

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 2/2015

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

## ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,  
д.т.н., проф. В.П. ДВОРКОВИЧ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,  
д.т.н., проф. В.Г. Бартенов, д.т.н. Ю.И. Борисов,  
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.В. Еремеев,  
д.т.н. Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников,  
д.т.н., проф. М.И. Кривошеев, д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,  
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мишенков,  
д.т.н., проф. А.А. Петровский, д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,  
д.т.н., проф. В.Г. Санников, к.т.н., проф. В.С. Сперанский,  
д.т.н., проф. Ю.С. Шинаков

## Адрес редакции:

г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8  
Научный центр МТУСИ  
Тел.: 8 903 221 79 79  
E-mail: rntores@mail.ru  
vityazev.v.v@rsreu.ru  
http://www.dsra.ru

## Издатель:

Российское научно-техническое общество  
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова  
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова  
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 24.06.15 г.  
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.  
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 4047. Отпечатано в  
ООО НПЦ «Информационные технологии»  
Рязань, ул. Островского, д. 21/1  
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488  
от 14.01.2000 г.

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен  
в Перечень ведущих рецензируемых научных изданий,  
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ, должны  
быть опубликованы основные научные результаты дис-  
сертаций на соискание ученой степени доктора  
и кандидата наук.

## УЧРЕДИТЕЛИ: ЗАО «Инструментальные системы» ФГУП «НИИ радио»

### В НОМЕРЕ:

#### **Джиган В.И.**

Алгоритмы адаптивной линейно-ограниченной слепой  
обработки сигналов в цифровых антенных решетках  
с нечетной симметрией ..... 3

#### **Коротей Е.В., Волхонская Е.В., Пахотин В.А., Власова К.В., Строков В.И.**

Алгоритм оценки параметров  
составного сигнала ЯМР методом МАК ..... 14

#### **Витязева Т.А., Витязев С.В., Михеев А.А.**

Оптимальное проектирование фильтра анализа  
вариабельности сердечного ритма ..... 18

#### **Шадрин А.В.**

Визуализация трехмерных карт Кохонена  
с гексагональной решеткой ..... 23

#### **Лихачёв А.В., Шибеева Ю.А.**

Зависимость точности томографической реконструкции  
от корреляционной функции шума в проекционных данных ..... 28

#### **Тристанов А.Б., Луковенкова О.О.**

Классификация импульсов акустической эмиссии  
звукового диапазона на базе символического представления  
частотно-временной структуры ..... 35

#### **Солонина А.И.**

Оценки собственного шума структур  
рекурсивных цифровых фильтров  
и их вычисление в Matlab ..... 39

#### **Дворкович В.П., Дворкович А.В., Басий В.Т.**

Анализ параметров I/Q сигналов  
в системах цифрового телевидения DVB-S2 ..... 46

#### **Крейнделин В.Б., Старовойтов М.Ю.**

Двухэлементное линейное прекодирование  
для системы ММО  
с пространственным мультиплексированием ..... 53

#### **Букварев Е.А., Кузин А.А., Приблудова Е.Н., Рындык А.Г.**

Мультипроцессорный модуль  
на основе высокопроизводительных процессоров  
цифровой обработки сигналов ..... 60

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

# Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine  
Issue 2, 2015 year

Is published quarterly since 1999

## THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member  
of Russian Academy of Sciences Y.B. Zubarev

## DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci.(Tech.), Professor V.V. Vityazev, Dr.Sci.(Tech.),  
Professor V.P. Dvorkovich

## EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)

Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)

Zubarev R.V.,

Kirpichnikov A.P.,

Krivocheev M.I., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician

Mistyukov V.G.,

Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Petrovsky A.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Shinakov Y.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

## Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia

Research Center of MTUCI

Phone: +7 903 221 79 79

E-mail: rntores@mail.ru,

vityazev.v.v@rsreu.ru

Web: <http://www.dspsa.ru>

## Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering, Electron-  
ics & Communications

## Computer makeup:

I.A. Blagodarova

## FOUNDERS:

InSys

Radio Research and Development Institute

## CONTENTS:

### Djigan V.I

*Algorithms of linearly constrained blind adaptive signal  
processing in digital arrays with odd symmetry* .....3

### Korotey E. V., Volkhonskaya E.V., Pakhotin V.A., Vlasova K.V., Stokov V.I.

*NMR compound signal parameters evaluation  
by maximum likelihood method* .....14

### Vityazeva T.A., Vityazev S.V., Mikheev A.A.

*HRV analysis filter optimal design* .....18

### Shadrin A.V.

*Visualization of three-dimensional  
Kohonen self-organizing maps with hexagonal grid* .....23

### Likhachov A.V., Shibaeva Y.A.

*Dependence of tomography reconstruction accuracy  
on noise correlation function involved in projection data* .....28

### Tristanov A.B., Lukovenkova O.

*The sound range acoustic emission pulses classification based  
on symbolic representation of time-frequency structure* .....35

### Solonina A.I.

*The estimating of self-noise digital systems* .....39

### Dvorkovich V.P., Dvorkovich A.V., Basiy V.T.

*Analysis of I/Q Signal Parameters  
for Digital Television System DVB-S2* .....46

### Kreyndelin V.B., Starovoytov M.U.

*A Two-Element Linear Precoding for the MIMO System  
with Spatial Multiplexing* .....53

### Bukvarev E.A., Kuzin A.A., Pribludova E.N., Ryndyk A.G.

*Multiprocessor module based on high-performance processors  
of digital signal processing* .....60

Subscription index: 82185 ("Rospechat")  
ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

УДК 681.513.6

## АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ЛИНЕЙНО-ОГРАНИЧЕННОЙ СЛЕПОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЦИФРОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ С НЕЧЕТНОЙ СИММЕТРИЕЙ

*Джиган В.И., д.т.н., профессор кафедры микроволновых радиотехнических устройств и систем Национального исследовательского университета «Московский институт электронной техники», e-mail: djigan@yandex.ru.*

### ALGORITHMS OF LINEARLY CONSTRAINED BLIND ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING IN DIGITAL ARRAYS WITH ODD SYMMETRY

*Djigan V.I., Sc.D., Professor of the Department of the Microelectronic Radiotechnical Devices and Systems of the National Research University of Electronic Technology, e-mail: djigan@yandex.ru*

*The peculiarities of the signal processing in adaptive arrays with odd symmetry are considered. The computational procedures in real-valued arithmetic of the linearly constrained adaptive algorithms for the processing of the constant modulus signals, received by a multi-beam array, and the results of the algorithms simulation are presented. The simulation demonstrates the developed algorithms efficiency.*

**Key words:** Adaptive array, RLS algorithm, LMS algorithm, Linear Constraints, Constant Modulus, real-valued arithmetic, complex-valued arithmetic.

**Ключевые слова:** Адаптивная антенная решетка, RLS-алгоритм, LMS-алгоритм, линейные ограничения, постоянная огибающая, арифметика действительных чисел, арифметика комплексных чисел.

#### Введение

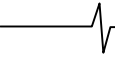
Адаптивная обработка сигналов [1-3] сегодня находит все более широкое применение в устройствах оборудования радиотехнических систем различного назначения. Среди этих устройств важное место занимают адаптивные антенные решетки (ААР) [4-6], которые, будучи использованными в качестве приемных антенн, не только обеспечивают немеханическое перемещение основного луча диаграммы направленности (ДН), повышение отношения сигнал шум в выходном сигнале решетки, но и позволяют уменьшить в этом сигнале уровень помех, принимаемых от внешних источников, пространственная ориентация которых отличается от пространственной ориентации источника полезного сигнала. Последнее свойство обеспечивается за счет изменения в процессе адаптации формы исходной ДН таким образом, что в неизвестных направлениях на источники помех в ней образуются провалы, часто именуемые «нулями», а в направлении на источник полезного сигнала поддерживается максимум основного луча. Форма ДН определяется значениями весовых коэффициентов (ВК), с помощью которых сигналы в каждом из каналов ААР взвешиваются перед суммированием (формированием выходного сигнала). ВК вычисляются с помощью различных адаптивных алгоритмов путем обработки входных и выходного сигналов ААР, а также использования дополнительной информации об источнике полезного сигнала. Сигналы в ААР описываются комплексными переменными, поскольку каждый из сигналов характеризуется не только амплитудой, но и фазой, отсчитываемой фазового центра [7]. Это обуслав-

*Рассматриваются особенности обработки сигналов в адаптивных антенных решетках с нечетной симметрией. Приводятся вычислительные процедуры в арифметике действительных чисел адаптивных линейно-ограниченных алгоритмов, обрабатывающих сигналы с постоянной огибающей информационных символов, принимаемых многолучевой антенной решеткой. Также приводятся результаты математического моделирования, подтверждающие эффективность разработанных алгоритмов.*

ливает необходимость применения арифметики комплексных чисел для обработки таких сигналов.

Если ААР обладает симметричными свойствами, то вычислительную сложность алгоритмов обработки ее сигналов можно уменьшить. В частности, если фазовый центр ААР совпадает с ее геометрическим центром, то решетка становится нечетно симметричной. В такой решетке сигналы, принимаемые симметричными относительно фазового центра антеннами, являются комплексно-сопряженными по отношению к друг другу. В этом случае большая часть операций адаптивного алгоритма в арифметике комплексных чисел может быть выполнена с помощью эквивалентного алгоритма в арифметике действительных чисел. Число операций этого алгоритма оказывается меньше эквивалентного числа действительных операций аналогичного алгоритма в арифметике комплексных чисел. Кроме того, с помощью такого алгоритма достигаются более короткий переходный процесс и в среднем на несколько децибел большее подавление помех в установившемся режиме, чем с помощью алгоритма в арифметике комплексных чисел. Математические основы обработки сигналов в антенных решетках с нечетной симметрией были заложены в работах [8-10]. Результаты этих работ в последствии были использованы в ряде приложений, включая ААР [11-13].

В основе функционирования ААР могут находиться разные критерии. В системах беспроводной передачи



цифровых данных часто используется критерий постоянства модуля (комплексной огибающей, Constant Modulus, CM) информационных символов в выходном сигнале решетки [14]. Адаптивные алгоритмы на базе этого критерия называются CM-алгоритмами. Они относятся к так называемым «слепым» адаптивным алгоритмам, в которых отсутствует физический требуемый сигнал. В качестве требуемого «сигнала» в этих алгоритмах используется известное значение модуля информационных символов.

Методы оптимизации с линейными ограничениями (Linearly Constrained, LC) также используются для построения ААР, в которых отсутствует требуемый сигнал. Эти методы применимы к большинству известных адаптивных алгоритмов [15-18]. Однако ААР на базе LC-алгоритмов плохо подавляют коррелированные помехи, например, помехи, обусловленные многолучевым распространением полезного сигнала, или помехи с CM-модуляцией от близко расположенных по углу источников [19].

ААР, использующие адаптивные алгоритмы на основе CM-критерия, лишены недостатков, свойственных ААР на основе LC-алгоритмов [20]. В тоже время, при наличии нескольких CM-сигналов, ААР, ВК которых вычисляются на основе CM-критерия, иногда могут «цепляться» за помеху и подавлять полезный сигнал [21], формируя основной луч в направлении на источник помехи и провал в направлении на источник полезного сигнала. Т.е. помеха может усиливаться, а полезный сигнал – подавляться. Принудительная ориентация основного луча ААР на источник полезного сигнала путем задания начальных значений ВК решетки, как правило, неэффективна, так как эти коэффициенты меняются в процессе адаптации.

Если направление на источник полезного сигнала известно, то введение линейного ограничения в адаптивный алгоритм на основе CM-критерия позволяет ААР правильно функционировать и при наличии коррелированных помех. Ограничение удерживает основной луч ДН ААР в направлении на источник полезного сигнала на каждой итерации, независимо от значений ВК, вычисляемых с помощью CM-алгоритма с целью подавления помех [22].

Адаптивные CM-алгоритмы базируются на минимизации многоэкстремальных целевых функций

$$J(p, q) = E \left\{ \left| s^p - |y(k)|^p \right|^q \right\}, \quad (1)$$

где  $s = |a_i| = \sqrt{a_i^* a_i}$  – значение модуля информационных символов  $a_i$ , известное на приемной стороне;

$y(k) = \mathbf{h}_N^H(k) \mathbf{x}_N(k)$  – выходной сигнал антенной решетки;  $k$  – номер итерации алгоритма адаптивной фильтрации, совпадающий с номером отсчета обрабатываемых сигналов;  $p$  и  $q$  – параметры, используемые в обозначении CM-алгоритмов и их целевых функций;  $\mathbf{x}_N(k) = [x_1(k), \dots, x_n(k), \dots, x_N(k)]^T$  – вектор входных сигналов антенной решетки;  $\mathbf{h}_N(k) = [h_1(k), \dots, h_n(k), \dots, h_N(k)]^T$  – вектор ВК антенной решетки;  $T$  – операция транспонирования;  $H$  – операция комплексного сопряже-

ния и транспонирования вектора или матрицы;  $E\{\bullet\}$  – операция усреднения, а нижние индексы  $N$  или далее по тексту  $J$  указывают на число элементов в векторах [14].

В работе [23] было показано, что если  $p = q = 2$ , то многоэкстремальную функцию (1) можно преобразовать в квадратичную унимодальную функцию

$$J'(2, 2) = E \left\{ \left| s^2 - \mathbf{h}_N^H(k) \mathbf{z}_N(k) \right|^2 \right\}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) \mathbf{h}_N(k-1) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k), \quad (3)$$

а  $*$  – операция комплексного сопряжения переменной. Для минимизации этой функции можно использовать несколько модифицированные известные адаптивные алгоритмы, в которых требуемый сигнал определяется как  $d(k) = s^2$ , а вместо вектора входных сигналов  $\mathbf{x}_N(k)$  используется вектор  $\mathbf{z}_N(k)$ .

Одновременное использование целевой функции (2) и линейных ограничений нашло широкое применение при разработке ряда алгоритмов вычисления ВК однолучевых и многолучевых ААР, представленных в работах [24-26], а также и в ряде других работ автора.

В настоящей работе рассматриваются LC-алгоритмы адаптивной обработки сигналов в арифметике действительных чисел в многолучевых цифровых антенных решетках (ЦАР) с нечетной симметрией на базе слепых алгоритмов с целевой функцией (2). Некоторые из рассмотренных здесь результатов также были представлены в трудах научно-технических конференций [27-29].

### Многолучевая цифровая ААР

Сегодня ААР целесообразно реализовывать в виде ЦАР [30], поскольку современные цифровые сигнальные процессоры (ЦСП) [31, 32] уже позволяют не только формировать выходной сигнал решетки, но и выполнять различные алгоритмы адаптивной обработки ее сигналов в реальном масштабе времени [33].

В ЦАР каждый из сигналов, принимаемый антеннами на несущей частоте, должен быть усилен, преобразован до некоторой промежуточной или «нулевой» частоты и оцифрован. Взвешивание этих сигналов выполняется в цифровом виде путем умножения на комплексные числа. Формирование выходного сигнала ЦАР путем суммирования взвешенных сигналов также выполняется в цифровом виде. Вычислительная сложность этих операций равна  $N$  умножениям и  $N$  сложениям, что составляет лишь незначительную часть полной квадратичной сложности адаптивных рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) или половину сложности градиентных алгоритмов, например, алгоритма по критерию наименьшего квадрата (Least Mean Square, LMS), с помощью которых вычисляются ВК решетки. То есть, цифровое формирование выходного сигнала практически не увеличивает нагрузку на ЦСП при реализации ААР в виде ЦАР.

ЦАР также позволяют легко строить многолучевые ААР при наличии достаточных для этого вычислительных ресурсов. Для формирования каждого из лучей ис-

пользуются одни и те же сигналы, принятые  $N$  антеннами и преобразованные в цифровую форму, что заметно снижает стоимость многолучевой ААР. Архитектура многолучевой ААР приведена на рис. 1. Здесь преобразование сигналов в цифровой вид не показано.

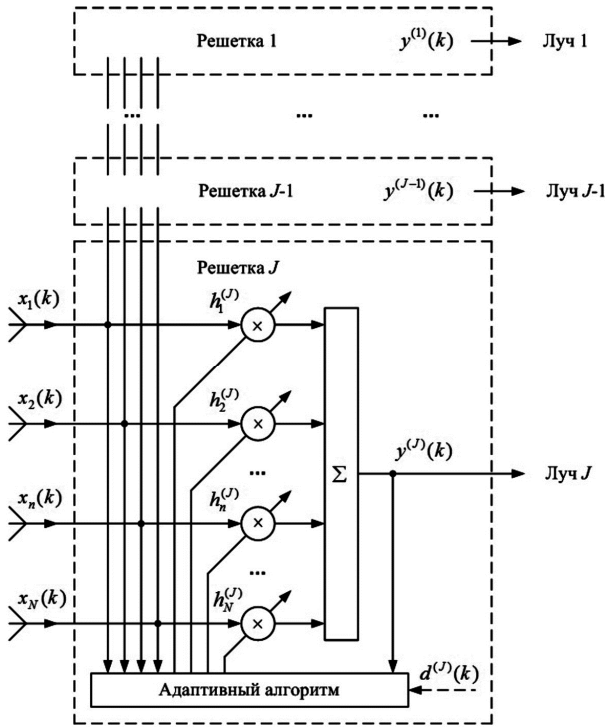


Рис. 1. Многолучевая ААР

На рис. 1 используются следующие обозначения:  $J$  – число лучей многолучевой ААР;  $x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), \dots, x_N(k)$  – входные сигналы решетки (в информационной полосе частот);  $h_1^{(j)}(k), h_2^{(j)}(k), \dots, h_n^{(j)}(k), \dots, h_N^{(j)}(k)$  – ВК, формирующие  $j$ -й луч;  $y^{(1)}(k), \dots, y^{(j-1)}(k), y^{(j)}(k)$  – выходные сигналы однолучевых решеток;  $d^{(1)}(k), \dots, d^{(j-1)}(k), d^{(j)}(k)$  – требуемые сигналы (могут отсутствовать) решеток.

Для каждой из  $j = 1, 2, \dots, J$  однолучевых решеток многолучевой ААР линейные ограничения формируются путем задания требуемых значений ДН  $|F(\theta_S^{(j)})|$  в известных направлениях на источники СМ-сигналов как

$$\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{h}_N^{(j)}(k) = \mathbf{f}_j^{(j)}, \quad (4)$$

где

$$\mathbf{C}_{NJ} = [\mathbf{c}_N^{(1)}, \mathbf{c}_N^{(2)}, \dots, \mathbf{c}_N^{(j)}, \dots, \mathbf{c}_N^{(J)}] \quad (5)$$

Матрица векторов фазирования  $\mathbf{c}_N^{(j)}$ . Каждый из векторов  $\mathbf{c}_N^{(j)}$  в матрице (5) соотносится с лучами как

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_N^{(j)} &= [c_1(\theta_S^{(j)}), \dots, c_n(\theta_S^{(j)}), \dots, c_N(\theta_S^{(j)})]^T = \\ &= [e^{i\psi_n^{(j)}}, \dots, e^{i\psi_n^{(j)}}, \dots, e^{i\psi_N^{(j)}}]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\psi_n^{(j)}$  – относительные фазы плоской волны  $s^{(j)}(t)$  от источника полезного СМ-сигнала, расположенного под углом  $\theta_S^{(j)}$ , отсчитываемым от нормали к апертуре ре-

шетки [7]. Здесь и далее нижние индекс  $NJ$  в обозначении матриц указывают на число элементов  $N \times J$  в прямоугольных нетранспонированных матрицах.

Векторы  $\mathbf{f}_j^{(j)}$  в уравнении (4) определяются как

$$\mathbf{f}_j^{(j)} = [0, 0, \dots, 0, f^{(j)}, 0, \dots, 0]^T, \quad (7)$$

где  $f^{(j)} = |F(\theta_S^{(j)})|$  – действительное положительное число, равное требуемому значению модуля ДН  $j$ -й решетки в направлении  $j$ -го источника полезного СМ-сигнала, а нулевые элементы вектора равны значениям этой ДН в направлениях остальных источников СМ-сигналов, т.е. коррелированных помех для этой решетки [26].

Из уравнения (7) следует, что векторы  $\mathbf{f}_j^{(j)}$  взаимно ортогональны, т.к.

$$\mathbf{f}_j^{(l)T} \mathbf{f}_j^{(j)} = 0 \quad (8)$$

для всех  $l \neq j$ . Поэтому рассматриваемая LC-задача адаптивной фильтрации сигналов в многолучевой ААР распадается на одинаковые подзадачи для каждой из  $J$  решеток.

**Сигналы и корреляционная матрица в ААР с нечетной симметрией**

Если антенная решетка принимает плоскую волну  $s^{(l)}(t) = A_a^{(l)}(t)e^{i\omega_0 t}$ , где  $A_a^{(l)}(t)$  – информационный сигнал,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – круговая частота,  $f_0$  – частота несущего сигнала,  $t$  – время, то, в случае приема  $L$  таких волн от источников полезного сигнала и помех, по принципу суперпозиции после преобразования по частоте, сигналы  $x_n(k)$  на выходе каналов антенной решетки (см. рис. 1) в дискретные моменты времени  $k$  определяются как

$$x_n(k) = \sum_{l=1}^L x_n^{(l)}(k) + e_{o,n}(k) \approx \sum_{l=1}^L A^{(l)}(k)e^{i\omega_0 \tau_n^{(l)}} + e_{o,n}(k). \quad (9)$$

Здесь  $A^{(l)}(k)$  – это информационный сигнал в дискретные моменты времени,  $e_{o,n}(k)$  – аддитивный шум (подразумевается, что белый гауссов) в приемниках каналов ААР,  $\tau_n^{(l)}$  – абсолютная задержка между сигналами на входах опорной, например, первой, и  $n$ -ой антеннами, которая, в случае одинакового расстояния  $d_0$  между антеннами, в линейной решетке определяется как  $\tau_n^{(l)} = d_0(n-1)\sin(\theta^{(l)})/v$ , где  $\theta^{(l)}$  – угол, указывающий на направление  $l$ -го источника сигнала,  $v$  – скорость распространения электромагнитной волны в свободном пространстве, равная скорости света.

Для узкополосной линейной ААР справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \psi_n^{(l)} &= \omega_0 \tau_n^{(l)} = \frac{2\pi f_0 d_0 (n-1) \sin(\theta_S^{(l)})}{v} = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} d_0 (n-1) \sin(\theta_S^{(l)}) \end{aligned} \quad (11)$$

В (6) относительные фазы  $\psi_n^{(j)}$  сигналов, принимаемых антеннами решетки, определяются уравнением (11).

Аналогичные уравнения существуют и для решеток других конфигураций.

С учетом вышеизложенного, вектор входных сигналов ААР может быть представлен как

$$\mathbf{x}_N(k) = \sum_{l=1}^L A^{(l)}(k) \mathbf{c}_N^{(l)} + \mathbf{e}_{o,N}(k), \quad (12)$$

где вектор  $\mathbf{c}_N^{(l)}$  определяется аналогично (6), а вектор

$\mathbf{e}_{o,N}(k)$  – как

$$\mathbf{e}_{o,N}(k) = [e_{o,1}, e_{o,2}, \dots, e_{o,n}, \dots, e_{o,N}]^T. \quad (13)$$

Корреляционная матрица сигналов ААР определяется как

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_N &= E \{ \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) \} = \\ &= \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N-1) \\ R^*(1) & R(0) & \dots & R(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R^*(N-1) & R^*(N-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $R(n-m) = E \{ x_n(k) x_m^*(k) \}$  – отсчеты взаимокорреляционной функции сигналов  $x_n(k)$  и  $x_m(k)$ . Здесь и далее один нижний индекс  $N$  в обозначении матриц указывает на квадратные матрицы с числом элементов  $N \times N$ . Для статистически независимых векторов  $\mathbf{x}_N(k)$  оценка матрицы (14) определяется с помощью прямого усреднения как

$$\hat{\mathbf{R}}_N = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k), \quad (15)$$

где  $K$  – число отсчетов сигналов, принимающих участие в формировании этой оценки. При  $K \rightarrow \infty$ , для стационарных процессов

$$\hat{\mathbf{R}}_N \rightarrow \mathbf{R}_N. \quad (16)$$

Если фазовый центр линейной антенной решетки совпадет с ее геометрическим центром, то уравнение (10) можно представить как

$$\tau_n^{(l)} = d_0(n-1) \sin(\theta^{(l)}) / v - d_0(N-1) \sin(\theta^{(l)}) / 2v, \quad (17)$$

т.е.

$$\tau_n^{(l)} = -\tau_{N-n+1}^{(l)}. \quad (18)$$

Соотношение (18) справедливо и при не обязательно эквидистантном симметричном расположении антенных решеток.

Независимо от выбора фазового центра ААР, корреляционная матрица (14) является эрмитовой. Это означает, что для ее элементов выполняется соотношение

$$R_{nm} = R_{mn}^*, \quad (19)$$

т.е. эти элементы являются нечётно-симметричными относительно главной диагонали матрицы.

В работе [9] было показано, что если выполняется условие (18), то элементы матрицы  $\mathbf{R}_N$  также являются симметричными относительно и побочной диагонали, т.е.

$$R_{N-m+1, N-n+1} = \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[\tau_{N-m+1}^{(l)} - \tau_{N-n+1}^{(l)}]} + \delta_{N-m+1, N-n+1} \sigma_{e_o}^2 =$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[-\tau_m^{(l)} + \tau_n^{(l)}]} + \delta_{mn} \sigma_{e_o}^2 = \\ &= \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[\tau_n^{(l)} - \tau_m^{(l)}]} + \delta_{nm} \sigma_{e_o}^2 = R_{nm}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $P^{(l)}$  – мощность источника  $l$ -го сигнала,  $\sigma_{e_o}^2$  – дисперсия (мощность) шумов в каналах решетки,

$$\delta_{nm} = \delta(n-m) = \begin{cases} 1, & \text{при } n = m \\ 0, & \text{при } n \neq m \end{cases} \quad \text{– дельта-функция, и}$$

$$\delta_{nm} = \delta_{mn}.$$

Корреляционная матрица  $\mathbf{R}_N$ , в которой выполняются соотношения (19) и (20), называется персимметричной эрмитовой матрицей. Корреляционная матрица  $\mathbf{R}_N = E \{ \mathbf{z}_N(k) \mathbf{z}_N^H(k) \}$  сигналов  $z(k)$ , сформированная на основе векторов  $\mathbf{z}_N(k)$ , см. (3), также является персимметричной эрмитовой матрицей.

### Преобразования, приводящие к арифметике действительных чисел

В работе [12] для компенсатора боковых лепестков на базе антенной решетки, входные сигналы которых образуют персимметричную корреляционную матрицу, был получен адаптивный алгоритм в арифметике действительных чисел.

В настоящей работе эти результаты использованы для получения адаптивных LC CM RLS- и LC CM LMS-алгоритмов на основе целевой функции (2) для многолучевых ААР с нечетной симметрией.

Для получения указанных алгоритмов в качестве оценки корреляционной матрицы  $\tilde{\mathbf{R}}_N(k)$  сигналов  $z_n(k)$  необходимо использовать прямое-обратное усреднение оценки персимметричной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_N(k)$  и матрицы

$$\mathbf{J}_N \hat{\mathbf{R}}_N^*(k) \mathbf{J}_N:$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_N(k) &= \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{R}}_N(k) + \mathbf{J}_N \hat{\mathbf{R}}_N^*(k) \mathbf{J}_N] = \\ &= \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [\mathbf{z}_N(i) \mathbf{z}_N^H(i) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(i) \mathbf{z}_N^T(i) \mathbf{J}_N], \end{aligned} \quad (21)$$

а в качестве оценки вектора взаимной корреляции  $\tilde{\mathbf{r}}_N(k)$  сигналов  $z_n(k)$  и  $d(k)$  – прямое-обратное усреднение вектора  $\hat{\mathbf{r}}_N(k)$  и вектора  $\mathbf{J}_N \hat{\mathbf{r}}_N^*(k)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}}_N(k) &= \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{r}}_N(k) + \mathbf{J}_N \hat{\mathbf{r}}_N^*(k)] = \\ &= \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [\mathbf{z}_N(i) d^*(i) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(i) d(i)], \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\mathbf{J}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Перестановочная матрица, а  $\lambda$  – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов,

часто используемый в RLS-алгоритмах. В уравнении (15) этот параметр не использован.

Из-за наличия шума  $\mathbf{e}_{\alpha,N}(k)$ , см. (12), симметричные элементы вектора  $\mathbf{x}_N(k)$ , а значит и вектора  $\mathbf{z}_N(k)$ , см. (3), не являются комплексно-сопряженными даже в ААР с нечетной симметрией. Однако, согласно (22), вектор  $\tilde{\mathbf{r}}_N$  является нечетно симметричным. Знаком « $\sim$ » (тильда) в настоящей работе обозначены переменные, обладающие нечетной симметрией.

Матрицу  $\tilde{\mathbf{R}}_N$  можно использовать в алгоритмах вычисленная ВК ААР в арифметике комплексных чисел. По сравнению с  $\hat{\mathbf{R}}_N$  матрица,  $\tilde{\mathbf{R}}_N$  является более точной оценкой матрицы  $\mathbf{R}_N$  в терминах евклидова расстояния [12]. Это обусловлено тем, что в (21) и аналогично в (22) на каждой итерации участвует удвоенное число векторов. На самом деле эквивалентное число этих векторов несколько меньше, так как векторы  $\mathbf{z}_N(k)$  и  $\mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(k)$  не являются статистически независимыми [9].

Однако, как следует из (21) и (22), адаптивные алгоритмы на основе оценок с использованием прямого-обратного усреднения требуют в два раза большего числа арифметических операций, чем алгоритмы на основе прямого усреднения, что является ценой более точной оценок матрицы  $\tilde{\mathbf{R}}_N$  и вектора  $\tilde{\mathbf{r}}_N$ . Число этих операций можно уменьшить, выполнив (21) и (22) в арифметике действительных чисел, что возможно, благодаря персимметричной структуре матрицы (21) и нечетной симметрии вектора (22).

Для этого с помощью преобразующей матрицы вида

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N/2} & \mathbf{J}_{N/2} \\ j\mathbf{J}_{N/2} & -j\mathbf{I}_{N/2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

при четных  $N$  или вида

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & \mathbf{J}_{(N-1)/2} \\ \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T \\ j\mathbf{J}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & -j\mathbf{I}_{(N-1)/2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

при нечетных  $N$  [12] уравнения (21) и (22) в арифметике комплексных чисел необходимо преобразовать в уравнения в арифметике действительных чисел

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_N(k) &= \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{R}}_N(k) \mathbf{U}_N^H = \\ &= \lambda \bar{\mathbf{R}}_N(k-1) + \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \end{aligned} \quad (26)$$

и

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_N(k) &= \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{r}}_N(k) = \\ &= \lambda \bar{\mathbf{r}}_N(k-1) + \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k), \end{aligned} \quad (27)$$

а затем использовать оценки (26) и (26) в адаптивных LC слепых алгоритмах в арифметике действительных чисел. Переменные, используемые в уравнениях (26) и (27), определяются как  $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re}[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k)]$ ,

$$\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) = \text{Im}[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k)] \quad , \quad \bar{d}_1(k) = \text{Re}[d(k)] \quad \text{и}$$

$\bar{d}_2(k) = \text{Im}[d(k)]$ . Здесь и далее действительные переменные обозначены сверху прямой чертой.

Полученные с помощью (21), (22) нечетно-симметричные комплексные векторы ВК  $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$  и полученные с помощью (26), (27) действительные векторы ВК  $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$  связаны между собою как

$$\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(k) \quad (28)$$

и

$$\mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N(k) \quad , \quad (29)$$

т.к. в силу унитарности матриц  $\mathbf{U}_N$  справедливо соотношение

$$\mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I}_N \quad , \quad (30)$$

где  $\mathbf{I}_N$  – единичная матрица.

### LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел

Оптимальный вектор комплексных ВК  $\mathbf{h}_N(k)$ , вычисляемый на базе LC RLS алгоритмов для ААР, как разновидности многоканального адаптивного фильтра, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_N(k) &= \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{r}_N(k) + \\ &+ \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \hat{\mathbf{R}}_N^{-1} \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1} \left[ \mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \hat{\mathbf{r}}_N(k) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

где матрица  $\mathbf{C}_{NJ}$  и вектор  $\mathbf{f}_J$  задаются уравнениями (5) – (7) для каждой из решеток многолучевой ААР [2].

Можно показать, что в ААР с нечетной симметрией комплексный вектор ВК  $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$ , вычисляемый с использованием (21) и (22) как

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}}_N(k) &= \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \tilde{\mathbf{r}}_N(k) + \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \times \\ &\times \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1} \left[ \mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \tilde{\mathbf{r}}_N(k) \right], \end{aligned} \quad (32)$$

также обладает нечетной симметрией, что позволяет, используя (28), преобразовать уравнение (32) в уравнение ВК  $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$  в арифметике действительных чисел

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}_N(k) &= \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{r}}_N(k) + \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{C}}_{NJ} \times \\ &\times \left[ \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{C}}_{NJ} \right]^{-1} \left[ \mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{r}}_N(k) \right], \end{aligned} \quad (33)$$

которое можно затем рекурсивно вычислять с помощью алгоритмов, представленных в [2].

В уравнениях (31) – (33), вектор  $\mathbf{f}_J$  изначально определен как действительный, см. (7). Поэтому прямой чертой сверху он не обозначен. Также отсутствует обозначение « $\sim$ » в комплексной матрице  $\mathbf{C}_{NJ}$ , состоящей из  $J$  вектор-столбцов  $\mathbf{c}_N^{(j)}$ , не обязательно нечетно-симметричных в уравнении (32) и нечетно-симметричных в уравнении (33).

Согласно уравнениям (26) и (27), матрица  $\bar{\mathbf{R}}_N(k)$  и вектор  $\bar{\mathbf{r}}_N(k)$  на каждой итерации по времени  $k$  обновляются дважды с использованием действительных векторов  $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$  и  $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ . Поэтому, подобно RLS-алгоритмам, в которых эти вектор и матрица оцениваются на скользящем окне [2], в рассматриваемом далее LC CM RLS-алгоритме вычислительные процедуры, связанные с линейными ограничениями, а также с вычислением векторов коэффициентов Калмана, на каждой итерации  $k$  необходимо вы-

полнять дважды. Как следствие, результирующие алгоритмы состоят из двух однотипных групп последовательно выполняемых вычислений, в каждой из которых используются только переменные  $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$  и  $\bar{d}_1(k)$  или переменные  $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$  и  $\bar{d}_2(k)$ . Эти же алгоритмы могут быть получены и в параллельной форме, ориентированной на выполнение с

помощью двух процессоров [2].

Следуя приемам [2], на базе уравнений (26), (27) и (33) был получен LC CM RLS-алгоритм адаптивной фильтрации для ААР с нечетной симметрией, большая часть которого выполняется в арифметике действительных чисел. Вычислительная процедура этого алгоритма для одной решетки многолучевой ААР приведена в табл. 1.

Таблица 1. LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел для ААР с нечетной симметрией

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization :</b> $\tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$ , $\mathbf{Q}_{NJ}(0) = \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}$ , $\tilde{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{Q}_{NJ}(0) \mathbf{f}_J$ , $\bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0)$ , $\bar{\mathbf{C}}_{NJ} = \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ}$ , $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0)$ , $\bar{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(0)$ , $d(k) = s^2 = const$ , $k = 1, 2, \dots, K$	(1.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$ $y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$ (1.1) $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$ (1.2) $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re} \left[ \mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$ , $\bar{d}_1(k) = \text{Re} [d(k)] = s^2$ (1.3) Вычисление $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ (1.4) $\bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ (1.5) $\bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) = \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k-1)$ (1.6) $\bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) = \left[ \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k-1) - \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) \right] \left[ \mathbf{I}_J + \frac{\bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k)}{1 - \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T \bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k)} \right]$ (1.7) $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) = \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) \left[ \mathbf{I}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) \right]$ (1.8) $\bar{\alpha}_{N,1}(k) = \bar{d}_1(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$ (1.9) $\bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_{N,1}(k)$ (1.10) $\bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) \left[ \mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) \right]$ (1.11) $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) = \text{Im} \left[ \mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$ , $\bar{d}_2(k) = \text{Im} [d(k)] = 0$ (1.12) Вычисление $\bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$ (1.13) $\bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$ (1.14) $\bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) = \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k)$ (1.15) $\bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,2}(k) = \left[ \bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) - \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) \right] \left[ \mathbf{I}_J + \frac{\bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k)}{1 - \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T \bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k)} \right]$ (1.16) $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k) = \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,2}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) \left[ \mathbf{I}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) \right]$ (1.17) $\bar{\alpha}_{N,2}(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ (1.18) $\bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) = \bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_{N,2}(k)$ (1.19) $\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k) \left[ \mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) \right]$ (1.20) $\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)$ (1.21)	
<b>End for</b> $k$	



Алгоритмы для каждой из решеток многолучевой ААР различаются значениями векторов  $\mathbf{f}_j^{(j)}$ , см. выражение (7), выходными сигналами решеток  $y^{(j)}(k)$ , а значит, и векторами  $\mathbf{z}_N^{(j)}(k)$ , см. (3).

При инициализации алгоритма (табл. 1) использовано соотношение

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) &= \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \right] = \\ &= \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right] = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0), \end{aligned} \quad (34)$$

так как,  $\mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H = \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I}_N$ , см. (30). С помощью уравнения (1.1) формируется выходной сигнал ААР  $y(k)$ , а с помощью уравнения (1.21) выполняется преобразование действительных ВК  $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$  в комплексные ВК  $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$ , участвующие в формировании сигнала  $y(k)$  на следующей итерации работы алгоритма.

Сложность алгоритма (см. табл. 1) определяется вычислениями, которые выполняются как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Вычисления в соответствии с уравнениями (1.1) – (1.3), (1.12) и (1.21) выполняются в арифметике комплексных чисел, а остальные – в арифметике действительных чисел. Вычислительная сложность части LC CM RLS-алгоритма, представленной в табл. 1, является линейной функцией числа  $N$  элементов ААР. Полная же сложность этого алгоритма определяется с учетом процедур вычисления действительных векторов коэффициентов Калмана  $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$  и  $\bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$ , которая является квадратичной функцией числа  $N$ . В качестве таких процедур могут быть использованы вычисления, основанные на лемме об обращении матрицы, обратном QR-разложении с операциями или без операций извлечения квадратного корня или преобразовании Хаусхолдера с квадратичной вычислительной сложностью  $O(N^2)$  [2].

### LC CM LMS-алгоритм в арифметике действительных чисел

Используя рассмотренные в [2] приемы и уравнения (3) и (4), можно также получить LC CM LMS-алгоритм вычисления комплексных ВК  $\mathbf{h}_N(k)$  для одной решетки многолучевой ААР в виде

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}'_N(k) + \mathbf{Q}_{NJ} \left[ \mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{h}'_N(k) \right], \quad (35)$$

где матрица  $\mathbf{Q}_{NJ}$  определяется как

$$\mathbf{Q}_{NJ} = \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}, \quad (36)$$

вектор  $\mathbf{h}'_N(k)$  – как

$$\mathbf{h}'_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{z}_N(k) \alpha^*(k), \quad (37)$$

а сигнала ошибки  $\alpha(k)$  – как

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{z}_N(k) = \\ &= s^2 - \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{z}_N(k). \end{aligned} \quad (38)$$

Известно [2], что LMS-алгоритм можно получить как результат упрощения RLS-алгоритма, в котором корреляционная матрица и вектор взаимной корреляции оцени-

ваются лишь на одном отсчете обрабатываемых сигналов. В этом случае уравнения (26) и (27) принимают вид

$$\begin{aligned} \left\{ \left[ \right] \right\} \mathbf{U}_N^H &= \bar{\mathbf{R}}_N(k) = \mathbf{U}_N \left\{ \frac{1}{2} \left[ \mathbf{z}_N(k) \mathbf{z}_N^H(k) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(k) \mathbf{z}_N^T(k) \mathbf{J}_N \right] \right\} = \\ &= \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \end{aligned} \quad (39)$$

и

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_N(k) &= \mathbf{U}_N \left\{ \frac{1}{2} \left[ \mathbf{z}_N(k) d^*(k) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(k) d(k) \right] \right\} = \\ &= \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k). \end{aligned} \quad (40)$$

Используя (39) и (40) и приемы, аналогичные приемам при получении уравнений (35) – (38), уравнения (35) и (37) в арифметике комплексных чисел для ААР с нечетной симметрией можно привести к уравнениям в арифметике действительных чисел

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}'_N(k) &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[ \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k) \right] - \\ &- \mu \left[ \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \right] \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) = \\ &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \left[ \bar{d}_1(k) - \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) \right] + \\ &+ \mu \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \left[ \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) \right] = \\ &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[ \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_2(k) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

и

$$\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_N(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ} \left[ \mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_N(k) \right]. \quad (42)$$

Полученный таким образом LC CM LMS-алгоритм для одной решетки многолучевой ААР приведен в табл. 2.

В табл. 2, переменная  $\mu$  – это шаг сходимости градиентных адаптивных алгоритмов. Его максимально допустимое значение

$$\mu_{\max} = \frac{1}{N \sigma_x^2}. \quad (43)$$

соответствует такому значению для LMS-алгоритма с комплексными ВК [2], так алгоритм в арифметике действительных чисел (41), (42) эквивалентен алгоритму в арифметике комплексных чисел (35), (37).

Сложность алгоритма (см. табл. 2) определяется вычислениями, которые выполняются как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Вычисления в соответствии с уравнениями (2.1) – (2.3), (2.5) и (2.6) выполняются в арифметике комплексных чисел, а остальные вычисления – в арифметике действительных чисел. Эта сложность является линейной функцией числа  $N$  элементов ААР.

### Моделирование алгоритмов

Работоспособность и эффективность полученных алгоритмов в арифметике действительных чисел в сравнении с соответствующими им эквивалентными алгоритмами в арифметике комплексных чисел подтверждена компьютерным моделированием трехлучевой линейной эквидистантой ААР с числом элементов  $N = 8$  и межэлементным расстоянием  $d_0 = 0.5 \lambda_0$ . Основные лучи трех решеток были ориентированы в направлениях  $\theta_S^{(1)} = 0^\circ$ ,  $\theta_S^{(2)} = 20^\circ$  и  $\theta_S^{(3)} = 40^\circ$  на источники СМ-сигналов.

Таблица 2. LC CM LMS -алгоритм в арифметике действительных чисел для ААР с нечетной симметрией

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization</b> : $\mathbf{x}_N(0), \mathbf{Q}_{NJ}(0) = \mathbf{C}_{NJ} \left[ \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}$ , $\tilde{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{Q}_{NJ}(0) \mathbf{f}_J$ , $\bar{\mathbf{C}}_{NJ} = \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ}$ , $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0)$ , $\bar{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(0)$ , $d(k) = s^2 = const, k = 1, 2, \dots, K$	(2.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$ $y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$ $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$ $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re} \left[ \mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$ , $\bar{d}_1(k) = \text{Re} [d(k)] = s^2$ $\bar{\alpha}_1(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) = \text{Im} \left[ \mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$ , $\bar{d}_2(k) = \text{Im} [d(k)] = 0$ $\bar{\alpha}_2(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ $\bar{\mathbf{h}}'_N(k) = \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[ \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_2(k) \right]$ $\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_N(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ} \left[ \mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_N(k) \right]$ $\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)$ <b>End for</b> $k$	(2.1) (2.2) (2.3) (2.4) (2.5) (2.6) (2.7) (2.8) (2.9)

Источник некоррелированной помехи (моделировалась как белый гауссов шум) располагался в направлении  $\theta_S^{(4)} = -20^\circ$ . Таким образом, число сигналов  $L$ , принимаемых каждой из антенн ААР, равнялось четырем. Отношение сигнал-помеха на входе каждой антенны для некоррелированной помехи задавалось равным  $-20$  дБ, а отношение сигнал-шум в каждом из каналов – равным  $30$  дБ. Шум в каналах решетки моделировался как белый гауссов шум. Каждая из решеток в качестве полезного сигнала принимала один из СМ-сигналов с Phase Shift Keying (PSK) модуляцией: PSK-4, PSK-8 или PSK-16. Два других PSK-сигнала представляли собой коррелированные помехи с отношением сигнал-помеха, равным  $0$  дБ.

В арифметике комплексных чисел в качестве LC CM RLS-алгоритма использовался алгоритм на основе прямого усреднения корреляционной матрицы и вектора взаимной корреляции [26], а в качестве LC CM LMS-алгоритма использовались уравнения (35) – (38). Алгоритмы в каждой из решеток многолучевой ААР различались векторами  $\mathbf{f}_J^{(j)}$ , выходными сигналами решеток  $y^{(j)}(k)$ , а значит, и векторами  $\mathbf{z}_N^{(j)}(k)$ , см. уравнение (3).

Рассматривались два случая: а) – когда все три ААР функционировали независимо, б) – когда все три ААР функционировали зависимо.

Случай а) означает, что с помощью уравнения (4) задавалось только ограничение на значение основного луча решетки, а сигналы, приходящие из направлений основных лучей соседних решеток, подавлялись адаптивно, что соответствовало трем независимым друг от друга однолучевым ААР, в которых

$$\mathbf{C}_{NJ} = \mathbf{c}_N^{(j)} \quad (44)$$

и

$$\mathbf{f}_J^{(j)} = f^{(j)}. \quad (45)$$

В случае б) совокупность линейных ограничений задавалась помощью уравнения (5) и (7), что соответствовало трем зависимым друг от друга однолучевым ААР. Эта зависимость определялась уравнением (7), задающим нулевые значения ДН в направлениях основных лучей соседних решеток.

Результаты моделирования показаны на рис. 2 – рис. 4. Здесь в логарифмическом масштабе представлены усредненные по 100 экспериментам переходные процессы в терминах модуля ДН  $|F(\theta)|$  в направлении на источник некоррелированной помехи.

Оттенки кривых на рис. 2 и рис. 3 соответствуют переходным процессам в многолучевой ААР, ДН которых в логарифмическом масштабе показаны на рис. 4 кривыми аналогичных оттенков. Вертикальные стрелки на рис. 4 указывают направления на источники СМ-сигналов и на источник некоррелированной помехи.

Из сравнения рисунков следует, что при приеме антенной решеткой нескольких СМ-сигналов независимая адаптация обеспечивает худшие результаты, чем зависимость с использованием адаптивных алгоритмов как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Это подтверждает тот факт, что коррелированные помехи с помощью адаптивных LC СМ-алгоритмов подавляются плохо [19], а единственное линейное ограничение (4), (44) и (45) лишь обеспечивает сохранение основного луча, предотвращая явление захвата СМ-помех.

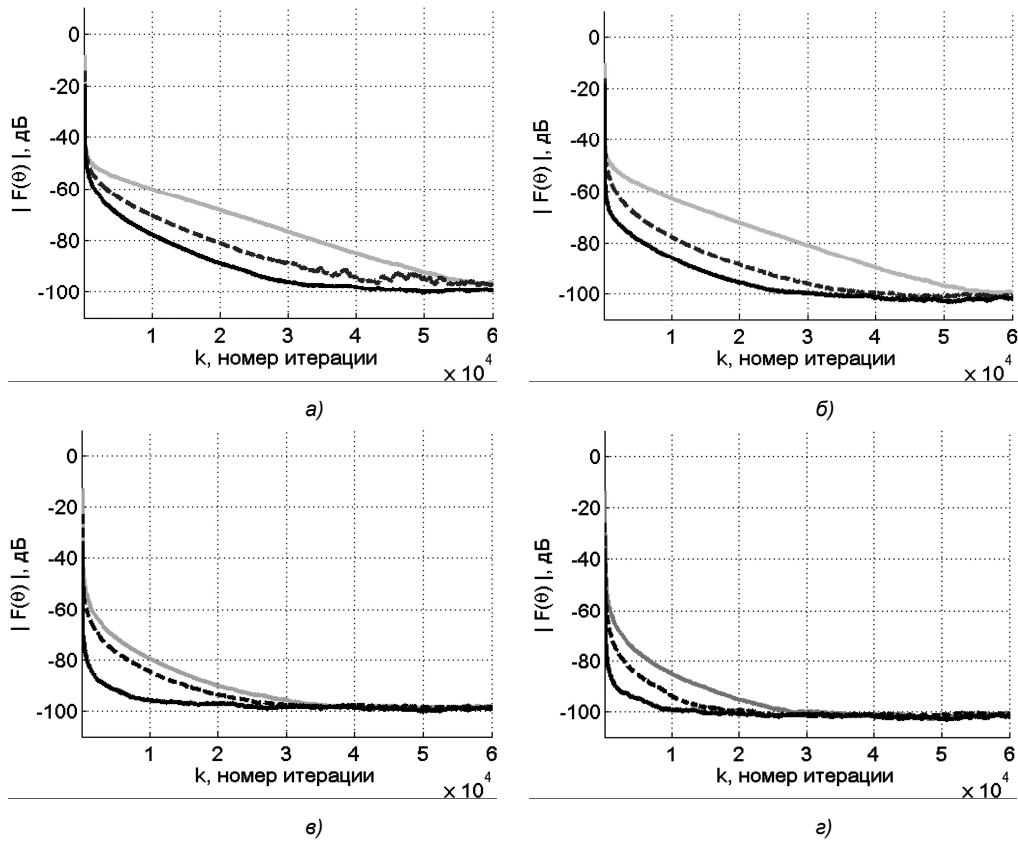


Рис. 2. LC CM RLS-алгоритм, переходные процессы: а) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; б) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел; в) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; г) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел

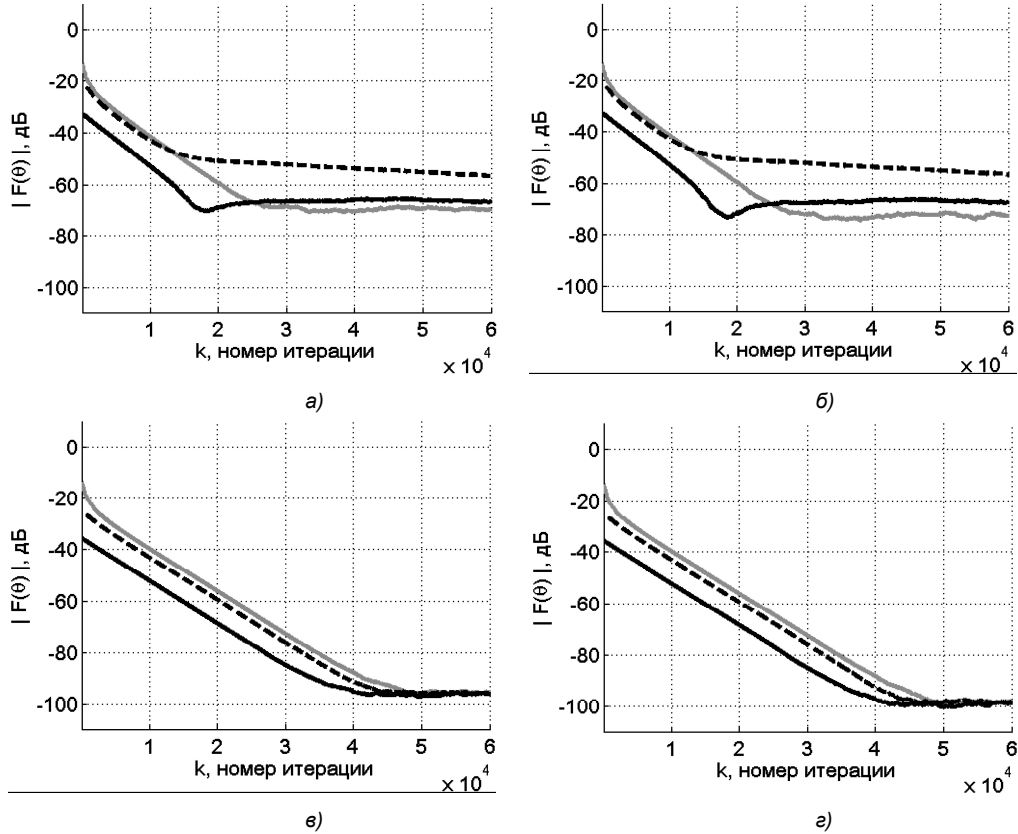


Рис. 3. LC CM LMS-алгоритм, переходные процессы: а) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; б) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел; в) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; г) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел

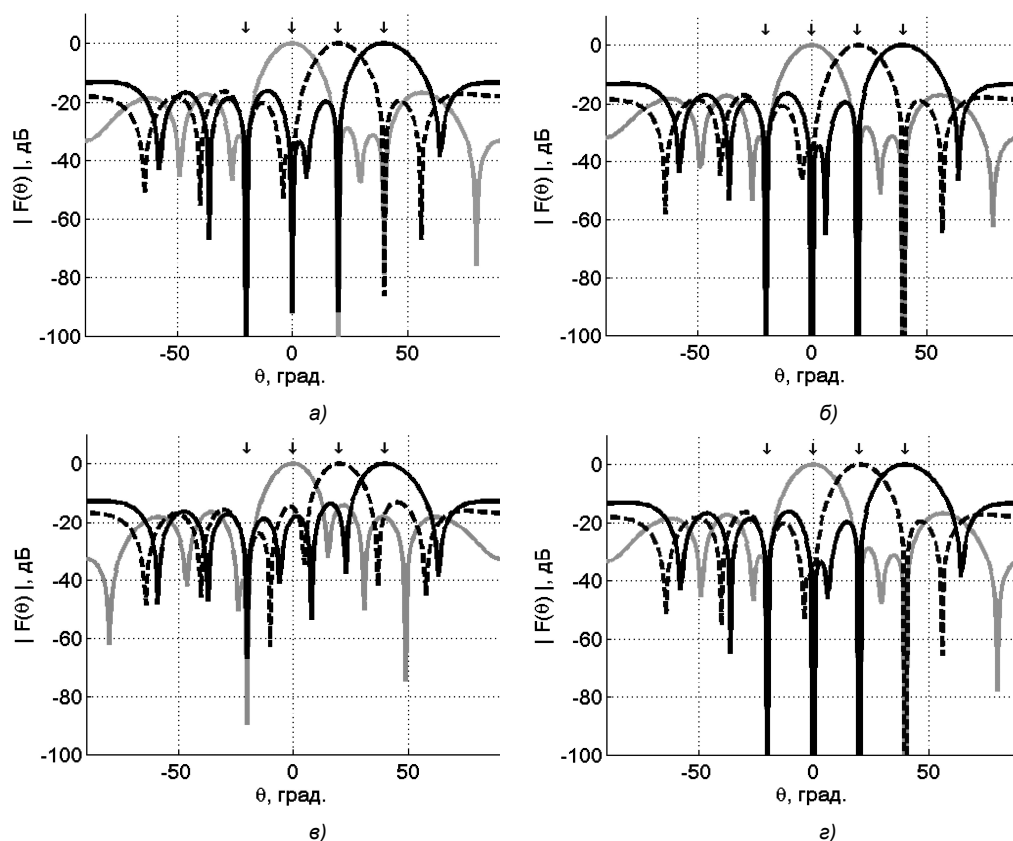


Рис. 4. ДН в установившемся режиме: а) – LC CM RLS-алгоритм, независимая адаптация; б) – LC CM RLS-алгоритм, зависимая адаптация; в) – LC CM LMS-алгоритм, независимая адаптация; г) – LC CM LMS-алгоритм, зависимая адаптация

Лучшее качество демонстрирует зависимая адаптация, при которой на каждой итерации алгоритма с помощью линейных ограничений поддерживаются требуемые значения ДН: максимум основного луча в направлении источника полезного сигнала и нули в направлениях на источники коррелированных помех, см. рис. 4б. Из рис. 2в и рис. 2г следует, что в случае зависимой адаптации LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел в установившемся режиме обеспечивает в среднем на 2...3 дБ более глубокие провалы в ДН в направлениях на источники адаптивно подавляемых помех и примерно в 1.5 ... 2 раза более короткий переходный процесс чем аналогичный алгоритм в арифметике комплексных чисел. Это свидетельствует о более высокой функциональной эффективности LC CM RLS-алгоритма в арифметике действительных чисел.

Из рис. 3в и рис. 3г следует, что в случае зависимой адаптации LC CM LMS-алгоритм в арифметике действительных чисел в установившемся режиме также обеспечивает в среднем на 2...3 дБ более глубокие провалы в ДН в направлениях на источники адаптивно подавляемых помех чем аналогичный алгоритм в арифметике комплексных чисел. Длительность переходных процессов в обоих LMS-алгоритмах примерно одинаковая.

### Заключение

Таким образом, прямое-обратное усреднение позволяет улучшить оценки корреляционной матрицы сигналов, принимаемых ААР с нечетной симметрией, и вектора взаимной корреляции этих сигналов с требуемым сигналом, и, как следствие, более точно рассчитать ВК, а значит получить более глубокие провалы в ДН в направ-

лениях на источники помех, а также сократить примерно в два раза длительность переходных процессов адаптивного LC CM RLS-алгоритма в арифметике действительных чисел по сравнению с аналогичным алгоритмом в арифметике комплексных чисел, в котором указанные оценки получаются путем прямого усреднения.

Более глубокие провалы в ДН ААР достигаются и при использовании прямого-обратного усреднения в LC CM LMS-алгоритме. Однако по сравнению с аналогичным алгоритмом в арифметике комплексных чисел длительность переходного процесса остается практически неизменной, т.к. на каждой итерации в усреднении участвует всего один отсчет вектора сигналов, принимаемых антеннами ААР.

Также следует отметить, что несмотря на то, что большинство операций в алгоритмах в арифметике действительных чисел выполняются дважды (см. табл. 1 и табл. 2), число этих операций примерно в два раза меньше эквивалентного числа действительных операций в алгоритмах в арифметике комплексных чисел, так как одна комплексная операция умножения со сложением требует четыре действительных операций умножения и четыре действительных операций сложения.

Таким образом, по сравнению с алгоритмами в арифметике комплексных чисел, рассмотренные в работе адаптивные алгоритмы в арифметике действительных чисел требуют примерно в два раза меньше операций на одну итерацию. Поэтому, эти алгоритмы могут найти применение в ААР радиосистем цифровой связи, принимающих СМ-сигналы, при ограничениях на вычислительную мощность используемого ЦСП.

## Литература

1. Sayed A.H. Fundamentals of adaptive filtering. – John Wiley and Sons, Inc., 2003. – 1125 p.
2. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов. Теория и алгоритмы. – М.: Техносфера, 2013. – 528 с.
3. Haykin S. Adaptive filter theory. Fifth edition. – Pearson Education Inc., 2014. – 889 p.
4. Hudson J.E. Adaptive array principles. – Peter Peregrinus Ltd., 1981. – 253 p.
5. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1983. – 240 с.
6. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991. – 200 с.
7. Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках // Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). – М.: Изд. МИЭТ, 2007. – С. 36–43.
8. Cantoni A., Butler P. Properties of eigenvectors of persymmetric matrices with applications to communication theory // IEEE Trans. Commun. – 1976. – Vol. 24. – № 8. – P. 804–809.
9. Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. – 1980. – Vol. 16. – № 1. – P. 124–127.
10. Huang K.C., Yen C.C. A unitary transformation method for angle of arrival estimation // IEEE Trans. Acoustic, Speech and Signal Processing. – 1991. – Vol. 39. – № 4. – P. 975–977.
11. Зарицкий В.И., Кокин В.Н., Леховицкий Д.И., Саламатин В.В. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственно-временных каналов приема // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – Том 28. – № 7. – С. 863–871.
12. Huang K.-C., Yeh C.-C. Adaptive beamforming with conjugate symmetric weights // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 1991. – Vol. 39. – № 7. – P. 926–932.
13. Ратынский М.В., Петров С.В. Реализация алгоритмов обработки стохастических сигналов в действительной арифметике // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – № 4. – С. 22–24.
14. Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 2. – P. 420–431.
15. Frost O.L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // Proceedings of the IEEE. – 1972. – Vol. 60. – № 8. – P. 926–935.
16. Resende L.S., Romano J.M.T., Bellanger M.G. A fast least-squares algorithm for linearly constrained adaptive filtering // IEEE Trans. Signal Processing. – 1996. – Vol. 44. – № 5. – P. 1168–1174.
17. Apolinario J.A., Werner S., Diniz P.S.R., Laakso T.I. Constrained normalized adaptive filters for CDMA mobile communication // Proceedings of the 9-th European Signal Processing Conference. – Island of Rhodes, Greece, 1998. – 4 p.
18. De Campos M.R.L., Apolinario J.A. The constrained affine projection algorithm – development and convergence issues // Proceedings of the First Balkan Conference on Signal Processing, Communications, Circuits, and Systems. – Istanbul, May 2000. – 4 p.
19. Shan T.-J., Kailath T. Adaptive beamforming for coherent signals and interference // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 3. – P. 527–536.
20. Gooch R., Lundell J. The CM array: An adaptive beamformer for constant modulus signals // Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1986. – Vol. 11. – P. 2523–2526.
21. Treichler J., Larimore M. The tone capture properties of CMA-based interference suppressors // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 4. – P. 946–958.
22. Rude M.J., Griffiths L.J. Incorporation of linear constraints into the constant modulus algorithm // International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1989. – Vol. 2. – P. 968–971.
23. Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array // IEEE Trans. Signal Processing. – 2004. – Vol. 52. – № 5. – P. 1452–1456.
24. Djigan V.I. Joint use of constant modulus and least squares criteria in linearly-constrained communication arrays // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. – 2007. – Vol. 16. – № 4. – P. 88–95.
25. Джиган В.И., Плетнева И.Д. Алгоритмы адаптивной фильтрации на основе QR-разложения для антенных решеток систем цифровой связи // Цифровая обработка сигналов. – 2007 – № 4. – С. 2–7.
26. Джиган В.И. Многолучевая адаптивная антенная решетка // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2. – С. 23–29.
27. Джиган В.И. Вычислительно эффективный линейно-ограниченный комплексный RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел // Доклады 14-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2012)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, 28 – 30 марта 2012 г.). – Москва, 2012. – Том 1. – С. 77–81.
28. Джиган В.И. Адаптивная антенная решетка на базе LMS-алгоритма в арифметике действительных чисел // Доклады 15-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2013)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, 27 – 29 марта 2013 г.). – Москва, 2013. – Том 1. – С. 145–148.
29. Djigan V.I. Adaptive filtering algorithms with quadratized cost function for linearly constrained arrays // International Conference «Antennas Theory and Technique» (A.S. Popov Odessa National Academy of Telecommunications, September 16 – 20, 2013). – Odessa, Ukraine. – P. 214–216.
30. Григорьев Л.Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. – М.: Радиотехника, 2010. – 144 с.
31. Солохина Т.В., Беляев А.А. Архитектура высокопроизводительных сигнальных контроллеров MC-0428 семейства «МУЛЬТИКОР // Вопросы радиоэлектроники. Серия: «Общетеchnическая». – № 1. – 2011. – С. 25–34.
32. Витязев В.В., Витязев С.В. Цифровые процессоры цифровой обработки сигналов TMS320C67x компании Texas Instruments. – Учебн. пособие. – Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2007. – 112 с.
33. Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. – 2006. – № 1. – С. 60–65.

## АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СОСТАВНОГО СИГНАЛА ЯМР МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

*Коротей Е.В., ст. преподаватель кафедры телекоммуникаций ФГАОУ ВПО «БФУ им. И. Канта», г. Калининград, тел. 8(911)458-43-20, e-mail: eugeny\_korotey@mail.ru;*

*Волхонская Е.В., профессор кафедры телекоммуникаций ФГАОУ ВПО «БФУ им. И. Канта», г. Калининград, тел. 8(906)233-53-19, e-mail: volkhonskaya\_e@mail.ru;*

*Пахотин В.А., профессор кафедры радиофизики и защиты информации ФГАОУ ВПО «БФУ им. И. Канта», г. Калининград, тел. 8(909)781-89-75, e-mail: VPakhotin@kantiana.ru;*

*Власова К.В., доцент кафедры радиофизики и защиты информации ФГАОУ ВПО «БФУ им. И. Канта», г. Калининград, тел. 8(911)-487-53-65, e-mail: p\_ksenia@mail.ru;*

*Строков В.И., аспирант кафедры радиофизики и защиты информации ФГАОУ ВПО «БФУ им. И. Канта», г. Калининград, тел. 8(952)-056-66-33, e-mail: kot\_ucheny@gmail.ru.*

### NMR COMPOUND SIGNAL PARAMETERS EVALUATION BY MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD

*Korotey E. V., Volkhonskaya E. V., Pakhotin V. A., Vlasova K. V., Strokov V. I.*

*NMR and NQR compound signal parameters evaluation on the basis of maximum likelihood method are presented in this work. On the basis of expressions for Rao-Kramer dispersions of amplitudes the method dynamic range for compound signal components coefficient of mutual correlation is determined. The results of maximum likelihood method approbation on experimentally received H NMR spectrum of chloride / geksanola/0,2 M (NaCl) and Cl NQR of a paradikhlorbenzol and N NQR spectrum of an urotorpin are presented.*

**Key words:** NMR, NQR, maximum likelihood method, parameters of signal, evaluation, dispersions of amplitudes, Rao-Kramer.

**Ключевые слова:** ЯМР, ЯКР, метод максимального правдоподобия, оценка параметров, дисперсия Рао-Крамера.

#### Введение

Интенсивное развитие науки и техники в различных их областях приводит к созданию новых материалов с различными механическими, электрическими, магнитными и прочими свойствами. Структура таких материалов, как правило, настолько сложна, что требуется одновременное применение нескольких методов исследования, наиболее распространенными из которых являются методы ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и ядерного квадрупольного резонанса (ЯКР). Полная информация о структуре и внутренней динамике отдельных молекул и их частей содержится в спектре сигналов, представляющих собой отклик системы на радиочастотное воздействие. Однако сложный состав и структура молекул приводят к аналогичному усложнению спектра. Поэтому их анализ требует применения цифровых способов обработки. Традиционно при обработке спектров ЯМР и ЯКР применяется метод Фурье-спектроскопии, а также способы коррекции сигнала (аподизация, фазировка и пр.). Однако такой подход не позволяет получить достаточно точную оценку всех параметров отдельных спектральных линий в спектре макромолекул. Поэтому необходимо развитие новых методов обработки сигналов, позволяющих решить задачу повышения разрешающей способности спектрометров ЯМР.

Авторам представляется перспективным применение

*Изложены основы метода максимального правдоподобия применительно к оценке параметров составных сигналов ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и ядерного квадрупольного резонанса (ЯКР). На основе выражений для дисперсий амплитуд Рао-Крамера определены границы динамического диапазона метода по значению коэффициента взаимной корреляции компонент составного сигнала. Представлены результаты апробации метода на экспериментально полученных спектрах ЯМР на ядрах дейтерия цетилпиридиний хлорид/ гексанол/ 0,2 М (NaCl) и ЯКР на ядрах хлора парадихлорбензола и на ядрах азота уроторпина.*

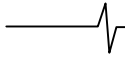
в качестве такого метода максимального правдоподобия [1, 2], который широко используется при обработке радиосигналов в таких областях радиотехники, как радиолокация [3], радиосвязь [4] и пр.

#### Теоретические основы алгоритма обработки сигналов

Алгоритм обработки радиосигналов на основе данного метода начинается с записи математической модели сигнала на входе приемника. В случае обработки сигнала ЯМР (или ЯКР) данная математическая модель описывается выражением вида:

$$y(t) = \left\{ U_{01} e^{-\alpha_1 t} \cos\left(\omega_{01} t - \frac{\pi}{2} + \varphi_{01}\right) + U_{02} e^{-\alpha_2 t} \cos\left(\omega_{02} t - \frac{\pi}{2} + \varphi_{02}\right) \right\} + u_{ш}(t), \quad (1)$$

где  $U_{01}$ ,  $U_{02}$  – амплитуды двух сигналов с лоренцевой формой спектральной линии;  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  – угловые частоты



ты двух сигналов;  $\varphi_{01}, \varphi_{02}$  – начальные фазы двух сигналов;  $\alpha_1, \alpha_2$  – значения коэффициентов затухания (полуширины спектральных линий),  $u_{ш}(t)$  – аддитивный белый гауссов шум с нулевым математическим ожиданием, дисперсией  $\sigma^2$  и временем корреляции  $\tau_k$ .

На основе модели (1) записывается логарифм функции правдоподобия [1], определяющий условную плотность распределения параметров двух сигналов ЯМР:

$$\ln(L(\bar{\lambda}')) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \times \int_0^\infty \left| y(t) - \{U'_{01}e^{-\alpha_1 t} \sin(\omega'_{01}t + \varphi'_{01}) - U'_{02}e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega'_{02}t + \varphi'_{02})\} \right|^2 dt, \quad (2)$$

где  $\bar{\lambda}' = \{U'_{01}, U'_{02}, \omega'_{01}, \omega'_{02}, \varphi'_{01}, \varphi'_{02}, \alpha'_1, \alpha'_2\}$  – вектор оценочных параметров сигнала.

Дифференцируя (2) по оценочным параметрам и приравнявая производные к нулю, можно получить систему уравнений правдоподобия, решения которых позволяют перейти к функционалу правдоподобия, зависящему от значительно меньшего числа оценочных параметров. Данная процедура значительно упрощается, если перейти к представлению модельного сигнала в виде суперпозиции двух узкополосных процессов. Тогда модель сигнала принимает вид:

$$y(t) = \{e^{-\alpha_1 t} [A_1 \cos(\omega_{01}t) - B_1 \sin(\omega_{01}t)] + e^{-\alpha_2 t} [A_2 \cos(\omega_{02}t) - B_2 \sin(\omega_{02}t)]\} + u_{ш}(t), \quad (3)$$

где введены квадратурные составляющие комплексных огибающих отдельных спектральных компонент вида  $A_1 = U_{01} \sin(\varphi_{01}), B_1 = -U_{01} \cos(\varphi_{01}), A_2 = U_{02} \sin(\varphi_{02})$  и  $B_2 = -U_{02} \cos(\varphi_{02})$ , а логарифм функции правдоподобия определяется выражением вида:

$$\ln(L(\bar{\lambda}')) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \times \int_0^\infty \left| y(t) - e^{-\alpha_1 t} [A'_1 \cos(\omega'_{01}t) - B'_1 \sin(\omega'_{01}t)] - e^{-\alpha_2 t} [A'_2 \cos(\omega'_{02}t) - B'_2 \sin(\omega'_{02}t)] \right|^2 dt. \quad (4)$$

Система уравнений правдоподобия для исключения квадратурных составляющих при этом примет вид матричного уравнения:

$$\beta \times (A'_1 \ B'_1 \ A'_2 \ B'_2)^T = \gamma \quad (5)$$

где матричные элементы матрицы  $\beta$  и вектор-столбца  $\gamma$  равны

$$\beta_{11} = \int_0^\infty e^{-2\alpha_1 t} \cos^2(\omega'_{01}t) dt, \\ \beta_{22} = -\int_0^\infty e^{-2\alpha_1 t} \sin^2(\omega'_{01}t) dt, \\ \beta_{33} = \int_0^\infty e^{-2\alpha_2 t} \cos^2(\omega'_{02}t) dt,$$

$$\beta_{44} = -\int_0^\infty e^{-2\alpha_2 t} \sin^2(\omega'_{02}t) dt, \\ \beta_{12} = -\beta_{21} = -\int_0^\infty e^{-2\alpha_1 t} \sin(\omega'_{01}t) \cos(\omega'_{01}t) dt, \\ \beta_{13} = \beta_{31} = \int_0^\infty e^{-(\alpha'_1 + \alpha'_2)t} \cos(\omega'_{01}t) \cos(\omega'_{02}t) dt, \\ \beta_{14} = -\beta_{41} = -\int_0^\infty e^{-(\alpha'_1 + \alpha'_2)t} \cos(\omega'_{01}t) \sin(\omega'_{02}t) dt, \\ \beta_{23} = -\beta_{32} = \int_0^\infty e^{-(\alpha'_1 + \alpha'_2)t} \sin(\omega'_{01}t) \cos(\omega'_{02}t) dt, \\ \beta_{24} = \beta_{42} = -\int_0^\infty e^{-(\alpha'_1 + \alpha'_2)t} \sin(\omega'_{01}t) \sin(\omega'_{02}t) dt, \\ \beta_{34} = -\beta_{43} = -\int_0^\infty e^{-2\alpha'_2 t} \sin(\omega'_{02}t) \cos(\omega'_{02}t) dt,$$

$$\gamma_1 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_1 t} \cos(\omega'_{01}t) dt, \\ \gamma_2 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_1 t} \sin(\omega'_{01}t) dt, \\ \gamma_3 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_2 t} \cos(\omega'_{02}t) dt, \\ \gamma_4 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega'_{02}t) dt, \\ \gamma_1 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_1 t} \cos(\omega'_{01}t) dt, \\ \gamma_2 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_1 t} \sin(\omega'_{01}t) dt, \\ \gamma_3 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_2 t} \cos(\omega'_{02}t) dt, \\ \gamma_4 = \int_0^\infty y(t) e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega'_{02}t) dt.$$

Решая систему уравнений правдоподобия (5) относительно квадратурных составляющих  $\{A'_1, B'_1, A'_2, B'_2\}$  нетрудно получить зависимости оценок амплитуд и начальных фаз от оставшихся параметров  $\{\omega'_{01}, \omega'_{02}, \alpha'_1, \alpha'_2\}$  в виде:

$$U'_{01} = \sqrt{A'^2_1 + B'^2_1}, \varphi'_{01} = \arctg 2(A'_1, -B'_1), \\ U'_{02} = \sqrt{A'^2_2 + B'^2_2}, \varphi'_{02} = \arctg 2(A'_2, -B'_2).$$

Исследуя полученный таким образом функционал на минимум путем варьирования оставшихся неизвестных параметров, можно определить глобальный минимум его поверхности, а, значит, определить значения оцениваемых параметров двух сигналов, которые наиболее близки к истинным значениям. Минимум поверхности функционала напрямую зависит от дисперсии шума в реализации сигнала на входе приемника.

Рабочую область метода максимального правдоподобия можно оценить, используя выражения для дис-

персии амплитуд Рао-Крамера. Для этого определяются элементы информационной матрицы Фишера в соответствии с выражением:

$$J_{ij} = -M \left( \frac{\partial^2 \ln(L(\vec{\lambda}))}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \right), \quad i, j = 1, 2, \quad (7)$$

где  $M()$  – оператор вычисления математического ожидания, которые для данного вида сигнала принимают вид:

$$J_{11} = \frac{1}{\sigma^2 \tau_k} \int_0^\infty e^{-2\alpha_1 t} \sin^2(\omega_{01} t + \varphi_{01}) dt = \frac{E_1}{U_{01}^2 \sigma^2 \tau_k}, \quad (8)$$

$$J_{22} = \frac{1}{\sigma^2 \tau_k} \int_0^\infty e^{-2\alpha_2 t} \sin^2(\omega_{02} t + \varphi_{02}) dt = \frac{E_2}{U_{02}^2 \sigma^2 \tau_k},$$

$$J_{12} = J_{21} = \frac{1}{\sigma^2 \tau_k} \int_0^\infty e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \sin(\omega_{01} t + \varphi_{01}) \sin(\omega_{02} t + \varphi_{02}) dt = \frac{\sqrt{E_1 E_2} r}{U_{01} U_{02} \sigma^2 \tau_k},$$

где  $E_1, E_2$  – энергии первой и второй компонент составного сигнала ЯМР (ЯКР), а  $r$  – коэффициент корреляции между ними.

Диагональные элементы матрицы, обратной к матрице Фишера, определяют дисперсии оценок параметров сигналов:

$$D_{U_{01}} = \frac{4\sigma^2 \alpha_1 \tau_k}{1 - r^2}, \quad D_{U_{02}} = \frac{4\sigma^2 \alpha_2 \tau_k}{1 - r^2}. \quad (9)$$

Данное выражение определяет рабочий диапазон метода максимального правдоподобия. Зависимость (9) слабо изменяется в пределах от  $r = 0$  до  $r = 0,9$ . Следовательно, эти пределы можно считать рабочей областью метода максимального правдоподобия в приложении к сигналам ЯМР и ЯКР, то есть метод дает адекватные значения оценок параметров сигнала, как в области ортогональности сигналов, когда их коэффициент корреляции равен нулю, так и в области их неортогональности, когда коэффициент корреляции отличен от нуля.

### Обработка экспериментальных спектров

В соответствии с данным алгоритмом разработан программный код, позволяющий работать, как с модельным сигналом ЯМР (ЯКР) с задаваемыми параметрами, так и проводить обработку экспериментально полученных сигналов или их спектров на базе спектрометров ЯМР.

Проведенные предварительные модельные исследования показали, что удовлетворительные оценки параметров двух сигналов можно получить в диапазоне отношений сигнал/шум свыше 10 дБ при разности резонансных частот свыше 0,4 кГц, в то время как классический анализ на основе спектрального метода позволяет получить удовлетворительные оценки при отношении сигнал/шум свыше 15 дБ и при разности частот свыше 2,5 кГц. Динамический диапазон при оценке параметров двух сигналов методом максимального правдоподобия определяется диапазоном отношений амплитуд от 0,05 до 20, а для метода спектрального анализа – от 0,2 до 5. Таким образом, по своим возможностям метод максимального правдоподобия существенно эффективнее, чем метод спектрального анализа и может быть использован

при исследовании сигналов с повышенным разрешением.

На следующих рисунках представлены результаты обработки экспериментально полученных сигналов. На рис. 1 представлен спектр сигнала ЯКР на ядрах азота уротропина (гексаметилентетрамина  $C_6H_{12}N_4$ ). Данный спектр является составным и содержит две неразрешенные близкие по частоте спектральные линии от ядер азота  $^{14}N$ , а также спектральные линии гармонических помех. Анализ экспериментальных данных, полученных другими авторами [5], указывает на отсутствие в спектре второй спектральной линии. При обработке данного спектра методом максимального правдоподобия удается разрешить по частоте данные линии с оценками параметров, приведенными на рис. 1.

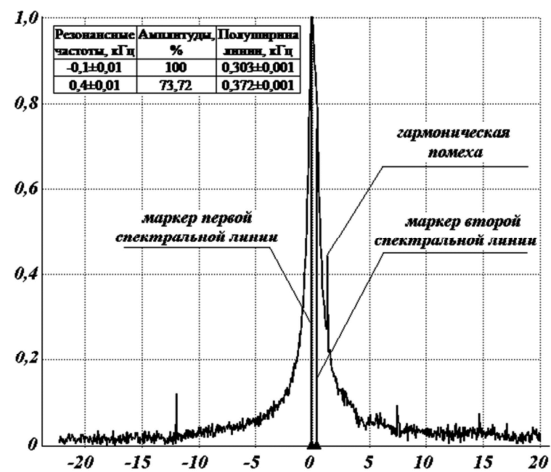


Рис. 1. Спектр ЯКР сигнала на ядрах азота уротропина и результаты его обработки: по оси абсцисс отложен частотный сдвиг относительно частоты радиочастотного воздействия на образец

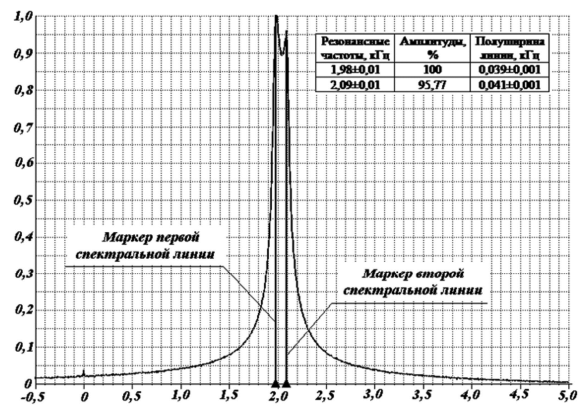


Рис. 2. Спектр ЯМР сигнала на ядрах дейтерия цетилпиридиний хлорид/ гексанола / 0,2 М (NaCl), записанный через 16,8 с после поворота образца на  $90^\circ$  относительно направления магнитного поля и результаты его обработки: по оси абсцисс отложен частотный сдвиг относительно частоты радиочастотного воздействия на образец

На рис. 2 и 3 представлены результаты обработки спектров ЯМР на ядрах дейтерия  $^2H$  цетилпиридиний хлорид/ гексанола/ 0,2 М (NaCl), записанные после поворота образца на угол  $90^\circ$  относительно направления магнитного поля в различные моменты времени. Динамика молекул вещества приводит к сближению или отдалению спектральных линий и изменению их ширины.



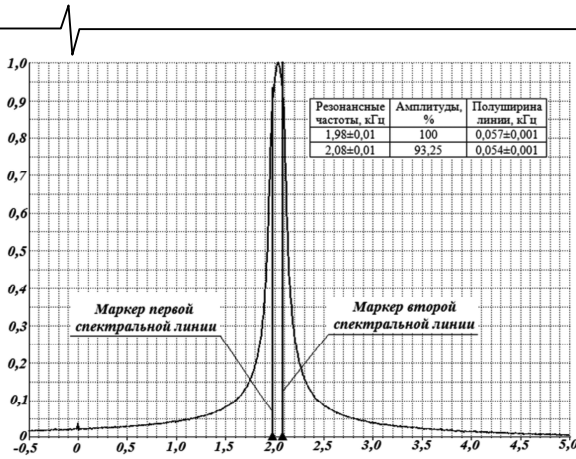


Рис. 3. Спектр ЯМР сигнала на ядрах дейтерия цетилпиридиний хлорид / гексанола / 0,2 М (NaCl), записанный через 33,6 с после поворота образца на  $90^\circ$  относительно направления магнитного поля и результаты его обработки: по оси абсцисс отложен частотный сдвиг относительно частоты радиочастотного воздействия на образец

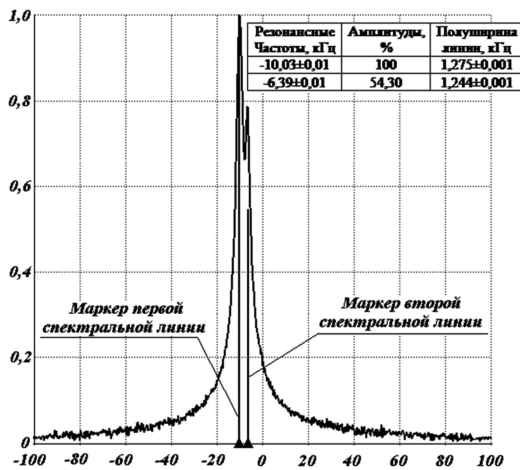


Рис. 4. Спектр ЯКР сигнала на ядрах хлора парадихлорбензола и результаты его обработки: по оси абсцисс отложен частотный сдвиг относительно частоты радиочастотного воздействия на образец

На рис. 4 приведены аналогичные результаты обработки спектров ЯКР на ядрах хлора  $^{35}\text{Cl}$  парадихлорбензола ( $\text{C}_6\text{H}_4\text{Cl}_2$ ).

### Заключение

Таким образом, полученные результаты подтверждают результаты модельных исследований программного кода: предложенный алгоритм обработки составного сигнала ЯМР на основе метода максимального правдоподобия, реализованный в виде программного кода, действительно обладает повышенной разрешающей способностью по сравнению с классическими методами обработки сигналов и позволяет получать адекватные оценки параметров составного сигнала ЯМР (ЯКР).

Работа выполнена при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере. Контракт № 12516р/23919 «Разработка нового подхода в обработке радиочастотных откликов в рамках теории оптимального приема для структурного анализа новых перспективных материалов».

### Литература

1. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем: учебное пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
2. Теоретические основы оптимальной обработки сигналов / Пахотин В.А., Бессонов В.А., Молостова С.В., Власова К.В. – Калининград: Изд-во РГУ им. И. Канта, 2008. – 186 с.
3. П.А. Радиолокационные системы. Учебник для вузов. – М.: Радиотехника, 2004 – 320 с.
4. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
5. Бирюков И.П., Воронков М.Г., Сафин И.А. Таблицы частот ядерного квадрупольного резонанса. – Ленинград: Изд. «Химия», 1968. – 140 с.

### НАУЧНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ:

#### Обработка и передача информации в системах телекоммуникаций

##### Секция 1: Теория сигналов и систем

Одним из основных объектов исследования теории сигналов традиционно являются методы анализа-синтеза, модуляции-демодуляции, кодирования-декодирования сигналов с целью обеспечения высокой помехоустойчивости и скорости передачи информации в условиях воздействия интенсивных помех и межсимвольной интерференции. Возможности современных цифровых технологий позволяют решать эти задачи особенно эффективно, прибегая к оптимальным методам синтеза, преобразования и кодирования сигналов.

На секции обсуждались следующие актуальные научные проблемы:

- формирование системы признаков одномерного сигнала;
- разработка нестационарной модели случайных полей;
- оценивание спектра двумерного сигнала;
- оценивание типа сигнального созвездия;
- повышение энергетической эффективности сигналов с частотным откликом;
- формирование и прием SEFDM сигналов;
- декодирование произведения кодов Рида-Соломона;
- повышение эффективности многопорогового декодера;
- исследование дистанционных и корреляционных свойств криптографической кодовой структуры «КВАДРАТ»;
- разработка функциональных узлов для реализации универсальных, адаптивных, структурно-защищенных радиосистем передачи информации;
- выделение низкочастотных мод;
- выделение периодических компонент в многомерных точечных процессах;
- оптимизация параметров кодов по критерию минимальных энергетических затрат;
- перспективы использования технологий DATA MINING для изучения сложных сигналов и систем.

## ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФИЛЬТРА АНАЛИЗА ВАРИАбельНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

*Витязева Т.А., ассистент кафедры АСУ Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ) e-mail: vsv630@yandex.ru;*

*Витязев С.В., к.т.н., доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники РГРТУ;*

*Мухеев А.А., д.т.н., профессор кафедры АСУ РГРТУ.*

### HRV ANALYSIS FILTER OPTIMAL DESIGN

*Vityazeva T.A., assistant Ryazan State Radio Engineering University, e-mail: vsv630@yandex.ru;*

*Vityazev S.V., candidate of science, docent Ryazan State Radio Engineering University, e-mail: vityazev.s.v@tor.rsreu.ru;*

*Mikheev A.A., doctor of science, professor Ryazan State Radio Engineering University.*

*The problem of optimal design of a multistage structure of digital narrowband filters for heart rate variability analysis is considered and solved in this paper. An estimation of a computational complexity measured in a number of multiply operations and the required memory size is accomplished. Modeling results are demonstrated.*

**Key words:** multirate signal processing, optimal design, narrowband filtering, ECG, heart rate variability.

**Ключевые слова:** многоскоростная обработка сигналов, оптимальное проектирование, узкополосная фильтрация, вариабельность сердечного ритма, электрокардиосигнал.

#### Введение

Для современного общества обостряются проблемы, связанные с омоложением заболеваний сердечно-сосудистой системы (ССС). Чтобы не допустить серьёзных миокардиальных нарушений требуется более раннее диагностирование для своевременного определения путей лечения. С технологическим прорывом связано применение нового оборудования для обследования различных групп населения. Для более точной и ранней диагностики сердечно-сосудистых заболеваний требуются новые методы, новые технологии. Отметим, что наиболее доступным, неинвазивным, безопасным, простым в использовании, информативным техническим методом исследования состояния сердечно-сосудистой системы остаётся электрокардиография. Одним из направлений более точного прогностического обнаружения различных патологий ССС является метод анализа вариабельности сердечного ритма (ВСР). Анализ ВСР применяется для оценки состояния механизмов регуляции физиологических процессов в организме, определения общей активности нейрогуморальной регуляции сердца [1, 2]. Активность симпатического и парасимпатического отделов вегетативной нервной системы являются результатом многоконтурной и многоуровневой реакции системы кровообращения, которая позволяет судить о степени нарушений в работе сердечно-сосудистой системы, а так же и о состоянии всего организма в целом [3, 4]. Можно отметить, что с каждым годом методы математического анализа ВСР находят всё более широкое применение в разных областях медици-

*Ставится и решается задача оптимального проектирования многоступенчатой структуры набора узкополосных цифровых фильтров для анализа ЭКГ на предмет выявления медленноволновых составляющих ритма сердца. Проводится оценка вычислительной эффективности с позиции требуемого числа операций умножения и ячеек памяти данных и коэффициентов. Приводятся результаты моделирования в среде MATLAB+Simulink.*

ны, о чём свидетельствуют симпозиумы медицинских и инженерных работников, а также широкий круг публикаций [5, 6]. В 1996 г. эксперты Европейского Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии разработали методические рекомендации по измерению, физиологической интерпретации и клиническому использованию ВСР, приняли стандарты частотных диапазонов. Всё это получило развитие и в нашей стране [7].

Важную роль среди диагностируемых параметров сердечного ритма занимают длинно-волновые периодические составляющие сердечного ритма. Они характеризуют степень централизации управления сердечным ритмом и соответственно степень напряжения регуляторных систем организма [2-4].

В ранее изложенных работах [8, 9] подробно рассматривалась возможность применения методов многоскоростной обработки сигналов (МОС) для анализа вариабельности сердечного ритма. Использование набора цифровых узкополосных фильтров и методов МОС позволяет производить выделение и разделение длинноволновых составляющих электрокардиосигнала (ЭКГ-сигнала) при значительном уменьшении приведенных вычислительных затрат и памяти данных и коэффициентов, что создает условия для их эффективной реализации в рамках встраиваемых вычислительных систем.

Работы [8, 9] посвящены теме применения МОС в задачах анализа вариабельности сердечного ритма. По-

сколькx для наиболее распространённого в настоящее время спектрального метода анализа ВСР характерны временные задержки, требующиеся для накопления информации о работе сердечной мышцы, то сам анализ в режиме реального времени проводить нет возможности. Поэтому в соответствии с предложенной методикой [10] ЭКГ-сигнал описывается математическими выражениями, соответствующими сигналам с частотно-импульсной модуляцией (ЧИМ), частота следования которых соответствует изменениям сердечного ритма. Для анализа ВСР в работах [8, 9] предложено использовать набор узкополосных фильтров, частотные характеристики которых выбраны в соответствии с принятым стандартом Европейского Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии [7].

Для большей наглядности на рис. 1 представлены типовые частотные характеристики набора узкополосных фильтров анализа ВСР. Предполагается, что весь диапазон анализа лежит в пределах от 0 до 0,4 Гц. Для выделения высокочастотной составляющей сердечного ритма (HF) требуется фильтр верхних частот (ФВЧ), для выделения низкочастотной составляющей (LF) – полосовой фильтр (ПФ) и для выделения сверхнизкочастотной составляющей (VLF) – фильтр нижних частот (ФНЧ). Реализация путем прямой цифровой фильтрации в классе цифровых цепей с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров) наталкивается на проблему больших порядков узкополосных фильтров и, как следствие, большого объема вычислительных затрат, требуемой памяти данных и коэффициентов, а также значительного уровня собственных шумов [11]. Для снижения объема вычислительных операций при фильтрации ЭКС в работах [8, 9] было предложено применить многоскоростную обработку сигнала с переходом на пониженную частоту дискретизации. Была спроектирована многоступенчатая структура понижения частоты дискретизации. Проведена оценка вычислительных затрат на обработку ЭКГ-сигнала, необходимых для структуры с использованием МОС и для непосредственной цифровой фильтрации. Показано, что применение МОС способно в тысячи и десятки тысяч раз повысить вычислительную эффективность проектируемых устройств. Кроме того, отмечено, что предложенный подход к реализации набора фильтров анализа ВСР приводит к многократному уменьшению затрат памяти данных и коэффициентов и снижению уровня собственных шумов.

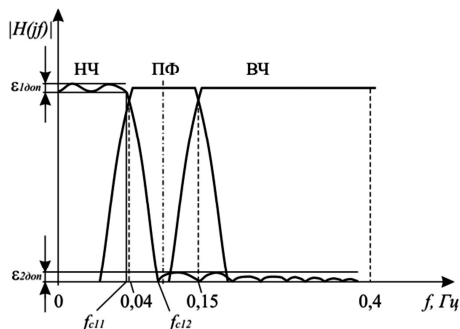


Рис. 1. АЧХ набора узкополосных цифровых фильтров

В данной работе ставится задача оптимизации параметров многоступенчатой структуры набора узкополос-

ных цифровых фильтров, предложенной в [8, 9] для выделения волновых периодических составляющих в ритме сердца в режиме реального времени с использованием методов многоскоростной обработки сигналов.

#### Постановка задачи

С целью выделения волновых периодических составляющих сердечного ритма требуется разработать оптимальную, по критерию приведенных вычислительных затрат, многоступенчатую структуру узкополосных цифровых фильтров, отвечающих следующим требованиям частотной избирательности:

- для низкочастотного фильтра (НЧ) полоса пропускания сигнала  $f_{LF}$  от нуля до 0,04 Гц;
- для полосового фильтра (ПФ) полоса пропускания сигнала  $f_{LF}$  лежит в интервале 0,04 - 0,15 Гц;
- для высокочастотного фильтра (ВЧ) полоса пропускания сигнала  $f_{HF}$  лежит в интервале 0,15-0,4 Гц;
- частота дискретизации входного сигнала  $f_{кв1} = 1000$  Гц;
- вторичная частота дискретизации  $f_{кв2} = 2$  Гц (обоснование выбора в работе [9]).

На рис. 1 представлены АЧХ набора узкополосных фильтров, а на примере НЧ фильтра показаны основные параметры:  $f_{c11}$  и  $f_{c12}$  – частоты среза полосы пропускания и зоны подавления,  $\varepsilon_{1дон}$  и  $\varepsilon_{2дон}$  – допустимая неравномерность АЧХ фильтра в полосе пропускания и допустимый уровень боковых лепестков в зоне подавления (затухание в полосе непропускания).

Для оценки порядка КИХ-фильтра воспользуемся формулой [11]:

$$N = \alpha \cdot \beta \cdot L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) = \frac{f_{кв1}}{f_{c12} - f_{c11}} L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}), \quad (1)$$

где  $\alpha = f_{c11} / (f_{c12} - f_{c11})$  – показатель прямоугольности АЧХ,  $\beta = 2p / f_{c11}$ ,  $\alpha = f_{c11} / (f_{c12} - f_{c11})$  – показатель узкополосности фильтра,  $(f_{c12} - f_{c11})$  – ширина переходной зоны АЧХ фильтра,  $L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон})$  – логарифмический показатель частотной избирательности, который оценивается с использованием аппроксимации вида

$$L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) = -\frac{2}{3} \lg 10 \cdot \varepsilon_{1дон} \cdot \varepsilon_{2дон}.$$

Неравномерность АЧХ в полосе пропускания  $\varepsilon_{1дон}$  и уровень боковых лепестков  $\varepsilon_{2дон}$  задаются разработчиком, далее принимаются равными  $\varepsilon_{1дон} = 0,1$  дБ,  $\varepsilon_{2дон} = 80$  дБ, и, как следствие, логарифмический показатель частотной избирательности принимает значение  $L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) = 3,33$ .

Важным показателем является допустимая степень перекрытия АЧХ соседних фильтров анализа ВСР. С увеличением показателя прямоугольности АЧХ  $\alpha$  уменьшается степень перекрытия, но увеличиваются длительность переходного процесса и затраты на реализацию фильтров. В дальнейшем предполагается, что степень перекрытия не должна превышать 20% и, соответственно, показатель прямоугольности АЧХ  $\alpha \geq 5$ .

Из выражения (1) становится понятно, что затраты на

реализацию узкополосного КИХ-фильтра, пропорциональные его порядку  $N$ , главным образом определяются произведением показателей узкополосности  $\beta$  и прямоугольности АЧХ  $\alpha$ , а фактически – относительной шириной переходной зоны АЧХ фильтра. Поэтому, если принять условие равенства ширины переходной зоны АЧХ для всех фильтров анализа ВСР, что обеспечивает зеркальную симметричность частотной характеристики полосового фильтра относительно его центральной частоты и одинаковый характер перекрытия АЧХ соседних частотных каналов, то при  $\alpha = 5$ , ширина переходной зоны АЧХ каждого из фильтров анализа ВСР  $\Delta f_C = f_{c11} / \alpha = 0,008$  Гц.

Тогда порядки НЧ, ПФ и ВЧ фильтров оказываются одинаковыми и равными  $N_{НЧ} = N_{ПФ} = N_{ВЧ} = N = 416250$ !

В качестве оценки вычислительных затрат примем требуемое число операций умножения и накопления на аккумуляторе, выполняемых за 1 секунду. При прямой форме реализации трех фильтров анализа ВСР в классе КИХ-цепей  $N$ -го порядка, работающих в реальном времени на частоте дискретизации  $f_{кв1}$ , приведенные вычислительные затраты, составят [11]:

$$R_T = 3Nf_{кв1} = 3\alpha * \beta * L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) * f_{кв1} = 12,5 * 10^8 \text{ умн. в сек.} \quad (2)$$

При этом память данных  $S = N = 416250$  и память коэффициентов  $Q = 3N = 1248750$ !

Таким образом, требуются сверхвысокие порядки КИХ-фильтров, что ведёт к большим аппаратным и вычислительным затратам. С целью значительного уменьшения вычислительных затрат, памяти данных и коэффициентов в [9] было предложено использовать вторичную дискретизацию (децимацию) и последующую интерполяцию по общей структурной схеме, представленной на рис. 2

На вход фильтра-дециматора (ФД) поступает ЭКГ-сигнал с частотой дискретизации 1000 Гц. Он понижает частоту дискретизации в  $\nu = 1000/2 = 500$  раз, предварительно отфильтровав все высокочастотные составляющие, расположенные выше половины вторичной частоты дискретизации. Набор узкополосных фильтров анализа ВСР работает на частоте дискретизации 2 Гц, что обеспечивает сравнительно невысокие порядки фильтров, а, следовательно, и небольшие вычислительные

затраты. Для восстановления и дальнейшего анализа полученных волновых периодических составляющих в ЭКГ-сигнале, фильтр-интерполятор с такой же функцией передачи, как и у ФД, восстанавливает промежуточные отсчёты, повышая частоту дискретизации выходного сигнала набора фильтров с 2 Гц до исходной частоты 1000 Гц. В данной работе интерполяция выходных сигналов набора ЦФ не рассматривается, поскольку для анализа ВСР восстановление частоты дискретизации не является обязательным.

При **одноступенчатой реализации** ФД за один раз понижает частоту дискретизации ЭКГ-сигнала с 1000 Гц до требуемой вторичной частоты дискретизации 2 Гц, т.е. в 500 раз. АЧХ ФД на фоне АЧХ фильтров анализа ВСР показаны на рис. 3.

Порядок ФД (для принятого значения коэффициента прямоугольности  $\alpha_{ФД} = 5$  в соответствии с (1):

$$N_{ФД} = \alpha_{ФД} \cdot \beta_{ФД} \cdot L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) \geq 18315 \text{ (принят равным } 18500, \text{ из условия кратности } \nu = 500);$$

при этом частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности принимают значения:  $f_{c1ФД} = 0,91$  Гц,  $f_{c2ФД} = 1,09$  Гц, и показатель узкополосности  $\alpha_{ФД} = 1100$ .

Минимально достаточные порядки набора фильтров анализа ВСР уменьшаются пропорционально коэффициенту децимации  $\alpha = 500$ :  $N_{ОНЧ} = N_{ОПФ} = N_{ОВЧ} = N_0 = 833$ , а следовательно, пропорционально  $\nu = 500$  уменьшается память данных и память коэффициентов!

Для оценки выигрыша от применения МОС с позиции требований к вычислительным затратам необходимо определить число операций умножения с накоплением, которые потребуются для реализации одноступенчатой структуры. Число операций умножения с накоплением, выполняемых за 1 секунду, при одноступенчатой реализации ФД и набора фильтров анализа ВСР, может быть рассчитано в соответствии с [11] следующим образом:

$$R_T = \left( \frac{N_{ФД}}{\nu} + \frac{3N_0}{\nu} \right) \cdot f_{кв1} = \left( \frac{18500}{500} + \frac{3 \cdot 833}{500} \right) \cdot 1000 = 42000 \text{ умн. в сек.} \quad (3)$$

При этом требуемая суммарная память данных  $S = N_{ФД} + N_0 = 19333$  ячейки и память коэффициентов  $Q = N_{ФД} + 3N_0 = 20999$  ячеек.

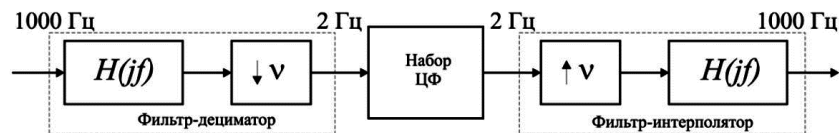


Рис. 2. Построение набора фильтров на основе вторичной дискретизации

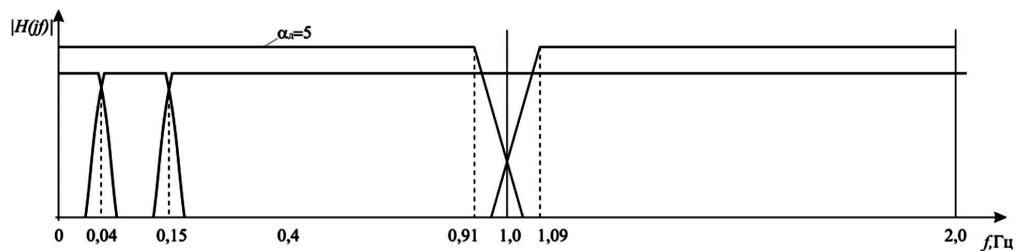


Рис. 3. АЧХ фильтра-дециматора при одноступенчатой реализации

Таким образом, применение одноступенчатой реализации ФД предварительной обработки позволяет уменьшить вычислительные затраты приблизительно в 30 тысяч раз (!) и память данных и программ в 20 раз.

Сравнительная оценка вычислительных затрат на реализацию ФД и последующего набора фильтров анализа ВРС показала, что наибольшие затраты связаны с реализацией ФД (на порядок больше затрат на реализацию набора фильтров анализа). Поэтому ставится задача минимизации затрат на реализацию ФД путем перехода к многоступенчатой реализации [11].

В многоступенчатой структуре ФД содержит две и более ступеней преобразования. Частота дискретизации на выходе  $i$ -й ступени  $f_{квi} = f_{квi-1} / v_i = f_{кв1} / v_i \prod_{j=1}^i v_j$ . Если число ступеней  $m$  и значения коэффициентов прореживания  $v_i$ , где  $i = \overline{1, m}$ , на каждой  $i$ -й ступени заданы, то порядки ФД могут быть рассчитаны по формуле [11]:

$$N_i = \alpha_i \cdot \beta_i \cdot L\left(\frac{\varepsilon_{100n}}{2^{m+1}}, \varepsilon_{200n}\right) = \frac{\beta \cdot v_i}{\beta - 2 \prod_{j=1}^i v_j} L\left(\frac{\varepsilon_{100n}}{m+1}, \varepsilon_{200n}\right), \quad (4)$$

при этом  $\prod_{j=1}^m v_j = v = 500$ .

Порядок фильтров анализа ВРС, работающих на пониженной в  $v = 500$  частоте дискретизации  $f_{квm} = f_{кв1} / v$ , рассчитывается по формуле:

$$N_0 = N_{НЧ} = N_{ПФ} = N_{ВЧ} = \alpha \cdot \frac{\beta}{v} \cdot L\left(\frac{\varepsilon_{100n}}{m+1}, \varepsilon_{200n}\right). \quad (5)$$

Выражение для оценки общих вычислительных затрат в единицу времени (в секунду) для  $m$ -ступенчатой структуры узкополосного фильтра принимает вид:

$$R_T = \left( \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{i} + \frac{3N_0}{v} \right) \cdot f_{кв1}. \quad (6)$$

Коэффициенты прореживания  $m$ -ступенчатого оптимизированного ФД, согласно [11], удовлетворяют условию:

$$v_j > v_{j+1} > \dots > v_m. \quad (7)$$

При этом требуемая емкость памяти данных и коэффициентов может быть рассчитана по формулам:

$$S = \sum_{j=1}^m N_j + N_0; \quad Q = \sum_{j=1}^m N_j + 3N_0. \quad (8)$$

Из [11] известно, что при оптимизированных вычислениях наибольший «прирост» выигрыша по эффективности достигается в двухступенчатой структуре ( $m = 1$ ) и чуть меньший – при переходе от двухступенчатой к трёх- и четырёхступенчатой структурам. Это справедливо для достаточно больших значений коэффициента прореживания  $v$ . Учитывая, что коэффициенты прореживания  $v_i$  на каждой  $i$ -й ступени принимают целочисленные значения, а также отвечают условию (7), поиск оптимального распределения коэффициентов можно выполнить, используя перебор всех допустимых сочетаний коэффициентов.

Вычисления произведены при помощи программы Mathcad и для наглядности сведены в табл. 1 (число ступеней  $m = 2$ ) и табл. 2 (число ступеней  $m = 3$ ).

При расчете суммарных вычислительных затрат  $R_T$  и емкости памяти данных  $S$ , в соответствии с (6) и (8), учитывалось, что  $N_0 = 914$  ячеек при  $m = 2$  и  $N_0 = 984$  при  $m = 3$ .

Для сравнения, приведенные вычислительные затраты на двухступенчатую реализацию набора фильтров ( $m = 1$ ) составляют:  $R_T = 42000$  умн. в сек. и требуют  $S = 19333$  ячейки памяти данных.

Принятые оптимальные значения коэффициентов прореживания  $v_1 = 50$  и  $v_2 = 10$ , полученные для трёхступенчатой структуры ( $m = 2$ ), выделены в табл. 1 звездочкой. Таким образом, методом перебора всех сочетаний коэффициентов было определено, что переход к трёхступенчатой структуре даёт заметный выигрыш по минимизации вычислительных затрат и памяти данных для проектируемой структуры (более 4-х раз по числу операций умножения и 12,8 раз по числу ячеек памяти данных). В тоже время использование трех ступеней ФД ( $m = 3$ ) не дает заметного выигрыша по отношению к его оптимальной двухступенчатой структуре ( $m = 2$ ).

Таблица 1.

$v_1$	$v_2$	$N_1$	$N_2$	$R_T(v_1, v_2)$ умн. в сек.	$S(v_1, v_2)$ ячеек памяти
250	2	1750	80	12640	2744
125	4	600	160	10600	1674
100	5	500	200	10480	1614
50*	10*	200	400	10280*	1514*
25	20	100	800	11080	1814
20	25	80	1000	11480	1994

Таблица 2.

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$R_T(v_1, v_2, v_3)$ умн. в сек.	$S(v_1, v_2, v_3)$ ячеек памяти
125	2	2	625	14	86	10708	1709
50	5	2	200	35	86	9792*	1305
25	5	4	100	25	172	10024	1281*
20	5	5	80	25	215	10160	1304
10	10	5	40	50	215	10410	1289
10	5	10	40	20	430	10740	1474

## Моделирование в среде MATLAB

На рис. 4 представлена оптимальная трехступенчатая структура набора фильтров анализа ВСР с предварительной децимацией. Моделирование предполагает построение АЧХ фильтров-дециматоров ФД<sub>1</sub> (рис. 5) и ФД<sub>2</sub> (рис. 6), а также фильтров анализа ВСР, работающих в реальном времени на частоте дискретизации, равной 2 Гц (рис. 7-9).

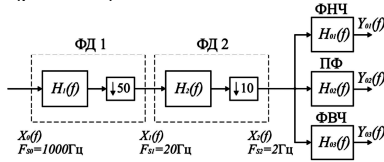


Рис. 4. Оптимальная трехступенчатая структура набора фильтров анализа ВСР с предварительной децимацией

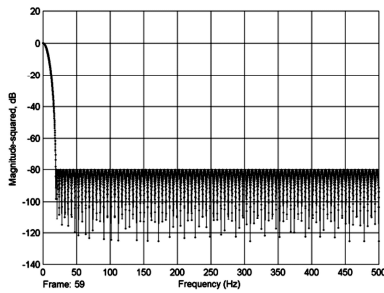


Рис. 5. АЧХ первого фильтра-дециматора

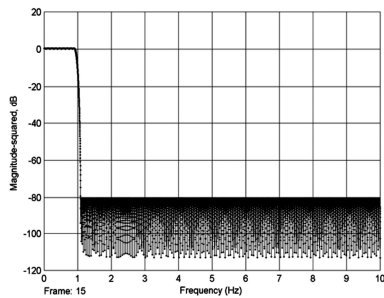


Рис. 6. АЧХ второго фильтра-дециматора

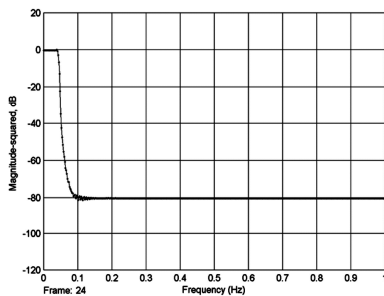


Рис. 7. АЧХ низкочастотного фильтра анализа ВСР

## Заключение

В статье проведена оптимизация параметров разработанной в работах [8, 9] многоступенчатой структуры понижения частоты дискретизации с применением многоскоростной обработки сигналов на предмет выделения волновых периодических составляющих сердечного ритма. На основе методики оптимального проектирования многоступенчатых структур расчетным путём определено, что переход к трёхступенчатой структуре понижения частоты дискретизации даёт максимальный выигрыш по критерию минимума вычислительных затрат и емкости памяти данных и коэффициентов.

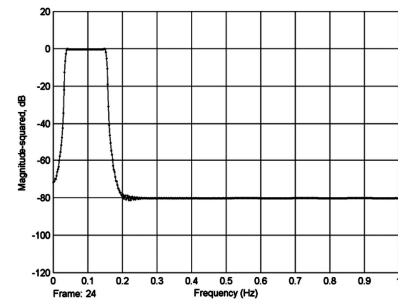


Рис. 8. АЧХ полосового фильтра анализа ВСР

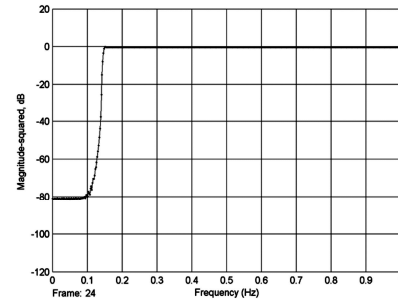


Рис. 9. АЧХ высокочастотного фильтра анализа ВСР

## Литература

1. Баевский Р.М., Иванов Г.Г. Вариабельность сердечного ритма: теического применения. М.: Медицина. 2000. 295 с.
2. Жемайтие Д., Воронцак Г., Соколов Е.И. Взаимодействие парасимпатического и симпатического отделов ВНС в регуляции сердечного ритма // Физиология человека. 1985. Т. 11. №3. С. 448 – 450.
3. Баевский Р.М., Берсенева А.П. Оценка адапционных возможностей организма и риск заболеваний. М.: Медицина. 1997. 265 с.
4. Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука. 1984. 225-с.
5. Вариабельность сердечного ритма: Теоретические аспекты и практическое применение // Тез. докл. V всерос. симп. / отв. ред. Н.И. Шлык, Р.М. Баевский; Ижевск: «Удмуртский университет», 2011. - 597 с.
6. Вариабельность сердечного ритма: Теоретические аспекты и практическое применение // Тез. докл. IV всерос. симп. / отв. ред. Н.И. Шлык, Р.М. Баевский; УдГУ. Ижевск, 2008. - 344 с.
7. Task Force of the European Society of Cardiology and North American Society of Pacing and Electrophysiology. Heart rate variability. Standards of measurement, physio-logical interpretation and clinical use// Circulation. 1996. V. 93(5). P.1043-1065.
8. Vityazeva, T.A., Melnik, O.V., Mikheev, A.A. Multirate processing for the heart rate variability analysis. Embedded Computing (MECO), 2014 3rd Mediterranean Conference on, Publication Year: 2014, Page(s): 282 – 284.
9. Витязева Т.А., Михеев А.А. Применение многоскоростной обработки сигналов в задачах анализа вариабельности сердечного ритма // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 3 (выпуск 49). С. 14-21.
10. Патент РФ 2440023. Способ выявления периодических составляющих в ритме сердца. Л.В. Демина, О.В. Мельник, А.А. Михеев // Опубл. 20.01.2012. Бюллетень № 2.
11. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.: ил.

УДК 004.032.26

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНЫХ КАРТ КОХОНЕНА С ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ РЕШЕТКОЙ

*Шадрин А.В., научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт космофизических исследований и распространения радиоволн» Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИКИР ДВО РАН), e-mail: SugerMas@yandex.ru.*

### VISUALIZATION OF THREE-DIMENSIONAL KOHONEN SELF-ORGANIZING MAPS WITH HEXAGONAL GRID

*Shadrin A.V., scientific officer of laboratory of acoustical research, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, e-mail: SugerMas@yandex.ru.*

*Methods for visualization of Kohonen self-organizing maps, which are widely applied for multidimensional data analysis and visualization, are considered. A technique for visualization of three-dimensional maps with hexagonal grids is suggested. It is based on the estimation of unified distance matrix (U-matrix). In comparison to the present methods for three-dimensional map presentation, the suggested technique for visualization analyses the data applying architectures with rectangular and hexagonal grids.*

**Key words:** visualization, hexagonal grid, two-dimensional Kohonen self-organizing maps, clusterization, multidimensional data, rectangular grid, three-dimensional Kohonen self-organizing maps, unified distance matrix, U-arrays, U-matrix.

**Ключевые слова:** визуализация, гексагональная решетка, двумерные самоорганизующиеся карты Кохонена, кластеризация, многомерные данные, прямоугольная решетка, трехмерные самоорганизующиеся карты Кохонена, унифицированная матрица расстояний, U-arrays, U-matrix.

#### Введение

Одним из популярных классов искусственных нейронных сетей, реализующих принцип обучения без учителя, являются самоорганизующиеся карты Кохонена. Сети данного класса с успехом используются при решении разнообразных прикладных задач. Они приняты как одно из важных средств анализа в целом ряде областей науки и техники, в числе которых статистика, обработка сигналов, теория управления, финансовый анализ, экспериментальная физика, химия, медицина. С помощью самоорганизующихся карт эффективно решаются такие традиционно трудные задачи, как визуализация многомерных данных, выделение признаков и классификация для визуальных и акустических образов, адаптивное управление роботами и т.п.[1].

Искусственная сеть этого типа состоит из нейронов, которые находятся в узлах прямоугольной или гексагональной решетки. Нейроны в ходе конкурентного процесса избирательно настраиваются на различные входные данные. Положения настроенных нейронов упорядочиваются по отношению друг к другу так, что на решетке создается значимая система координат. Благодаря этому формируется топографическая карта входных данных, в которой пространственное местоположение нейронов решетки является индикатором встроенных статистических признаков, содержащихся во входных примерах [2]. Полученная карта позволяет отобразить наличие или отсутствие кластерной структуры в данных, количество

*Рассмотрены способы визуализации самоорганизующихся карт Кохонена, которые нашли широкое применение в анализе и визуализации многомерных данных. Предложен способ визуализации трехмерных карт с гексагональной решеткой, который основан на вычислении унифицированной матрицы расстояний (U-matrix). В отличие от существующих методик отображения трехмерных карт, предложенный метод визуализации позволяет анализировать данные, используя архитектуры с прямоугольными и гексагональными решетками.*

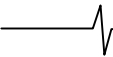
кластеров, законы совместного распределения признаков, зависимости между переменными.

Для задач визуализации многомерных данных широкое распространение получили двумерные сети обоих типов решеток. Трехмерные прямоугольные карты редко применяются из-за сложностей использования. Для трехмерных гексагональных карт методика визуализации не разработана. В данной работе описываются существующие алгоритмы визуализации сетей Кохонена, а так же предлагается алгоритм визуализации трехмерных карт с гексагональной решеткой, позволяющий упростить восприятие и работу с прямоугольными трехмерными картами.

#### Расчет и визуализация U-matrix

Основным инструментом для визуализации самоорганизующихся карт является унифицированная матрица расстояний. Матрица отображает расстояние между нейронами, где наиболее темная окраска соответствует большему расстоянию. Светлые области позволяют объединить нейроны в кластеры, а темные позволяют провести границы между ними [3, 4].

Согласно работам [3, 5], унифицированная матрица для двумерных карт (U-matrix) имеет размерность  $(2n-1) \times (2m-1)$ , где  $n$  – число нейронов по оси  $x$ ,  $m$  – число



нейронов по оси  $y$ . U-matrix включает в себя следующие расстояния между нейронами:  $dx(x,y)$ ,  $dy(x,y)$  и  $dxy(x,y)$ . В зависимости от типа решетки, вычисление расстояния  $dxy(x,y)$  различается. На рис. 1 показаны прямоугольная и гексагональная решетки размерностью  $2 \times 2$ , на сторонах которых указаны расстояния, используемые при вычислении унифицированной матрицы. Исходя из строения решеток, расстояния  $dx$  и  $dy$  для обоих типов решеток вычисляются следующим образом:

$$dx(x,y) = \|b_{x,y} - b_{x+1,y}\| = \sqrt{\sum_i (w_{i,x,y} - w_{i,x+1,y})^2};$$

$$dy(x,y) = \|b_{x,y} - b_{x,y+1}\| = \sqrt{\sum_i (w_{i,x,y} - w_{i,x,y+1})^2};$$

где,  $b_{x,y}$  – позиция нейрона в координате  $x, y$ ,  $w_{i,x,y}$  –  $i$ -й элемент весового коэффициента нейрона  $b_{x,y}$ ,  $\|\bullet\|$  – Евклидово расстояние.

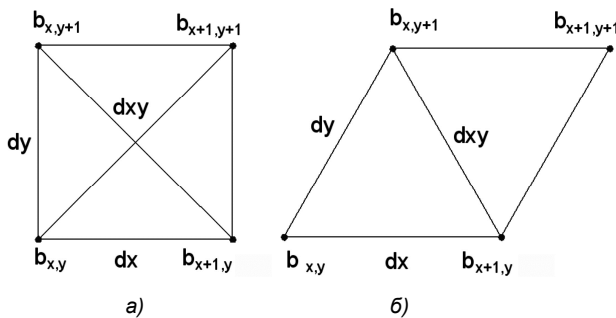


Рис. 1. Особенности вычисления U-matrix двумерных карт:  
а) для прямоугольной решетки  
б) для гексагональной решетки

Для прямоугольной решетки расстояние  $dxy(x,y)$  вычисляется по следующей формуле:

$$dxy(x,y) = \frac{1}{2} \left( \frac{\|b_{x,y} - b_{x+1,y+1}\|}{\sqrt{2}} + \frac{\|b_{x,y+1} - b_{x+1,y}\|}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\sum_i (w_{i,x,y} - w_{i,x+1,y+1})^2} + \sqrt{\sum_i (w_{i,x,y+1} - w_{i,x+1,y})^2} \right];$$

для гексагональной:

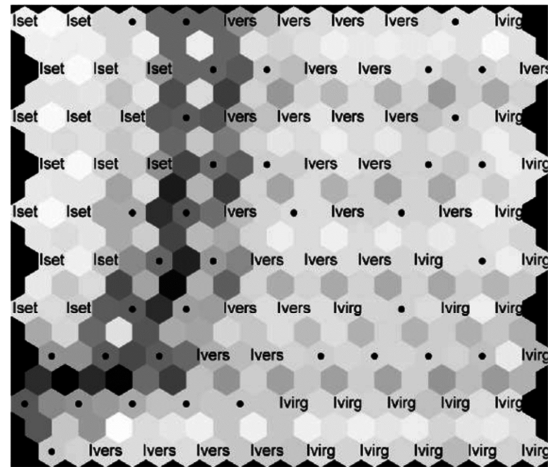
$$dxy(x,y) = \|b_{x,y+1} - b_{x+1,y}\| = \sqrt{\sum_i (w_{i,x,y+1} - w_{i,x+1,y})^2};$$

Элементы унифицированной матрицы в узлах решетки карты вычисляются с помощью усреднения (или вычисления медианы) расстояний, окружающих данный узел.

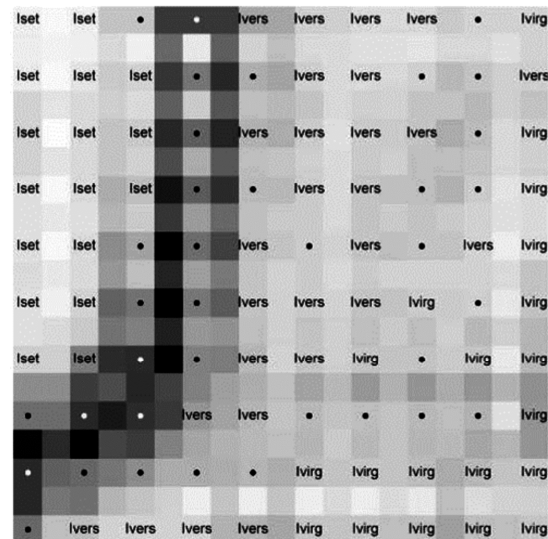
Отображение унифицированной матрицы имеет вид 3-х мерного изображения, на плоскости третья координата представляют цветом. Для гексагональной решетки каждый элемент матрицы принято отображать шестиугольником, в прямоугольной – прямоугольником.

На рис. 2 [6] изображены унифицированные матрицы с двумерной гексагональной и прямоугольной решетками. Точками и метками показаны узлы карты. На карты спроецированы данные, известные под названием «Iris data set», в которых содержится информация о трех классах цветов (Iris setosa, Iris versicolor и Iris virginica). По раскраске карты можно сделать вывод о

том, что класс «Iris setosa» хорошо пространственно отделен от двух других классов.



а)



б)

Рис. 2. U-matrix с маркировкой: а) гексагональная решетка; б) прямоугольная решетка

### Расчет и визуализация U-array для карт с прямоугольной решеткой

Рассмотрим самоорганизующиеся карты с трехмерной решеткой. Обычно для визуализации данных используют двумерные карты. Но, как правило, при отображении данных высокой размерности в пространство меньшего размера происходит потеря топологических отношений, и часто эта информация может быть весьма полезной [5], поэтому визуализация трехмерных карт Кохонена заслуживает внимания.

U-аггау является расширением U-matrix для трехмерных карт [5]. Этот массив будет иметь размерность  $(2n-1) \times (2m-1) \times (2p-1)$ , где  $p$ -число нейронов по оси  $z$ . U-аггау включает в себя дополнительные дистанции:  $dz(x,y,z)$ ,  $dxz(x,y,z)$ ,  $dyz(x,y,z)$  и  $dxyz(x,y,z)$ . Расстояние  $dz(x,y,z)$  рассчитывается аналогично расстояниям  $dx(x,y)$  и  $dy(x,y)$ . Расстояния  $dxz(x,y,z)$  и  $dyz(x,y,z)$  рассчитываются таким же способом, как и расстояние  $dxy(x,y)$ . Расстояние  $dxyz(x,y,z)$  предлагается рассчитывать по следующей формуле:



$$\begin{aligned}
 dxyz(x, y, z) &= \frac{1}{4} \left( \frac{\|b_{x,y,z} - b_{x+1,y+1,z+1}\|}{\sqrt{3}} + \right. \\
 &+ \frac{\|b_{x+1,y,z} - b_{x,y+1,z+1}\|}{\sqrt{3}} + \frac{\|b_{x+1,y+1,z} - b_{x,y,z+1}\|}{\sqrt{3}} + \\
 &+ \left. \frac{\|b_{x,y+1,z} - b_{x+1,y,z+1}\|}{\sqrt{3}} \right) = \\
 &= \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[ \sqrt{\sum_i (w_{i_{x,y,z}} - w_{i_{x+1,y+1,z+1}})^2} + \right. \\
 &+ \sqrt{\sum_i (w_{i_{x+1,y,z}} - w_{i_{x,y+1,z+1}})^2} + \\
 &+ \sqrt{\sum_i (w_{i_{x+1,y+1,z}} - w_{i_{x,y,z+1}})^2} + \\
 &+ \left. \sqrt{\sum_i (w_{i_{x,y+1,z}} - w_{i_{x+1,y,z+1}})^2} \right].
 \end{aligned}$$

На рис. 3 показана трехмерная прямоугольная карта размерностью 2x2x2 с указанными расстояниями, которые используются при вычислении U-аггау.

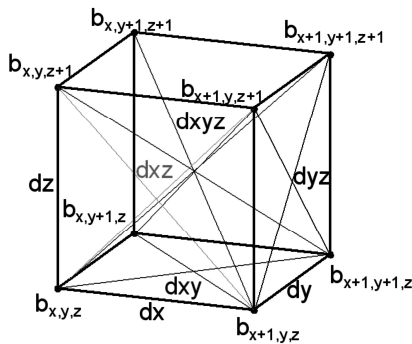


Рис 3. Особенности вычисления U-аггау для прямоугольных решеток

U-аггау самоорганизующейся карты с прямоугольной решеткой состоит из упорядоченного набора данных в виде куба. Благодаря этому массив расстояний можно представить в пространстве в виде набора кубов, которые окрашены соответственно расстоянию. Для примера, спроецируем синтезированные данные, которые имеют форму двух переплетенных трехмерных колец. Одно из колец проходит в направлении *xy*, а другое проходит в направлении *xz*. Данные показаны на рис. 4.

На рис. 5 [5] изображен U-аггау самоорганизующейся карты размерностью 8x8x8, в котором выделено два кластера. На верхней части рисунка изображено объемное трехмерное изображение унифицированной матрицы, где белым цветом изображены кластеры, а черным – граница между ними. В нижней части рисунка показано 15 срезов матрицы вдоль оси Z. На срезах снизу вверх отображено изменение положения кластеров и их границы в пространстве. Как видно из рисунка, имеющиеся кластеры имеют сложную объемную форму, нелегкую к восприятию. В сравнение с двумерными картами, визуальный анализ трудоемок и сложен для выявления внутренних особенностей. По этой причине необходимо прибегать к автоматическим средствам кластеризации карты.

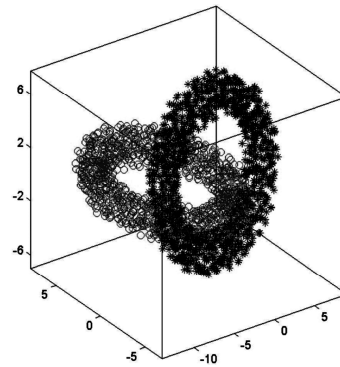


Рис. 4. Синтезированные данные

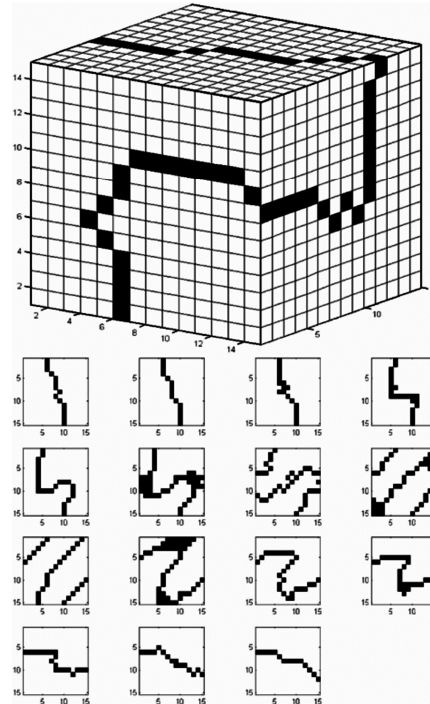


Рис. 5. Пример визуализации трехмерной карты с прямоугольной решеткой

### Расчет и визуализация U-аггау для карт с гексагональной решеткой

На сегодняшний день, трехмерные карты с гексагональной решеткой не получили применения. Это связано с более сложной структурой трехмерной гексагональной решетки, у которой вычисление U-аггау будет значительно отличаться. Для визуализации гексагональной решетки в пространстве потребуется сложная объемная геометрическая фигура, которая еще сильнее затруднит визуальное восприятие самоорганизующейся карты. По этим причинам методики визуализации такого типа карт нет. Для решения этих проблем автор предлагает следующую методику визуализации трехмерных гексагональных решеток.

Покажем особенности вычисления U-аггау. Для этого воспользуемся гексагональной решеткой размерностью 2x3x2, изображенной на рис. 6.

Как видно из рисунка, решетка не только нерегулярна в пространстве, но и имеет периодические изменения в строении. Вычисление дистанций для унифицированной матрицы можно представить в виде системы формул.

Для наилучшего понимания разобьем систему на части. Первая часть отвечает за вычисление дистанций между нейронами, которые находятся на одной позиции по оси  $z$ . Формулы представленной ниже будет достаточно для вычисления дистанций между нейронами для двумерных гексагональных карт.

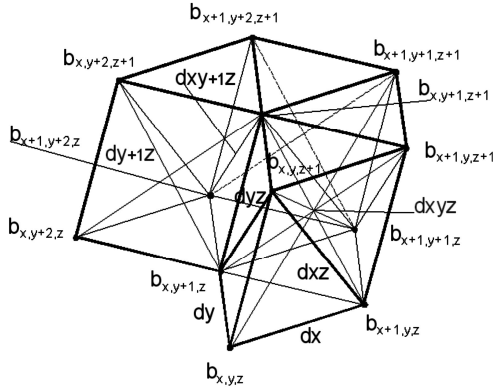


Рис. 6. Особенности вычисления  $U$ -array для гексагональных решеток

$$U_{x,y,z} = \begin{cases} U_{2i,2j-1,2k-1} = \|b_{i,j,k} - b_{i+1,j,k}\|; \\ \text{при } i < n \\ U_{2i-1,2j,2k-1} = \|b_{i,j,k} - b_{i,j+1,k}\|; \\ \text{при } j < m \\ U_{2i,2j,2k-1} = \|b_{i,j,k} - b_{i+1,j+1,k}\|; \\ \text{при } i < n, j < m, 2j < 2m-1, j \in 2N \\ U_{2i-2,2j,2k-1} = \|b_{i,j,k} - b_{i-1,j+1,k}\|; \end{cases}$$

где  $i \in [1, n], j \in [1, m], k \in [1, p]$ .

Эта формула позволяет вычислить такие дистанции  $dx, dy, dxz$ , показанные на рис. 6. Дистанции между нейронами  $dxz, dxy+1z, dyz$ , указанные на рис. 6, позволяет рассчитать следующая формула:

$$U_{x,y,z} = \begin{cases} U_{2i-1,2j-1,2k} = \|b_{i,j,k} - b_{i,j,k+1}\|; \\ \text{при } k < p, 2i-1 \in 2N-1, 2j-1 \in 2N-1 \\ U_{2i-2,2j-1,2k} = \|b_{i,j,k} - b_{i-1,j,k+1}\|; \\ \text{при } k < p, k \in 2N-1 \\ U_{2i,2j-1,2k} = \|b_{i,j,k} - b_{i+1,j,k+1}\|; \\ \text{при } i < n, k < p, k \in 2N, 2j-1 \in 2N-1 \\ U_{2i-1,2j,2k-2} = \|b_{i,j,k} - b_{i,j+1,k-1}\|; \\ \text{при } k > 1, k < p, j < m, k \in 2N, j \in 2N-1 \\ U_{2i-1,2j,2k} = \|b_{i,j,k} - b_{i,j+1,k+1}\|; \\ \text{при } k > 1, k < p, j < m, k \in 2N, j \in 2N-1 \\ U_{2i,2j,2k} = \|b_{i,j,k} - b_{i+1,j+1,k+1}\|; \\ \text{при } j < m, 2k < 2p-1, 2i < 2n-1, j \in 2N, k \in 2N \\ U_{2i,2j,2k-2} = \|b_{i,j,k} - b_{i+1,j+1,k-1}\|; \\ \text{при } j < m, 2k < 2p-1, 2i < 2n-1, j \in 2N, k \in 2N \end{cases}$$

где  $i \in [1, n], j \in [1, m], k \in [1, p]$ , дистанция  $dxz$  вычисляется по следующей формуле:

$$U_{x,y,z} = \begin{cases} U_{2i,2j,2k} = \frac{1}{4} \left( \frac{\|b_{i,j,k} - b_{i+1,j+1,k+1}\|}{\sqrt{3}} + \frac{\|b_{i,j,k+1} - b_{i+1,j+1,k}\|}{\sqrt{3}} + \frac{\|b_{i,j+1,k} - b_{i+1,j,k+1}\|}{\sqrt{3}} + \frac{\|b_{i,j+1,k+1} - b_{i+1,j,k}\|}{\sqrt{3}} \right) \\ \text{при } 2i < 2n-1, j < 2m-1, k < 2p-1, j \in 2N-1 \end{cases}$$

где  $i \in [1, n], j \in [1, m], k \in [1, p]$

Расчет дистанции  $dy+1z$  производится по ниже приведенной формуле:

$$U_{x,y,z} = \begin{cases} U_{2i-1,2j,2k} = \frac{1}{2} \left( \frac{\|b_{i,j,k} - b_{i,j+1,k+1}\|}{\sqrt{2}} + \frac{\|b_{i,j+1,k} - b_{i,j,k+1}\|}{\sqrt{2}} \right) \\ \text{при } j < m, 2k < 2p-1, j \in 2N \end{cases}$$

где  $i \in [1, n], j \in [1, m], k \in [1, p]$

Вычисление элементов унифицированного массива, совпадающих с узлами решетки, вычисляется методом усреднения или вычисления медианы соседних дистанций.

Визуализировать унифицированный массив для трехмерной гексагональной решетки, используя объемные фигуры, как при отображении прямоугольной решетки, достаточно сложно. Решением этой задачи может быть следующий способ отображения  $U$ -аггау.

1. Создается регулярная сеть в трехмерном пространстве, расположение которой совпадает с пространственным расположением унифицированной матрицы. Размерность регулярной сети должна превышать размерность матрицы. Отметим, что для карт Кохонена с прямоугольной решеткой унифицированная матрица изначально является регулярной, поэтому создание новой сетки необходимо только для более «гладкого» отображения.

2. Используя алгоритм взвешивания обратно расстоянию (inverse distance weighted), интерполировать нерегулярные данные унифицированного массива в созданную регулярную сеть. Интерполяция происходит по следующим формулам [7]:

$$u(x) = \frac{\sum_{k=0}^T \omega_k(x) u_k}{\sum_{k=0}^T \omega_k(x)}; \quad \omega_k(x) = \frac{1}{d(x, x_k)^p}.$$

где  $u(x)$  – интерполированные значения для точек  $x$ ,  $x$  – интерполированные точки,  $x_k$  – исходные точки данных,  $d(x, x_k)$  – функция расстояния между точками  $x$  и  $x_k$ ,  $T$  – общее количество точек,  $p$  – положительное реальное число, задается опционально (при  $0 < p < 1$  –  $u(x)$  имеет сглаженные пики над интерполируемыми точками  $x_k$ , при  $p > 1$  пики становятся острее). Суще-

ствуют и другие методы интерполяции, такие как линейный алгоритм, метод Крайкинга и т.п., которые можно использовать при расчетах.

3. Интерполированная матрица отображается в виде сечений и изоповерхностей трехмерных объемных данных.

Полученное отображение карты позволяет детально изучать унифицированный массив, а проведенные в пространстве границы кластеров с использованием изоповерхностей, наглядно рассматривать их распределение.

На рис. 7 показан пример отображения унифицированного массива карты размерностью  $3 \times 3 \times 3$  для данных, имеющих форму двух переплетенных трехмерных колец (рис. 4). Точками показаны ее элементы. Изоповерхности отображают области, в которые попадают нейроны, близкие друг к другу в исходном пространстве. Разрезы по осям X, Y, Z отображают содержимое матрицы.

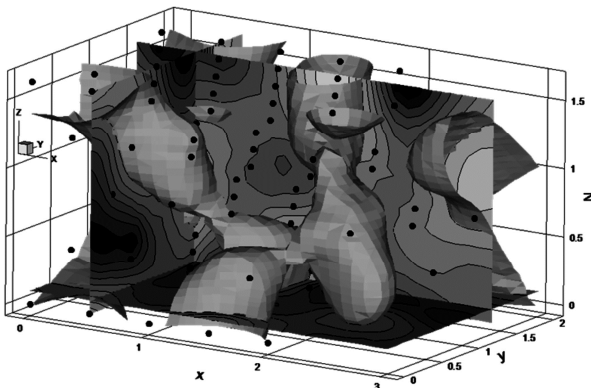


Рис. 7. Пример U-array

На рис. 8 изображены два кластера, образованные изоповерхностями, для гексагональной карты Кохонена размерностью  $3 \times 3 \times 3$ , в которую спроецированы данные, показанные на рис. 4. Точками отображены нейроны карты, попадающие каждый в свой кластер, изоповерхностями показаны области кластеров в пространстве.

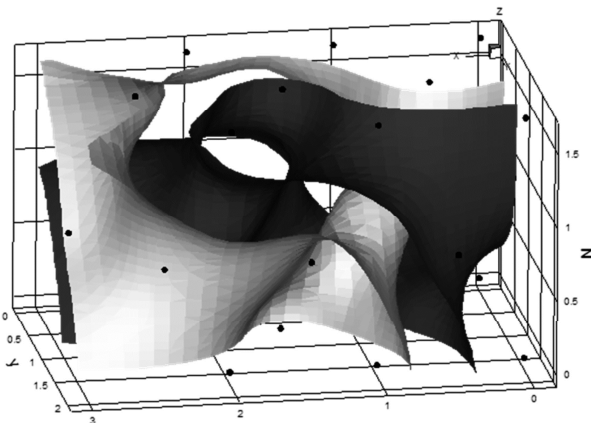


Рис. 8. Пример отображения кластеров трехмерной карты

Для больших размерностей трехмерных карт Кохонена ручная кластеризация – рутинное и сложное дело, поэтому предлагается разбивать карту на кластеры автоматически на основе анализа унифицированной матрицы. При автоматическом анализе необходимо определиться с порогом, значение которого можно экспериментально подобрать в

зависимости от желаемого числа кластеров. Затем анализируются связанные друг с другом нейроны, расстояния между которыми содержатся в унифицированной матрице. Если расстояние между ними превышает определенный порог, то нейроны попадают в разные кластеры, в противном случае – в один.

К сожалению, разбиение по такому алгоритму не всегда дает равномерное распределение на кластеры. Для решения этой проблемы существует два подхода в кластеризации данных: иерархический и разделительный. Первый позволяет построить иерархическое кластерное дерево. Второй дает возможность разделить данные на определенное число кластеров, минимизируя определенные критерии или функции ошибок. Более подробно с алгоритмами этих подходов можно ознакомиться в работе [8].

Стоит отметить, что такой способ визуализации позволяет визуализировать не только U-array, но и компонентные составляющие карты. Часто эти составляющие называют картой входов. Для двумерной карты компонентные составляющие называют component plane [9].

## Заключение

Таким образом, автором предложена методика, которая дает возможность использовать трехмерные гексагональные карты Кохонена для визуализации многомерных данных. Этот метод расширяет инструментарий исследователя, позволяя наглядно и просто визуализировать многомерные данные в пространстве трехмерных карт Кохонена с прямоугольной и гексагональной архитектурой.

## Литература

1. Kohonen, Teuvo Self-organizing maps 3.ed. - Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Singapore; Tokyo: Springer, 2001.
2. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006
3. Ultsch A. and Siemon H.P. Kohonen's self organizing feature maps for exploratory data analysis. In Proc. INNC'90, Int. Neural Network Conf., pages 305-308, Dordrecht, Netherlands, 1990. Kluwer.
4. Остроухов И., Панфилов П. Нейросети: карты Кохонена. [www.tora-centre.ru/library/ns/spekulant03.htm](http://www.tora-centre.ru/library/ns/spekulant03.htm)
5. COSTA, José Alfredo Ferreira e ANDRADE NETTO, Márcio Luiz de. Segmentação de mapas auto-organizáveis com espaço de saída 3-D. Sba Controle & Automação. 2007, vol.18, n.2, pp. 150-162.
6. Зиновьев А.Ю. Визуализация многомерных данных. – Красноярск: Изд-во КГТУ, 2000. – 168 с.
7. [www.en.wikipedia.org/wiki/inverse\\_distance\\_weighting](http://www.en.wikipedia.org/wiki/inverse_distance_weighting)
8. Vesanto, J. and Alhoniemi, E. (2000). Clustering of the Self-Organizing Map, IEEE Trans. on Neural Networks, v. 11, (3), pp. 586-602.
9. Дебок Г., Кохонен Т., Анализ финансовых данных с помощью самоорганизующихся карт/ пер. с англ. – М.: Издательский дом «Альпина», 2001, 317 стр.

## ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ ОТ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ШУМА В ПРОЕКЦИОННЫХ ДАННЫХ

*Лихачёв А.В., д.т.н., с.н.с. Института автоматики и электрометрии СО РАН, e-mail: ipm1@iae.nsk.su;  
Шибалева Ю.А., магистрант Новосибирского государственного технического университета.*

### DEPENDENCE OF TOMOGRAPHY RECONSTRUCTION ACCURACY ON NOISE CORRELATION FUNCTION INVOLVED IN PROJECTION DATA

*Likhachov A.V., Shibaeva Y.A.*

*The tomography from the data containing additive random noise with different statistical properties is investigated. Assuming the stationary, we have derived the relation between the correlation functions of the noise before and after ramp-filtering of one-dimensional projections. Gaussian noise is obtained from the computations to provide the lowest dispersion after filtering among the considered signals. The numerical simulations show the error of reconstruction decreases with increasing width of the correlation function. Within the selected range it has dropped four times.*

**Key words:** Two-dimensional tomography, correlation function of noise, projection data smoothing.

**Ключевые слова:** двумерная томография, корреляционная функция шума, сглаживание проекционных данных вычислитель.

#### Введение

Среди большого разнообразия неразрушающих методов изучения внутренней структуры объектов важную роль играет рентгеновская томография [1–4]. Общая схема томографического исследования состоит в следующем. Образец помещается между источником и системой детектирования, которая регистрирует интенсивность прошедшего через него излучения. Вращательное движение элементов оборудования обеспечивает обзор с различных направлений. По измеренным данным специальными алгоритмами, реализованными на компьютере, восстанавливается распределение коэффициента ослабления рентгеновского излучения. Эта процедура называется томографической реконструкцией.

Различают двумерные и трёхмерные схемы сканирования. В двумерном случае, представленном на рис. 1, источник коллимируется таким образом, что излучение проходит сквозь тонкий слой объекта. При этом в результате реконструкции получается изображение рассматриваемого сечения, которое также называется томограммой. В параллельной схеме, см. рис. 1,а имеется одна остронаправленная рентгеновская трубка и один детектор, которые синхронно передвигаются вдоль рамы. Измерения проводятся для большого количества положений трубки (от сотни до нескольких тысяч), затем рама поворачивается на небольшой угол, обычно менее чем  $1^\circ$ , и измерения повторяются. На рис. 1,б приведена веерная геометрия сбора данных. Здесь трубка излучает широкий расходящийся пучок, направленный на линейку детекторов. Система вращается вокруг пациента. Подробно двумерные схемы регистрации описаны, например, в [1].

*Исследуется томография по данным, содержащим аддитивные случайные помехи с различными статистическими свойствами. В предположении стационарности получено соотношение, связывающее корреляционные функции шума до и после ramp-фильтрации одномерных проекций. Расчёты показали, что среди рассмотренных сигналов наименьшую дисперсию после фильтрации даёт гауссовский шум. Путём вычислительного эксперимента установлено, что ошибка реконструкции уменьшается с ростом ширины корреляционной функции. В пределах выбранного диапазона она упала в четыре раза.*

Одной из основных математических моделей, используемых в современной рентгеновской томографии, является лучевое приближение, согласно которому интенсивность излучения  $I$ , зарегистрированная детектором, определяется следующим уравнением [1]:

$$I = I_0 \exp \left( - \int_S^D g(\vec{r}(l)) dl \right). \quad (1)$$

Здесь  $I_0$  – интенсивность источника,  $g(\vec{r})$  – распределение коэффициента ослабления проникающего излучения в среде,  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки. Интегрирование в (1) ведётся по отрезку, соединяющему источник и детектор, см. рис. 1.

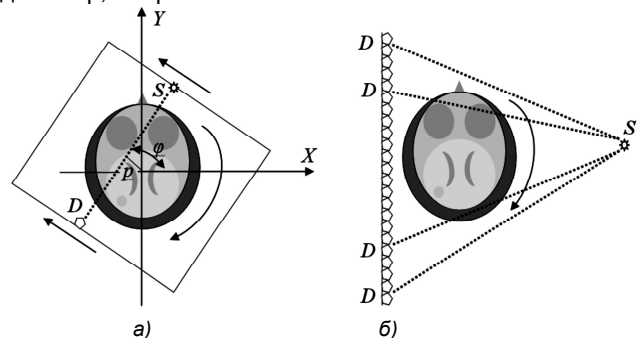


Рис. 1. Двумерные схемы томографического сканирования: а) параллельная; б) веерная

Поделив (1) на  $I_0$  и прологарифмировав, получаем

$$\ln(I_0/I) = \int_S^D g(\vec{r}(l)) dl. \quad (2)$$

В дальнейшем левую часть выражения (2) обозначим как  $f$  и назовем проекционными данными. Из (2) видно, задача томографической реконструкции с математической точки зрения сводится к восстановлению функции по набору интегралов от неё вдоль прямых линий. В случае, когда данные регистрируются в параллельной схеме сканирования (рис. 1,а), реконструкция сводится к численному обращению преобразования Радона [1 – 3]:

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}g)(p, \varphi) &\equiv f(p, \varphi) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} g\left(\sqrt{p^2 + l^2}, \varphi + \arctan\left(\frac{l}{p}\right)\right) dl, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $f(p, \varphi)$  – значение интеграла от  $g(x, y)$  вдоль прямой, которая задаётся параметрами  $p$  и  $\varphi$  – расстоянием до начала координат и углом наклона нормали к оси  $X$ , см. рис. 1,а. Функция  $f_\varphi(p)$ , получающаяся из  $f(p, \varphi)$  если зафиксировать угол  $\varphi$ , называется проекцией.

Известно, что решение уравнения (3) относительно  $g(x, y)$  является некорректно поставленной задачей [4, 5]. Согласно [2], оно может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty |\omega| \tilde{f}(\omega, \varphi) \exp(i\omega(x \cos \varphi + y \sin \varphi)) d\omega d\varphi \end{aligned} \quad (4)$$

В формуле (4) знак «тильда» сверху означает преобразование Фурье по первой переменной. Как видно из (4), в процессе реконструкции Фурье-образ каждой проекции умножается на модуль частоты (в англоязычной литературе такая процедура называется гатр-фильтрация). Это приводит к усилению высокочастотной составляющей шума, всегда присутствующего в сигналах, полученных в результате измерений.

В соответствии с теоремой Винера-Хинчина [6] спектральная плотность мощности  $W(\omega)$  стационарного случайного процесса является преобразованием Фурье от его корреляционной функции  $R(p)$ . Таким образом, последняя может оказывать существенное влияние на качество реконструкции, изучение которого представляет большой практический интерес. Настоящая работа посвящена этой проблеме, поскольку до сих пор ей не было уделено должного внимания. В имеющейся литературе, как правило, при исследовании устойчивости алгоритмов рассматривается единственный вид искажений – белый шум, по определению не имеющий корреляций [3, 5, 7].

### Основы теории томографической реконструкции Дисперсия шума после гатр-фильтрации

Формула обращения (4) служит основой для построения ряда алгоритмов двумерной томографии, отлича-

ющихся друг от друга способом реализации гатр-фильтрации. Поскольку спектры проекций, вообще говоря, неограниченны, возникает задача представления функции  $|\omega|$  при  $\omega \rightarrow \pm\infty$ . Систематическое изложение вопроса можно найти в монографиях [1, 2]. Различные аппроксимации гатр-фильтра предложены и исследованы в работах [8 – 13]. В дальнейшем соответствующие им передаточные функции будут обозначаться через  $\tilde{\Omega}(\omega)$ . Так же как и  $|\omega|$ , они являются чётными, т.е.  $\tilde{\Omega}(\omega) = \tilde{\Omega}(-\omega)$ . Для функций импульсного отклика введём обозначение  $\Omega(p)$ . Поскольку их Фурье-образы вещественные и чётные, функции  $\Omega(p)$  – также чётные.

Применяемые аппроксимации гатр-фильтра имеют ограниченную полосу пропускания, так что  $\tilde{\Omega}(\omega) = 0$  при  $|\omega| > \omega_{\max}$ . Это делается, чтобы ослабить эффект перекрытия спектра в соседних периодах, обусловленный дискретизацией, а также для подавления высокочастотной компоненты шумовой составляющей. Значение частоты  $\omega_{\max}$  выбирается исходя из условий конкретной решаемой задачи [1 – 5].

Примем аддитивную модель, согласно которой каждая имеющаяся проекция представляет собой сумму  $f_\varphi(p) = f_{0,\varphi}(p) + \xi_\varphi(p)$ . Здесь через  $f_{0,\varphi}(p)$  обозначены точные данные, которые были бы зарегистрированы в отсутствие шума, через  $\xi_\varphi(p)$  – случайная функция, математическое ожидание которой в каждой точке равно нулю. Положим, что статистические свойства помех не зависят от направления сканирования. Поэтому далее будем опускать нижний индекс  $\varphi$  в обозначениях.

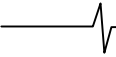
При воздействии на случайный процесс линейного оператора  $T$  его корреляционная функция  $R_\xi(p_1, p_2)$  преобразуется по правилу  $T_1 T_2 R_\xi(p_1, p_2)$ , где выражения  $T_1$  и  $T_2$  означают оператор  $T$ , действующий по переменным  $p_1$  и  $p_2$  соответственно. В рассматриваемом случае линейное преобразование аппроксимирует гатр-фильтрацию, т.е. является свёрткой с функцией  $\Omega(p)$ . Будем считать, что шум стационарный, тогда его корреляционная функция зависит только от разности аргументов. Сначала проведём её преобразование по  $p_2$ :

$$\begin{aligned} T_2 R_\xi(p_1 - p_2) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(p_2 - p') R_\xi(p_1 - p') dp'. \end{aligned} \quad (5)$$

В силу чётности корреляционной функции имеем  $R_\xi(p_1 - p') = R_\xi(p' - p_1)$ . Представляя  $R_\xi(p' - p_1)$  в (5) через преобразование Фурье, с учётом теоремы запаздывания получаем

$$\begin{aligned} T_2 R_\xi(p_1 - p_2) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(p_2 - p') \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(-i\omega p_1) \exp(i\omega p') d\omega \right) dp'. \end{aligned} \quad (6)$$

Заменяем в (6) повторный интеграл кратным и дела-



ем замену переменных  $p'' = -p'$ :

$$T_2 R_\xi(p_1 - p_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(p'' + p_2) \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(-i\omega p_1) \exp(-i\omega p'') d\omega dp'' = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}(\omega) \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(-i\omega p_1) \exp(i\omega p_2) d\omega. \quad (7)$$

Здесь при получении Фурье-образа  $\tilde{\Omega}(\omega)$  вновь была использована теорема запаздывания. Далее проводим фильтрацию (7) по переменной  $p_1$ :

$$T_1 T_2 R_\xi(p_1 - p_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(p_1 - p') \times \left( \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}(\omega) \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(-i\omega p') \exp(i\omega p_2) d\omega \right) dp'. \quad (8)$$

Учитывая, что  $\Omega(p_1 - p') = \Omega(p' - p_1)$ , интегрируем (8) по  $p'$ :

$$T_1 T_2 R_\xi(p_1 - p_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}^2(\omega) \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(-i\omega p_1) \exp(i\omega p_2) d\omega \quad (9)$$

Делаем в (9) замену  $\omega' = -\omega$  и, используя чётность Фурье-образов, получаем

$$R_\xi^F(p) \equiv T_1 T_2 R_\xi(p_1 - p_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}^2(\omega) \tilde{R}_\xi(\omega) \exp(i\omega(p_1 - p_2)) d\omega \quad (10)$$

В (10) за переменной интегрирования сохранено обозначение  $\omega$ .

Математическое ожидание шума в исходных данных равно нулю. Очевидно, что проведённое преобразование проекций этого не изменит. Тогда  $R_\xi^F(p)$  будет также ковариационной функцией и, следовательно, дисперсия после фильтрации равна

$$D_\xi^F = R_\xi^F(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}^2(\omega) \tilde{R}_\xi(\omega) d\omega. \quad (11)$$

Дисперсия характеризует интенсивность централизованного шума, соответственно, степень искажения проекций и в конечном итоге определяет точность томографической реконструкции. Согласно формуле (11) помехи, имеющие различные корреляционные функции, будут приводить к разным значениям  $D_\xi^F$  даже в том случае, если их дисперсия  $D_\xi = R_\xi(0)$  в исходных (не фильтрованных) данных была одинаковой.

### Авторегрессионная фильтрация

Рассмотрим случайную, стационарную, центрированную последовательность  $\{\alpha_i\}$ :  $\dots \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$  с корреляционной функцией  $R_\alpha(i) = D_\alpha \delta_{ij}$ , где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Выполним авторегрессионную фильтрацию

$$\xi_i = \alpha_i - \sum_{k=1}^n c_k \xi_{i-k}. \quad (12)$$

Число  $n$  называется порядком регрессии,  $c_k$  – её коэффициентами. Если  $c_k$  являются решениями системы линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} R_\xi(0) & R_\xi(-h_0) & R_\xi(-2h_0) & \dots & R_\xi(-nh_0) \\ R_\xi(h_0) & R_\xi(0) & R_\xi(-h_0) & \dots & R_\xi(-(n-1)h_0) \\ R_\xi(2h_0) & R_\xi(h_0) & R_\xi(0) & \dots & R_\xi(-(n-2)h_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_\xi(nh_0) & R_\xi((n-1)h_0) & R_\xi((n-2)h_0) & \dots & R_\xi(0) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_\alpha \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

то последовательность  $\{\xi_i\}$  моделирует случайный процесс с корреляционной функцией  $R_\xi$ , см., например, [14]. Матрица системы (13) составлена из значений функции  $R_\xi$  в узлах равномерной сетки с некоторым шагом  $h_0$ .

### Вычислительный эксперимент

#### Моделирование случайных процессов разного типа

Для получения шума определённого вида использовалась авторегрессионная фильтрация. При помощи генератора случайных чисел, встроенного в программное обеспечение компьютера, создавалась последовательность  $\{\alpha_i\}$ , состоящая из 1025 элементов. Каждый имел нормальное распределение с равным нулю математическим ожиданием и единичной дисперсией. Оценка корреляционной функции вычислялась путём усреднения

$$\hat{R}_\alpha(ih) = \frac{1}{1000} \sum_{k=1}^{1000} \alpha_0^{(k)} \alpha_i^{(k)}. \quad (14)$$

Здесь  $h$  – шаг сетки, на которой заданы проекции; индексом  $k$  обозначается номер реализации случайной последовательности. Все корреляционные функции в работе оценивались по формуле (14). Оценка  $\hat{R}_\alpha$ , умноженная на 0.0004 (для масштабирования), приведена на рис. 2, а, кривая 1. Видно, что она достаточно близка к  $\delta_{ij}$ .

Моделировалось три типа стационарных случайных процессов с одинаковой дисперсией  $D_\xi = 0.0004$ . Во-первых, белый шум. Его спектральная плотность мощности, постоянна:  $W_\xi(\omega) = \tilde{R}_\xi(\omega) = D_\xi$ . Поскольку  $\tilde{\Omega}(\omega) = 0$  при  $|\omega| > \omega_{\max}$ , величина  $D_\xi^F$ , определяемая формулой (11), существует и конечна. Во-вторых, гауссовский шум, имеющий характеристики

$$R_{\xi}(p) = D_{\xi} \exp(-\beta^2 p^2),$$

$$W(\omega) = \tilde{R}_{\xi}(\omega) = \frac{D_{\xi}}{\beta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4\beta^2}\right). \quad (15)$$

Он возникает при суммировании статистически независимых белых шумов и, в связи с этим, часто встречается в практических задачах.

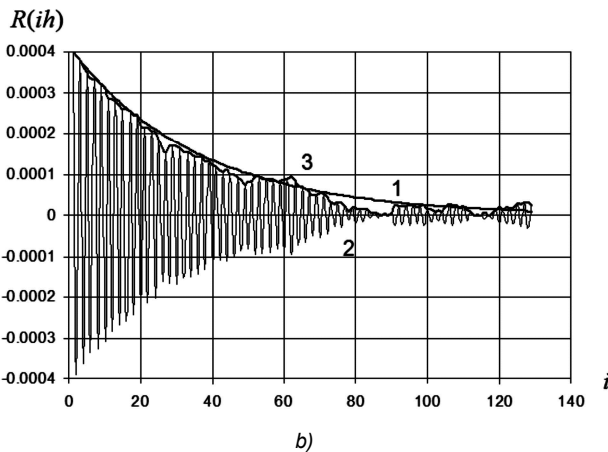
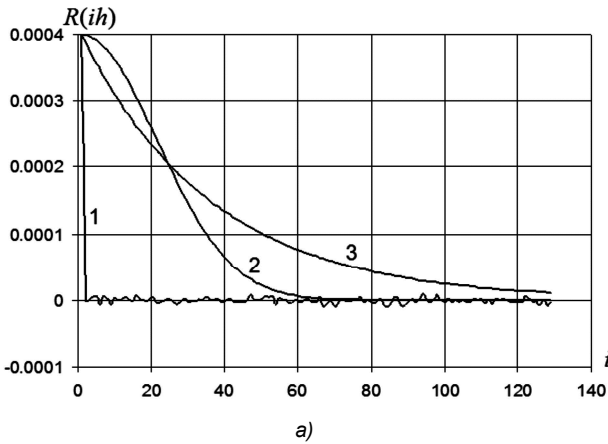


Рис. 2. (а) Кривая 1 – оценка корреляционной функции последовательности, выдаваемой генератором случайных чисел, кривые 2 и 3 – корреляционные функции гауссовского шума и телеграфного сигнала; (б) кривые 1, 2 – корреляционные функции телеграфного сигнала и его авторегрессионной модели, 3 – модуль функции 2

Наконец, в качестве помехи рассматривался так называемый телеграфный сигнал. Он принимает два значения  $\pm \sqrt{D_{\xi}}$ , при этом количество изменений знака в любой промежуток времени распределено по закону Пуассона. Отметим, что в рентгеновской томографии, по сути, регистрируется количество фотонов, которое, как известно, подчиняется пуассоновской статистике при малой интенсивности источника. Для телеграфного сигнала

$$R_{\xi}(p) = D_{\xi} \exp(-\gamma |p|),$$

$$W(\omega) = \tilde{R}_{\xi}(\omega) = \frac{2\gamma D_{\xi}}{\omega^2 + \gamma^2}. \quad (16)$$

Корреляционные функции (15) и (16) приведены на рис. 2,а, кривые 2 и 3. Параметры  $\beta$  и  $\gamma$  подобраны

так, что ширина кривых на полувысоте (обозначается как  $b$ ) равна 25 шагов сетки. Далее для краткости модели описанных выше случайных процессов будут называться шумами типа 1, 2 и 3 соответственно.

Шум типа 1 получался непосредственно из последовательности  $\{\alpha_i\}$  путём умножения каждого её члена на 0.02 (для того чтобы иметь нужное значение  $D_{\xi}$ ). В двух других случаях последовательность  $\{\alpha_i\}$ , пропускалась через фильтр (12), с коэффициентами, вычисленными посредством алгоритма Левинсона [15]. При этом матрица (13) строилась по корреляционным функциям (15) и (16). Применялась авторегрессия от первого до третьего порядка. Результирующая последовательность  $\{\xi_i\}$  нормировалась таким образом, чтобы оценка её дисперсии  $\hat{D}_{\xi} = \hat{R}_{\xi}(0)$  равнялась 0.0004.

О точности моделирования можно судить по рис. 2,б. Кривые 1 и 2 на рис. 2,б – корреляционные функции телеграфного сигнала и его авторегрессионной модели. Видно, что кривая 2 в точках  $2ih$  и  $(2i+1)h$ ,  $i = 0,1,2,\dots$  имеет разные знаки. Поэтому сопоставлять с положительной кривой 1 целесообразно её модуль, который также изображен на рис. 2,б (кривая 3). Для количественного сравнения был выбран следующий критерий

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{1024} (R_{\xi}(ih) - |\hat{R}_{\xi}(ih)|)^2}{\sum_{i=0}^{1024} (R_{\xi}(ih))^2}} \times 100\%. \quad (17)$$

где  $\hat{R}_{\xi}(ih)$  – оценка (14). В проведённом вычислительном эксперименте для гауссовского шума величина  $\delta$  оказалась 10–30% (в зависимости от ширины  $b$ ), а для телеграфного сигнала – 4-20%. В частности, для рис. 2,б имеет место  $\delta = 7.5\%$ .

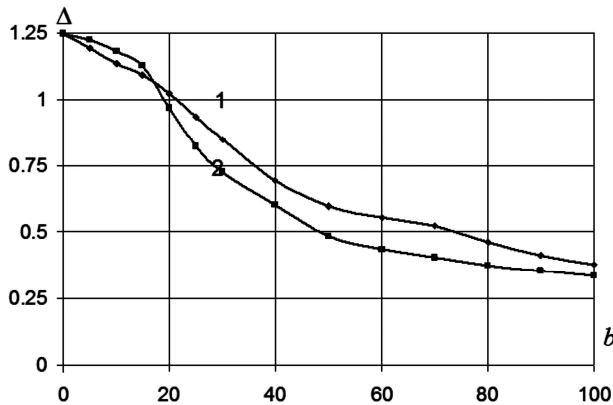
### Реконструкция без предварительной обработки данных

В качестве математического фантома послужила характеристическая функция круга радиусом 0.3 с центром в начале координат. При этом величина  $\sqrt{D_{\xi}} = 0.02$  равнялась приблизительно 3.33% от максимального значения проекции. Благодаря центральной симметрии фантома, корреляционные функции зарегистрированных данных (а не только случайного шума) были одинаковы во всех направлениях сканирования. Областью реконструкции являлся квадрат со стороной 2.0. На нём задавалась сетка 1025×1025 узлов. Ракурсы наблюдения, на каждом из которых было 1025 отсчётов, равномерно распределялись по углу в интервале от 0 до  $\pi$ .

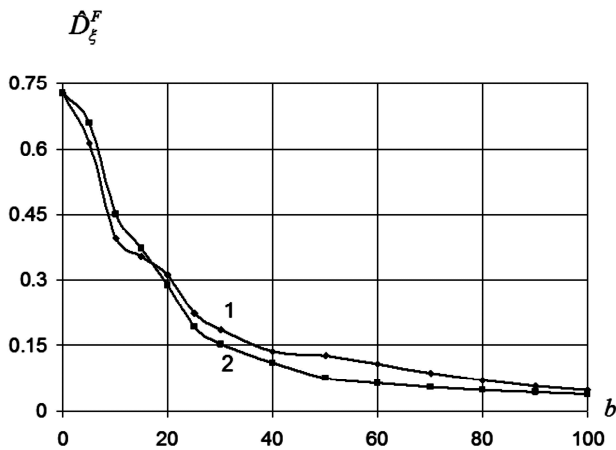
В алгоритме, реализующем формулу обращения (4), использовался один из часто применяемых гатр-фильтров, предложенный Шеппом и Логаном, [9]. Его передаточная функция имеет вид

$$\tilde{\Omega}(\omega) = \begin{cases} \frac{|\omega|}{2\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi|\omega|}{2\omega_{\max}}\right), & \frac{|\omega|}{\omega_{\max}} \leq 1 \\ 0, & \frac{|\omega|}{\omega_{\max}} > 1 \end{cases}, \quad (18)$$

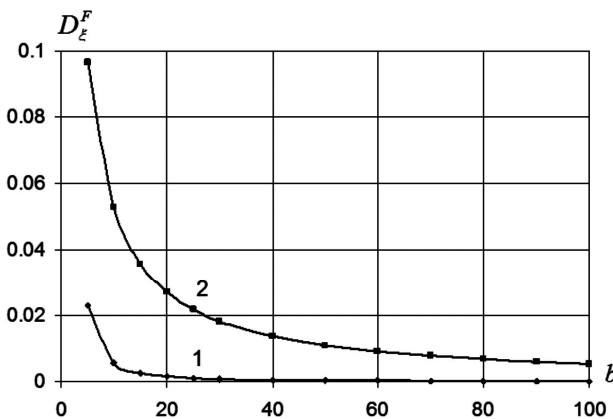
где  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ .



a)



b)



c)

Рис. 3. Зависимости от ширины корреляционных функций: (а) ошибка реконструкции; (б), (с) дисперсия шума после габр-фильтрации; (б) авторегрессионные модели; (с) моделируемые процессы. Кривые 1 и 2 – шумы типа 2 и 3

Исходя из рис. 2, можно заключить, что спектральная плотность мощности шумов типа 2 и 3 содержит интенсивные компоненты вблизи частоты Найквиста  $\omega_N = \pi/h$ , тогда как в самих моделируемых процессах они отсутствуют. Поэтому частота отсечки  $\omega_{\max}$  была взята ниже, чем  $\omega_N$ . Для приведённых здесь результатов  $\omega_{\max} = 0.95\omega_N$ .

Точность реконструкции оценивалась посредством нормированной среднеквадратичной ошибки  $\Delta$ , которая рассчитывалась по формуле

$$\Delta = \sqrt{\frac{\sum_j (g_{0,j} - g_j)^2}{\sum_j (g_{0,j})^2}}, \quad (19)$$

где  $g_{0,j}$  и  $g_j$  – значения математического фантома и его томограммы в  $j$ -м узле. Суммирование ведётся по всем узлам сетки.

Рис. 3,а показывает уменьшение ошибки  $\Delta$  по мере роста параметра  $b$  (выражается в шагах сетки), характеризующего ширину корреляционных функций (15), кривая 1, и (16), кривая 2, которые использовались в системе уравнений (13) для получения коэффициентов авторегрессионной модели. Количество ракурсов наблюдения составляет 180. Видно, что  $\Delta$  уменьшается по мере роста радиуса корреляции. Шуму типа 1 соответствует точка пересечения кривых с осью ординат. Для неё  $\Delta = 1.248$ . Это в 3 – 4 раза выше, чем для шумов типа 2 и 3 при максимальном из рассмотренных значений  $b$ . Напомним, что во всех случаях было  $D_\xi = 0.0004$ .

На рис. 3,б,с представлены зависимости  $D_\xi^F(b)$ . Для рис. 3,б в формулу (11) подставлялись оценки корреляционных функций, полученных в рамках модели (12). Здесь, как и на рис. 3,а, кривые 1 и 2 относятся к шумам типа 2 и 3. Именно эти помехи содержатся в данных, по которым проводится реконструкция. Для рис. 3,с величина  $D_\xi^F$  вычислялась по точным значениям  $R_\xi(p)$ , т.е. она соответствует гауссовскому шуму, кривая 1, и телеграфному сигналу, кривая 2.

Сопоставляя рис. 3,а и рис. 3,б, можно заключить, что, независимо от формы корреляционной функции, ошибка реконструкции тем больше, чем больше дисперсия шума после габр-фильтрации. Гауссовский шум, как видно из рис. 3,с, даёт значения  $D_\xi^F$  много ниже, чем телеграфный сигнал. Таким образом, если бы он был смоделирован более точно, то в проведённом вычислительном эксперименте ошибка  $\Delta$  была бы для него наименьшей. Из сказанного следует важный для практики вывод: при разработке регуляризирующих фильтров проекционных данных нужно стремиться к тому, чтобы корреляционная функция сглаженного шума обеспечивала по возможности меньшие значения выражения (11). Для этой цели, в частности, может служить функция, изображенная на рис. 4.

Влияние числа направлений сканирования  $M$  иллюстрирует рис. 4. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют шумам типа 1, 2 и 3. Параметр  $b$  равен 25 шагов сетки. Для сравнения на рис. 4 добавлена кривая 4, полученная в отсутствии шума. Видно, что с ростом  $M$  взаимное положение кривых не меняется. Это означает, что наблюдаемый эффект устойчив по отношению к количеству проекций.

Визуально о качестве восстановленных изображений можно судить по рис. 5, на котором представлены математический фантом (а), и томограммы (б, с, д), реконструированные при  $M = 180$ ,  $b = 50$  по данным, содержащим шумы типа 1, 2 и 3.



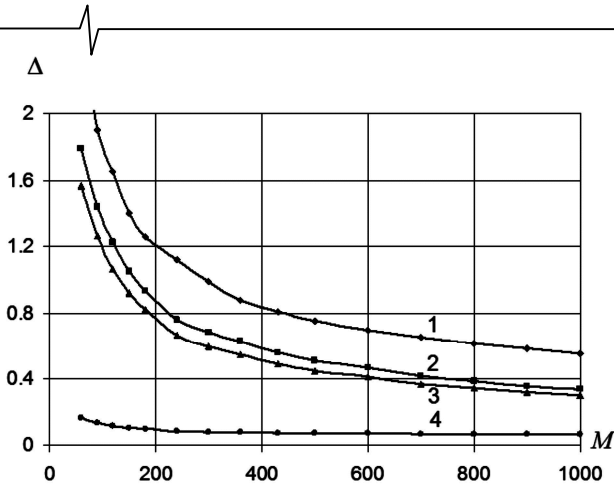


Рис. 4. Зависимости ошибки реконструкции от числа ракурсов наблюдения: кривые 1, 2 и 3 – шумы типа 1, 2 и 3; кривая 4 – шум отсутствует

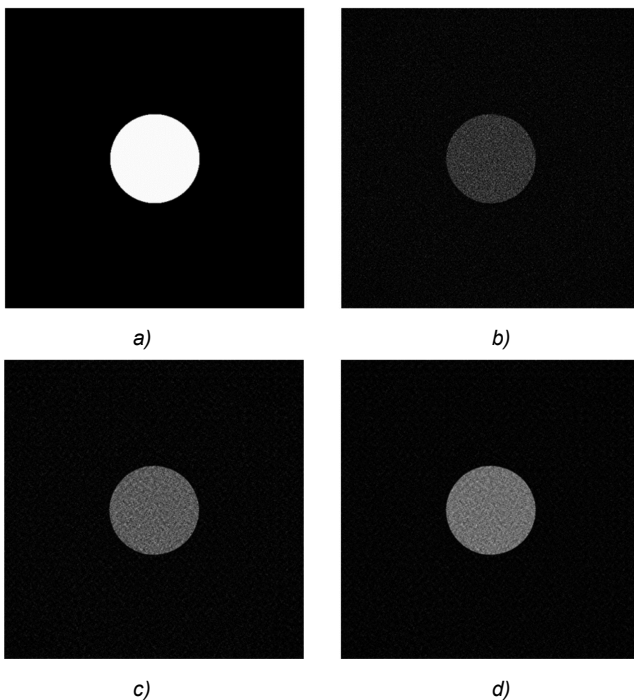


Рис. 5. (a) математический фантом; (b), (c), (d) томограммы; (b) шум типа 1,  $\Delta = 1.248$ ; (c) шум типа 2,  $\Delta = 0.600$ ; (d) шум типа 3,  $\Delta = 0.484$

**Использование сглаживающих процедур**

Одной из возможностей улучшения томографии по зашумлённым данным является их предварительное сглаживание. Этот вопрос подробно рассматривается в монографии [16]. Здесь исследуются две процедуры такого рода: усреднение в скользящем окне шириной 5 шагов сетки и регуляризующие сплайны [17].

Сглаживание меняет статистические свойства случайных сигналов. Получающиеся при этом корреляционные функции в работе оценивались путём применения формулы (14) к разности между сглаженными и точными проекциями. Они приведены на рис. 6,а (шум типа 1) и рис. 6,б (шум типа 3). Кривые 1 на рис. 6,а,б относятся к усреднению, а кривые 2 – к регуляризации сплайнами. Корреляционные функции помех до сглаживания показаны на рис. 2,а (кривая 1) и рис. 2,б (кривая 2).

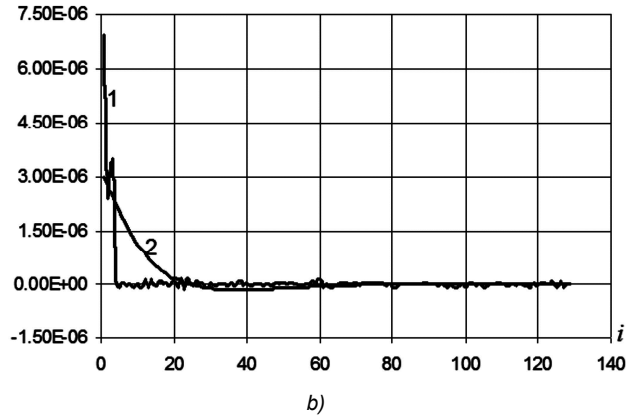
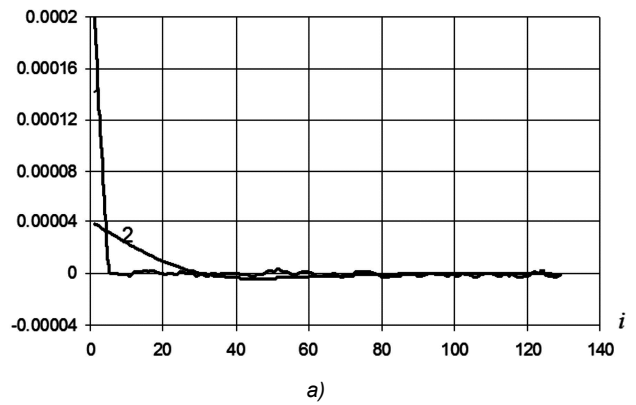


Рис. 6. Оценки корреляционных функций после сглаживания шумов: (а) шум типа 1; (б) шум типа 3. Кривые 1 – усреднение в скользящем окне, кривые 2 – сплайны

Рис. 6 показывает, что сплайны по сравнению с усреднением, значительно сильнее снижают дисперсию шума и обеспечивают более широкую корреляционную функцию. Для шума типа 1 отношение оценок дисперсий сигналов, сглаженных различными способами, составляет около пяти, а для шума типа 3 – около двух. Отметим, что усреднение уменьшило оценку дисперсии шума типа 1. Причина этого, по-видимому, заключается в том, что в последовательности случайных чисел, выдаваемой встроенным генератором, присутствуют корреляции (в противном случае изменения бы не было, поскольку дисперсия суммы статистически независимых случайных величин равна сумме их дисперсий). Наличие корреляций также подтверждается тем, что кривая 1 на рис. 2,а не является идеальным  $\delta$ -импульсом.

На рис. 7, также как и на рис. 3,а, представлены зависимости ошибки  $\Delta$  от параметра  $b$  для шумов типа 2 (кривые 1), и 3 (кривые 2). Нулевому значению  $b$  соответствует шум типа 1. Для рис. 7,а использовалось усреднение, а для рис. 7,б – сплайны. Видно, что отклонение между кривыми, незначительно и начинает заметно проявляться, когда  $b$  становится больше, чем 20 шагов сетки. Это указывает на то, что сглаживание делает статистические свойства различных сигналов более сходными. Причём этот эффект тем существеннее, чем меньше их радиус корреляции.

Для сплайнов графики  $\Delta(b)$  имеют минимум. Возможное объяснение роста ошибки при  $b > 25$  состоит в следующем: эффективная ширина импульсного отклика фильтра в этом случае увеличивается вместе с шириной

корреляционной функции шума, в результате чего проекции становятся «переглаженными». Это предположение согласуется с тем, что границы объекта на изображениях, полученных по таким данным, оказались размытыми.

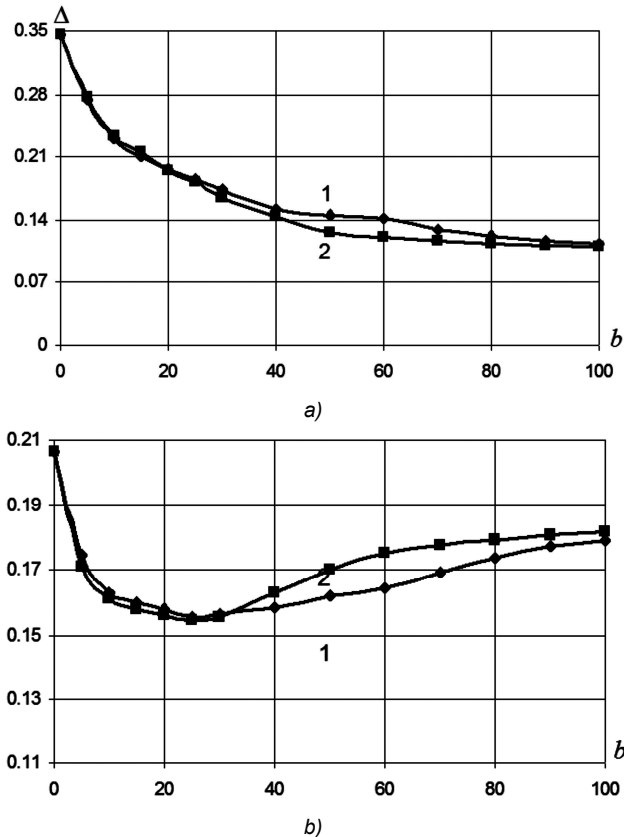


Рис. 7. Зависимости ошибки реконструкции от ширины корреляционных функций шумов типа 2 (кривая 1), и 3 (кривая 2): (а) усреднение в скользящем окне; (б) сплайны

## Заключение

В работе исследуется влияние корреляционной функции помех, содержащихся в проекционных данных, на точность томографии объектов. Рассмотрены белый шум, гауссовский шум и телеграфный сигнал. Для алгоритмов, реализующих формулу обращения двумерного преобразования Радона, в предположении выполнения условия стационарности, получено выражение дисперсии после гап-фильтрации. Расчёты показали, что наименьшее значение она принимает, когда шум гауссовский.

Был проведён вычислительный эксперимент, при этом использовалась авторегрессионная модель случайных процессов. Оказалось, что ошибка реконструкции тем больше, чем больше дисперсия отфильтрованного шума. Последняя, в свою очередь, уменьшается с ростом ширины корреляционной функции  $b$ , по которой рассчитываются коэффициенты авторегрессии. В частности, для телеграфного сигнала при изменении параметра  $b$  от 5 до 100 шагов сетки, ошибка упала от 1.222 до 0.335, т.е. почти в четыре раза. Этот результат не очевиден заранее, поскольку входящее в инверсию Ра

дона интегрирование по углу, применённое к сильно коррелированному шуму, могло бы привести к возникновению регулярных структур в изображении, аналогичных по происхождению картине, что негативно сказалось бы на качестве томограммы.

## Литература

1. Хермен Г.Т. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 342 с.
2. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 279 с.
3. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 230 с.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. Математические задачи компьютерной томографии. М: Наука, 1987. 158 с.
5. Лаврентьев М.М., Зеркаль С.М., Трофимов О.Е. Численное моделирование в томографии и условно-корректные задачи. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999. 172 с.
6. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. 484 с.
7. Троицкий И. Н. Статистическая теория томографии. М: Радио и связь, 1989. 239 с.
8. Ramachandran G.N., Lakshminarayanan A.V. Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: application of convolutions instead of Fourier transforms. // Proc. Nat. Acad. Sci. U.S. 1971. V. 68. P. 2236-2240.
9. Shepp L.A., Logan B.F. The Fourier reconstruction of a head section. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1974. V. 21, No. 3. P. 21-43.
10. Ерохин В.А., Шнейдеров В.С. Трёхмерная реконструкция (машинная томография). Моделирование на ЭВМ. // Препринт No.23, ЛНИВЦ; Ленинград, 1981.
11. Лихачёв А.В. Исследование  $1/z^2$  фильтрации в алгоритмах томографии. // Автометрия. 2007. Т. 43, № 3. С. 57-64.
12. Лихачёв А.В. Регуляризирующая фильтрация проекций в алгоритмах двумерной томографии. // Сибирский журнал вычислительной математики. 2008. Т. 11, № 2. С. 187-200.
13. Лихачёв А.В. Алгоритм двойной фильтрации для двумерной томографии. // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 8. С. 21-29.
14. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советские радио, 1971. 328 с.
15. Levinson N. The Weiner RMS Error Criterion in Filter Design and Prediction // Journal of Mathematics and Physics. 1947. V. 25, No. 4. P. 261-278.
16. Пикалов В.В., Мельникова Т.С. Томография плазмы. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1995. 229 с.
17. Василенко В.А. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы. Новосибирск: Наука, 1983. 214 с.

УДК 621.391:534.23

## КЛАССИФИКАЦИЯ ИМПУЛЬСОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ЗВУКОВОГО ДИАПАЗОНА НА БАЗЕ СИМВОЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ

*Тристанов А.Б., к.т.н., с.н.с. Института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН (Камчатка), доцент Калининградского государственного технического университета, e-mail: alextristanov@mail.ru;*

*Луковенкова О.О., аспирантка Института космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН (Камчатка), преподаватель Камчатского государственного университета им. Витуса Беринга (Петропавловск-Камчатский).*

### THE SOUND RANGE ACOUSTIC EMISSION PULSES CLASSIFICATION BASED ON SYMBOLIC REPRESENTATION OF TIME-FREQUENCY STRUCTURE

*Tristanov A.B., PhD, senior researcher, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation of the Far Eastern Branch of Russian Academy of Science (IKIR FEB RAS), Associated Professor, Kaliningrad State Technical University;*

*Lukovenkova O., graduate student, Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation of the Far Eastern Branch of Russian Academy of Science (IKIR FEB RAS), teacher Vitus Bering Kamchatka State University.*

*The paper presents the main approaches to the acoustic emission signals analysis based on methods of sparse and symbolic approximation of a time-frequency structure. It is presented the modification of the classical algorithm SAX for time-frequency domain. The method of signals classification is shown.*

**Key words:** acoustic emission, geoaoustic signal, time-frequency analysis, sparse approximation, matching pursuit.

**Ключевые слова:** акустическая эмиссия, геоакустический сигнал, частотно-временной анализ, разреженная аппроксимация, алгоритм согласованного преследования.

*Представлены основные подходы к анализу сигналов геоакустической эмиссии на базе методов разреженной и символьной аппроксимации частотно-временной структуры. Изложена модификация классического алгоритма SAX для частотно-временной области. Предложен подход к классификации сигналов.*

#### Введение

Полуостров Камчатка – сейсмически активный регион, поэтому на геодинамических полигонах Камчатского края ведется непрерывный мониторинг различных физических процессов, связанных с сейсмической активностью, в том числе геоакустической эмиссии (ГАЭ). Сигналы ГАЭ представляют собой упругие колебания, возникающие вследствие дислокационных изменений окружающей среды.

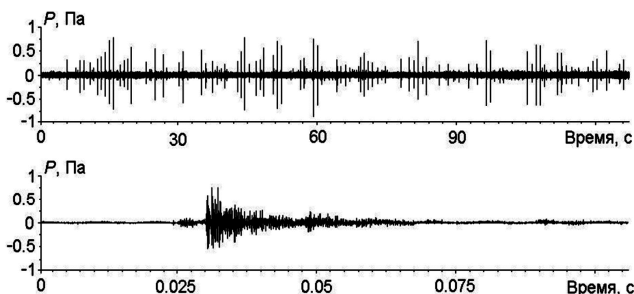


Рис. 1. Пример сигнала ГАЭ

Подробнее о механизмах возникновения ГАЭ, используемой для регистрации аппаратуре и методах предварительной обработки и анализа, можно найти в

[1]. Типичный сигнал ГАЭ складывается из релаксационных импульсов и шумовой составляющей как естественной, так и техногенной природы (рис 1).

Доказано, что частота следования импульсов резко возрастает за 1-3 суток перед сейсмическими событиями. Раскрытие внутренней структуры импульсов ГАЭ может помочь в исследовании источников происходящих в земной коре пластических процессов. Импульсы сильно различаются между собой длительностью (от 3 до 250 мс), временной формой, частотной структурой (рис. 2), поэтому одной из важнейших задач анализа сигналов ГАЭ является классификация участков сигнала, содержащих импульс. Алгоритм классификации на основе частотно-временной структуры облегчит поиск однотипных импульсов в сигналах и, следовательно, ускорит процесс поиска интересующей информации в накопленных и структурированных данных.

#### Метод анализа сигналов ГАЭ

Малая длительность (одиночный импульс не превышает 250 мс), большое разнообразие временных форм и сильная зашумленность не позволяют эффективно ис-

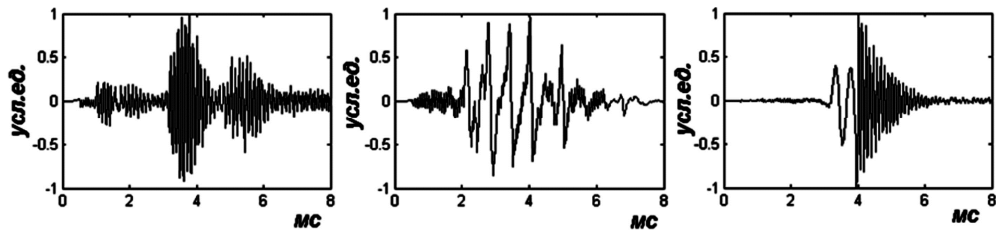


Рис. 2. Разнообразие временных форм импульсов ГАЭ

использовать классические методы частотно-временного анализа сигналов, такие как спектрограммы, вейвлеты и др., поэтому в 2011 году для анализа сигналов ГАЭ было предложено использовать методы разреженной аппроксимации [2]. Из огромного количества алгоритмов, решающих задачу разреженной аппроксимации, был выбран предложенный Mallat S. и Zhang Z. [3] алгоритм согласованного преследования (Matching Pursuit, MP). Работы [2, 4, 5] посвящены применению данного алгоритма для анализа сигналов ГАЭ. В [6] описаны модификации классического согласованного преследования, позволяющие применять метод в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

Изначально в качестве словаря использовался словарь Габора, состоящий из масштабированных, модулированных и сдвинутых функций Гаусса [2].

$$g(t) = A \cdot \exp(-Bt^2) \cdot \sin(2\pi ft)$$

Из теории цифровой обработки сигналов известно, что функции Гаусса обладают наименьшей площадью частотно-временного окна.

Позднее для анализа сигналов ГАЭ было предложено использовать словарь Берлаге [4].

$$g(t) = A \cdot t^n \cdot \exp(-Bt) \cdot \sin(2\pi ft)$$

Функция Берлаге – одна из наиболее популярных моделей сейсмического импульса. Модулированная функция Берлаге обладает схожей с элементарными импульсами ГАЭ структурой, поэтому словарь Берлаге лучше словаря Габора аппроксимирует участки сигнала, содержащие импульс.

В последних работах авторов [6] показано, что применение смешанного словаря, включающего как функции Гаусса, так и функции Берлаге, существенно повышает качество аппроксимации сигналов ГАЭ, при этом атомы Берлаге преимущественно аппроксимируют участки сигнала, содержащие импульс, а атомы Габора – акустический шум.

Модель сигнала ГАЭ, построенная на базе разреженного представления

$$\begin{cases} sig = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \Phi[f_i, \bar{p}_i] + R_N, \\ N \rightarrow \min, \end{cases}$$

где  $sig$  – исследуемый сигнал,  $g_i = \Phi[f_i, \bar{p}_i]$  – элементы разложения (атомы),  $f_i$  – частота атома,  $\bar{p}_i$  – вектор параметров, отвечающих за форму атома,  $R_N$  – ошибка аппроксимации, обладает рядом преимуществ: во-первых, оно компактно (в среднем разложение типичного одиночного импульса состоит из 6-8 атомов); во-вторых, информативно (раскрывает внутреннюю структуру импульса). На рис. 3 можно увидеть частотно-

временные области разложений, полученных с помощью оконного преобразования Фурье (ОПФ) и согласованного преследования (MP).

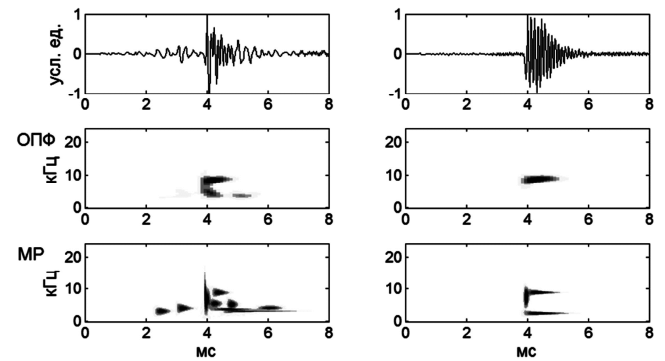


Рис. 3. Анализ импульсов ГАЭ методами оконного преобразования Фурье (ОПФ) и согласованного преследования (MP)

### Символьная аппроксимация в частотной области

Для классификации импульсов ГАЭ по их разреженному представлению авторами был применен модифицированный вариант метода символьной аппроксимации (Symbolic Aggregate AppRoXimation, SAX), предложенного Lin J., Keogh E., Lonardi S., Chiu B. в [7]. В качестве признакового описания была выбрана несущая частота атомов.

Классический вариант символьной аппроксимации применяется к сигналам во временной области. Предварительно выбираются размер символьного словаря (алфавита) и длина последовательности (слова)  $m$ . На первом этапе исследуемый сигнал  $sig$  длиной  $n$  отсчетов нормируется и центрируется, затем разбивается на  $m$  равных непересекающихся участков, каждый из которых усредняется, и сигнал преобразуется в кусочно-постоянное представление (Piecewise Aggregate Approximation, PAA).

$$sig \rightarrow PAA = \bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_m$$

$$\bar{c}_i = \frac{n}{m} \sum_{j=\frac{n}{m}(i-1)+1}^{\frac{n}{m}i} sig_j.$$

Далее каждый участок в зависимости от среднего значения «кодируется» определенным символом, формируется символьное представление сигнала (рис. 5).

$$PAA = \bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_m \rightarrow SAX = c_1, c_2, \dots, c_m$$

$$c_i = \alpha_j, \text{ if } \beta_{j-1} \leq \bar{c}_i < \beta_j.$$

Уровни  $\beta_j$  подбираются таким образом, чтобы попадание среднего значения сигнала в области, соответствующие разным символам алфавита, было равновероятно. Одним из допущений использования алгоритма символьной аппроксимации является предположение о

том, что значения амплитуды исследуемого сигнала подчиняются нормальному закону распределения, и как следствие, уровни рассчитываются из условия равенства площадей, ограниченных уровнями, под кривой нормального распределения.

Применение метода к разреженному представлению импульсов в частотной области требует внесения ряда изменений. Во-первых, распределение частот исследуемых сигналов не является нормальным, следовательно, значения уровней, применяемые для классической символьной аппроксимации, не подходят.

Для оценки кривой плотности вероятности распределения частот адаптивным согласованным преследованием было получено разреженное представление для 2000 характерных одиночных импульсов ГАЭ по комбинированному словарю, состоящему из функций Гаусса и Берлага [6]. На рис. 4а изображены гистограмма распределения всех частот, включенных в разложения, и оценка плотности вероятности на отрезке от 0 до 24 кГц методом ядерного сглаживания. По графику кривой видно, что распределение частот полимодальное, пик на 8,8 кГц.

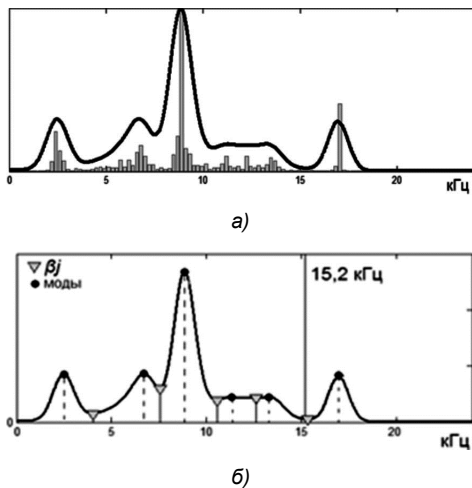


Рис. 4. а) Гистограмма распределения частот в разложения и оценка кривой плотности вероятности; б) расположение мод и уровней  $\beta$

Как упоминалось выше, импульс может содержать не только полезную информацию, но и шум. Очень часто регистрируемые сигналы содержат техногенный шум небольшой амплитуды, так называемую паразитную импульсную наводку (ПИН). На практике выяснилось, что, как правило, информативная составляющая импульса не превышает по частоте 15,2 кГц, и все что лежит выше, относится к ПИН (рис. 5). Поэтому для анализа из разложений можно исключать атомы, частота которых превышает 15,2 кГц, а кривую распределения рассматривать на отрезке от 0 до 15,2 кГц.

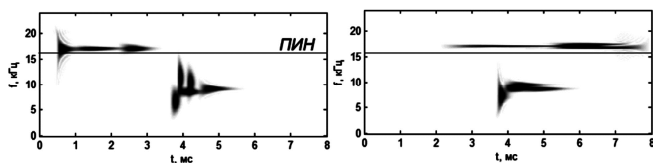


Рис. 5. Паразитная импульсная наводка в импульсах ГАЭ

Как и в классическом варианте, уровни можно рассчитать из условия равенства площадей под кривой

распределения, но такой подход оказался неэффективен: сильная островершинность пика приводит к большой плотности (скупенности) уровней, что отрицательно отражается на анализе сигналов. Поэтому было решено, выбрать значения уровней  $\beta$  таким образом, чтобы разграничить моды распределения (рис. 4б). Оценки значений уровней  $\beta$  для алфавитов различного объема представлены в табл. 1.

Таблица 1. Значения уровней  $\beta$  (Гц)

Объем алфавита \ $\beta$	3	4	5
$\beta_1$	7551	4020	4020
$\beta_2$	10554	7551	7551
$\beta_3$		10554	10554
$\beta_4$			15353

Во-вторых, нет необходимости преобразования сигнала к кусочно-усредненному представлению РАА, так как каждый атом в частотной области определяется одним значением – своей частотой. Для сохранения хронологии следования символов, перед «кодированием» необходимо расположить частоты атомов в порядке их появления в сигнале. Видоизмененный вариант SAX можно описать следующими формулами

$$sig \rightarrow MP = \sum_{i=1}^N a_i \Phi[f_i, \bar{p}_i]$$

$$MP = \sum_{i=1}^N a_i \Phi[f_i, \bar{p}_i] \rightarrow SAX = c_1, c_2, \dots, c_N$$

$$c_i = \alpha_j, \text{ if } \beta_{j-1} \leq f_i < \beta_j,$$

где  $\beta_j$  – значения уровней из табл. 1.

На рис. 6 и 7 изображен процесс применения модифицированного алгоритма символьной аппроксимации к импульсу ГАЭ.

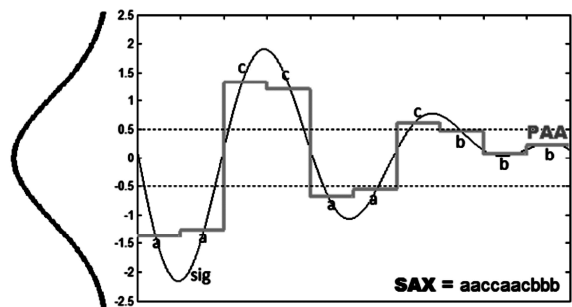


Рис. 6. Символьная аппроксимация сигнала

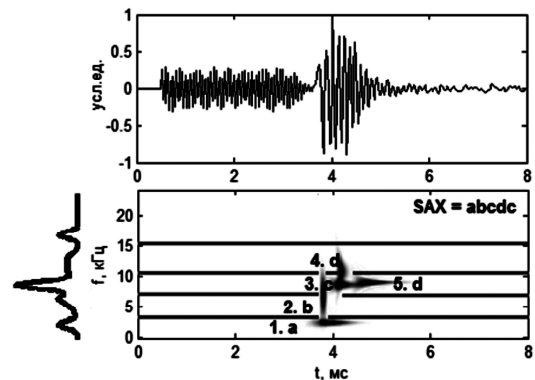
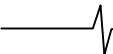


Рис. 7. Применение символьной аппроксимации к импульсу ГАЭ



## Классификация импульсов ГАЭ по символному представлению

Символьное представление импульсов позволяет:

1. Проводить иерархическую кластеризацию импульсов. Расстояния между символными представлениями вычисляются по формуле

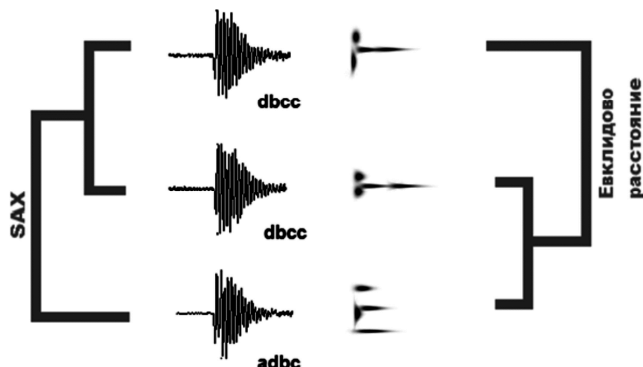


Рис. 8. Пример иерархической кластеризации по символному представлению

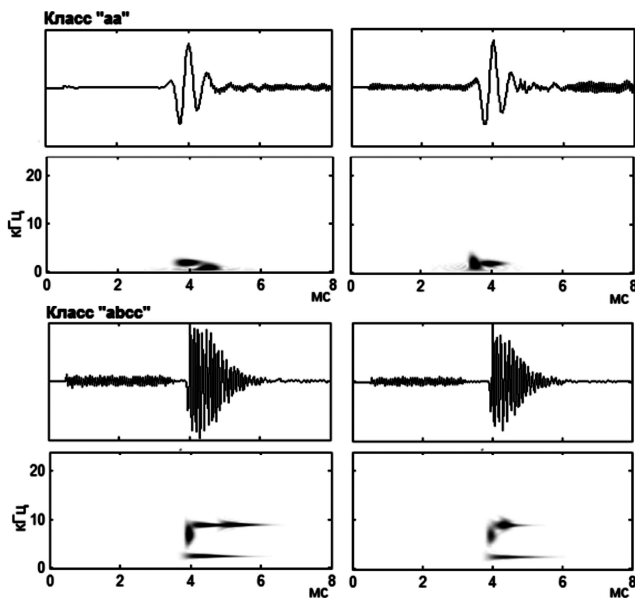


Рис. 9. Классификация импульсов

$$\rho(SAX^1, SAX^2) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \rho(c_i^1, c_i^2)^2},$$

$$\rho(\alpha_i, \alpha_j) = \begin{cases} 0, & |i - j| \leq 1 \\ \beta_{\max(i,j)-1} - \beta_{\min(i,j)} \end{cases}$$

На рис. 8 изображены иерархии, построенные по временной форме сигнала и по символному представлению в частотной области.

2. Классифицировать импульсы. Каждое символное представление описывает отдельный класс импульсов в частотной области (рис. 9).

## Заключение

В рамках настоящей работы предпринята попытка перейти от анализа отдельных частотно-временных распределений, получаемых методом разреженной аппроксимации, к системе классификации импульсов акустической эмиссии. Дальнейшие исследования должны быть направлены на уточнение данной классификации путем более тонкой настройки алгоритмов.

## Литература

1. Марапулец Ю.В., Шевцов Б.М. Мезомасштабная акустическая эмиссия. – Владивосток: Даль-наука, 2012. – 125 с.
2. Марапулец Ю.В., Тристанов А.Б. Применение метода разреженной аппроксимации в задачах анализа сигналов геоакустической эмиссии // Цифровая обработка сигналов. 2011, №2, С.13-17.
3. Mallat S., Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries // IEEE Transactions on Signal Processing, 41(12), P.3397-3415.
4. Марапулец Ю.В., Тристанов А.Б. Разреженная аппроксимация акустических временных рядов с использованием частотно-временного словаря Берлаге // Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и её применение. 2012. Выпуск: XIV; Том-1, С. 91-94.
5. Афанасьева А.А., Луковенкова О.О., Марапулец Ю.В., Тристанов А.Б. Применение разреженной аппроксимации и методов кластеризации для описания структуры временных рядов акустической эмиссии // Цифровая обработка сигналов. 2013. №2. С. 30-34.
6. Луковенкова О.О., Тристанов А.Б. Адаптивный алгоритм согласованного преследования с уточнением на смешанных словарях в анализе сигналов геоакустической эмиссии // Цифровая обработка сигналов. 2014. №2. С. 54-57.
7. Lin J., Keogh E., Lonardi S., and Chiu B. A symbolic representation of time series, with implications for streaming algorithms // Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data (DMKD '03), P. 2–11, 2003.

УДК 681.3.06

## ОЦЕНКИ СОБСТВЕННОГО ШУМА СТРУКТУР РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ И ИХ ВЫЧИСЛЕНИЕ В MATLAB

*Солонина А. И., к.т.н, доц., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, as-io@yandex.ru.*

### THE ESTIMATING OF SELF-NOISE DIGITAL SYSTEMS

*Solonina A.I., professor of Saint-Petersburg State University of Telecommunications, e-mail: as-io@yandex.ru.*

*The article reviews the general equivalent linear model for estimating the self-noise of digital systems with fixed point. Feature of this model is the formation of vectors for the input  $e_{y_{ВХ}}(n)$  and output  $e_{y_{ВЫХ}}(n)$  noise multipliers, as well as equivalent transfer functions  $H_j(z)$  of structure parts, processing components of the input noise multipliers. The equivalent linear model depends on the structure of the digital system and architecture of the digital device on the basis of which structure is implementing.*

*The general algorithm is the basis for creating models and estimating the self-noise of digital systems with typical structures.*

*Particular attention is given to the creation of the equivalent linear model for the cascade structure. The article discusses the technique of estimating the self-noise cascade structure with different section structures.*

**Key words:** self-noise, estimating, digital systems, linear model, cascade structure, multiplier, fixed point, MATLAB.

**Ключевые слова:** структура, множитель, сумматор, округление, собственный шум, эквивалентная линейная модель, вектор, дисперсия, алгоритм.

#### Введение

В цифровых системах с фиксированной точкой нелинейная процедура квантования сопровождается внесением ошибок квантования, источниками которых являются АЦП, множители, квантование коэффициентов и сумматоры. Совокупность взаимосвязанных эффектов квантования – шума АЦП, собственного шума цифровой системы, ошибок квантования коэффициентов и переполнения сумматоров – не позволяет формализовать нелинейный оператор в соотношении вход/выход цифровой системы. Поэтому в теории ЦОС эти эффекты исследуют отдельно для каждого из источников, в предположении об их независимости [1-5].

В этом случае на линейной модели анализируют изменение характеристик при квантовании коэффициентов. Ошибки переполнения сумматоров стремятся предотвратить или минимизировать, применяя в наиболее уязвимых в этом смысле каскадных структурах масштабирование. Для шумов получают аналитические оценки при следующих предположениях:

– шумы не коррелированы с квантуемыми сигналами.

Это позволяет представить цифровые сигналы в виде аддитивной смеси дискретного сигнала и шума:

$$x_{Ц}(n) = x(n) + e_{ВХ}(n);$$

$$y_{Ц}(n) = y(n) + e_{ВЫХ}(n),$$

и мысленно выделить в цифровой обработке две независимые составляющие: обработку дискретных сигналов – линейная модель – и обработку шумов – нелинейная модель;

*Предлагается эквивалентная линейная модель с векторным представлением соотношения вход/выход, на основе которой созданы универсальные эквивалентные линейные модели структур рекурсивных цифровых фильтров, получены аналитические оценки собственного шума и разработан алгоритм их вычисления в MATLAB.*

– шумы от разных источников не коррелированы между собой.

Это позволяет использовать свойство аддитивности для шумов и мысленно выделить в их обработке две независимые составляющие: обработку шума АЦП – линейная модель – и обработку шумов множителей – линейная модель с аддитивными источниками шума множителей (линейная модель с шумами множителей);

– шум представляет собой эргодический случайный сигнал типа «белый шум»;

– ошибка квантования в любой момент времени – случайная величина с равномерной плотностью вероятности.

На основе линейных моделей отдельно оценивают:

– шум, обусловленный АЦП, не зависящий от структуры цифровой системы [1-4];

– собственный шум, обусловленный шумами множителей, зависящий от структуры цифровой системы и архитектуры цифрового устройства, на базе которого она реализуется.

Структура определяет конфигурацию множителей, поэтому принято говорить о собственном шуме структуры цифровой системы, а архитектура – специфику округления результатов умножения: каждое локальное произведение или их сумма.

Оценки шума всех множителей совпадают с оценками ошибки квантования, которые при округлении данных равны: математическое ожидание  $\mu_y = 0$  и дисперсия

$$\sigma_y^2 = \frac{Q_y^2}{12}, \quad (1)$$

где  $Q_y = 2^{-b_y}$  – шаг квантования,  $b_y$  – число значащих битов.

Детерминированные оценки и вероятностные оценки собственного шума при усечении данных в работе не рассматриваются, но легко могут быть получены по аналогии.

### Линейная модель

Линейная модель может использоваться для оценивания собственного шума тех структур, в которых шумы всех умножителей можно заменить одним эквивалентным шумом.

Это характерно для всех структур КИХ-фильтра. В линейной модели прямой структуры (рис. 1) эквивалентный шум, равный сумме шумов умножителей, поступает непосредственно на выход и представляет собой собственный шум данной структуры.

Дисперсия собственного шума при округлении каждого локального произведения будет равна сумме дисперсий шумов умножителей (1):

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{NQ_y^2}{12},$$

а при округлении суммы локальных произведений – дисперсии шума одного умножителя:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12}.$$

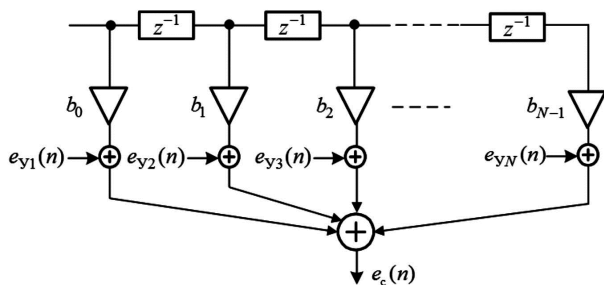


Рис. 1. Линейная модель прямой структуры КИХ-фильтра

Оптимальной для КИХ-фильтра будет прямая приведенная структура с округлением суммы локальных произведений: дисперсия собственного шума и число умножителей будут минимальными.

### Эквивалентная линейная модель

Эквивалентная линейная модель создается для тех структур, в которых шумы умножителей обрабатываются различными частями структуры.

Это характерно для всех структур БИХ-фильтров, среди которых практический интерес представляют каскадная и параллельная структуры. Оценивание собственного шума данных структур связано с тремя проблемами, которые будем рассматривать «по мере поступления».

Первая проблема возникает на этапе создания эквивалентной линейной модели. В частности, в модели каскадной структуры необходимо одновременно отоб-

разить и части структуры звеньев, и части каскадной структуры, обрабатывающие шумы умножителей, учитывая при этом структуру звеньев и специфику округления результатов умножения. Поэтому универсальной эквивалентной линейной модели каскадной структуры не приводится, и получают оценки собственного шума для частных случаев [1-4].

Эта проблема снимается, если использовать эквивалентную линейную модель с векторным представлением соотношения вход/выход (рис. 2), где  $e_{y_{вх}}(n)$ ,  $e_{y_{вых}}(n)$  – векторы входных и выходных шумов умножителей,  $H_3(z)$  – вектор-столбец эквивалентных передаточных функций частей структуры, обрабатывающих составляющие вектора  $e_{y_{вх}}(n)$ .

Собственный шум структуры  $e_c(n)$  будет равен сумме составляющих вектора  $e_{y_{вых}}(n)$ .

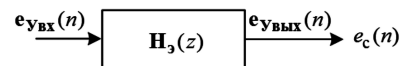


Рис. 2. Эквивалентная линейная модель с векторным представлением соотношения вход/ выход

Составляющие  $e_{y_{вхk}}(n)$  вектора  $e_{y_{вх}}(n)$  при округлении каждого локального произведения формируются из шумов умножителей на входах  $K$  сумматоров,  $k = 1, 2, \dots, K$ , а при округлении суммы локальных произведений – на выходах сумматоров. В последнем случае эквивалентную линейную модель называют линейной моделью с пост-накоплением [1, 4].

Составляющие  $e_{y_{выхk}}(n)$  вектора  $e_{y_{вых}}(n)$  определяются по формуле свертки:

$$e_{y_{выхk}}(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h_{3k}(m) e_{y_{вхk}}(n-m), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (2)$$

где  $h_{3k}(n)$  – эквивалентная импульсная характеристика (ИХ) части структуры с эквивалентной передаточной функцией  $H_{3k}(z)$ .

Если шум  $e_{y_{вхk}}(n)$  поступает непосредственно на выход эквивалентной линейной модели, то  $H_{3k}(z) = 1$  и  $e_{y_{выхk}}(n) = e_{y_{вхk}}(n)$ .

С учетом свойств дисперсии для независимых случайных величин:

$$D\{X + Y\} = D\{X\} + D\{Y\};$$

$$D\{CX\} = C^2 D\{X\},$$

дисперсия суммы локальных произведений некоррелированных отсчетов белого шума (2) будет равна

$$\sigma_{e_{y_{выхk}}}^2 = \sigma_{e_{y_{вхk}}}^2 \sum_{n=0}^{\infty} h_{3k}^2(n),$$

где дисперсия  $\sigma_{e_{y_{выхk}}}^2$  при округлении каждого локального произведения будет равна сумме дисперсий шумов умножителей на входе  $k$ -го сумматора, а при округлении их суммы – дисперсии шума одного умножителя (1).

Аналогично легко показать, что математическое ожидание шума  $\sigma_{e_{y_{выхk}}}^2(n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , будет равно нулю.



Поэтому далее можно ограничиться анализом дисперсии собственного шума.

Определим составляющие векторов  $e_{y_{вх}}(n)$ ,  $H_3(z)$ ,  $e_{y_{вых}}(n)$  для типовых структур рекурсивных звеньев, в передаточной функции которых коэффициент  $b_0 = 1$ , как в каскадной структуре.

**Эквивалентные линейные модели типовых структур рекурсивных звеньев**

В эквивалентной линейной модели прямой структуры звена и линейной модели с пост-накоплением (рис. 3) векторы представлены одной составляющей:  $e_{y_{вх}}(n) = e_{y_{вх1}}(n)$ ,  $H_3(z) = H_{31}(z)$ ,  $e_{y_{вых}}(n) = e_{y_{вых1}}(n)$ , где  $H_{31}(z)$  – эквивалентная передаточная функция рекурсивной части структуры.

Дисперсия собственного шума при округлении каждого локального произведения равна

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h_{31}^2(n),$$

а при округлении суммы локальных произведений:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h_{31}^2(n).$$

В эквивалентной линейной модели прямой канони-

ческой структуры звена и линейной модели с пост-накоплением (рис. 4) векторы представлены двумя составляющими:  $e_{y_{вх}}(n) = [e_{y_{вх1}}(n) \ e_{y_{вх2}}(n)]^T$ ,  $H_3(z) = [H_{31}(z) \ 1]^T$ ,  $e_{y_{вых}}(n) = [e_{y_{вых1}}(n) \ e_{y_{вых2}}(n)]$ , где  $H_{31}(z) = H(z)$  – эквивалентная передаточная функция всей структуры.

Дисперсия собственного шума при округлении каждого локального произведения равна

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{2Q_y^2}{12},$$

а при округлении суммы локальных произведений:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{Q_y^2}{12},$$

где  $h(n) = h_{31}(n)$  – эквивалентная импульсная характеристика всей структуры.

В эквивалентной линейной модели прямой транспонированной структуры звена (рис. 5) с четырьмя сумматорами фактически обрабатываются два входных шума умножителей:

$$e_{y_{вх1}}(n) = e_{y_4}(n-1) + e_{y_5}(n-2);$$

$$e_{y_{вх2}}(n) = e_{y_1}(n) + e_{y_2}(n-1) + e_{y_3}(n-2),$$

как в эквивалентной линейной модели прямой канонической структуры (рис. 4), следовательно, дисперсии собственного шума данных структур совпадают.

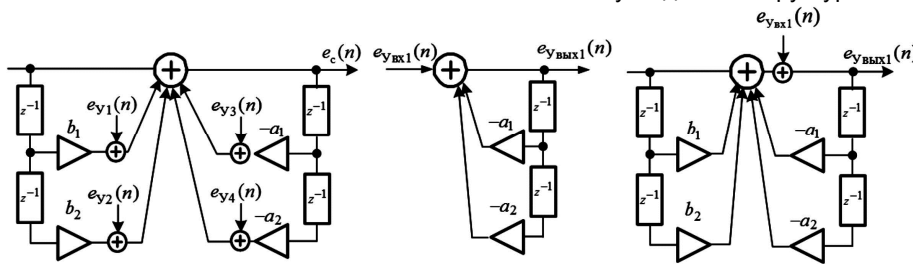


Рис. 3. Модели прямой структуры звена: линейная, эквивалентная линейная и линейная с пост-накоплением

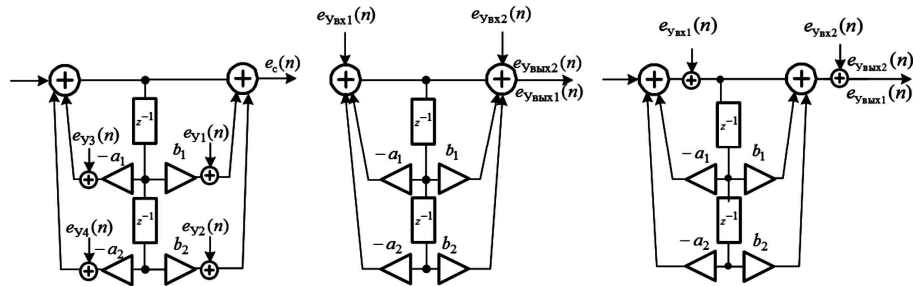


Рис. 4. Модели прямой канонической структуры звена: линейная, эквивалентная линейная и линейная с пост-накоплением

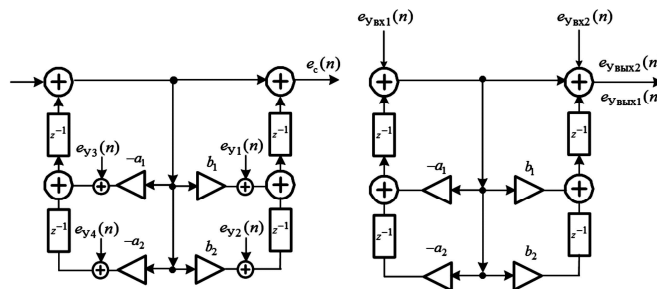


Рис. 5. Линейная и эквивалентная линейная модели прямой транспонированной структуры звена

В эквивалентной линейной модели прямой канонической транспонированной структуры звена (рис. 6) с тремя сумматорами фактически обрабатывается один входной шум умножителей  $e_{y_{вх1}}(n) = e_{y_1}(n) + e_{y_2}(n-1) + e_{y_3}(n-2) + e_{y_4}(n-1) + e_{y_5}(n-2)$ , как в эквивалентной линейной модели прямой структуры (рис. 3), следовательно, дисперсии собственного шума данных структур совпадают.

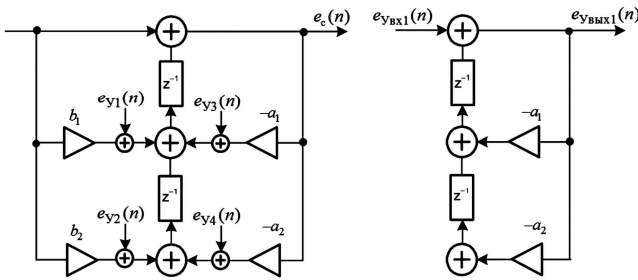


Рис. 6. Линейная и эквивалентная линейная модели прямой канонической транспонированной структуры звена

Это позволяет далее рассматривать прямую и прямую каноническую структуру звеньев.

### Влияние нулей и полюсов на дисперсию собственного шума звеньев

Представим передаточную функцию звена в виде произведения простейших множителей:

$$H(z) = \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{(1 - r_o e^{j\varphi_o} z^{-1})(1 - r_o e^{-j\varphi_o} z^{-1})}{(1 - r_* e^{j\varphi_*} z^{-1})(1 - r_* e^{-j\varphi_*} z^{-1})} = \frac{1 - 2r_o \cos \varphi_o z^{-1} + r_o^2 z^{-2}}{1 - 2r_* \cos \varphi_* z^{-1} + r_*^2 z^{-2}}$$

и запишем импульсную характеристику:

$$h(n) = r_*^n \frac{\sin[(n+1)\varphi_*]}{\sin \varphi_*} - 2r_o \cos \varphi_o r_*^{(n-1)} \times \frac{\sin(n\varphi_*)}{\sin \varphi_*} + r_o^2 r_*^{(n-2)} \frac{\sin[(n-1)\varphi_*]}{\sin \varphi_*}$$

Дисперсия собственного шума звена  $\sigma_{e_c}^2$  зависит от крутизны эквивалентной ИХ: чем она круче (значения ИХ по модулю быстрее убывают), тем меньше дисперсия.

Эквивалентная ИХ прямой структуры звена соответствует ее рекурсивной части и зависит только от полюсов. С их приближением к единичной окружности ИХ становится более пологой и дисперсия  $\sigma_{e_c}^2$  увеличивается.

Эквивалентная ИХ прямой канонической структуры звена соответствует всей структуре и зависит от нулей и полюсов. В пределе, при их совпадении, получим  $H(z) = 1$  и  $h(n) = u_0(n)$ , т.е. «максимально крутую» ИХ в виде цифрового единичного импульса. Следовательно, сближение нулей с полюсами сопровождается возрастанием крутизны ИХ и уменьшением дисперсии  $\sigma_{e_c}^2$ . С приближением полюсов к единичной окружности они удаляются от нулей, и дисперсия  $\sigma_{e_c}^2$  увеличивается.

На рис. 7 приведены три варианта расположения нулей и полюсов, а на рис. 8 – СКО собственного шума звеньев при  $Q_y = 2^{-by} = 2^{-15}$ , подтверждающие теоретические выводы.

Отметим (рис. 8), что распространенное мнение о прямой структуре звена, как менее шумящей, не всегда справедливо: это зависит от расположения полюсов и нулей.

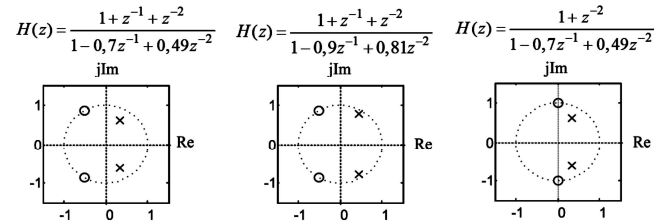


Рис. 7. Карты нулей и полюсов (слева направо): исходная, полюсы приблизились к единичной окружности, нули приблизились к полюсам



Рис. 8. СКО собственного шума прямой и прямой канонической структуры звеньев

### Вычисление эквивалентных импульсных характеристик

Вторая проблема обозначилась при вычислении в MATLAB эквивалентных ИХ, теоретически бесконечных. В обобщенной постановке она сводится к ограничению длины ИХ.

Эта проблема снимается, если:

– описывать структуру, либо ее часть, в виде объекта `dfilt` [4];

– вычислять ИХ объекта `dfilt` с помощью функции `impz(H)`, где `H` – имя объекта.

Длина ИХ в таком случае будет автоматически ограничиваться при достижении задаваемой по умолчанию высокой точности (разности между модулями значений соседних отсчетов).

В этом легко убедиться самостоятельно, например, описать прямую структуру рекурсивного звена в виде объекта `H = dfilt.df1(b,a)`, где `b`, `a` – векторы коэффициентов передаточной функции, вычислить ИХ – `h = impz(H)`, и определить ее длину – `length(h)`. Без оператора присваивания функция `impz(H)` автоматически выведет график ИХ в GUI FVTool [4].

Дополнительные рекомендации для расчета эквивалентных ИХ в каскадных структурах приводятся в последнем разделе.

**Эквивалентная линейная модель параллельной структуры**

Эквивалентная линейная модель параллельной структуры (рис. 9) с передаточной функцией

$$H(z) = \sum_{k=1}^L \left( \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}} \right) = \sum_{k=1}^L H_k(z),$$

создана на основе эквивалентной линейной модели звеньев.

Дисперсия собственного шума параллельной структуры будет равна сумме дисперсий собственного шума звеньев. Приведенные для звеньев аналитические формулы сохраняются, но эквивалентные ИХ звеньев, естественно, изменятся.

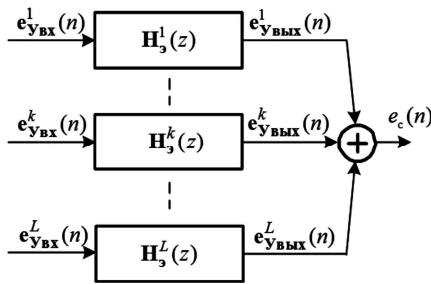


Рис. 9. Эквивалентная линейная модель параллельной структуры

**Эквивалентная линейная модель каскадной структуры**

Эквивалентная линейная модель каскадной структуры (рис. 10) с передаточной функцией

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \left( \frac{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}} \right) = G \prod_{k=1}^L H_k(z)$$

создана также на основе эквивалентной линейной модели звеньев.

Собственный шум каскадной структуры  $e_c(n)$  будет равен сумме шумов:

$$e_c(n) = e_0(n) + \sum_{k=1}^L e_c^k(n), \tag{3}$$

где  $e_0(n)$  – реакция каскадной структуры на шум  $e_G(n)$ ,

$e_c^k(n)$  – реакция части эквивалентной линейной модели с эквивалентной передаточной функцией

$$H_3^k(z) \prod_{i=k+1}^L H_i(z) \text{ на шум } e_{y_{вх}}^k(n).$$

Дисперсия собственного шума каскадной структуры  $\sigma_{e_c}^2$  будет равна сумме дисперсий шумов в (3). Зная векторы  $e_{y_{вх}}^k(n)$ ,  $H_3^k(z)$  эквивалентных линейных мо-

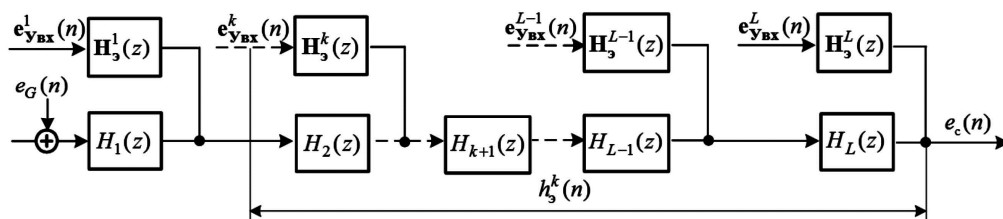


Рис. 10. Универсальная эквивалентная линейная модель каскадной структуры

делей звеньев и их дисперсию собственного шума, легко получить аналитические формулы для дисперсии собственного шума каскадной структуры.

При прямой структуре звеньев и округлении каждого локального произведения дисперсия  $\sigma_{e_c}^2$  будет равна (здесь и далее первая сумма – дисперсия собственного шума  $e_0(n)$ ):

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h_3^k(n)]^2, \tag{4}$$

а при округлении суммы локальных произведений:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h_3^k(n)]^2, \tag{5}$$

где  $h(n)$  – ИХ каскадной структуры,  $h_3^k(n)$  – эквивалентная ИХ, соответствующая эквивалентной передаточной функции  $H_3^k(z) \prod_{i=k+1}^L H_i(z)$ ,  $H_3^k(z)$  – эквивалентная передаточная функция рекурсивной части структуры звена.

При прямой канонической структуре звеньев и округлении каждого локального произведения дисперсия  $\sigma_{e_c}^2$  будет равна:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{k=2}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{2Q_y^2}{12}, \tag{6}$$

а при округлении суммы локальных произведений:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{Q_y^2}{12} \sum_{k=2}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{Q_y^2}{12}, \tag{7}$$

где  $h^k(n) = h_3^k(n)$  – эквивалентная ИХ, соответствующая эквивалентной передаточной функции  $H^k(z) \prod_{i=k+1}^L H_i(z)$ ,  $H^k(z) = H_3^k(z)$  – эквивалентная передаточная функция всей структуры звена.

Для минимизации собственного шума каскадной структуры предложен алгоритм расстановки звеньев [2], в соответствии с которым звенья располагают в порядке возрастания их дисперсий собственного шума, для чего выполняются следующие действия:

- полюс, ближайший к единичной окружности, объединяется с ближайшим нулем;
- процедура повторяется до тех пор, пока не будут сгруппированы все полюсы с нулями:

– сформированные звенья расставляются в порядке возрастания радиусов полюсов.

### Вычисление дисперсии собственного шума БИХ-фильтров в MATLAB

Алгоритм вычисления дисперсии собственного шума БИХ-фильтра в MATLAB включает в себя следующие основные этапы:

– описание каскадной структуры в виде объекта `dfilt` с матрицей коэффициентов [4]:

$$H(z) \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ 1 & b_{1k} & b_{2k} & 1 & a_{1k} & a_{2k} \\ 1 & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ 1 & b_{1L} & b_{2L} & 1 & a_{1L} & a_{2L} \end{bmatrix}; \quad (8)$$

– вычисление ИХ данного объекта с помощью функции `impz`;

– формирование матриц коэффициентов эквивалентных передаточных функций;

– описание частей эквивалентной линейной модели с эквивалентными передаточными функциями в виде объектов `dfilt`;

– вычисление эквивалентных ИХ данных объектов с помощью функции `impz`;

– вычисление дисперсии собственного шума каскадной структуры.

Третья проблема связана с формированием матриц коэффициентов эквивалентных передаточных функций.

Эта проблема снимается, если использовать закономерность последовательного обнуления элементов матрицы (8). Проиллюстрируем ее на примере 2-каскадной структуры.

При прямой структуре звеньев дисперсия собственного шума (4) будет равна:

$$\sigma_{\epsilon_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} [h^1(n)]^2 + \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} [h^2(n)]^2,$$

а соответствующие матрицы коэффициентов будут иметь вид:

$$H(z) = \frac{1+b_{11}z^{-1}+b_{21}z^{-2}}{1+a_{11}z^{-1}+a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1+b_{12}z^{-1}+b_{22}z^{-2}}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h(n);$$

$$H_1^1(z) = \frac{1}{1+a_{11}z^{-1}+a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1+b_{12}z^{-1}+b_{22}z^{-2}}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_1^1(n);$$

$$H_2^2(z) = \frac{1}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_2^2(n).$$

При прямой канонической структуре звеньев дисперсия собственного шума (6) будет равна:

$$\sigma_{\epsilon_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} [h^1(n)]^2 +$$

$$+ \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} [h^2(n)]^2 + \frac{2Q_y^2}{12},$$

а соответствующие матрицы коэффициентов будут иметь вид:

$$H(z) = H^1(z) = \frac{1+b_{11}z^{-1}+b_{21}z^{-2}}{1+a_{11}z^{-1}+a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1+b_{12}z^{-1}+b_{22}z^{-2}}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^1(n);$$

$$H^2(z) = \frac{1+b_{12}z^{-1}+b_{22}z^{-2}}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^2(n).$$

С учетом этого, на основе приведенного алгоритма были разработаны простые циклические программы. БИХ-фильтр, синтезированный в GUI `FDATool`, после расстановки звеньев и масштабирования [5], экспортируется в `Workspace` в виде объекта `dfilt`, сохраняется по команде `save` и загружается в программу по команде `load`. В программах необходимо предусмотреть следующее:

– части каскадной структуры в виде объектов `dfilt` формируются в цикле с одинаковым именем;

– для каждого объекта вычисляется эквивалентная ИХ, при этом автоматически ограничиваемые длины всех ИХ будут одинаковыми.

В общем случае, вид эквивалентных ИХ определяется расположением полюсов и нулей, поэтому их ограниченные длины для различных БИХ-фильтров будут различными, но точность при ее ограничении – одинаковой. Это позволяет сравнивать оценки собственного шума БИХ-фильтров, вычисленные в тождественных условиях.

В качестве примера были рассчитаны оценки собственного шума БИХ-фильтров ФНЧ при  $Q_y = 2^{-b_y} = 2^{-15}$  и одинаковых требованиях к АЧХ: частота дискретизации 4000 Гц, граничные частоты ПП и ПЗ – 1000 и 1200 Гц, максимально допустимое затухание в ПП 0,4455 дБ, минимально допустимое затухание в ПЗ 40 дБ.

На рис. 11 приведены СКО собственного шума БИХ-фильтров с прямой структурой звеньев и КИХ-фильтра, синтезированного при тех же требованиях к АЧХ.

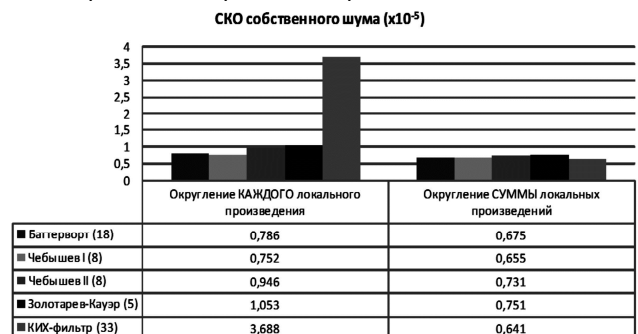


Рис. 11. СКО собственного шума БИХ-фильтров с прямой структурой звеньев и КИХ-фильтра (в скобках указан порядок фильтра)

При округлении каждого локального произведения наиболее шумящим оказался КИХ-фильтр, а среди БИХ-

фильтров – фильтр Золотарева-Кауэра, хотя у него наименьший порядок. При округлении суммы локальных произведений СКО всех фильтров уменьшилось, причем у КИХ-фильтра весьма существенно, в  $\sqrt{33}$  раз, и он стал наименее шумящим.

На рис. 12 представлены СКО собственного шума БИХ-фильтров с прямой и прямой канонической структурой звеньев при округлении каждого локального произведения.



Рис. 12. СКО собственного шума БИХ-фильтров с прямой и прямой канонической структурой звеньев

БИХ-фильтры с прямой канонической структурой звеньев, как и ожидалось, оказались более шумящими. Существенное увеличение СКО БИХ-фильтра Чебышева I легко объяснить, анализируя карты нулей и полюсов в GUI FDATool: расстояния между нулями и полюсами этого фильтра – наибольшие, а значит, наибольшие дисперсии собственного шума звеньев и каскадной структуры в целом.

Оптимальной для БИХ-фильтра будет прямая каноническая транспонированная структура звеньев с округлением суммы локальных произведений: дисперсия

собственного шума и число элементов задержки будут минимальными.

### Заключение

Получены аналитические формулы оценок собственного шума БИХ-фильтров и разработан алгоритм их вычисления в MATLAB.

Это стало возможным, благодаря решению трех проблем:

- созданию универсальной эквивалентной линейной модели каскадной структуры;
- формированию матриц коэффициентов эквивалентных передаточных функций путем последовательного обнуления элементов матрицы коэффициентов каскадной структуры;
- вычислению эквивалентных импульсных характеристик с автоматическим ограничением их длины.

Результаты работы могут быть использованы при выборе структуры цифрового фильтра и ее реализации на базе цифрового устройства.

### Литература

1. Ingle V., Proakis J. Digital Signal Processing Using MATLAB, Second Edition – Thomson.
2. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов. – М. – СПб. – Киев: Вильямс, 2004.
3. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006.
4. Солонина А.И., Арбузов С.М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
5. Солонина А.И., Клионский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н. Цифровая обработка сигналов и MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013.

## НАУЧНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ:

### Теория и методы цифровой обработки сигналов. Техническая реализация систем обработки сигналов

#### Секция 2: Теория и методы цифровой обработки сигналов

В работах, проводимых по данному базовому направлению теоретических исследований, закладываются фундаментальные основы построения систем ЦОС. Поэтому работа секции вызывает повышенный интерес всех участников конференции. Как показывает анализ представленных докладов, исследования российских ученых ведутся по всем основным направлениям развития мировой науки в области информационных технологий реального времени, а именно: цифровой фильтрации, многоскоростной обработки и вейвлет-преобразования, частотно-временной обработки и спектрального анализа, теории быстрых алгоритмов ЦОС, оптимальной и адаптивной обработки сигналов и нелинейной фильтрации.

На секции обсуждались следующие актуальные научные проблемы:

- оценивание собственного шума цифровых систем;
- адаптивная фильтрация в задачах идентификации многолучевого канала связи;
- анализ чувствительности адаптивных алгоритмов в задаче эхокомпенсации;
- гармонические вейвлеты и их применение;
- применение сплайнов для непрерывного вейвлет-преобразования;
- оценивание частоты комплексной синусоиды по трем отсчетам ДПФ;
- оптимальное проектирование многоскоростных адаптивных фильтров;
- модифицированное параметрическое ДПФ;
- исследование устойчивости цифровых гребенчатых БИХ-фильтров;
- синтез группового сигнала с применением банка цифровых гребенчатых КИХ-фильтров;
- факторизация параунитарного банка фильтров на основе кватернионов;
- применение мультирегрессионной модели для решения задач конверсии голоса;
- анализ нелинейных искажений сигналов в АЦП конвейерного типа;
- синтез цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования;
- конструирование цифровых фильтров на основе генетических алгоритмов;
- пространственная фильтрация речевого сигнала на фоне интенсивных помех;
- исследование алгоритмов разреженного преобразования Фурье.

## АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ I/Q СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ ЦИФРОВОГО ТЕЛЕВИДЕНИЯ DVB-S2

*Дворкович В.П., д.т.н., проф., зав. кафедрой Московского физико-технического института, e-mail: dvpr@niircom.ru;*

*Дворкович А.В., д.т.н., проф., зав. научно-технической лабораторией Московского физико-технического института, e-mail: a\_dvork@niircom.ru;*

*Басий В.Т., к.т.н., ведущий научный сотрудник ООО «НПФ «САД-КОМ», e-mail: vbasiy@mail.ru.*

### ANALYSIS OF I/Q SIGNAL PARAMETERS FOR DIGITAL TELEVISION SYSTEM DVB-S2

*Dvorkovich V.P., Dvorkovich A.V., Basiy V.T.*

*Standard procedures for I/Q signal parameter evaluation and the sequence of these procedures for digital television broadcasting systems DVB could not provide the independence of the parameter values, thus unambiguous tolerances could not be set for the parameters.*

*It concerns the following parameters:*

- displacements of the constellation point centers;*
- mean system target error STEM and its deviation STED;*
- amplitude imbalance AI;*
- quadrature error QE;*
- modulation error rate MER and error vector magnitude EVM;*
- phase jitter PJ.*

*The sequence of measurements and the parameter evaluation methods with its consequent exclusion from analysis, proposed in the article for ring constellations, allow to eliminate the problems pointed out above.*

*The algorithms of I/Q signal parameter evaluation for the second generation digital satellite television broadcasting system DVB-S2 ring constellations (QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK) are considered for the first time. The necessary consequence of measurements was analyzed. It allow to set independent tolerances for constellation point displacement, amplitude imbalance, quadrature errors, modulation error rate and phase jitter.*

**Key words:** television, signal constellation, digital measurements, quadrature errors, phase jitter, DVB-S2.

**Ключевые слова:** телевидение, модуляционное созвездие, цифровые измерения, спектральная эффективность, DVB-S2.

#### Введение

Цифровые сигналы с OFDM модуляцией нашли широкое применение в современных системах связи и вещания [1]. В частности, они используются в системах цифрового наземного телевизионного вещания первого и второго поколений DVB-T [2] и DVB-T2 [3]. Важной составляющей измерений в этих системах является анализ I/Q сигналов [4,5]. Поскольку при передаче информационных несущих, рассеянных и непрерывных пилотных несущих, несущих параметров передачи (Transmission Parameter Signaling, TPS) применяются различные схемы модуляции, рекомендуется исключить эти несущие из анализа I/Q, или применять к ним анализ I/Q по отдельности [4].

По модуляционному созвездию измеряются такие параметры, как:

- смещение центра созвездия – вектор систематической ошибки каждого символа в каждой ячейке;
- средняя ошибка положения точек созвездия (System Target Error Mean, STEM) по всем символам и ее разброс (System Target Error Deviation, STED);

*Рассмотрены алгоритмы оценки параметров I/Q сигналов системы цифрового спутникового вещания DVB-S2. Приводится необходимая последовательность измерений параметров модуляционного созвездия, что позволяет устанавливать допуски на ошибку положения точек созвездия (STE), дисбаланс амплитуды (AI), квадратурную ошибку (QE), относительную ошибку модуляции (MER) и фазовый джиттер (PJ) независимо друг от друга.*

- дисбаланс амплитуды (Amplitude Imbalance, AI);
- квадратурная ошибка (Quadrature Error, QE);
- относительная ошибка модуляции (Modulation Error Ratio, MER) и вектор ошибки (Error Vector Magnitude, EVM);
- фазовый джиттер (Phase Jitter, PJ).

Предполагается, что облака в каждой ячейке созвездия обусловлены не только гауссовым шумом, но и эффектами некоторых других помех, таких как небольшие когерентные интерференционные помехи или остаточные ошибки коррекции канала.

Следует заметить, что использование алгоритмов оценки указанных параметров, приведенных в [4], затрудняет задание требований к погрешностям их измерений, поскольку результаты измерений оказываются зависимыми друг от друга.

В настоящей статье реализована попытка создания

методик и последовательности измерений параметров круговых модуляционных созвездий системы цифрового спутникового телевидения DVB-S2 [6], обеспечивающих независимую оценку указанных параметров I/Q сигналов.

**Основные используемые обозначения**

Радиус окружности на модуляционных созвездиях обозначается  $U_K$ , причем:

- для QPSK  $K = 1$  (рис. 1а);
- для 8PSK  $K = 2$  (рис. 1б<sub>1</sub>, 1б<sub>2</sub>);
- для 12PSK в составе 16APSK  $K = 3$  (рис. 2а);
- для 16PSK в составе 32APSK  $K = 4$  (рис. 2б<sub>1</sub>, 2б<sub>2</sub>).

На рис. 1 приведены возможные максимальные ( $U_{1max}$ ,  $U_{2max}$ ) и минимальные ( $U_{1min}$ ,  $U_{2min}$ ) изменения радиусов созвездий QPSK и 8PSK.

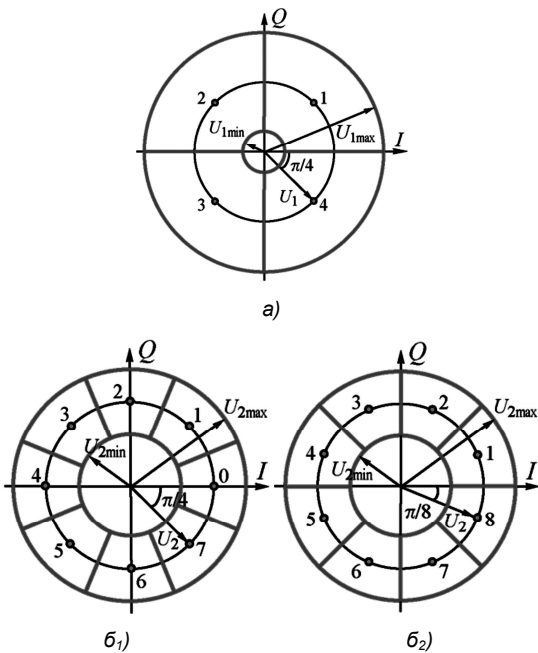


Рис. 1. Круговые созвездия QPSK (а), 8PSK (б<sub>1</sub>), 8PSK со сдвигом на угол  $\pi/8$  (б<sub>2</sub>)

Радиусы QPSK на диаграммах 16APSK (рис. 2а) и 32APSK (рис. 2б<sub>1</sub>, 2б<sub>2</sub>) обозначены  $U_{1/3}$  и  $U_{1/4}$ , а радиус 12PSK на диаграмме 32APSK (рис. 2б<sub>1</sub>, 2б<sub>2</sub>) –  $U_{3/4}$ .

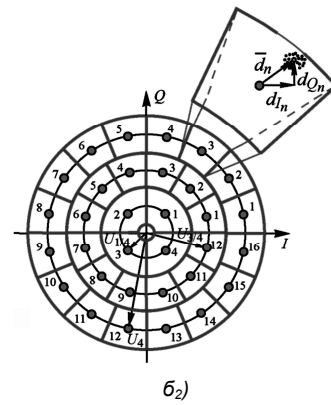
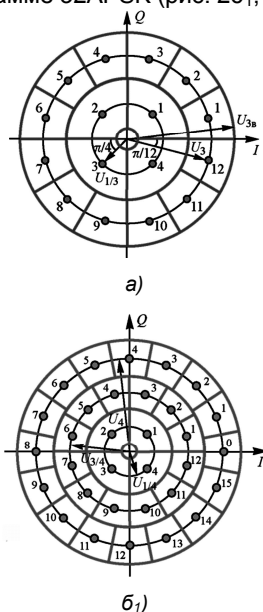


Рис. 2. Круговые созвездия 16APSK (а), 32APSK (б<sub>1</sub>), 32APSK со сдвигом части 16PSK на угол  $\pi/16$  (б<sub>2</sub>)

Для упрощения индексации в последующем тексте радиусы всех диаграмм QPSK обозначаются  $U_1$ , а радиусы диаграмм 12PSK –  $U_3$ .

В табл. 1-4 приведены данные спектральной эффективности созвездий QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK (эффективного количества передаваемых бит на точку созвездия) при разных скоростях используемого помехозащитного кода в системе DVB-S2 [6]. Также в таблицах приведены минимальные значения отношения сигнал/шум (отношение энергии символа к мощности шума в полосе сигнала) для канала с аддитивным белым гауссовским шумом, при которых обеспечивается квазибезошибочная (QEF) передача данных (доля пакетных ошибок PER =  $10^{-7}$ ), для кадра данных нормальной длины (FECFRAME length = 64800 бит).

Таблица 1. Спектральная эффективность созвездия QPSK

Скорость кода	Спектральная эффективность	Отношение сигнал/шум, дБ
1/4	0,490243	-2,35
1/3	0,656448	-1,24
2/5	0,789412	-0,30
1/2	0,988858	1,00
3/5	1,188304	2,23
2/3	1,322253	3,10
3/4	1,487473	4,03
4/5	1,587196	4,68
5/6	1,654663	5,18
8/9	1,766451	6,20
9/10	1,788612	6,42

Таблица 2. Спектральная эффективность созвездия 8PSK

Скорость кода	Спектральная эффективность	Отношение сигнал/шум, дБ
3/5	1,779991	5,50
2/3	1,980636	6,62
3/4	2,228124	7,91
5/6	2,478562	9,35
8/9	2,646012	10,69
9/10	2,679207	10,98

Координаты точек созвездий, изображенных на рис. 1а, 1б<sub>2</sub>, 2а и 2б<sub>2</sub>, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{cases} Q_n = U_K \sin \frac{\pi(2n-1)}{4K}, \\ I_n = U_K \cos \frac{\pi(2n-1)}{4K}, \end{cases} \quad n = 1, \dots, 4K; \quad K = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Таблица 3. Спектральная эффективность созвездия 16APSK

Скорость кода	Спектральная эффективность	Отношение сигнал/шум, дБ	Отношение $U_{1/3}/U_3$
2/3	2,637201	8,97	0,31746
3/4	2,966728	10,21	0,35088
4/5	3,165623	11,03	0,36364
5/6	3,300184	11,61	0,37037
8/9	3,523143	12,89	0,38462
9/10	3,567342	13,13	0,38911

Координаты точек созвездий, изображенных на рис. 1б<sub>1</sub> ( $K = 2$ ) и рис. 2б<sub>1</sub> ( $K = 4$ ):

$$\begin{cases} Q_n = U_K \sin \frac{\pi n}{4K}, \\ I_n = U_K \cos \frac{\pi n}{4K}, \end{cases} \quad n = 0, \dots, 4K - 1. \quad (2)$$

Интервалы между соседними точками созвездий равны

$$\Delta U_K = 2U_K \sin \frac{\pi}{4K}, \quad K = 1, \dots, 4, \quad (3)$$

Принимаемые значения дискретных отсчетов сигнала вследствие воздействия шумов и различных искажений не совпадают с идеальными точками созвездий. Радиусы окружностей и изменения фаз, в пределах которых происходит смещение принимаемых отсчетов относительно точек созвездия, равны

$$\begin{aligned} U_{K \max} &= U_K \left(1 + \sin \frac{\pi}{4K}\right), \quad U_{K \min} = U_K \left(1 - \sin \frac{\pi}{4K}\right), \\ \varphi_{n \max} &= \varphi_n + \frac{\pi}{4K}, \quad \varphi_{n \min} = \varphi_n - \frac{\pi}{4K}, \quad \varphi_n = \frac{\pi(2n-1)}{4K}, \quad (4) \\ n &= 1, \dots, 4K; \quad K = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

Эти пределы изменений радиуса окружности и фазы задают границы ячеек созвездия.

Мощности созвездий QPSK, 8PSK, 12PSK и 16PSK определяются следующими соотношениями:

$$P_K = 4K \frac{U_K^2}{2} = 4K \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta U_K}{2 \sin \frac{\pi}{4K}} \right)^2, \quad K = 1, \dots, 4. \quad (5)$$

Мощности созвездий 16APSK и 32APSK определяются иначе:

$$P_5 = 4 \frac{U_1^2}{2} + 12 \frac{U_3^2}{2} = 16 \frac{U_5^2}{2} = 16 \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta U_5}{2 \sin \frac{\pi}{16}} \right)^2, \quad (6)$$

где  $U_5 = \frac{1}{2} \sqrt{U_1^2 + 3U_3^2}$  – эквивалентный радиус созвездия

для 16APSK,  $\Delta U_5 = 2U_5 \sin \frac{\pi}{16}$  – эквивалентный интервал между точками созвездия 16APSK,

$$P_6 = 4 \frac{U_1^2}{2} + 12 \frac{U_3^2}{2} + 16 \frac{U_4^2}{2} = 32 \frac{U_6^2}{2} = 32 \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta U_6}{2 \sin \frac{\pi}{32}} \right)^2, \quad (7)$$

где  $U_6 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{U_1^2 + 3U_3^2 + 4U_4^2}$  – эквивалентный радиус созвездия 32APSK,  $\Delta U_6 = 2U_6 \sin \frac{\pi}{32}$  – эквивалентный интервал между точками созвездия 32APSK.

Заметим, что если мощности сигналов, используемых в DVB-S2 созвездий QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK, равны, то

$$U_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} U_1, \quad U_5 = \frac{1}{2} U_1, \quad U_6 = \frac{1}{2\sqrt{2}} U_1. \quad (8)$$

Если радиусы созвездий QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK (эквивалентные радиусы для 16APSK и 32APSK) равны, то мощности сигналов находятся в следующих соотношениях:

$$P_2 = \frac{1}{2} P_1, \quad P_5 = \frac{1}{4} P_1, \quad P_6 = \frac{1}{8} P_1. \quad (9)$$

И наконец, если интервалы между соседними точками созвездий QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK (эквивалентные интервалы для 16APSK и 32APSK) равны, то мощности сигналов находятся в следующих соотношениях:

$$\begin{aligned} P_2 &= 2P_1 \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}}, \quad P_5 = 4P_1 \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}}, \\ P_6 &= 8P_1 \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

При анализе геометрических искажений круговых созвездий наряду с использованием систем, представленных на рис. 1а и 2а, удобно измерять круговые диаграммы рис. 2а<sub>2</sub> и 2б<sub>2</sub>.

В этом случае для всех круговых диаграмм имеются попарно равные координаты по осям  $Q$  и  $I$  соответственно:

$$\begin{cases} Q_m = Q_{3K+1-m} = Q_{3K+m} = U_K \sin \frac{\pi[(2m-1)-2K]}{4K}, \\ I_m = I_{2K+1-m} = I_{2K+m} = \text{sgn}[(2m-1)-2K] U_K \cos \frac{\pi[(2m-1)-2K]}{4K}, \end{cases} \quad (11)$$

причем если  $K + m > 4K$ , то  $m = m - K$ ;  $m = 1, \dots, 2K$ .

Таблица 4. Спектральная эффективность созвездия 32APSK

Скорость кода	Спектральная эффективность	Отношение сигнал/шум, дБ	Отношение $U_{1/4}/U_4$	Отношение $U_{3/4}/U_4$
3/4	3,703295	12,73	0,53890	0,18975
4/5	3,951571	13,64	0,55852	0,20534
5/6	4,119540	14,28	0,56896	0,21552
8/9	4,397854	15,69	0,58661	0,23095
9/10	4,453027	16,05	0,58837	0,23256



Далее приводится расчет геометрических искажений круговых созвездий, причем для созвездий с амплитудно-фазовой манипуляцией APSK расчет необходимо производить для каждого кольца с фиксированной амплитудой раздельно (QPSK и 12PSK в составе 16APSK; QPSK, 12PSK и 16PSK в составе 32APSK).

**Расчет геометрических искажений круговых созвездий**

**Смещения центров ячеек созвездия и вектора систематической ошибки**

Эти параметры определяются для каждой ячейки созвездия  $\{n = 1, \dots, 4K; K = 1, \dots, 4\}$ . Кроме того, определяется вектор систематической ошибки центра всего созвездия.

Систематическая ошибка центра ячейки созвездия проиллюстрирована на рис. 2б<sub>2</sub>.

Расчеты производятся следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{I}_n = \frac{1}{M_n} \sum_{i=1}^{M_n} I_{in}, \\ \hat{Q}_n = \frac{1}{M_n} \sum_{i=1}^{M_n} Q_{in} \end{cases} \quad \text{– центры } I \text{ и } Q \text{-компонент в ячейке}$$

$\{n\}$ ,  $n = 1, \dots, 4K$ ,  $K = 1, \dots, 4$ ,  $i$  – индекс дискретных отсчетов сигнала в ячейке,  $M_n$  – число дискретных отсчетов сигнала в ячейке;

$$\begin{cases} \delta I_n = I_n - \hat{I}_n, \\ \delta Q_n = Q_n - \hat{Q}_n \end{cases} \quad \text{– смещение центра в ячейке } \{n\} \text{ по}$$

координатам  $I$  и  $Q$ ;

$$\begin{cases} c_{I_k} = \frac{1}{4K} \sum_{n=1}^{4K} \delta I_n, \\ c_{Q_k} = \frac{1}{4K} \sum_{n=1}^{4K} \delta Q_n \end{cases} \quad \text{– величины смещения по координатам}$$

$I$  и  $Q$  центров круговых диаграмм: QPSK ( $K = 1$ ), 8PSK ( $K = 2$ ), 12PSK ( $K = 3$ ) и 16PSK ( $K = 4$ );

$$c_k = \sqrt{c_{I_k}^2 + c_{Q_k}^2} \quad \text{– величины векторов смещения}$$

центров круговых диаграмм;

$$\begin{cases} d_{I_n} = \delta I_n - c_{I_k}, \\ d_{Q_n} = \delta Q_n - c_{Q_k} \end{cases} \quad \text{– систематические ошибки } I \text{ и } Q$$

$Q$ -компонент центров ячеек  $\{n\}$  при смещении центров круговых диаграмм в координаты  $I = 0$  и  $Q = 0$ ;

$$d_n = \sqrt{(d_{I_n})^2 + (d_{Q_n})^2} \quad \text{– длина вектора систематической ошибки}$$

в каждой ячейке  $\{n\}$  при смещении центров круговых диаграмм в координаты  $I = 0$  и  $Q = 0$ .

**Систематические ошибки положений точек созвездия**

Систематическая ошибка положения точек созвездия (STEM<sub>K</sub>) и ее разброс (STED<sub>K</sub>), нормализованные по амплитудам созвездий QPSK ( $K = 1$ ), 8PSK ( $K = 2$ ), 12PSK ( $K = 3$ ) и 16PSK ( $K = 4$ ), рассчитываются с использованием следующих формул:

$$STEM_K = \frac{100\%}{4KU_K} \sum_{n=1}^{4K} d_n, \quad (12)$$

$$STED_K = 100\% \sqrt{\frac{1}{4KU_K^2} \sum_{n=1}^{4K} d_n^2 - STEM_K^2}. \quad (13)$$

Для созвездий 16APSK и 32APSK эти параметры рассчитываются иначе:

$$STEM_5 = \frac{100\%}{U_5} \left[ \frac{1}{4} \sum_{n=1}^4 d_{n \text{ QPSK}} + \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} d_{n \text{ 12PSK}} \right], \quad (14)$$

$$STEM_6 = \frac{100\%}{U_6} \left[ \frac{1}{4} \sum_{n=1}^4 d_{n \text{ QPSK}} + \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} d_{n \text{ 12PSK}} + \frac{1}{16} \sum_{n=1}^{16} d_{n \text{ 16PSK}} \right],$$

$$STED_5 = 100\% \sqrt{\frac{1}{U_5^2} \left[ \frac{1}{4} \sum_{n=1}^4 d_{n \text{ QPSK}}^2 + \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} d_{n \text{ 12PSK}}^2 \right] - STEM_5^2}, \quad (15)$$

$$STED_6 = 100\% \times \sqrt{\frac{1}{U_6^2} \left[ \frac{1}{4} \sum_{n=1}^4 d_{n \text{ QPSK}}^2 + \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} d_{n \text{ 12PSK}}^2 + \frac{1}{16} \sum_{n=1}^{16} d_{n \text{ 16PSK}}^2 \right] - STEM_6^2}$$

Очевидно, вектор смещения систематической ошибки в каждой ячейке состоит из нескольких составляющих, зависящих от суммы флуктуационных, импульсных и синусоидальных помех, неравномерности амплитудных характеристик и группового времени запаздывания, а также нелинейных искажений сигналов в канале связи. Однако из этой суммы возможно выделить ряд векторов смещения систематических ошибок, характеризующих:

- квадратурные искажения и дисбаланс амплитуды, приводящие к эллипсоидальным искажениям созвездия;
- искажения, определяющие иные факторы смещения положения точек созвездия (например, влияние нестационарных нелинейных искажений в канале связи).

Предположим, что суммарные векторы систематической ошибки в ячейках  $\{n = 1, \dots, 4K; K = 1, \dots, 4\}$  можно представить в виде суммы:

$$\bar{d}_n = \bar{d}_{n_{\text{кв}}} + \bar{d}_{n_{\text{дб}}} + \bar{d}_{n_{\text{и}}}, \quad (16)$$

где  $\bar{d}_{n_{\text{кв}}} = \{d_{I_{n_{\text{кв}}}}, d_{Q_{n_{\text{кв}}}}\}$  – векторы, определяющие квадратурные искажения;  $\bar{d}_{n_{\text{дб}}} = \{d_{I_{n_{\text{дб}}}}, d_{Q_{n_{\text{дб}}}}\}$  – векторы, характеризующие дисбаланс амплитуды;  $\bar{d}_{n_{\text{и}}} = \{d_{I_{n_{\text{и}}}}, d_{Q_{n_{\text{и}}}}\}$  – векторы, определяющие иные факторы смещения положения точек созвездия.

**Квадратурные искажения**

Квадратурные ошибки (QEK), вызывающие различные линейные искажения созвездия вдоль осей  $Q$  и  $I$ , рассчитываются в несколько этапов.

Усредненные наклонные линии по вертикали ( $\bar{i}_k = a_{V_k} \bar{q}_k$ ) и горизонтали ( $\bar{q}_k = a_{H_k} \bar{i}_k$ ) для круговых диаграмм QPSK ( $K = 1$ ), 8PSK ( $K = 2$ ), 12PSK ( $K = 3$ ) и 16PSK ( $K = 4$ ), а также соответствующих элементов диаграмм 16APSK и 32APSK, рассчитываются с использованием метода наименьших квадратов:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^{2K} [a_{V_k} Q_m - d_{I_m}]^2 \Rightarrow \min, \\ \sum_{m=1}^{2K} [a_{H_k} I_m - d_{Q_m}]^2 \Rightarrow \min. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь значения координат  $Q_m$  и  $I_m$  определены в соот-

ношениях (11), а систематические ошибки  $I$ - и  $Q$ -компонент центров ячеек  $d_{I_m}$  и  $d_{Q_m}$  соответственно равны

$$\begin{cases} d_{Q_m} = \frac{1}{2}(d_{3K+1-m} + d_{3K+m}), \\ d_{I_m} = \frac{1}{2}(d_{3K+1-m} + d_{3K+m}), \end{cases} \quad (18)$$

причем если  $3K + m > 4K$ , то  $m = m - K$ ;  $m = 1, \dots, 2K$ ;  $K = 1, \dots, 4$ .

Из соотношений (17) и (18) можно вычислить коэффициенты усредненных наклонных линий по вертикали  $a_{V_K}$  и горизонтали  $a_{H_K}$ :

$$\begin{cases} a_{V_K} = \frac{\sum_{m=1}^{2K} Q_m (d_{3K+1-m} + d_{3K+m})}{2 \sum_{m=1}^{2K} Q_m^2}, \\ a_{H_K} = \frac{\sum_{m=1}^{2K} I_m (d_{2K+1-m} + d_{2K+m})}{2 \sum_{m=1}^{2K} I_m^2}. \end{cases} \quad (19)$$

Данные, определяющие квадратурные искажения круговых диаграмм по осям  $Q$  и  $I$ , рассчитываются следующим образом:

$$\begin{cases} d_{Q_{n_{\text{сб}}}} = U_K a_{V_K} \sin \frac{\pi}{4K} (2n-1), \\ d_{I_{n_{\text{сб}}}} = U_K a_{H_K} \cos \frac{\pi}{4K} (2n-1), \end{cases} \quad (20)$$

$n = 1, \dots, 4K$ ;  $K = 1, 2, 3$ .

Исключение из суммарной систематической ошибки в ячейках  $\{n = 1, \dots, K; K = 1, \dots, 4\}$  рассчитанного вектора, определяющего квадратурные искажения, позволяет производить расчет двух других геометрических искажений круговой диаграммы.

На рис. 3 в качестве примера изображены усредненные наклонные линии по вертикали ( $\bar{i}_K = a_{V_K} \bar{q}_K$ ) и горизонтали ( $\bar{q}_K = a_{H_K} \bar{i}_K$ ) для круговой диаграммы 12PSK ( $K = 3$ ).

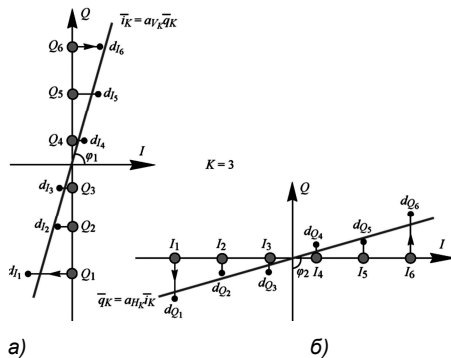


Рис. 3. Усредненные наклонные линии по вертикали и горизонтали для круговой диаграммы 12PSK

Угол наклона усредненной линии по вертикали

( $\bar{i}_K = a_{V_K} \bar{q}_K$ ) (рис. 3а) равен  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \arctg(a_V)$ , а угол наклона усредненной линии по горизонтали

( $\bar{q}_K = a_{H_K} \bar{i}_K$ ) (рис. 3б) –  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \arctg(a_H)$ .

Величина квадратурной ошибки вычисляется аналогично алгоритму оценки этой величины, используемой при измерениях квадратной  $I/Q$ -диаграммы по формуле [4]:

$$QE = \frac{180^\circ}{\pi} |\varphi_1 - \varphi_2| = \frac{180^\circ}{\pi} \left| \arctg \frac{a_H + a_V}{1 - a_H \cdot a_V} \right|. \quad (21)$$

Если углы наклона усредненных наклонных линий по горизонтали и вертикали равны по модулю и противоположны по знаку:  $a_H = -a_V = a$ , то квадратурная ошибка тождественно равна нулю –  $QE \equiv 0$ , а созвездие оказывается повернутым на угол  $\varphi_0 = \frac{180^\circ}{\pi} \arctg(a)$ .

Вычитая из полных векторов систематической ошибки в каждой ячейке  $\{n = 1, \dots, K; K = 1, \dots, 4\}$ , рассчитанные вектора ошибки, определяемые квадратурными искажениями  $\bar{d}_n - \bar{d}_{n_{\text{сб}}}$ , получим сумму векторов  $\hat{d}_{Kn} = \bar{d}_{n_{\text{сб}}} + \bar{d}_{n_{\text{сб}}}$ , характеризующих дисбаланс амплитуды и иные факторы смещения положения точек созвездия.

### Дисбаланс амплитуды

Дисбаланс амплитуды (АИК) вызывает сжатие (растяжение) созвездия по горизонтали и растяжение (сжатие) созвездия по вертикали. Подобно расчету параметров усредненных линий при оценке квадратурных искажений (рис. 3), можно рассчитать изменения структуры круговой диаграммы и в этом случае.

Структура искажений круговых диаграмм за счет дисбаланса амплитуды приведена на рис. 4. При этом растяжение (сжатие) круговой диаграммы при  $K = 3$  по вертикали приведена на рис. 4а, а по горизонтали – на рис. 4б. Расчет искажений по вертикали и горизонтали осуществляется следующим образом.

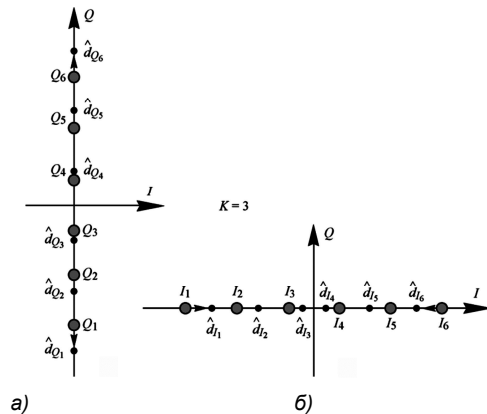
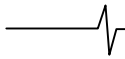


Рис. 4. Усредненные линии по вертикали и горизонтали для круговой диаграммы 12PSK

Производится взвешенное суммирование модулей парных искажений для крайних значений по осям  $Q_m$  и  $I_m$ ,  $m = 1$  и  $m = 2K$ :

$$\begin{cases} |d_{Q_{1,\text{сб}}}| = |d_{Q_{2K,\text{сб}}}| = \left( |\hat{d}_{Q_1}| + |\hat{d}_{Q_{2K}}| \right) / 2, \\ |d_{I_{1,\text{сб}}}| = |d_{I_{2K,\text{сб}}}| = \left( |\hat{d}_{I_1}| + |\hat{d}_{I_{2K}}| \right) / 2, \end{cases} \quad (22)$$



где

$$\begin{cases} \hat{d}_{Q_1} = \frac{1}{2}(\hat{d}_{3K} + \hat{d}_{3K+1}), \hat{d}_{Q_{2K}} = \frac{1}{2}(\hat{d}_{K+1} + \hat{d}_K), \\ \hat{d}_{I_1} = \frac{1}{2}(\hat{d}_{2K} + \hat{d}_{2K+1}), \hat{d}_{I_{2K}} = \frac{1}{2}(\hat{d}_1 + \hat{d}_{4K}). \end{cases} \quad (23)$$

При этом если  $\hat{d}_{Q_1} < 0$ ,  $\hat{d}_{Q_{2K}} > 0$ , то имеет место растяжение круговой диаграммы по оси  $Q$ , в противном случае – сжатие по этой оси и

$$d_{Q_{1,на}} = \text{sgn}(\hat{d}_{Q_1}) |d_{Q_{1,на}}|, d_{Q_{2K,на}} = \text{sgn}(\hat{d}_{Q_{2K}}) |d_{Q_{2K,на}}|. \quad (24)$$

Если  $\hat{d}_{I_1} > 0$ ,  $\hat{d}_{I_{2K}} < 0$ , то имеет место сжатие круговой диаграммы по оси  $I$ , в противном случае – растяжение по этой оси и

$$d_{I_{1,на}} = \text{sgn}(\hat{d}_{I_1}) |d_{I_{1,на}}|, d_{I_{2K,на}} = \text{sgn}(\hat{d}_{I_{2K}}) |d_{I_{2K,на}}|. \quad (25)$$

Последующие величины искажений рассчитываются по осям  $Q$  и  $I$  так:

$$\begin{aligned} d_{Q_{m,на}} &= d_{Q_{1,на}} \frac{Q_m}{Q_1}; \\ d_{I_{m,на}} &= d_{Q_{2K,на}} \frac{I_m}{I_1}; \quad m = 2, \dots, K; \\ d_{Q_{m,на}} &= d_{Q_{2K,на}} \frac{Q_m}{Q_{2K}}; \\ d_{I_{m,на}} &= d_{I_{2K,на}} \frac{I_m}{I_{2K}}; \quad m = K + 1, \dots, 2K - 1. \end{aligned} \quad (26)$$

Дисбаланс амплитуды ( $AI_K$ ) можно определить следующим образом:

$$AI_K = \begin{cases} \frac{v_I - v_Q}{1 + v_Q}, & v_I \geq v_Q \\ \frac{v_I - v_Q}{1 + v_I}, & v_I < v_Q \end{cases} \cdot 100\% \cong (v_I - v_Q) \cdot 100\%, \quad (27)$$

где  $v_I = |d_{I_{1,на}}| / I_1$ ,  $v_Q = |d_{Q_{1,на}}| / Q_1$ .

Вычитая из полного вектора систематической ошибки в каждой ячейке  $\{n = 1, \dots, 4K, K = 1, \dots, 4\}$  рассчитанные вектора систематической ошибки, определяемые квадратными искажениями, и вектора систематической ошибки, характеризующие дисбаланс амплитуды,  $\bar{d}_n - \bar{d}_{n_{ка}} - \bar{d}_{n_{на}}$ , получим значения векторов  $\bar{d}_{n_n} = \{d_{I_{n_n}}; d_{Q_{n_n}}\}$ , которые определяют оставшиеся факторы смещения положения точек созвездия.

**Влияние других искажений**

Искажения ( $RI_K$ ), определяющие, например, влияние нестационарных нелинейных искажений в канале связи, можно оценить по формуле:

$$RI_K = \frac{\min\{r_I, r_Q\}}{\max\{r_I, r_Q\}} \cdot 100\%, \quad (28)$$

где  $r_I = \frac{1}{4K I_K} \sum_{n=1}^{4K} |d_{I_{n_n}}|$ ,  $r_Q = \frac{1}{4K Q_K} \sum_{n=1}^{4K} |d_{Q_{n_n}}|$ ,  $|d_{I_{n_n}}|$  и  $|d_{Q_{n_n}}|$  – соответствующие модули выделенных смещений векторов по осям  $I$  и  $Q$ .

Для устранения всех видов геометрических искажений круговых созвездий ( $c_K, STEM_K, QE_K, AI_K, RI_K$ ) все отсчеты и, соответственно, компоненты математического ожидания каждой точки созвездия  $\{\hat{I}_n; \hat{Q}_n\}$  в ячейках  $\{n = 1, \dots, 4K, K = 1, \dots, 4\}$  смещаются к центрам идеальных точек созвездия  $\{I_n, Q_n\}$  путем преобразований  $\{\hat{I}_n - d_{I_n}; \hat{Q}_n - d_{Q_n}\}$ .

**Расчет относительных ошибок модуляции и векторов ошибок**

Относительные ошибки модуляции ( $MER_K$ ) и вектора ошибки ( $EVM_K$ ) рассчитываются в три этапа:

– в каждой ячейке созвездия оценивается дисперсия помехи по формулам:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{M_n} \sum_{i=1}^{M_n} \left[ (I_{in} - d_{I_n} - I_n)^2 + (Q_{in} - d_{Q_n} - Q_n)^2 \right]. \quad (29)$$

– оценивается среднее значение дисперсии помехи по всем ячейкам:

$$\sigma_{K\text{ sum}}^2 = \frac{1}{4K} \sum_{n=1}^{4K} \sigma_n^2 \quad (30)$$

– вычисляется относительная ошибка MER и вектор ошибки EVM по формулам:

$$MER = 10 \lg \frac{U_K^2}{\sigma_{K\text{ sum}}^2} \text{ дБ}; \quad EVM = \frac{\sigma_{K\text{ sum}}}{U_K} \cdot 100\%. \quad (31)$$

**Расчет фазового джиттера**

Фазовый джиттер (PJ) рассчитывается в несколько этапов. Для созвездий APSK фазовый джиттер анализируется только по точкам внешнего кольца созвездия.

Сначала осуществляется смещение всех векторов в центр диаграммы всех ячеек  $\{n = 1, \dots, K; K = 1, \dots, 4\}$  в точку с координатами  $\{I = 0, Q = 0\}$ .

Новые координаты всех преобразованных векторов во всех ячейках равны:

$$\tilde{I}_{in} = I_{in} - d_{I_n} - I_n, \quad \tilde{Q}_{in} = Q_{in} - d_{Q_n} - Q_n.$$

В качестве примера на рис. 5а приведены структуры преобразованных дискретных отсчетов для диаграммы QPSK ( $K = 1$ ). Они состоят из четырех составляющих, смещенных последовательно на углы  $90^\circ$ .

На следующем этапе производится поворот всех преобразованных векторов следующим образом:

– все преобразованные вектора ячеек правого верхнего квадранта ( $m = 1, \dots, K$ ) и левого нижнего квадранта ( $m = 2K + 1, \dots, 3K$ ) смещаются на углы  $-4K\pi/(2n - 1)$ ,  $n = 1, \dots, K$  соответственно:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{im} &= \hat{I}_{im} \cos \frac{\pi(2n-1)}{4K} + \hat{Q}_{im} \sin \frac{\pi(2n-1)}{4K}, \\ \tilde{Q}_{im} &= -\hat{I}_{im} \sin \frac{\pi(2n-1)}{4K} + \hat{Q}_{im} \cos \frac{\pi(2n-1)}{4K}; \end{aligned} \quad (32)$$

– все преобразованные вектора ячеек левого верхнего квадранта ( $m = K + 1, \dots, 2K$ ) и правого нижнего квадранта ( $m = 4K, \dots, 3K + 1$ ) смещаются на углы  $+4K\pi/(2n - 1)$ ,  $n = 1, \dots, K$ :

$$\tilde{I}_{im} = \hat{I}_{im} \cos \frac{\pi(2n-1)}{4K} - \hat{Q}_{im} \sin \frac{\pi(2n-1)}{4K},$$

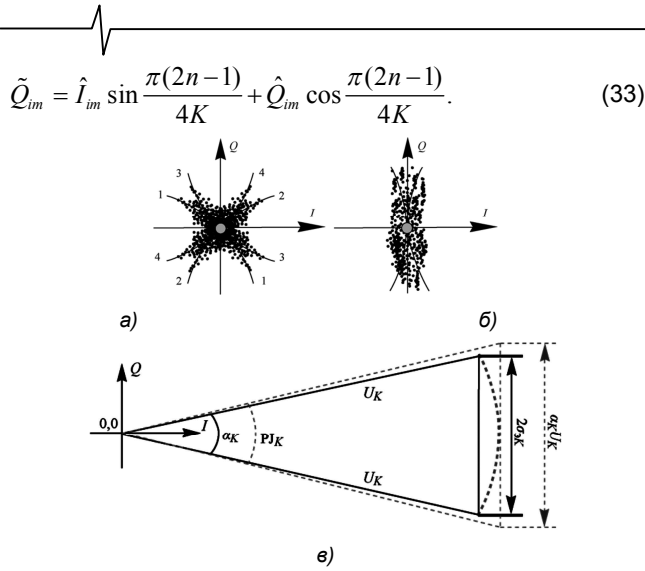


Рис. 5. К анализу преобразования структуры дискретных отсчетов круговых диаграмм при измерениях фазового джиттера

При этом структура преобразованных дискретных отсчетов состоит из  $4K$  составляющих, сгруппированных в две части, смещенные друг относительно друга на  $180^\circ$  (рис. 5б).

Такой алгоритм построения структуры рис. 5б обладает следующим свойством: математические значения просуммированных  $I$ - и  $Q$ -координат всех преобразованных векторов практически становятся равными нулю:

$$\bar{Q}_K = \frac{1}{M_{n\text{sum}}} \sum_{i=1}^{M_{n\text{sum}}} \tilde{Q}_{in} \cong 0, \quad (34)$$

$$\bar{I}_K = \frac{1}{M_{n\text{sum}}} \sum_{i=1}^{M_{n\text{sum}}} \tilde{I}_{in} \cong 0,$$

где  $M_{n\text{sum}}$  – суммарное количество всех дискретных преобразованных векторов во всех ячейках круговой диаграммы.

Соотношения (34) позволяют вычислить дисперсии отклонений всех ошибок по осям  $Q$  и  $I$ :

$$\sigma_{Q_K}^2 = \frac{1}{4M_{n\text{sum}}} \sum_{i=1}^{M_{n\text{sum}}} \tilde{Q}_{in}^2, \quad \sigma_{I_K}^2 = \frac{1}{4M_{n\text{sum}}} \sum_{i=1}^{M_{n\text{sum}}} \tilde{I}_{in}^2.$$

Различие этих дисперсий характеризует наличие джиттера, если

$$\sigma_{PJ_K}^2 = \sigma_{Q_K}^2 - \sigma_{I_K}^2 > 0. \quad (35)$$

Предположим, что вектора систематических ошибок каждого символа в крайних ячейках распределены по нормальному закону. В этом случае следует считать, что размытие структуры определяется удвоенной величиной энтропии (условно показано на рис. 5в)

$$\sigma_{\alpha_K} = 2,07\sigma_{PJ_K}. \quad (36)$$

Величина  $PJ$  вычисляется в градусах с учетом кривизны графика фазового джиттера. Кроме того, при вычислении среднеквадратичного отклонения  $PJ$  следует принимать во внимание кривизну графика фазового джиттера (рис. 5в, выпрямленная величина участка кривой джиттера показана прямой линией красного цвета).

Среднее значение  $PJ$  равно

$$PJ_K = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 2 \arctg(\alpha_K/2),$$

где  $\alpha_K = 2 \arcsin(\sigma_{\alpha_K}/U_K)$ .

**Примечание.** При величине  $PJ > 0$  по рассчитанным параметрам всех ячеек созвездия возможно выполнение расчета относительной ошибки модуляции  $MER$ , учитывающего усредненное значение эксцентриситета

$$Eks_K = \sigma_{Q_K} / \sigma_{I_K},$$

с учетом которого вычисляется относительная ошибка модуляции

$$MER_{Eks_K} = 10 \lg \frac{U_K^2}{(\sigma_{Q_K} / Eks_K)^2 + (\sigma_{I_K} \cdot Eks_K)^2}.$$

## Заключение

Стандартные процедуры оценки параметров  $I/Q$  сигналов и их последовательность для систем цифрового телевизионного вещания DVB [4] не обеспечивают независимость величин этих параметров, что не позволяет устанавливать однозначные допуски на их значения.

К параметрам  $I/Q$  сигналов относятся:

- смещения центров точек созвездия;
- средняя ошибка положения точек созвездия (STEM) и ее разброс (STED);
- дисбаланс амплитуды (AI);
- квадратурная ошибка (QE);
- относительная ошибка модуляции (MER) и вектор ошибки (EVM);
- фазовый джиттер (PJ).

Рассмотренная в данной статье последовательность измерений и методики оценки параметров круговых созвездий с последовательным исключением их из анализа, позволяют устранить указанные проблемы.

Впервые рассмотрены алгоритмы оценки параметров  $I/Q$  сигналов для круговых созвездий системы цифрового спутникового вещания DVB-S2 (QPSK, 8PSK, 16APSK и 32APSK), проанализирована необходимая последовательность измерений параметров созвездий, что позволяет устанавливать допуски на ошибки положения точек созвездий, дисбаланс амплитуды, квадратурные ошибки, относительную ошибку модуляции и фазовый джиттер независимо друг от друга.

## Литература

1. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Цифровые видеотелевизионные системы (теория и практика). – М.: Техносфера, 2012. – 1008 с.
2. ETSI EN 300 744 V1.6.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television (01/2009).
3. ETSI EN 302 755 V1.3.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2) (04/2012).
4. ETSI TR 101 290 V1.3.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Measurement Guidelines for DVB Systems (07/2014).
5. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Измерения в видеотелевизионных системах (теория и практика). – М.: Техносфера, 2015. – 788 с.
6. ETSI EN 302 307-1 V1.4.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 1: DVB-S2 (11/2014).

УДК 621.396.2

## ДВУХЭЛЕМЕНТНОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРЕКОДИРОВАНИЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ MIMO С ПРОСТРАНСТВЕННЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ

*Крейнделин В.Б., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики, e-mail: vitkrend@gmail.com;*

*Старовойтов М.Ю., менеджер по технологиям ООО «Нокиа Нетворкс», e-mail: mikhail.starovoytov@nokia.com.*

### A TWO-ELEMENT LINEAR PRECODING FOR THE MIMO SYSTEM WITH SPATIAL MULTIPLEXING

*Kreyndelin V.B., Starovoytov M.U.*

*For the «Centralized RAN» radioaccess network, organized as synchronized base stations aggregated around the central location, where the capacity to make centralized calculations is provided and a Central Database (CDB) is placed, for the Single User Multiple Input Multiple Output Spatial Multiplexing (SUMIMOSM), for radio interface based on Time Division Duplex (TDD), a simple unitary linear precoding formed as a product of two matrix elements is proposed. The first matrix element is derived from the Singular Value Decomposition (SVD) of the channel matrix; it accounts for the individuality of the ongoing data session, and serves the «key», opening the way to work directly on the channel matrix spectrum for the second element. These condprecoding matrix elements use dinaready form, it is given on request from the CDB, where it is kept as a result of the preliminary processing done offline on the basis of the statistics of (all) the previous data sessions with the same antenna group, in the same location on the map, and with the same type of user equipment. The method requires a low real-time calculational effort. The gain in error rate performance from the proposed method compared to the ones based on 3GPP-standard codebooks - is  $(0.5 \div 2)$  dB. In TDD systems the method works with similar efficiency in up-link and in downlink, and the second precoding matrix element for both lines is identical.*

**Key words:** MIMO, spatial multiplexing, SVD, unitary precoding, TDD.

**Ключевые слова:** MIMO, пространственное мультиплексирование, унитарное прекодирование, TDD.

#### Введение

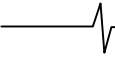
Определение: «вектором колокации» назывем вектор из трех элементов: переведенные в номерной формат координаты на местности мобильного терминала; номер типа мобильного терминала; номер используемого поддиапазона частот. Поддиапазон частот – набор рядом расположенных узкополосных частотных номиналов, характеристики замираний для которых близки. Везде далее будем считать, что вектор колокации для каждого активного мобильного сеанса связи в каждый момент достоверно известен на передающей стороне.

Определение: «антенной группой» назовем совокупность антенн в системе базовых станций с конкретными номерами, для определенности – в порядке убывания номеров, с которыми терминал взаимодействует в рабочем сеансе связи. Далее будем считать, что выбор антенной группы для текущего сеанса связи SUMIMOSM сделан.

Предполагаемая целевая архитектура: Сеть радиодоступа состоит из базовых станций и мобильных терминалов. Все базовые станции синхронизированы и соединены по топологии «звезда» с единым центром, который, в свою очередь, соединен со всеми необходимыми по стандарту 3GPP логическими узлами и пакетным ядром,

*Для архитектуры сети радиодоступа с синхронизированными базовыми станциями и централизованными вычислениями на стороне сети «Centralized RAN», для режима однопользовательского MIMO с пространственным мультиплексированием (\*: Single User Multiple Input Multiple Output Spatial Multiplexing, SUMIMOSM) для TDD (Time Division Duplex, TDD), предлагается простое унитарное линейное прекодирование, состоящее из двух элементов. Первый матричный элемент основан на SVD-разложении (Singular Value Decomposition, SVD) матрицы канала; он учитывает индивидуальность текущего сеанса связи и служит «ключом», открывающим второму элементу путь непосредственного воздействия на спектр матрицы канала. Второй матричный элемент применяется в готовом виде, он выдается по запросу из центральной базы данных (ЦБД) и является результатом предварительных компьютерных расчетов на основе статистики по (всем) предыдущим сеансам связи с той же антенной группой, в той же точке на местности и с тем же типом терминала. Метод отличается малым числом операций, выполняемых в реальном времени. Выигрыш в помехоустойчивости от применения нового метода по сравнению со стандартными методами прекодирования 3GPP по кодовой книге составляет  $(0.5 \div 2)$  Дб. В режиме TDD метод с одинаковой эффективностью действует на линии «вниз» и на линии «вверх», притом второй матричный элемент для линии «вверх» и линии «вниз» идентичен.*

все транспортные потоки на линии «вверх» и линии «вниз» проходят через единый центр, вычисления в реальном времени для всех базовых станций делаются в едином центре, при необходимости в начале и во время сеанса связи базовые станции имеют мгновенный доступ к ЦБД по не блокирующим каналам транспорта, а терминалы имеют мгновенный доступ к базовым станциям по ра-



диоканалу. Такая архитектура известна как «CentralizedRAN» [1].

Для оценки вычислительной сложности и ширины полосы обратного канала в архитектуре «CentralizedRAN» в предлагаемом подходе будем учитывать только те операции, в которых ресурсы задействуются непосредственно во время сеанса связи. Если вычисления проводятся вне сеанса связи, то будем считать их вычислительную сложность нулевой.

### Модель канала, демодуляция, задача поиска оптимального прекодирования

Обозначим готическим шрифтом  $\mathcal{H}^{zero}$ ,  $\mathcal{H}^{medium}$ ,  $\mathcal{H}^{high}$  – три разных бесконечных множества реализаций матриц канала  $H$ . Согласно модели 3GPP [2], возможные реализации  $H$ :  $\mathcal{H}^{zero}$  – в предположении пространственно некоррелированных замираний сигналов в антеннах,  $\mathcal{H}^{medium}$  – в предположении средней степени пространственной корреляции замираний сигналов в антеннах,  $\mathcal{H}^{high}$  – в предположении высокой степени пространственной корреляции замираний в антеннах.

Имеет место следующая известная модель принимаемого сигнала [3, 15, 16] (по умолчанию для линии «вниз»):

$$y = HFx + n, \quad (1)$$

где  $H$  – известная комплексная матрица канала размерности  $N \times M$ ,  $N$  и  $M$  – число приемных и передающих антенн,  $F$  – матрица прекодирования размерности  $M \times M$ ;  $x$  – вектор-столбец символов в пространстве  $C^M$ , компоненты которого могут принимать дискретные значения из набора  $x$  в соответствии с используемым в системе методом модуляции ( $QPSK$ ,  $16QAM$ ,  $64QAM$ );

$n$  – гауссовский вектор-столбец в пространстве  $C^N$  с независимыми компонентами, с нулевым средним и корреляционной матрицей  $P_{шум} \cdot I_N$ ;  $y$  – наблюдаемый вектор-столбец в пространстве  $C^N$ .

Как наиболее интересный, с точки зрения достижения максимальной пропускной способности, рассмотрим случай  $M=N$ , далее в обозначениях будем писать просто  $MIMO M \times M$ .

Нормировочные ограничения в модели (1) которые мы будем предполагать выполненными:

1. Средняя по эргодическому ансамблю  $x$  мощность любой компоненты  $P_{символ} = \mathcal{E}_x(Tr(xx^H)) / M$ : равна 2 для  $QPSK$ , 10 для  $16QAM$ , 42 для  $64QAM$ . Здесь  $\mathcal{E}_x(\cdot)$  обозначает операцию вычисления математического ожидания по всему ансамблю разрешенных значений  $x$ , через  $Tr(\cdot)$  обозначен след матрицы, через  $(\cdot)^H$  – операция эрмитова сопряжения;

2. Матрицы  $H$ , принадлежащие множеству  $\mathcal{H}$ , в среднем по множеству имеют норму по Фробениусу:  $\mathcal{E}_{\mathcal{H}}(norm_{Fr}(HH^H)) = M^2$ .

Искомые матрицы прекодирования  $F$  не нарушают ограничения на среднюю передаваемую мощность:  $\mathcal{E}_{\mathcal{H}}(Tr(Fx(Fx)^H)) = P_{символ} * M$ . Здесь  $\mathcal{E}_{\mathcal{H}}(\cdot)$  обозначает

операцию вычисления математического ожидания по всему ансамблю матриц канала  $\mathcal{H}$ .

В данной работе под термином «Отношение Сигнал/Шум» ( $SNR$ ) будем понимать следующее:  $SNR = P_{символ} / P_{шум}$ ; под термином уровень символьных ошибок ( $SER$ ):  $SER =$  количество ошибочно принятых символов/количество переданных символов.

Свойство взаимности канала на линии «вниз» и линии «вверх» в системах  $TDD$  [4]: если на линии «вниз» матрица канала равна  $H$ , то на линии «вверх» она равна  $H^H$ .

Отсюда следует, что формула (1) может быть записана в двух вариантах – для линии «вниз»:  $y = HF_{вниз}x + n_{вниз}$ , и для линии «вверх»:  $y = H^H F_{верх}x + n_{верх}$ . Далее мы будем по умолчанию писать формулы для линии «вниз», но подразумевать, что для линии «вверх» можно написать идентичные с точностью до обозначений выражения и вывести идентичные по форме результаты.

Задача демодуляции состоит в нахождении оценки вектора  $x$  по известному  $y$  при известных  $H, F$  и известной статистике вектора шума  $n$ .

В нашей статье будем использовать наилучшую по характеристикам помехоустойчивости [5] демодуляцию по критерию максимального правдоподобия  $ML$ ; на практике для умеренных значений  $M$  она реализуется через использование известных сферических демодуляторов (например, одной из модификаций на основе « $K$ -best», [6]).

Сформулируем предположения, которые будем считать выполненными в дальнейшем изложении.

П-1: Матрица канала  $H$ , измеренная на стороне приемника, в каждый момент времени точно известна на стороне передатчика. Учитывая свойство взаимности канала на линии «вниз» и линии «вверх» в системах  $TDD$ , видим, что для выполнения П-1 не нужно использование канала сигнализации от приемника к передатчику для передачи сведений об  $H$ .

П-2: Прекодирование  $F$ , применяемое на стороне передатчика, известно на стороне приемника.

П-3: Мобильный терминал и базовая станция способны в реальном времени выполнять сингулярное разложение (Singular value decomposition,  $SVD$ , или  $SVD$ -разложение матрицы канала [14]:

$$SVD(H) = U\sqrt{\Lambda}V^H \quad (2)$$

где  $U$  и  $V$  – унитарные комплексные матрицы размерности  $M \times M$ ,  $\sqrt{\Lambda}$  – действительная неотрицательная диагональная матрица размерности  $M \times M$  с собственными значениями матрицы  $H$  на диагонали в порядке убывания.

Рассмотрим поиск оптимального линейного прекодирования  $F$  для задачи (1) для данного  $SNR$ , дающего наилучший эффект в среднем для целого класса матриц канала  $H$  в предположениях П-1 и П-2 (плюс для методов с применением  $SVD$  – еще П-3):

$$F_{opt}(SNR, \mathcal{H}) = \underset{F}{\operatorname{argmin}}(\mathcal{E}_{\mathcal{H}}((SER(SNR, H, F)))) \quad (3)$$

при ограничении:  $Tr(FF^H) = M$ .

Здесь  $\operatorname{argmin}_F$  обозначает операцию вычисления матрицы  $F$ , соответствующей минимальному значению аргумента.

Рассмотрим методы, основанные на линейных подходах, где матрица прекодирования для модели (1) ищется в наиболее общем виде:

$$F = QR, \quad (4)$$

где  $Q, R \in U(M)$ , где  $U(M)$  – унитарная группа в пространстве  $C^M$  [7];  $\Phi$  – диагональная действительная неотрицательная матрица,  $\operatorname{Tr}(\Phi\Phi^H) = M$ .

### Известные подходы к поиску оптимального линейного прекодирования

Сосредоточимся на наиболее вычислительно эффективных методах поиска  $F$ ; в этой связи откажемся от рассмотрения нелинейных методов организации прекодирования из-за их относительно высокой вычислительной сложности.

Для модели сигнала (1), при полном знании матрицы канала, измеренной приемником, на стороне передатчика, необходимо найти наилучшую матрицу прекодирования  $F$  в виде (4) по ряду критериев и с рядом ограничений (в частности, с ограничением на среднюю мощность на передаче).

Для случая использования на приеме теоретически наилучшей нелинейной демодуляции  $ML$  теория вычисления оптимального прекодирования в виде (4)  $F = QR$  не развита. К сожалению, не существует четкой классификации методов оптимизации в применении к решению задачи для  $SU MIMO SM$ , и тем более для случая демодуляции  $ML$ . Можно отметить, что типичным для таких методов (см. например [9, 10]) является построение итерационного процесса, где каждая итерация дает вклад в суммарную вычислительную сложность. Отметим на ограничение применимости итерационных методов в системах реального времени: итерационное построение процесса не позволяет распараллеливать вычисления. Ограничим круг рассмотрения известными решениями, получаемыми лишь ценой малой вычислительной сложности и без итераций.

Для линейной демодуляции по минимуму среднеквадратического отклонения ( $MMSE$ ), из методов поиска  $F$  в непрерывной области значений, по критерию максимума взаимной информации (по Шэннону), получается оптимальная матрица прекодирования [6]:

$$F = V\Phi R, \quad (5)$$

где  $Q = V$ , и  $V$  взята из разложения (2);  $R$  – произвольная унитарная матрица, а для выбора элементов диагональной матрицы  $\Phi$  (то есть матрицы распределения мощности между передающими антеннами) требуются дополнительные предположения. Вычисления на обеих сторонах линии связи сводятся к  $SVD$  – разложению матрицы канала (2), плюс к некоторому объему операций для нахождения  $\Phi$ . В работе [8] показаны шесть дополнительных предположений, применение которых ведет или к матрице  $\Phi$ , полученной по алгоритму «наполнения водой» (waterfilling), или к матрице с рав-

ным назначением мощностей  $\Phi = I_M$ , или к прочим. В данной работе нас будет интересовать случай  $\Phi = I_M$  – равной мощности передачи на всех антеннах, как наиболее удобный для реализации на практике; в этом случае матрица  $F$  получается унитарной в самом общем виде.

Из методов поиска  $F$  в дискретной области, то есть по кодовой книге, выделим наиболее распространенный на практике и удобный в применении метод построения фиксированной кодовой книги  $\mathcal{F}^n$  из унитарных матриц Хаусхолдера:  $F_i = I_M - 2a_i a_i^H / |a_i|^2$ ,  $i = 1 \dots n$ , где  $a_i \in \mathcal{A}^n$  – комплексные вектор-столбцы размерности  $M$  из некоторого множества  $\mathcal{A}^n$ . 4-битовая ( $n = 4$ ) кодовая книга, принятая в стандарте 3GPP для  $SU MIMO SM$  для  $M = 4$ , основана на этом принципе [16, 17].

### Предлагаемый метод оптимального прекодирования

Рассмотрим поиск матрицы  $F$  – решения оптимизационной задачи (3) в виде следующего варианта формулы (4):

$$F = VT, \quad (6)$$

где  $V$  – унитарная матрица из  $SVD$ -разложения (2), а искомая матрица  $T$  принадлежит к подгруппе поворотов  $SU(M)$  унитарной группы  $U(M)$  в пространстве  $C^M$  [7]. В обозначениях формулы (4):  $Q = VT$ ,  $R = I_M$ ,  $\Phi = I_M$ . Отметим, что для  $F$  в виде (6) ограничение  $\mathcal{E}_{\mathcal{H}}(\operatorname{Tr}(Fx(Fx)^H)) = P_{\text{символ}} * M$  выполняется автоматически, так как в результате умножения на унитарную матрицу евклидова норма вектора  $x$  не меняется [13].

Вариант задачи (3) нахождения оптимального прекодирования в виде (6) для репрезентативного набора матриц, характерного, согласно собранной статистики, для данного сочетания антенной группы и вектора колокации, решается в отношении  $T$  численно, в обозначениях формулы (3):

$$T_{\text{opt}}(SNR, \mathcal{H}) = \operatorname{argmin}_T (\mathcal{E}_{\mathcal{H}}((SER(SNR, H, T))),$$

$$T \in SU(M). \quad (7)$$

Далее найденное оптимальное значение  $T_{\text{opt}}$  записывается в ЦБД в качестве рекомендуемого второго элемента прекодирования (6) для данного сочетания антенной группы и вектора колокации.

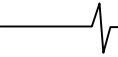
Главное: численный поиск  $T_{\text{opt}}$  ведется заранее вне сеанса связи.

Предложим параметрическое представление для матриц  $T$  для случаев  $M = 2$  и  $M = 4$ , в рамках которого мы будем методом перебора искать решение задачи (7).

Для  $M = 2$  будем искать  $T$  в группе  $SU(2)$ , то есть согласно матричному представлению элемента  $SU(2)$  в виде [7]:

$$T_{a, \vartheta, \psi} = \begin{bmatrix} ae^{i\vartheta} & \sqrt{1-a^2}e^{i\psi} \\ -\sqrt{1-a^2}e^{-i\psi} & ae^{-i\vartheta} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $a \in [0; 1]$ ,  $\vartheta \in [0; 2\pi]$ ,  $\psi \in [0; 2\pi]$ .



Для  $M = 4$  будем искать  $\mathbf{T}$  в подгруппе  $SU(2) \times SU(2) \in SU$  [7], то есть согласно матричному представлению элемента  $SU(2) \times SU(2)$  в виде [7]:

$$\mathbf{T}_{a,b,\vartheta,\psi,\omega,\delta} = \begin{bmatrix} ae^{i\vartheta} & \sqrt{1-a^2}e^{i\psi} \\ -\sqrt{1-a^2}e^{-i\psi} & ae^{-i\vartheta} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} be^{i\omega} & \sqrt{1-b^2}e^{i\delta} \\ -\sqrt{1-b^2}e^{-i\delta} & be^{-i\omega} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $a, b \in [0; 1]$ ,  $\vartheta \in [0; 2\pi]$ ,  $\psi \in [0; 2\pi]$ ,  $\omega \in [0; 2\pi]$ ,  $\delta \in [0; 2\pi]$ .

Знак  $\otimes$  обозначает кронекерово произведение матриц.

Приведем пример алгоритма: простейший вариант поиска оптимального матричного элемента  $\mathbf{T}$  методом перебора. Для конкретности возьмем MIMO  $2 \times 2$  и  $\mathbf{H} \in \mathcal{H}^{zero}$ ; для MIMO  $4 \times 4$  и/или  $\mathbf{H} \in \mathcal{H}^{medium}$ , – алгоритм аналогичен.

НАЧАЛО >>

Предварительный цикл:

forj = 1:1000

Генерация тройки параметров  $a^j, \vartheta^j, \psi^j$  – методом равномерного на отрезке случайного выбора в диапазоне  $a \in [0; 1]$ ,  $\vartheta \in [0; 2\pi]$ ,  $\psi \in [0; 2\pi]$ ;

Вычисление матрицы  $\mathbf{T}^j = \mathbf{T}_{a^j, \vartheta^j, \psi^j}$  по формуле (8);

end

Основной цикл:

forj = 1:5000

Генерация матрицы  $\mathbf{H}^i \in \mathcal{H}^{zero}$  согласно [2];

Вычисление  $SVD(\mathbf{H}^i) = \mathbf{U}^i \sqrt{\Lambda} \mathbf{V}^{iH}$ ;

forp = 1:  $P_{max}$

Задание значения  $SNR^p$ ;

forj = 1:1000

Вычисление матрицы предварительного кодирования  $\mathbf{F}^{ij} = \mathbf{V}^i \mathbf{T}^j$ ;

Для модели канала (1) с подстановкой  $\mathbf{H}^i \mathbf{F}^{ij}$ , получение значения

$SER(SNR^p)^{ij} = SER(SNR^p, \mathbf{H}^i, \mathbf{T}^j)$ , с применением на стадии демодуляции сферического демодулятора «K-best»,  $K = 16$ ;

end%j

Вычисление средней вероятности ошибки по  $i$  реализациям матриц  $\mathbf{H}$ :

$$SER(SNR^p)^j = \frac{1}{j} * \sum_{i=1}^{5000} SER(SNR^p)^{ij}$$

end %p

end %i

Постобработка результатов:

forp = 1:  $P_{max}$

Определение индекса наилучшего элемента  $\mathbf{T}$  для каждого значения  $SNR : J^p = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \underset{j}{\operatorname{argmin}} SER(SNR^p)^j$ ;

end

<< КОНЕЦ

В результате получаем  $P_{max}$  наилучших элементов  $\mathbf{T}_{opt}^p = \mathbf{T}_{opt}^{J^p}$  для каждого из  $p = (1 \div P_{max})$  заданных значений  $SNR$ .

Формальная запись для выбранного определенного значения  $SNR$  (то есть ниже под  $SNR$  понимается  $SNR^p$ , индекс  $p$  не указывается):

Для  $M = 2$  формула поиска решения задачи (7) с учетом (8):

$$[a, \vartheta, \psi]_{opt}(SNR, \mathcal{H}) = \underset{[a, \vartheta, \psi]}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}_{\mathcal{H}}((SER(SNR, \mathbf{H}, \mathbf{T}_{a, \vartheta, \psi}))))$$

матрица  $\mathbf{T}_{a, \vartheta, \psi} \in SU(2)$  определена по формуле (8),

$$\mathbf{T}_{opt} = \mathbf{T}_{[a, \vartheta, \psi]_{opt}}$$

Для  $M = 4$  формула поиска решения задачи (7) с учетом (9):

$$[a, b, \vartheta, \psi, \omega, \delta]_{opt}(SNR, \mathcal{H}) = \underset{[a, b, \vartheta, \psi, \omega, \delta]}{\operatorname{argmin}} (\mathcal{E}_{\mathcal{H}}((SER(SNR, \mathbf{H}, \mathbf{T}_{a, b, \vartheta, \psi, \omega, \delta}))))$$

матрица  $\mathbf{T}_{a, b, \vartheta, \psi, \omega, \delta} \in SU(2) \times SU(2) \in SU(4)$  определена по формуле (9),  $\mathbf{T}_{opt} = \mathbf{T}_{[a, b, \vartheta, \psi, \omega, \delta]_{opt}}$ .

На практике удобно иметь дело не с  $p$  элементами  $\mathbf{T}_{opt}^p$ , отдельно для каждого значения  $SNR^p$ , а с одним элементом, соответствующим некоторому индексу  $J : \mathbf{T}_{opt} = \mathbf{T}_{opt}^J$ , применяемым со всем диапазоном значений  $SNR$ . Такой матричный элемент  $\mathbf{T}_{opt}$  может быть неоптимален для некоторых конкретных значений  $SNR^p$ , но давать график  $(SER / SNR)^J$ , проходящий в среднем по всем  $p$  «левее» остальных. В этой связи можно следующим образом модифицировать в вышеописанном алгоритме блок «Постобработка результатов»:

Задается нормированный вектор весов

$$\mathbf{C} = [c_1, c_2, \dots, c_{P_{max}}], \sum_{p=1}^{P_{max}} c_p = 1.$$

Для каждого найденного в «Основном цикле» графика  $\{SER(SNR)^j\}$ ,  $j = (1 \div 1000)$ , соответствующего  $j$ -й матрице  $\mathbf{T}^j$  из «Предварительного цикла», находится взвешенная сумма:

$$\sum_{p=1}^{P_{max}} c_p \{SER(SNR^p)^j\}.$$

Постобработка заключается в поиске минимума по всем взвешенным суммам, и в результате определяется индекс  $J^C$  наилучшего элемента  $\mathbf{T}$  для данного вектора весов  $\mathbf{C}$ :

$$J^C = \underset{j}{\operatorname{argmin}} \sum_{p=1}^{P_{max}} c_p \{SER(SNR^p)^j\}.$$

Здесь, как и в теле «Основного цикла»,  $P_{max}$  значений  $SNR^p$  – закрывают весь интересный для исследования диапазон значений  $SNR$ . Далее на графиках



рис. 2-5 укажем кривые  $SER/SNR$  именно для одной найденной «предпочтительной» матрицы  $T_{opt}$  для вектора весов  $C$  (значения вектора  $C$  указаны ниже).

Стоит отдельно отметить: в системах  $TDD$ , из свойства взаимности канала  $TDD$  на линии «вниз» и линии «вверх», из формулы (6), и из идентичности матрицы  $\sqrt{A}$  из формулы (2) для матриц  $H$  и  $H^H$  – следует, что для равных значений  $SNR$  одна и та же матрица  $T_{opt}$  будет оптимальной для линии «вниз» и линии «вверх» одновременно.

Фрагмент архитектуры «Centralized RAN», на котором возможно показать некоторые аспекты предлагаемого подхода, изображен на рис. 1.

В предлагаемом методе: сеть радиодоступа пост-фактум доставляет в ЦБД статистическую информацию о реализациях матрицы канала, наблюдаемых во всех проведенных сеансах связи, в привязке ко всем сочетаниям антенных групп и векторов колокации мобильных терминалов.

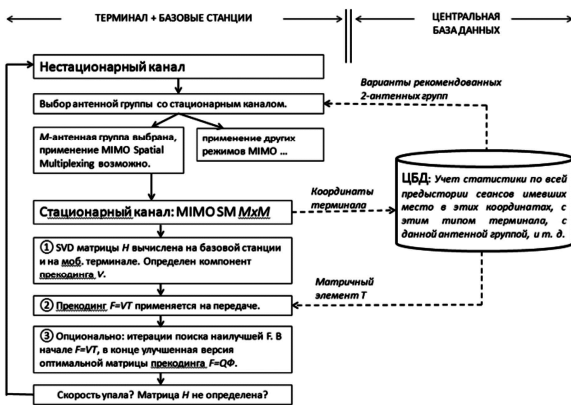


Рис. 1. Обмен данными радиосети с ЦБД для получения оптимального прекодирования по предложенному методу для  $SUMIMOSMM_{xM}$

Также предполагаем, что имеется сторонний ресурс свободной процессорной мощности (возможно, арендованный облачный ресурс) для производства вычислений вне активных сеансов. Получив собранный в радиосети материал о наблюдаемых матрицах канала, этот ресурс после обработки выдает для записи в ЦБД рекомендуемый второй элемент прекодирования для каждого сочетания [номера антенной группы + вектора колокации]. На рис. 1 отражено, что ЦБД в данной архитектуре используется для широкого ряда задач, где также проводятся операции с априорной информацией о прохождении предыдущих сеансов: например для оценки стационарности канала, выбора наилучшей антенной группы и т.д. Предлагаемый подход относится к шагам ① и ② на рис. 1.

В табл. 1 представлен вариант организации базы дан-

Таблица 1. Формат записи данных о рекомендуемых параметрах для  $T$  в ЦБД

GPS $xxx^\circ yy'zz''$ , Freq.LTE PRB #23	MIMO SM $2 \times 2$ BS Ant 1-2	MIMO SM $2 \times 2$ BS Ant 1-5	...	MIMO SM $4 \times 4$ BS Ant 1-2-5-8	...
Apple iPhone6	$a; \vartheta; \psi = \dots$	$a; \vartheta; \psi = \dots$	...	n/a	...
Nokia Lumia 930	$a; \vartheta; \psi = \dots$	$a; \vartheta; \psi = \dots$	...	n/a	...
...	...	...	...	...	...
Notebook ABC	$a; \vartheta; \psi = \dots$	$a; \vartheta; \psi = \dots$	...	$a; \vartheta; \psi; b; \omega; \delta = \dots$	...
...	...	...	...	...	...
Default (new MS type, ...)	$a; \vartheta; \psi = \dots$	$a; \vartheta; \psi = \dots$	...	$a; \vartheta; \psi; b; \omega; \delta = \dots$	...

ных, в которой ЦБД будет хранить информацию о параметрах рекомендуемых матриц  $T$  для различных вариантов антенных групп (столбцы) и различных первых компонент вектора колокации строки, модель терминала).

Заметим, что матрица  $T$  в каждой ячейке таблицы – одна и та же для линии «вниз» и линии «вверх», что представляет большое удобство для применения на практике данного вида прекодирования.

**Результаты компьютерного моделирования**

Моделирование проводилось для  $MIMO 2 \times 2$  и  $MIMO 4 \times 4$  для разных методов модуляции, с демодуляцией по критерию  $ML$  (с применением сферического демодулятора « $K$ -best»,  $K = 16$ ).

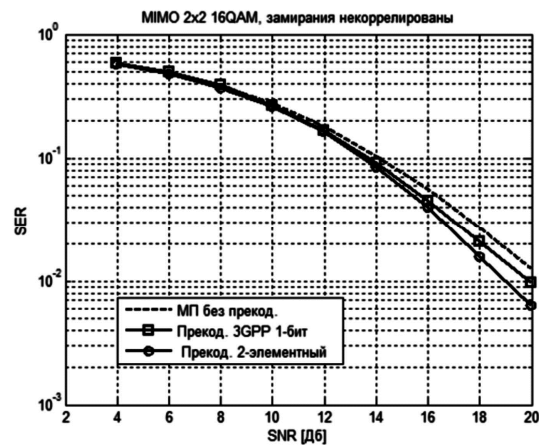


Рис. 2. Зависимости  $SER$  от  $SNR$  для  $M = N = 2, 16QAM$  – для класса матриц канала  $\mathcal{H}^{zero}$ . Оптимальные значения параметров:  $a = 0.432$ ,  $\vartheta = 0.964 * \pi$ ,  $\psi = 0.665 * \pi$

На рис. 2-5 представлены примеры с указанием конкретных значений параметров из представлений (8) и (9) оптимальной матрицы второго элемента прекодирования. Сравнение проведено для случая демодуляции по критерию максимального правдоподобия в отсутствие прекодирования («МП»), случая прекодирования по кодовой книге 3GPP [17], и для предлагаемого 2-компонентного прекодирования.

Эффект от применения предложенного прекодирования оказался тем больший, чем выше степень пространственной корреляции между сигналами в различных антеннах, согласно модели канала 3GPP [2]. Из рисунков следует, что предлагаемый метод позволяет достичь значительного выигрыша в помехоустойчивости по сравнению с прекодированием из стандарта 3GPP – в наиболее актуальном для практики диапазоне  $0,1 < SNR < 0,001$  – в районе (0.5 ÷ 3.5) дБ, в зависимости от степени пространственной корреляции антенн по модели 3GPP и значения  $SNR$ .

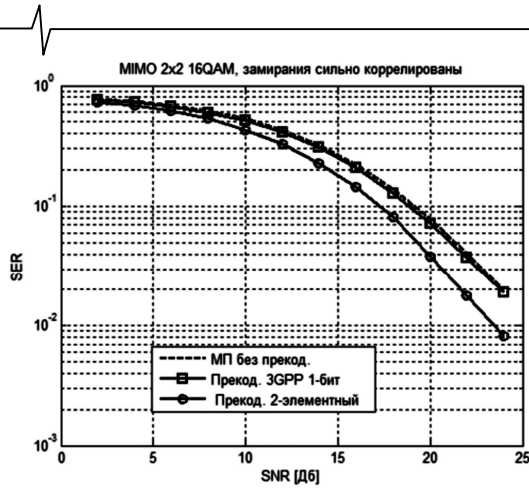


Рис. 3. Зависимости  $SER$  от  $SNR$  для  $M = N = 2, 16QAM$  – для класса матриц канала  $\mathcal{H}^{high}$ . Оптимальные значения параметров:  $a = 0.393$ ,  $\vartheta = 0.954 * \pi$ ,  $\psi = 0.168 * \pi$

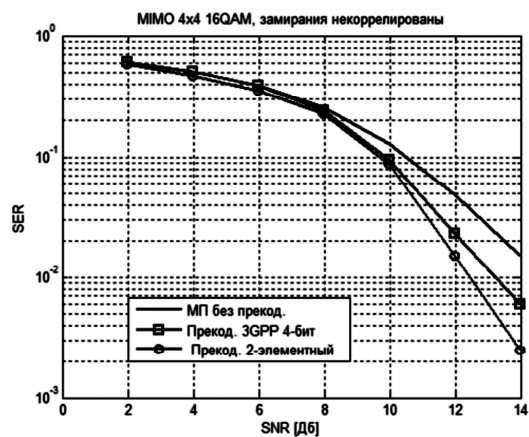


Рис. 4. Зависимости  $SER$  от  $SNR$  для  $M = N = 4, 16QAM$  – для класса матриц канала  $\mathcal{H}^{zero}$ . Оптимальные значения параметров:  $a = 0.897$ ,  $\vartheta = 1.781 * \pi$ ,  $\psi = 1.606 * \pi$ ,  $b = 0.820$ ,  $\omega = 0.548 * \pi$ ,  $\delta = 0.852 * \pi$

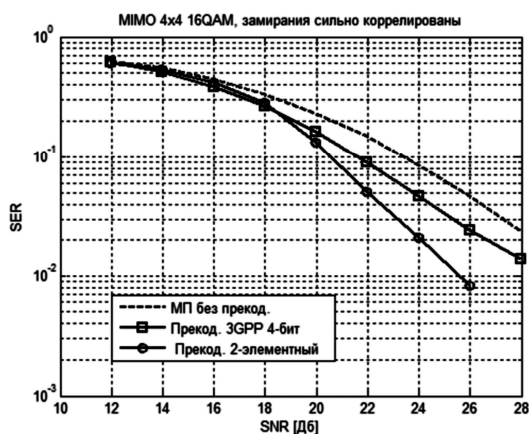


Рис. 5. Зависимости  $SER$  от  $SNR$  для  $M = N = 4, 16QAM$  – для класса матриц канала  $\mathcal{H}^{high}$ . Оптимальные значения параметров:  $a = 0.852$ ,  $\vartheta = 0.097 * \pi$ ,  $\psi = 0.667 * \pi$ ,  $b = 0.443$ ,  $\omega = 1.133 * \pi$ ,  $\delta = 0.032 * \pi$

Приведем значения весовых векторов  $\mathbf{C}$ , использованных для получения графиков двухэлементного прекодирования на рис. 2-5:

рис. 2:  $[000000.25000.250.2500.25]$ ,  $P_{max} = 12$ ;

рис. 3:  $[000000.33000.340.3300]$ ,  $P_{max} = 12$ ;

рис. 4:  $[00000.50.50]$ ,  $P_{max} = 7$ ;

рис. 5:  $[000000.500.5]$ ,  $P_{max} = 8$ .

Указанные под рисунками значения параметров могут использоваться для вычисления матрицы  $\mathbf{T}$  по умолчанию для тех сеансов связи, для которых вектор колокации не полностью определен (см. последнюю строку в табл. 1). Использование матрицы по умолчанию приведет к положительному эффекту в той мере в какой верно описание свойств реального радиоканала моделью из стандарта 3GPP [11, 12].

## Заключение

Моделирование показывает, что, несмотря на простоту, предлагаемое прекодирование дает значительный выигрыш по сравнению со стандартными методами прекодирования по кодовой книге, особенно в случае высокой степени пространственной корреляции антенн по стандартной модели канала из стандарта 3GPP. По сравнению с прекодированием по кодовой книге, предлагаемый метод не требует производства вычислений в режиме реального времени для выбора матриц прекодирования, частой смены матриц прекодирования во время сеанса и передачи индекса матрицы прекодирования от передатчика к приемнику в радиоканале. Идентичность второго элемента прекодирования в системах  $TDD$  для линии «вниз» и линии «вверх» делает предлагаемый метод удобным для практической реализации. В движении смена матрицы прекодирования из кодовой книги может происходить на характерной дистанции в несколько длин волн (приблизительно 10...50 сантиметров, [11]), в то время как для предлагаемого метода второй элемент матрицы прекодирования может оставаться постоянным на протяжении десятков метров. В результате, отсутствие требований к дополнительному сигнальному обмену на радиоканале экономит заряд аккумулятора мобильного терминала и делает возможным применение  $MIMOSM$  с прекодированием даже для сеансов связи с быстро движущимися абонентами и с абонентами, находящимися в зоне частого изменения условий распространения радиоволн.

Для случаев  $MIMO 2 \times 2$  и  $MIMO 4 \times 4$  предложены матричные представления, позволяющие снизить число параметров, определяющих матрицу второго элемента прекодирования, и в то же время позволяющие достичь высокой помехоустойчивости. Особенно ценна возможность определения  $\mathbf{T}$  только шестью параметрами для случая  $MIMO 4 \times 4$ : распространение задачи поиска всю специальную унитарную подгруппу  $SU(4)$  свелась бы к перебору по 15-ти параметрам [7], что весьма сложно в вычислительном отношении.

Отметим возможность использования предложенного метода как первой ступени «нулевой вычислительной цены» для более сложных известных методов (см. например [9, 10]), где ставится задача, через итерации с дополнительным объемом вычислений в реальном времени, получить матрицу прекодирования, обеспечиваю-

щую больший выигрыш для данной известной реализации матрицы канала.

### Литература

1. China Mobile Research Institute. C-RAN International Workshop "the 1st C-RAN International Workshop". Retrieved 21 April 2010
2. Table B5.2-2 "MIMO correlation matrices for high correlation", Table B5.2-3 "MIMO correlation matrices for medium correlation", 3GPP Release 12 TS36.104, pp. 129-130 <http://www.3gpp.org/>. Retrieved 14 January 2015.
3. Крейнделин В.Б. Новые методы обработки сигналов в системах беспроводной связи. – СПб.: Изд-во «Линк», 2009. – 272 с.
4. Viswanath P. and D. N. C. Tse, "Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality," IEEE Trans. Inform.Theory, vol. 49, no. 8, pp. 1912–1921, Aug. 2003.
5. Тартаковский Г.П. Теория информационных систем. – М.: Физматкнига, 2005, – 304с.
6. Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б. Технология ММО. Принципы и алгоритмы. – М.: Горячая линия - Телеком, 2014. – 244 с.
7. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Учебник. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980, – 439 с.
8. Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S., GB Giannakis "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders" IEEE Trans. Signal Process., vol. 50, issue 5, pp. 1051–1064, May 2002.
9. Weeraddana P.C., Codreanu M., Latva-aho M., Ephremides A., Fischione C. "Weighted Sum-Rate Maximization in Wireless Networks: A Review," Foundations and Trends® in Networking 6 (1-2), 1-163, 2012.
10. Codreanu M., Tolli A., Juntti M., and M. Latva-aho, "Joint design of Tx-Rx beamformers in MIMO downlink channel," IEEE Transactions on SignalProcessing, vol. 55, no. 9, pp. 4639–4655, September 2007.
11. Molisch A.F., Asplund H., Heddergott R., Steinbauer M., Zwick T., "The COST259 Directional Channel Model—Part I: Overview and Methodology" IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 5, no. 12, pp. 3421-3433, Dec. 2006.
12. Shariati M., Bengtsson M. "How Far from Kronecker can a MIMO Channel be? Does it matter?" Proceedings of European Wireless, Vienna, Austria. 2011, pp. 1-7.
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра, М.: Наука – Физматлит, 1999.
14. Jerry R.Hampton. Introduction to MIMO Communications, UK, Cambridge University Press, 2014, 288 p.
15. Mario Marques da Silva, Francisco A. Monteiro. MIMO Processing for 4G and Beyond: Fundamentals and Evolution, CRC Press, 2014, 551p.
16. LTE-The UMTS Evolution: From Theory to Practice / Edited by S. Sesia, I. Toufik and M. Baker. Chichester, U.K.: John Wiley & Sons, 2009. – 611p.
17. 3GPP TS 36.211: "Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical channels and modulation". V12.3.0 (2014.09). Retrieved 14 January 2015.

## НАУЧНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ:

### Обработка сигналов в радиотехнических и информационно-измерительных системах

#### Секция 4: Обработка сигналов в радиотехнических системах

Обсуждение проблем и задач обработки радиотехнических сигналов велось по трем основным направлениям: обнаружение сигналов и оценивание их параметров; радиолокация, пеленгация и навигация; пространственно-временная обработка сигналов.

На секции обсуждались следующие актуальные научные проблемы:

- частотно-временной синтез импульса по известным собственным резонансам радиолокационного объекта;
- определение местоположения источника излучения на основе алгоритма расчета временных задержек и доплеровских смещений спектров сигналов;
- исследование отражательных свойств воздушных объектов в интересах их идентификации;
- пространственно-корреляционная обработка сигналов в неэквидистантных цифровых антенных решетках;
- моделирование ММО-канала связи с беспилотным аппаратом на основе однокольцевой модели распространения сигнала;
- обработка ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия;
- разделение сложных сигналов на примере вертикального зондирования ионосферы;
- коррекция фазовых искажений сложного сигнала в приемном тракте гидролокатора;
- повышение точности решения навигационной задачи с помощью методов сопоставления с картой и счисления пути;
- выделение протяженных мелкомасштабных объектов на цифровых изображениях;
- анализ эффективности адаптивной системы СДЦ разностно-фазового типа;
- селекция интеллектуальных ложных целей;
- исследование эффективности алгоритма синтезирования радиоизображений в режиме «ДОЛ» с автофокусировкой по градиенту фазы;
- потенциальные возможности поляризационной селекции наземных объектов.

## МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫЙ МОДУЛЬ НА ОСНОВЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ<sup>1</sup>

*Букварев Е.А., научный сотрудник кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета им. П. Е. Алексеева, e-mail: bukwarev@rambler.ru;*

*Кузин А.А., доцент кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета им. П. Е. Алексеева, e-mail: kuzin\_alex@nntu.nnov.ru;*

*Приблудова Е.Н., кандидат технических наук, доцент кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета им. П.Е. Алексеева, e-mail: pribludova@nntu.nnov.ru;*

*Рындык А.Г., доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета им. П. Е. Алексеева, e-mail: a\_ryndyk@nntu.nnov.ru.*

### MULTIPROCESSOR MODULE BASED ON *HIGH-PERFORMANCE* PROCESSORS OF DIGITAL SIGNAL PROCESSING

*Bukvarev E.A., Kuzin A.A., Pribludova E.N., Ryndyk A.G.*

*In this paper multiprocessor module structure on basis of high-performance processor of digital signal processing designed and producible by JSC PKK Milandr is considered. Start initialization of multiprocessor system is described, some design features are considered, configuration and appearance of the integrated module are shown. Characteristics of capability and assessment of power consumption are provided.*

*The developed integrated module is intended for use in stationary and mobile systems of high-performance digital signal processing.*

**Key words:** digital processing, signal processor, multiprocessor system, integrated module.

**Ключевые слова:** цифровая обработка, сигнальный процессор, мультипроцессорная система, интегрированный модуль.

#### Введение

В настоящее время весьма перспективна концепция реконфигурируемых многопроцессорных вычислителей, предоставляющая возможность пользователю адаптировать архитектуру вычислительной системы под структуру решаемой задачи.

По мнению многих разработчиков, оптимальными высокопроизводительными системами цифровой обработки являются конфигурации смешанного типа, объединяющие сигнальные процессоры, аппаратные ускорители и программируемую логику [1].

Однако, существуют интенсивные вычислительные алгоритмы, которые не могут быть хорошо реализованы на программируемой логике. Такие проблемно-ориентированные задачи требуют много управляющих ресурсов и обладают сложной логикой принятия решений, что делает предпочтительной их программную реализацию [1].

*Рассмотрена структура многопроцессорного модуля на основе высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов, разработанных и производимых ЗАО «ПКК Миландр». Описана начальная инициализация мультипроцессорной системы, рассмотрены некоторые конструктивные особенности, показаны компоновка и внешний вид интегрированного модуля. Приведены характеристики производительности и оценки потребляемой мощности.*

*Разработанный интегрированный модуль предназначен для использования в системах высокопроизводительной цифровой обработки сигналов гражданского и оборонного назначения, как в стационарных, так и в мобильных.*

Отсутствие отечественных микросхем специализированной программируемой логики для ЦОС смещает акцент в пользу развития распределенных многопроцессорных топологий на основе DSP-процессоров.

#### Постановка задачи

Разработка отечественного суперскалярного DSP-процессора [2, 3] позволила проектировать на его основе масштабируемые высокопроизводительные системы обработки данных.

С учетом предполагаемой сферы применения – от традиционной цифровой обработки в радиолокации, радиосвязи, гидроакустике и т.п. до транспортных, авиационно-космических и энергетических систем, вычислитель должен предоставлять пользователю возможность выбора вычислительной мощности от 4 до 20 процессоров в модуле, быть относительно компактным и устойчивым к внешним воздействиям.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках договора № 02.G25.31.0061 от 12 февраля 2013 года (в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218).

Вычислительный модуль должен иметь связь с целевым устройством (ЦУ), совместно с которым используется, по стандартным интерфейсам. Эта связь позволяет выполнять конфигурирование, загрузку задач и данных и управление вычислениями. Наличие стандартных интерфейсов дает возможность собирать из таких интегрированных модулей (ИМ) системы более высокой производительности. В качестве стандартных интерфейсов ИМ заданы Ethernet и PCI-Express.

### Структура интегрированного модуля

При проектировании структуры интегрированного модуля на основе высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов (ВПЦОС) рассматривались различные варианты логической организации мультипроцессорного вычислителя и различные варианты конструктивного исполнения.

Существенное влияние на логическую структуру вычислителя оказали некоторые особенности применяемого ВПЦОС [2]: наличие встроенного в контроллер внешней шины арбитра и наличие четырех высокоскоростных полнодуплексных последовательных LVDS-портов обмена (LINK-портов).

Встроенный арбитраж шины позволяет без дополнительной управляющей логики объединять до четырех процессоров в кластер в виде системы с общей (кластерной или мультипроцессорной) шиной. В этом случае каждый из процессоров имеет доступ к внутренним ресурсам (внутренней памяти и регистрам) любого другого ВПЦОС [2, 3]. К кластерной шине подключается внешняя разделяемая память (как правило, синхронная динамическая память SDRAM).

Внешние LINK-порты допускают организацию произвольных информационных связей между процессорами, что эффективно при реализации потоковых алгоритмов.

Известно, что наиболее эффективной является такая система маршрутизации информационных потоков в мультипроцессорной системе, которая обеспечивает возможность соединения любого процессора с любым другим.

В процессе проектирования от такой системы коммутируемых соединений отказались на основании следующих соображений:

- внутри процессорного кластера соединения по LINK-портам носят вспомогательный характер, основной обмен между процессорами производится по кластерной шине;

- порты ВПЦОС выполнены по LVDS стандарту, что при четырехразрядном полнодуплексном обмене требует 24 проводника на каждый порт, а это, в свою очередь, сильно усложняет систему программируемой коммутации;

- коммутатор требует дополнительных управляющих ресурсов с частотой передачи данных до 800 МГц, что является непростой задачей при ориентировании на отечественную элементную базу.

Таким образом, логическая структура интегрированного модуля представляет собой гетерогенную вычислительную систему, в которой четырехпроцессорные кластеры связаны по LINK-портам при помощи системы некоммутируемых (постоянных) связей. Интегрированный

модуль может содержать от одного до пяти кластеров.

Рассматривалось несколько вариантов компоновки интегрированного модуля, в частности, исполнение ИМ в виде одноплатного варианта. Вариант оказался трудно реализуемым из-за большого размера платы (по оценке 300 × 415 мм) и, как следствие, сложности трассировки, изготовления, монтажа и отладки. Кроме того, данный вариант не обладает свойством масштабируемости.

Вторым вариантом компоновки рассматривалась реализация ИМ в виде блока (крейта), содержащего набор кластеров, выполненных в виде отдельных ячеек. В этом случае источник вторичного питания выполняется отдельным конструктивным модулем, а связи между ячейками обеспечиваются объединительной платой блока. Основные недостатки этого варианта – плохие массогабаритные характеристики и проблема качественного изготовления объединительной платы для высокочастотных сигналов LINK-портов.

Третий вариант компоновки ИМ, который был принят к дальнейшей реализации, – базовая (несущая плата) с устанавливаемыми на ней субмодулями (мезонинами). Субмодуль (СМ) – функционально законченный четырехпроцессорный кластер. Структура ИМ показана на рис. 1.

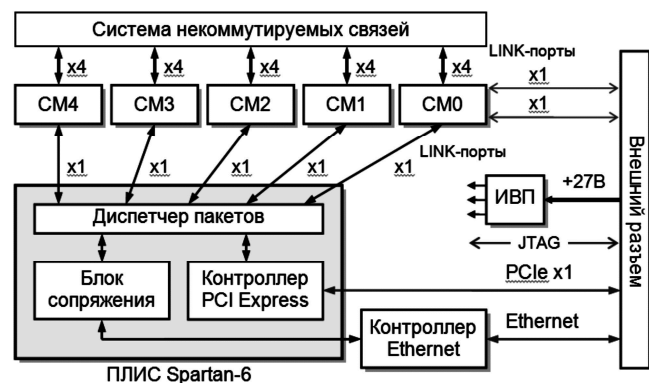


Рис. 1. Структура интегрированного модуля

Базовая плата ИМ допускает установку от одного до пяти субмодулей СМ0 – СМ4, обмен между которыми обеспечивается системой некоммутируемых связей. Межмодульный обмен – полнодуплексной четырехразрядный с тактовой частотой до 400 МГц, что в режиме DDR (Double Data Rate – двойная скорость передачи данных) позволяет передавать до 400 МБайт/с по каждому LINK-порту.

Связь между субмодулями и внешними интерфейсами выполнена на ПЛИС Spartan 6, контроллер Ethernet – внешний (стандарт Fast Ethernet IEEE 802.3u 100BaseTX), контроллер PCI Express – встроенный (стандарт PCI SIG PCI Express External Cable Specification 1.0 2.5 Gbps full duplex). Диспетчер пакетов, входящий в состав ПЛИС, связан с LINK-портами субмодулей – на каждом субмодуле два одноразрядных порта с частотой синхронизации 100 МГц (скорость передачи по каждому порту 25 МБайт/с).

Внешние интерфейсы и два LINK-порта субмодуля СМ0 используют высокочастотную часть внешнего разъема, предназначенную для передачи дифференциальных сигналов.

Другая часть внешнего разъема предназначена для подачи питания и подключения относительно низкочастотных JTAG-интерфейсов. Отладочные JTAG-интерфейсы на каждом СМ образуют цепочку, охватывающую четыре ВПЦОС, с каждого субмодуля JTAG-цепочка выводится на внешний разъем.

На базовой плате расположены несколько источников вторичного питания (ИВП). Первую ступень питания образует DC/DC преобразователь, формирующий напряжение +5 В с током нагрузки до 24 А, входное напряжение преобразователя от 16 до 40 В.

Вторая ступень питания из +5 В формирует напряжение +3,3 В на субмодули и вспомогательные напряжения питания для компонентов базовой платы.

На рис. 1 не показаны схемы буферизации внешних интерфейсов и JTAG, так же не показан контроллер питания, обеспечивающий последовательное включение питания субмодулей.

На рис. 2 показаны межпроцессорные связи интегрированного модуля.

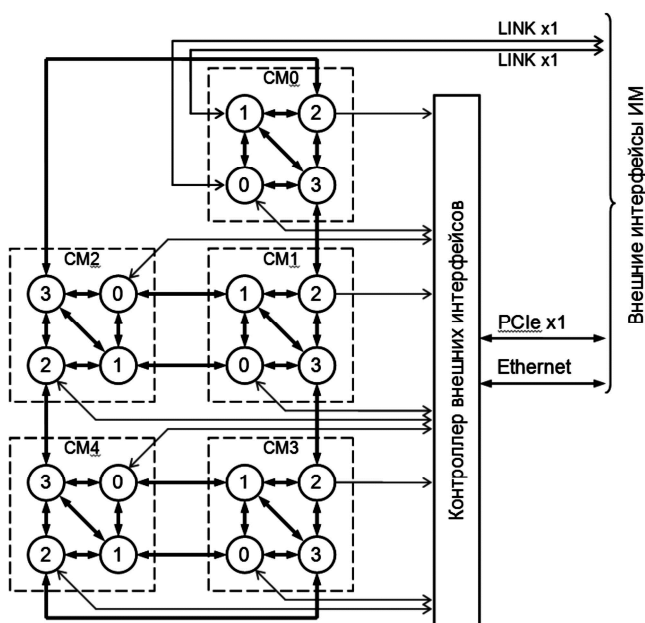


Рис. 2. Структура последовательных межпроцессорных связей ИМ (LINK-портов)

Как видно из рис. 2, внутри субмодуля не удалось обеспечить связь «каждый с каждым», поскольку часть LINK-портов (у ВПЦОС 0 и 2) используется для информационного обмена с контроллером внешних интерфейсов.

Ограниченное количество межкластерных связей может снизить производительность системы в целом из-за необходимости использовать некоторые процессорные узлы для транзита данных. Однако, разработанный ВПЦОС поддерживает DMA передачи между LINK-портами (LINK to LINK DMA) напрямую без буферизации во внутренней памяти, чем выгодно отличается от ADSP-TS201.

#### Начальная инициализация интегрированного модуля

Начальная инициализация ИМ выполняется в два этапа: последовательное включение питания и загрузка по всем процессорам некоторого базового программного обеспечения (ядра операционной системы).

Последовательность включения питания выглядит следующим образом:

- на интегрированный модуль подается внешнее напряжение +27 В;
- напряжение +5 В, а затем вспомогательные напряжения источников питания базовой платы достигают номинальных значений;
- запускается процесс конфигурирования ПЛИС контроллера внешних интерфейсов Spartan 6 из конфигурационной Flash-памяти;
- по завершении конфигурирования ПЛИС контроллер питания на CPLD XA8572XL начинает последовательное включение субмодулей, формируя управляющий сигнал PWR\_ON (включить питание) на соответствующий субмодуль и анализируя ответный сигнал PWR\_GOOD (питание в норме) от субмодуля;
- если по истечении определенного времени ответный сигнал не активируется, модуль считается неисправным;
- после включения питания последнего субмодуля CM4, контроллер питания формирует сигнал о завершении управляющей последовательности PWR\_OK.

Во время включения питания ПЛИС контроллера внешних интерфейсов удерживает в активном состоянии управляющий сигнал DSP\_RST сброса процессоров в субмодулях. По завершении включения питания сигнал DSP\_RST деактивируется, что приводит к выполнению во всех процессорах процедуры начальной загрузки.

В разработанных субмодулях используется два режима начальной загрузки – загрузка из постоянной памяти (ВПЦОС 0) и загрузка по LINK-портам (ВПЦОС 1, 2 и 3).

Режим загрузки определяется уровнем сигнала BMS во время снятия сброса процессора [2], низкий уровень BMS – загрузка из Flash-памяти, высокий – загрузка по LINK-порту.

Процессор ВПЦОС 0 загружает некоторое базовое программное обеспечение (ПО), например, ядро операционной системы. После загрузки и запуска ядра обеспечивается его копирование по LINK-порту в соседний процессор. Загрузка и запуск ПО на последнем ВПЦОС 3 приводит к формированию сигнала DSP\_LOAD, который сообщает контроллеру интерфейса о завершении загрузки ПО на процессоры.

Контроллер внешних интерфейсов предоставляет пользователю возможность индивидуального формирования сигнала DSP\_RST для субмодулей, т.е. обеспечивать независимый рестарт ПО в субмодулях, например, при заиклиивании прикладной задачи.

#### Конструкция и характеристики интегрированного модуля

Выбранный вариант компоновки ИМ в виде базовой платы с мезонинными модулями (до пяти мезонинов) обладает рядом проблем:

- большая площадь несущей платы;
- большое количество высокоскоростных согласованных дифференциальных линий для межмодульного обмена;
- большая рассеиваемая мощность.

Первая проблема была решена размещением мезо-

нинов с двух сторон печатной платы – три с одной стороны и два с другой. Напротив одного из мезонинов с другой стороны базовой платы размещены ИВП и контроллер внешних интерфейсов. Размер базовой платы при такой компоновке составил 288 × 170 мм.

Вторая проблема была решена специальным распределением сигналов высокоскоростных LINK-портов по разъемам субмодулей.

Субмодуль (например, CM1 на рис. 2) имеет связь с соседними, расположенными на одной стороне с ним (CM0 и CM3), и связи с субмодулем на противоположной стороне базовой платы (CM2). Межпроцессорные LINK-порты условно названы А, В, С и D, RX\_n и TX\_n – приемный и передающий канал соответствующего порта. Схема распределения сигналов по разъемам XP1 и XP2 субмодуля показана на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что связи между соседними субмодулями минимальны, а связь с противоположным модулем (CM2) вообще может быть выполнена в виде переходных отверстий.

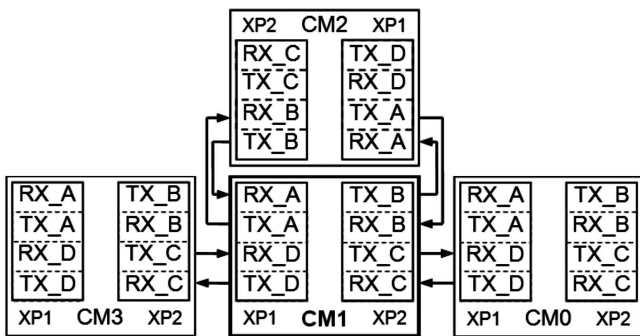


Рис. 3. Распределение сигналов на разъемах LINK-портов

Третья проблема – проблема отвода тепла была решена применением внутренних теплопроводящих пластин и установкой внешнего ребристого радиатора из алюминия.

Интегрированный модуль с установленными пятью субмодулями показан на рис. 4. Следует отметить, что на рис. 4 отсутствуют элементы системы охлаждения интегрированного модуля.

Конструктивно, интегрированный модуль представляет собой моноблок с пассивным воздушным охлаждением, предназначенный для установки в целевое устройство (ЦУ) – устройство, в составе которого будет производиться эксплуатация одного или нескольких ИМ. Внешний вид модуля показан на рис. 5, размер 300 × 175 × 74 мм, масса не более 3,9 кг.

Конструктивное исполнение интегрированного модуля и результаты теплового моделирования подробно

приведены в [4]. Выбранная компоновка обладает повышенной механической прочностью и обеспечивает возможность хорошего электромагнитного экранирования, что позволяет, в принципе, вместо процессорных субмодулей устанавливать субмодули аналогового ввода/вывода.

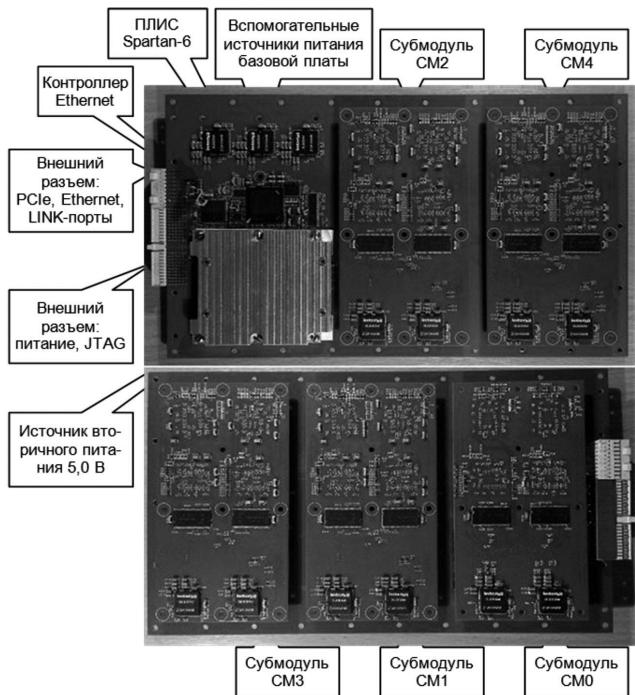


Рис. 4. Расположение компонентов на базовой плате интегрированного модуля

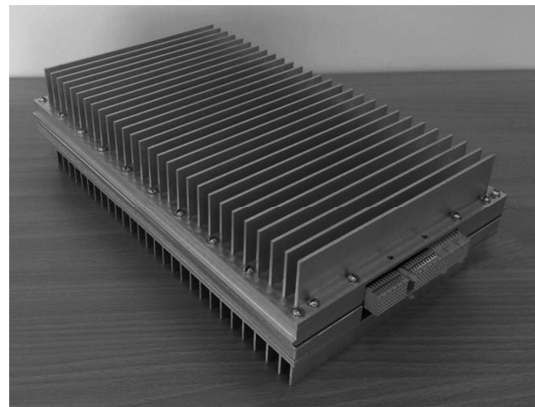


Рис. 5. Внешний вид интегрированного модуля

Интегрированный модуль может иметь несколько вариантов исполнения, отличающихся количеством установленных субмодулей, а значит и характеристиками, некоторые из которых приводятся в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики интегрированного модуля по вариантам исполнения

Вариант исполнения	Варианты субмодулей	Кол-во субмодулей	Пиковая произв., MFLOPS	Потребляемая мощность, Вт
HMPY.466216.001	HMPY.466216.001-01	5	24 000	86
HMPY.466216.001-01	HMPY.466216.001-01	4	19 200	71
HMPY.466216.001-02	HMPY.466216.001-01	3	14 400	55
HMPY.466216.001-03	HMPY.466216.001-01	2	9 600	39
HMPY.466216.001-04	HMPY.466216.001-01	1	4 800	23
HMPY.466216.001-05	HMPY.466216.001-02	1	4 800	23



## Заключение

Разработанный интегрированный модуль предназначен для использования в системах высокопроизводительной цифровой обработки сигналов гражданского и оборонного назначения. Модуль может применяться как в стационарных, так и в мобильных системах.

Организация внутренних и внешних связей интегрированного модуля допускает наращивание количества модулей в системе, что позволяет проектировать масштабируемые вычислители высокой производительности. Система на основе интегрированных модулей легко адаптируется для решения широкого класса задач цифровой обработки сигналов и управления в реальном времени.

Настройка (конфигурирование) как интегрированного модуля, так и системы в целом, на решение конкретной

задачи цифровой обработки выполняется с помощью специализированного программного обеспечения.

## Литература

1. Кравотта Р. Выбор правильных технологий обработки сигналов // Chip News. – 2007. – № 2. – С.17-20.
2. Сигнальный процессор со статической суперскалярной архитектурой 1967ВЦ2Ф, К1967ВЦ2Ф, К1967ВЦ2ФК. Спецификация. URL:[http://milandr.ru/uploads/Products/product\\_294/spec\\_1967VC2.pdf](http://milandr.ru/uploads/Products/product_294/spec_1967VC2.pdf)
3. Мячочин Ю.О. 32-разрядный суперскалярный DSP-процессор с плавающей точкой // Компоненты и технологии. – 2013. – № 7. – С.98-100.
4. Букварев Е.А., Букварева Т.В., Кузин А.А. Конструктивное исполнение интегрированного модуля цифровой обработки сигналов. // Датчики и системы. – 2014. – № 11. – С.23-27.

## ИНФОРМАЦИЯ

### 17-я Международная научно-техническая конференция

#### **«ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ - DSPA'2015»**

Отвечая целям и задачам консолидации и поддержки отечественных ученых и специалистов, работающих в области передовых информационных технологий реального времени, расширения международных научных связей и содействия внедрению высоких наукоемких технологий XXI века, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова совместно с компанией «AUTEX.Ltd» при поддержке РФФИ и при участии Федерального агентства по промышленности РФ, Министерства образования и науки РФ, Российской секции IEEE Signal Processing Society, Института радиотехники и электроники РАН, Института проблем управления РАН, ЗАО «МНИТИ», МГТУ им. Н.Э. Баумана, МТУСИ, МАИ, МЭИ, РГРТУ и других ведущих российских вузов и организаций, провели 25-27 марта 2015 г. в ИПУ РАН 17-ю Международную научно-техническую конференцию: «Цифровая обработка сигналов и её применение- DSPA'2015». В работе конференции приняли участие свыше 400 человек из 32 городов России и стран СНГ, а также представители ряда стран дальнего зарубежья.

Работа конференции проходила по восьми секциям: «Теория сигналов и систем» (21 доклад, руководители – д.т.н., профессор Ю.С. Шинаков, д.т.н., профессор М.С. Немировский); «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (24 доклада, руководители – д.т.н., профессор Ю.А. Брюханов, д.т.н., В.И. Джиган); «Обработка сигналов в системах телекоммуникаций» (17 докладов, руководители – д.т.н., профессор Ю.Н. Прохоров, к.т.н., профессор Санников В.Г.); «Обработка сигналов в радиотехнических системах» (25 докладов, руководители – д.т.н., профессор В.Г. Бартенев, к.т.н., профессор В.С. Сперанский); «Обработка и передача изображений» (40 докладов, руководители – д.т.н., профессор В.П. Дворкович, д.т.н., профессор А.В. Дворкович); «Обработка измерительной информации» (11 докладов, руководитель – к.т.н., профессор Ю.В. Скачко); «Проектирование и техническая реализация систем ЦОС» (14 докладов, руководители – д.т.н., профессор В.В. Витязев, к.т.н., доцент В.Б. Стешенко); «Цифровая обработка многомерных сигналов» (12 докладов, руководитель – д.т.н., профессор М.К. Чобану). На конференции было заслушано около 170 докладов, по материалам которых изданы «Труды Конференции» в 2-томах, общим объемом 770 страниц.

В своем приветствии участников конференции Председатель Национального комитета, член-корреспондент РАН Ю.Б. Зубарев, в частности, отметил, что как и в предыдущие годы, начиная с 2000 года, конференция проходит в стенах Института проблем управления РАН, любезно предоставившего нам такую возможность.

Наибольшее число докладов – 35 (в прошлом году было 44 доклада и 56 докладов – 2 года назад) представила Москва (к сожалению, здесь наблюдается явная тенденция к спаду активности московских участников). За ней идут Санкт-Петербург (15 докладов) и Ярославль (14 докладов), стабильно сохраняющие вторую и третью позиции. Несколько сдала свои позиции Рязань (10 докладов), но порадовал Красноярск – 11 докладов. Показательна география участников. Это, помимо большинства городов Центрального региона России, такие регионы и крупные города как: Камчатский край и Владивосток, с одной стороны, и Калининград, с другой стороны, а между ними: Красноярск, Мурманск, Нижний Новгород, Пенза, Ульяновск, Самара, Орел, Смоленск и другие российские города. К сожалению, пока не охвачен Крым. Но, Обществом ведется подготовительная работа в этом направлении.

На пленарном заседании, в день открытия конференции, были заслушаны 4 доклада, в которых нашли отражение вопросы развития современных информационных технологий в области связи и управления, мультимедийных приложений, перспективной элементной базы радиоэлектроники.

В заключительный день работы конференции по каждой секции были подведены общие итоги, а также итоги конкурса на лучшие научные доклады среди молодых ученых и специалистов и состоялось их награждение.