

РАЗЛОЖЕНИЕ НА ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЫ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ И ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Мясникова Н.В., д.т.н., профессор кафедры «Автоматика и телемеханика» ФГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», e-mail: avitel@pnzgu.ru, genok123@mail.ru;

Берестень М.П., к.т.н., доцент кафедры «Автоматика и телемеханика» ФГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», e-mail: beresten@sura.ru.

DECOMPOSITION ON EMPIRICAL MODE BASED DIFFERENTIATION AND INTEGRATION

Myasnikova N.V., Beresten M.P.

Methods decomposition on empirical modes, starting with the low-frequency modes or starting with high-frequency modes, are proposed. Method is based on the suppression of the high-frequency component by integration and on the accentuation of the high-frequency component by differentiating.

Key words: alternating components, empirical mode, decomposition, differentiation, integration.

Ключевые слова знакопеременные составляющие, эмпирические моды, декомпозиция, дифференцирование, интегрирование.

Введение

Метод декомпозиции на эмпирические моды (EMD) является одним из самых востребованных в области цифровой обработки сигналов. Этот подход обладает высокой степенью адаптации к исследуемым сигналам, что позволяет проводить точное оценивание реальных свойств процессов, в том числе и нестационарных. Ключевым моментом является использование «декомпозиции на эмпирические моды», с помощью которой любой сложный сигнал может быть разложен на конечное и часто довольно малое число «эмпирических мод», каждая из которых содержит определенную информацию об исследуемом процессе.

Авторами развивается метод разложения на знакопеременные составляющие на основе экстремальной фильтрации, имеющий сходство с разложением на эмпирические моды, преимуществом метода является низкая трудоемкость, что позволяет использовать его в системах реального времени или в вычислителях малой мощности [1-3].

Основное применение обоих методов: экспресс-идентификация – определение количества составляющих, их типа (колебательные, инерционные) и параметров; экспресс-оценка спектральных и время-частотных характеристик; адаптивная фильтрация (НЧ, ВЧ и т.д.); использование параметров мод как диагностических признаков.

Все реальные объекты исследования описываются моделью фильтра низких частот, а в обоих методах разложение начинается с выделения высокочастотных компонент. С одной стороны это является преимуществом – можно отсеять неинформативные высокочастотные шумы, а с другой – недостатком, так как информативные компоненты, по которым можно прово-

Приведено теоретическое обоснование метода декомпозиции на эмпирические моды, как в порядке возрастания, так и в порядке убывания их частот. Метод основан на подавлении высокочастотных составляющих при интегрировании и на акцентировании высокочастотных при дифференцировании.

дить диагностику или распознавание, выделяются в последнюю очередь.

Наверное, всем, кто занимался декомпозицией, хотелось обратить этот процесс. В принципе из сигнала можно удалить любую составляющую известной частоты [4], но о высокочастотной составляющей эту информацию можно получить по экстремумам процесса, а для низкочастотной составляющей трудно построить такую гипотезу.

Постановка и решение задачи декомпозиции, начиная с низкочастотной моды

Попробуем решить задачу декомпозиции на моды, начиная с низкочастотной компоненты [5]. Метод строится на подавлении высокочастотных компонент интегрированием. Интегрирующее звено имеет передаточ-

ную функцию $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$, поэтому при интегрирова-

нии (может быть и многократном) будут исчезать высокочастотные колебания. Продемонстрируем подход на многомодальном сигнале $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$.

Сигнал и его традиционное разложение на эмпирические моды представлены на рис. 1, где показаны только информативные составляющие разложения. На всех графиках по осям x отложены временные отсчеты, а по осям y – значения сигнала в размерных единицах.

Будем проводить интегрирование сигнала до тех пор, пока количество экстремумов не перестанет меняться – это говорит о том, что уже на предыдущем шаге осталась только одна – самая низкочастотная мода. На рис. 2 показаны анализируемый сигнал и его интегралы 1-го, 2-го, 3-го и 4-го порядка.

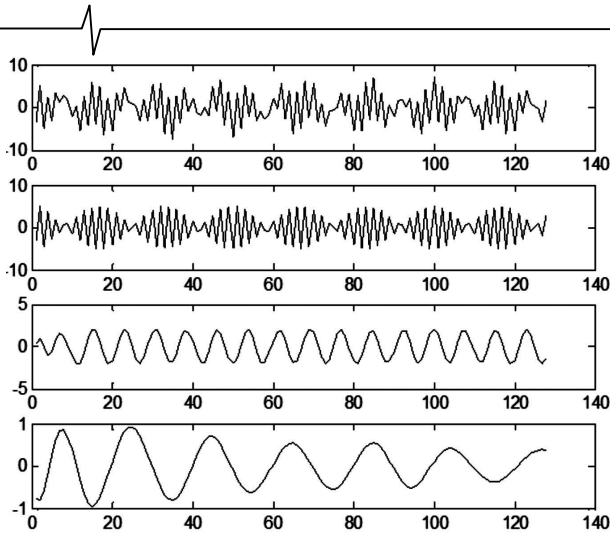


Рис. 1. Анализируемый сигнал и его разложение на эмпирические моды

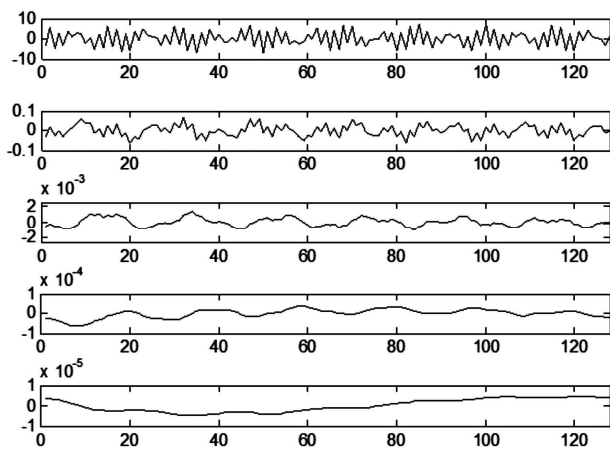


Рис. 2. Анализируемый сигнал и его интегралы 1-го, 2-го, 3-го и 4-го порядка

Конечно, применено численное интегрирование. Видно, что последовательность, соответствующая интегрированию сигнала 4-го порядка четко выделяет низкочастотную компоненту. Эта последовательность в любой момент τ описывается уравнением:

$$\int_0^\tau \int_0^t \int_0^l \int_0^l x(t) dt dt dt dt =$$

$$= \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x1(t) dt dt dt dt + \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x2(t) dt dt dt dt + \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x3(t) dt dt dt dt,$$

а выделенная знакопеременная составляющая – $\int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x3(t) dt dt dt dt$ (предположено, что $x3$ – самая низкочастотная мода). Если из последовательности, полученной интегрированием 3-го порядка $\int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x(t) dt dt dt dt =$

$$= \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x1(t) dt dt dt dt + \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x2(t) dt dt dt dt + \int_0^\tau \int_0^t \int_0^l x3(t) dt dt dt dt,$$

вычесть производную от выделенной составляющей, то получим последовательность, которая не содержит самой низкочастотной составляющей. Возможно, понадобится повторное интегрирование для выделения следующей по порядку низкочастотной составляющей.

Действуя таким образом, можно получить разложение, представленное на рис. 3.

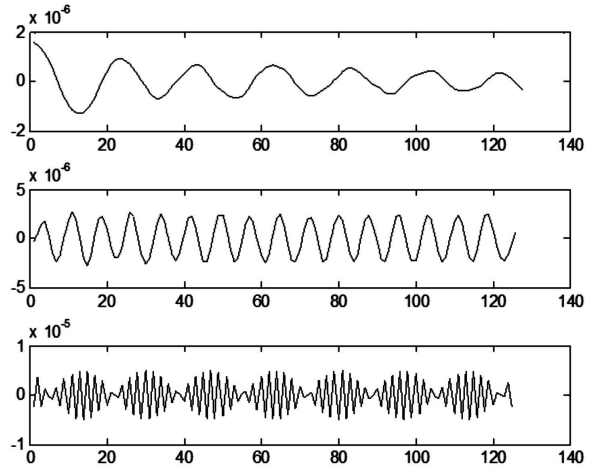


Рис. 3. Разложение на эмпирические моды в порядке возрастания частот мод

на основе интегрирования - дифференцирования

Видно, что амплитуды выделенных составляющих на рис. 1 и 3 отличаются – их необходимо продифференцировать несколько раз. Это тоже своего рода проблема, так как при дифференцировании на низкочастотных составляющих будут появляться «следы» не отфильтрованных высокочастотных составляющих. Выход – применение дифференцирования на основе интегрирования по Ланцошу [5].

В принципе можно, если не стоит задача восстановления сигнала, и не дифференцировать выделенные моды, так как составляющие такого вида не меняют форму при дифференцировании, меняются только амплитуды из-за деления на Δt на каждом шаге, а также фазы. Последние не являются информативными параметрами, они нужны только для восстановления сигнала. Поэтому можно просто нормировать выделенные нами составляющие.

Показано, что моды могут быть непосредственно выделены из интегрированных последовательностей путем дифференцирования, вычитания выделенной составляющей из интегрированных последовательностей более низкого порядка, повторения таких же действий с уже удаленной низкочастотной составляющей над интегрированными последовательностями, начиная с предыдущей. Причем в алгоритме разложения используется обычное дифференцирование, а вот выделенные из интегрированных последовательностей низкочастотные составляющие восстанавливаются путем многократного дифференцирования на основе интегрирования (по схеме Ланцоша).

Отметим, что возможно выделение компонент в обратном порядке – от низкочастотной составляющей к высокочастотной, что актуально для систем диагностики, распознавания и т.д. Причем алгоритм несложен, так как используются лишь интегрирование и дифференцирование на основе интегрирования. Достоинство – в первую очередь выделяются информативные составляющие, для декомпозиции не требуется выделение огибающих сигнала, не используется сплайн-интерполяция как в классическом методе EMD.

Постановка и решение задачи декомпозиции, начиная с высокочастотной моды

На таком же принципе можно построить и алгоритм выделения мод, начиная с высокочастотной моды [6]. Метод строится на акцентировании высокочастотных компонент дифференцированием. Дифференцирующее звено имеет передаточную функцию $G(j\omega) = j\omega$, поэтому при дифференцировании (может быть и многократном) будут усиливаться высокочастотные составляющие и «маскироваться» низкочастотные колебания. Покажем подход на многомодальном сигнале $x(t) = x1(t) + x2(t) + x3(t)$. Сигнал и его традиционное разложение на эмпирические моды представлены на рис. 4, где показаны только информативные составляющие разложения. На всех графиках по осям х отложены временные отсчеты, а по осям у – значения сигнала в размерных единицах.

Будем проводить дифференцирование сигнала до тех пор, пока не будет выделена мода – составляющая со знакопеременными экстремумами и близким к нулю средним. Допустим, что последовательность, соответствующая производной 3-го порядка четко выделяет высокочастотную компоненту. Эта последовательность

описывается уравнением: $\frac{d^3x(t)}{dt^3} = \frac{d^3x1(t)}{dt^3} + \frac{d^3x2(t)}{dt^3} + \frac{d^3x3(t)}{dt^3}$, а выделенная знакопеременная составляющая – $\frac{d^3x1(t)}{dt^3}$ (предполагается, что $x1$ – самая высокочастотная мода). Если из последовательности, полученной дифференцированием 2-го порядка $\frac{d^2x(t)}{dt^2} =$

$\frac{d^2x1(t)}{dt^2} + \frac{d^2x2(t)}{dt^2} + \frac{d^2x3(t)}{dt^2}$ вычесть интеграл от выделенной составляющей, то получим последовательность, которая не содержит самой высокочастотной составляющей. На рис. 5 показаны анализируемый сигнал и его производные 1-го, 2-го, 3-го 4-го порядка. Действуя таким образом, можно получить разложение, представленное на рис. 6.

Моды могут быть выделены из дифференцированных последовательностей путем интегрирования, вычитания выделенной составляющей из дифференцированных последовательностей более низкого порядка, повторения таких же действий с уже удаленной высокочастотной составляющей над дифференцированными последовательностями, начиная с предыдущей.

Для восстановления составляющей по ее производной k -ого порядка необходимо использовать весовое интегрирование.

Из рис. 4 видно, что имеется «просачивание» более высокочастотной компоненты на более низкочастотную. Это проявляется в том, что на нижнем графике рис. 5 кривая не такая гладкая, как низкочастотная составляющая на рис. 1. Но зато предложенный метод четко выделяет даже слабую высокочастотную компоненту.

Рис. 4 показывает, что при уменьшении амплитуды колебаний алгоритм EMD перестает ее «видеть», следующая составляющая (более низкочастотная) «проталкивается» на ее место. Соответственно смещается вся картина. Рис. 6 показывает, что этого не происходит при применении алгоритма на основе дифференцирования-интегрирования. На низкочастотной составляющей видны «следы» предыдущей моды.

Сложность алгоритма такая же, как и при выделении составляющих в порядке возрастания частот. Достоинство – лучше выделяются слабые высокочастотные

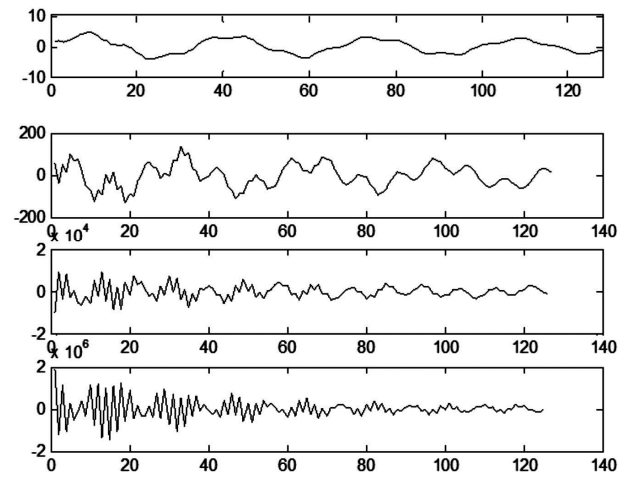


Рис. 5. Анализируемый сигнал со слабой высокочастотной компонентой и его производные 1-го, 2-го, 3-го порядка

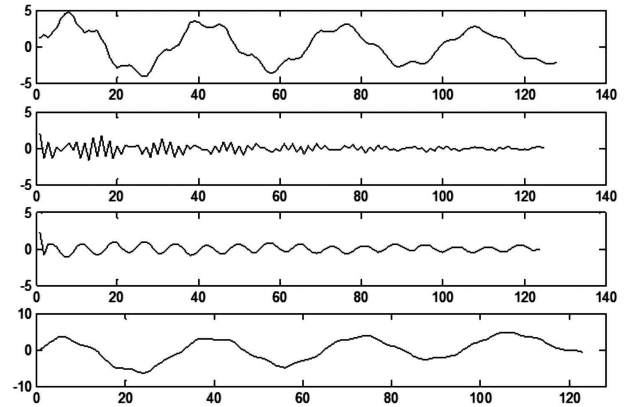


Рис. 6. Сигнал со слабой высокочастотной компонентой и его разложение

на основе дифференцирования-интегрирования

Моды могут быть выделены из дифференцированных последовательностей путем интегрирования, вычитания выделенной составляющей из дифференцированных последовательностей более низкого порядка, повторения таких же действий с уже удаленной высокочастотной составляющей над дифференцированными последовательностями, начиная с предыдущей.

Для восстановления составляющей по ее производной k -ого порядка необходимо использовать весовое интегрирование.

Из рис. 4 видно, что имеется «просачивание» более высокочастотной компоненты на более низкочастотную. Это проявляется в том, что на нижнем графике рис. 5 кривая не такая гладкая, как низкочастотная составляющая на рис. 1. Но зато предложенный метод четко выделяет даже слабую высокочастотную компоненту.

Рис. 4 показывает, что при уменьшении амплитуды колебаний алгоритм EMD перестает ее «видеть», следующая составляющая (более низкочастотная) «проталкивается» на ее место. Соответственно смещается вся картина. Рис. 6 показывает, что этого не происходит при применении алгоритма на основе дифференцирования-интегрирования. На низкочастотной составляющей видны «следы» предыдущей моды.

Сложность алгоритма такая же, как и при выделении составляющих в порядке возрастания частот. Достоинство – лучше выделяются слабые высокочастотные

составляющие, а для декомпозиции не требуется выделение огибающих сигнала, не используется сплайн-интерполяция как в классическом методе EMD.

Для упрощения алгоритма возможно комбинирование обоих предложенных методов [7]: для выделения низкочастотной моды использовать первый метод, а для выделения высокочастотной – второй. В задачах диагностики-распознавания часто этого уже достаточно, т.к. эти моды несут информацию о диапазоне, в котором лежат резонансы, а также о мощностях информативной и шумовой компонент сигнала.

Заключение

Таким образом, показана возможность и принцип выделения компонент (эмпирических мод) на основе операций интегрирования-дифференцирования, реализуемых с помощью простейших операций – сложение и вычитания. Можно говорить о новом способе декомпозиции на моды, отличающемся снижением трудоемкости и расширением функциональных возможностей – извлечением мод как в порядке убывания частот, так и в порядке их возрастания.

Для извлечения мод в порядке возрастания их частот осуществляется многократное интегрирование сигнала для подавления высокочастотных компонент до тех пор, пока количество экстремумов не перестанет меняться, т.е. пока не останется одна (самая низкочастотная) составляющая; моды выделяются из интегрированных последовательностей путем дифференцирования, вычитания выделенной составляющей из интегрированных последовательностей более низкого порядка, повторения таких же действий с уже удаленной низкочастотной составляющей над интегрированными последовательностями, начиная с предыдущей; выделенные из интегрированных последовательностей составляющие дифференцируются по схеме Ланцоша столько раз, сколько раз последовательность интегрировалась.

Для извлечения мод в порядке убывания их частот осуществляется многократное дифференцирование для акцентирования высокочастотных компонент до тех пор, пока не будет выделена последовательность с знакопеременными экстремумами; моды выделяются из дифференцированных последовательностей путем интегрирования, вычитания выделенной составляющей из

дифференцированных последовательностей более низкого порядка, повторения таких же действий с уже удаленной высокочастотной составляющей над дифференцированными последовательностями, начиная с предыдущей; выделенные из дифференцированных последовательностей составляющие интегрируются с использованием весовой обработки, столько раз, сколько раз последовательность дифференцировалась.

Литература

1. Методы разложения сигналов на основе экстремальной фильтрации / Н.В. Мясникова, М.П. Берестень, Л.А. Долгих // Датчики и системы. – 2011. – № 2. – С. 8-12.
2. Мясникова, Н.В. Время-частотное распределение на основе экстремальной фильтрации в цифровой обработке сигналов / Н.В. Мясникова, М.П. Берестень // Датчики и системы. – 2013. – № 10. – С. 9–12.
3. Мясникова, Н.В. Разложение на эмпирические моды на основе экстремальной фильтрации/ Н.В. Мясникова, М.П. Берестень // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – №4. – С. 13–17.
4. Марпл.-мл., С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
5. Мясникова, Н.В. Алгоритм выделения низкочастотных мод / Н.В. Мясникова, М.П. Берестень // 17-я Междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Москва. 25–27 марта 2015. Труды Росс. науч.-техн. общества радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова. Сер. Цифровая обработка сигналов и ее применение. – М.: РНТО РЭС им. А.С. Попова, 2015. – С. 78-82.
6. Мясникова, Н.В. Разложение на эмпирические моды на основе дифференцирования и интегрирования / Н.В. Мясникова, М.П. Берестень / В сборнике: Перспективные информационные технологии (ПИТ 2015) труды Международной научно-технической конференции. СГАУ. Самара, 2015. – С. 101-105.
7. Мясникова, Н.В. Комбинированный метод разложения на моды на основе интегрирования-дифференцирования / Н.В.Мясникова, М.П.Берестень, А.А.Приймак // Современное общество, образование и наука: сб. науч. тр. по мат. Междунар. науч.-практ. конф., Тамбов, 31 марта 2015 г.: в 16 частях. Часть 8. – Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2015. – С. 76–77.