась многолучевая модель канала с 8 лучами в городе с движением приёмника 60 км/ч (канал #8) [6]. Аддитивный шум задавался отдельно. Т.о. «идеальная» характеристика радиоканала была известна, что позволило вычислить точность оценки канала для различных соотношений сигнал/шум. Точность вычислялась в децибелах по формуле:

$$SER = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{\sum_{l=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{N_S} \|h_{k,l}\|^2}{\sum_{l=1}^{N_C} \sum_{k=1}^{N_S} \|h_{k,l} - \tilde{h}_{k,l}\|^2} \right). \quad (17)$$

Параметры сигнала, согласно стандарту РАВИС [7], [8]:  
– длина символа во временной области 1800 отсчё-

тов, длина защитного интервала  $1/8$ , ширина полосы пропускания 245.3 кГц;

– число несущих  $N_c=553$ , из них 45 пилотных, с рассеянным расположением пилотных несущих;

– длина суперкадра, используемого для анализа  $N_S=246$ ;

– тип модуляции – QPSK.

Результаты точности оценки канала в зависимости от соотношения сигнал/шум для разных методов, описанных выше, представлены в табл. 1. Первый столбец – результат оценки канала последовательной ML интерполяцией (IIa) по частотному направлению и адаптивной винеровской фильтрацией (IIb) по временному направлению. Второй столбец – уточнение оценки канала с использованием точек с данными (IIc) в частотном направлении и адаптивной винеровской фильтрацией (IIb) во временном направлении. Третий столбец – теоретический предел оценки ЧХ в шумах (при полностью известных данных на приёмной стороне).

Таблица 1.

SNR, dB	SER, dB		
	Только пилотные несущие	Предлагаемый алгоритм	Теоретический предел
4	21,72	25,26	30,34
6	23,62	27,11	31,72
8	25,54	28,93	32,98
10	27,37	30,58	34,12
12	29,12	31,97	35,0
14	30,75	33,18	35,77
16	32,22	34,16	36,31

### Заключение

Рассмотренный алгоритм реализует значительный (до 3.5 дБ) выигрыш в точности оценки канала по сравнению с оценкой только на основе пилотных точек (в рабочих для 16-QAM диапазонах SNR) при приемлемых вычислительных ресурсах.

### Литература

1. Hoeler P., Kaiser S., and Robertson P., «Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering», in Proc. IEEE International Conference on

Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Munich, Germany, Apr. 1997, pp. 1845–1848.

2. Necker M., Sanzi F., Speidel J., «An Adaptive Wiener-Filter for Improved Channel Estimation in mobile OFDM-Systems», International Symposium of Signal Processing and Information Technology, IEEE 28 – 30 December 2001, pp. 213–216.

3. Stephan Sand, Armin Dammann, Gunter Auer, «Adaptive Pilot Symbol Aided Channel Estimation for OFDM Systems», ISBN: 1-4020-1837-1 In book: Multi-Carrier Spread-Spectrum, For Future Generations Wireless Systems, Publisher: Kluwer Academic Publishers, Editors: null Fazel, K. Kaiser, St Source: DLR

4. Auer, G.; DoCoMo Euro-Labs, Munich, Germany; Karipidis, E., «Pilot Aided Channel Estimation for OFDM: a Separated Approach for Smoothing and Interpolation», Communications, 2005. ICC 2005. 2005 IEEE International Conference, Volume:4

5. Huang M, Chen X., Xiao L., Zhou S., and authors, «Kalman-filter-based channel estimation for orthogonal frequency-division multiplexing systems in time-varying channels», Communications, IET (Volume:1, Issue:4)

6. ETSI ES 201 980 V4.1.1 (2014-01). Digital Radio Mondiale (DRM); System Specification. (Annex B.2)

7. Report ITU-R BT.2295-0 (12/2013). Digital terrestrial broadcasting systems.

8. GOST R 54309–2011. Realtime audiovisual information system (RAVIS). Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial narrowband broadcasting system for VHF band. Technical specification.

## FREQUENCY DOMAIN DATA-AIDED CHANNEL ESTIMATION FOR OFDM SIGNALS

*Irtuga V.A., Sarana D.V.*

An iterative low-complexity channel estimation algorithm for OFDM signals in frequency domain is presented. Algorithm uses initial channel estimation based on pilot subcarriers, 1-D adaptive Wiener filtering in the time direction and Maximum A-posteriori Probability (MAP) estimation that uses both pilot and weighted data subcarriers. The final step is the simplified version of an iterative Expectation-Maximization (EM) algorithm that uses only single iteration to reduce total computational complexity.

### Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на второе полугодие 2014 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: г. Москва, ул. Авиамоторная, дом 8, Научный Центр МТУСИ, ком. 612. Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, метро «Авиамоторная», или оформить заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: [www.dsra.ru](http://www.dsra.ru).

Справки по телефонам: (8-495) 362-42-75; (+7 903) 221-79-79 (Алексеева Любовь Ильинична).

E-mail: [rntores@mail.ru](mailto:rntores@mail.ru)