

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 2/2016

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

## ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,  
д.т.н., проф. В.П. ДВОРКОВИЧ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,  
д.т.н., проф. В.Г. Бартенов, д.т.н. Ю.И. Борисов,  
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.В. Еремеев,  
д.т.н. Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев, А.П. Кирличников,  
д.т.н., проф. М.И. Кривошеев, д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,  
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мишенков,  
д.т.н., проф. А.А. Петровский, д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,  
д.т.н., проф. В.Г. Санников, к.т.н., проф. В.С. Сперанский,  
д.т.н., проф. Ю.С. Шинаков

## Адрес редакции:

г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8  
Научный центр МТУСИ  
Тел.: 8 (495) 362-42-75  
E-mail: rntores@mail.ru  
vityazev.v.v@rsreu.ru  
http://www.dspa.ru

## Издатель:

Российское научно-техническое общество  
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова  
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова  
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 28.06.16 г.  
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.  
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 4253. Отпечатано в  
ООО НПЦ «Информационные технологии»  
Рязань, ул. Островского, д. 21/1  
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488  
от 14.01.2000 г.

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен  
в Перечень ведущих рецензируемых научных изданий,  
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ, должны  
быть опубликованы основные научные результаты дис-  
сертаций на соискание ученой степени доктора  
и кандидата наук.

## УЧРЕДИТЕЛИ: ЗАО «Инструментальные системы» ФГУП «НИИ радио»

### В НОМЕРЕ:

#### **Зайцев Г.В., Лутков А.Н.**

Анализ эффективности турбодекодирования  
кодов производства при различных вариантах  
обмена информацией между итерациями..... 3

#### **Крацов С.А., Топников А.И., Приоров А.Л.**

Оценка значимости акустических признаков  
в задаче детектирования голосовой активности..... 9

#### **Парфенов В.И., Голованов Д.Ю.**

Принципы построения и анализ эффективности  
функционирования беспроводных сенсорных сетей  
на основе теории compressive sensing..... 14

#### **Елагина К.А.**

Способы обнаружения сигналов  
с линейной и нелинейной частотной модуляцией  
со стабилизацией вероятности ложной тревоги ..... 20

#### **Смекалов А.И., Джиган В.И.**

Цифровой синтезатор частот  
на основе обратного дискретного преобразования Уолша ..... 26

#### **Якимов В.Н., Машков А.В., Горбачев О.В.**

Цифровой гармонический анализ  
на основе метода усреднения фурье-преобразования  
псевдоансамбля сегментов знакового сигнала ..... 31

#### **Бугров В.Н.**

Синтез целочисленных рекурсивных фильтров  
с произвольно заданными селективными требованиями ..... 35

#### **Витязев В.В.**

Банки фильтров в системах  
широкополосной передачи данных ..... 44

#### **Попов Д.И.**

Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа ..... 53

#### **Солонина А.И.**

Масштабирование структур рекурсивных  
цифровых фильтров в Matlab ..... 57

#### **Решетняк С.А., Третьяков Г.Н.**

Об автоколебаниях в нелинейном  
активном фильтре второго порядка..... 64

#### **Кононов В.С.**

Анализ частотного метода автоматической калибровки  
многоуровневых КМОП-ЦАП на токовых ключах..... 68

#### **Кононов В.С.**

Способ автоматической калибровки «весовых» токов  
в многоуровневых КМОП-ЦАП..... 70

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

# Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine  
Issue 2, 2016 year

Is published quarterly since 1999

## THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member  
of Russian Academy of Sciences U.N. Zubarev

## DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci.(Tech.), Professor V.V. Vityazev, Dr.Sci.(Tech.),  
Professor V.P. Dvorkovich

## EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)

Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)

Zubarev R.V.,

Kirpichnikov A.P.,

Krivocheev M.I., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician

Mistyukov V.G.,

Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Petrovsky A.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Shinakov Y.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

## Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia

Research Center of MTUCI

Phone: 8 (495) 362-42-75

E-mail: rntores@mail.ru,

vityazev.v.v@rsreu.ru

Web: <http://www.dspsa.ru>

## Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering,  
Electronics & Communications

## Computer makeup:

I.A. Blagodarova

## FOUNDERS:

InSys

Radio Research and Development Institute

## CONTENTS:

### Zaytsev G.V., Lutkov A.N.

*Efficiency of product-codes turbo-decoding algorithms  
with different methods*

*of information exchange between iterations.....3*

### Kravtsov S.A., Topnikov A.I., Priorov A.L.

*The assessment of the significance of acoustic features  
in the task of detecting voice activity .....*

*9*

### Parfenov V.I., Golovanov D.Y.

*Principles of construction and effectiveness analysis  
of operation of wireless sensor networks based  
on compressive sensing theory .....*

*14*

### Elagina K.A.

*The methods of the detection of linear frequency signal  
and nonlinear frequency signal*

*with stabilization false detection probability .....*

*20*

### Smekalov A.I., Djigan V.I.

*Direct digital frequency synthesizer based*

*on inverse discrete Walsh transform .....*

*26*

### Yakimov V.N., Mashkov A.V., Gorbachev O.V.

*Digital harmonic analysis based  
on the method of averaging the fourier transform*

*of segments pseudo-ensemble of sign-function signal.....31*

### Bugrov V.N.

*Integer design of IIR Filters with difficult selective requirements.....35*

### Vityazev V.V.

*Filter banks for broadband data transmission systems .....*

*44*

### Popov D.I.

*Adaptive rejector cascade type filters.....53*

### Solonina A.I.

*The scaling of recursive digital filters in Matlab .....*

*57*

### Reshetnyak S.A., Tretyakov G.N.

*About auto oscillations*

*in a non linear active filter of second order .....*

*64*

### Kononov V.S.

*Analysis of frequency auto-calibration technique*

*for multibit CMOS-SOI-DAC with current sources .....*

*68*

### Kononov V.S.

*Auto-calibration technique for weighted current sources*

*in multibit CMOS-DAC .....*

*70*

Subscription index: 82185 ("Rospechat")

ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

УДК 681.391

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТУРБОДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ ОБМЕНА ИНФОРМАЦИЕЙ МЕЖДУ ИТЕРАЦИЯМИ

Зайцев Г.В., д.т.н., с.н.с., начальник СКБ ПАО «НПО «Алмаз», e-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru;  
Лутков А.Н., начальник сектора ПАО «НПО «Алмаз», e-mail: anlutkov@gmail.com.

### EFFICIENCY OF PRODUCT-CODES TURBO-DECODING ALGORITHMS WITH DIFFERENT METHODS OF INFORMATION EXCHANGE BETWEEN ITERATIONS

Zaytsev G.V., Lutkov A.N.

We consider Chase-Pandiah turbo decoding algorithm of product codes. Modified versions of information exchange between iterations are suggested. The method is proposed for computational complexity reduction by decreasing the number of recalculated symbols at each iteration. Error probability of information transmission when using these algorithms are compared for different number of recalculated symbols. It is shown that new algorithms outperform standard one if reduced computational complexity is required.

**Key words:** forward error correction, turbo product code, soft iterative decoding, decoding complexity.

**Ключевые слова:** помехоустойчивое кодирование, турбокод произведения, мягкое итерационное декодирование, вычислительная сложность декодирования.

#### Введение

Применение блочных турбокодов является одним из наиболее эффективных методов помехоустойчивого кодирования, особенно при малом размере блока. Использование блочных турбокодов позволяет довольно близко подойти к пропускной способности канала, а сложность декодирования приемлема для многих приложений [1].

В настоящей работе рассматриваются двоичные турбокоды произведения [1]. Для простоты ограничимся кодами, образованными при помощи каскадирования двух линейных блочных кодов  $C_1$ ,  $C_2$ . Обозначим длины составляющих кодов символами  $n_1$ ,  $n_2$ , числа информационных символов этих кодов –  $k_1$ ,  $k_2$ , расстояния Хэмминга –  $d_1$ ,  $d_2$ . Структура кодового слова двумерного турбокода произведения, образованного из кодов  $C_1$ ,  $C_2$ , показана на рис. 1.

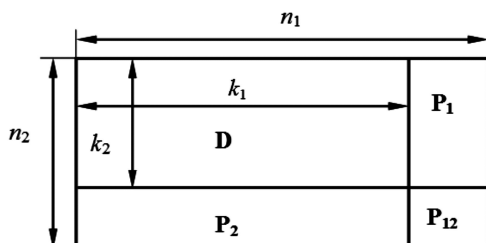


Рис. 1. Структура кодового слова турбокода произведения

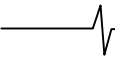
Кодовое слово представлено в виде двумерной матрицы размера  $n_2 \times n_1$ . Информационные символы составляют подматрицу  $D$  размера  $k_2 \times k_1$ . Остальные символы матрицы являются проверочными. Кодирование осуществляется сначала для строк матрицы  $D$  с

В работе рассматривается алгоритм турбодекодирования кодов произведения по методу Чейза-Пандиаха [1]. Предложены модифицированные варианты обмена информацией между итерациями турбодекодера, а также метод снижения вычислительной сложности за счет уменьшения числа переоцениваемых символов на каждом этапе алгоритма. Проводится сравнение эффективности описанных вариантов алгоритма при различном числе переоцениваемых символов. Показано, что предлагаемые варианты алгоритма имеют преимущество по сравнению со стандартными при уменьшении числа переоцениваемых символов.

использованием кода  $C_1$  с образованием проверочных символов подматрицы  $P_1$ , а затем – для столбцов подматриц  $D$  и  $P_1$  с использованием кода  $C_2$  с образованием проверочных символов подматриц  $P_2$  и  $P_{12}$ .

Нетрудно видеть, что образованный таким образом код имеет длину  $n = n_1 \times n_2$ , число информационных символов  $k = k_1 \times k_2$  и расстояние  $d = d_1 \times d_2$ . Общепринятое обозначение такого кода –  $(n_1, k_1) \times (n_2, k_2)$ .

Турбокоды произведения имеют эффективный алгоритм мягкого итерационного декодирования [1], реализующий принцип турбодекодирования. Согласно данному алгоритму поочередно выполняется мягкое декодирование строк с использованием кода  $C_1$  и столбцов с использованием кода  $C_2$ . Однократное декодирование кодов  $C_1$  и  $C_2$  называется итерацией алгоритма, а каждое декодирование кода  $C_1$  или кода  $C_2$  – полуитерацией, или элементарным декодированием. В базовом варианте, называемом алгоритмом Чейза-Пандиаха, на каждой полуитерации используется алгоритм мягкого декодирования на основе второго модифицированного алгоритма Чейза, однако возможны и другие варианты [1]. Детали используемого алгоритма мягкого декодирования в данной работе не существенны, тем не менее, следует указать, что авторы используют базовый вариант.



Обозначим действительную матрицу на входе  $k$ -го элементарного декодера, осуществляющего мягкое декодирование строк (или столбцов), символом  $\mathbf{R}_k^{in}$ , а действительную матрицу на выходе этого декодера –  $\mathbf{R}_k^{out}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Начальная входная матрица  $\mathbf{R}_1^{in}$ , для первой полуитерации принимается равной матрице  $\mathbf{R}_0$ , составленной из чисел, полученных из канала связи на выходе демодулятора, формирующего мягкие решения:

$$\mathbf{R}_1^{in} = \mathbf{R}_0. \quad (1)$$

Знаки чисел матриц  $\mathbf{R}_k^{in}$ ,  $\mathbf{R}_k^{out}$  представляют собой текущую оценку переданных двоичных символов, а их модули – надежность такой оценки.

Тогда согласно рассматриваемому алгоритму, операции, осуществляемые в элементарном декодере, состоят в следующем. На выходе каждого элементарного декодера вычисляется так называемая внешняя информация  $\mathbf{W}_{k+1}$  (extrinsic information), являющаяся дополнительной к входной и получаемая при декодировании за счет избыточности:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{R}_k^{out} - \mathbf{R}_k^{in}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Для унификации индексации будем считать, что  $\mathbf{W}_1 = 0$ .

Затем внешняя информация (2) умножается на весовой коэффициент  $\alpha_{k+1}$  и складывается с информацией, полученной из канала связи:

$$\mathbf{R}_{k+1}^{in} = \mathbf{R}_0 + \alpha_{k+1} \mathbf{W}_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Матрица (3) является входной матрицей для следующего элементарного декодера. Коэффициенты  $\alpha_k$  возрастают от малых значений до единицы по мере увеличения  $k$ , что обусловлено тем фактом, что на первых итерациях дисперсия внешней информации относительно велика [1], и коэффициенты выполняют демпфирующую роль. Выбор конкретных значений этих коэффициентов производится для каждого кода отдельно, исходя из минимума вероятности ошибки декодирования.

На рис. 2 показана структурная схема одной полуитерации описанного алгоритма в том виде, как она обычно приводится в литературе [1]. Схема реализует приведенные выше формулы.

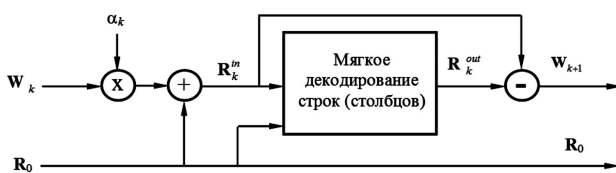


Рис. 2. Структурная схема элементарного декодера

В блоке мягкого декодирования строк (столбцов) производится переоценка всех элементов текущей матрицы  $\mathbf{R}_k^{in}$  на основе второго алгоритма Чейза. В случае невозможности такой переоценки для некоторого элемента  $r_{ij}^{in}$  матрицы  $\mathbf{R}_k^{in}$ , соответствующий элемент  $r_{ij}^{out}$  выходной матрицы  $\mathbf{R}_k^{out}$  определяется по формуле

$$r_{ij}^{out} = \beta_k r_{ij}^{in}, \quad (4)$$

где  $i$  – номер строки,  $j$  – номер столбца,  $\beta_k$  – положительный коэффициент для  $k$ -той полуитерации, подби-

раемый для данного кода, исходя из минимума вероятности ошибки декодирования.

Следует заметить, что если алгоритм мягкого декодирования строк и столбцов, а также формула (2) для получения внешней информации, хорошо обоснованы теоретически [1], то формула (3) для формирования входной информации следующего элементарного декодера, является эмпирической.

В связи с этим целесообразно исследовать различные варианты комбинирования матриц  $\mathbf{R}_0$ ,  $\mathbf{R}_k^{in}$ ,  $\mathbf{R}_k^{out}$  для получения входной матрицы  $\mathbf{R}_{k+1}^{in}$  следующего элементарного декодера. В данной работе описываются результаты такого исследования.

При проведении анализа авторы используют класс блочных турбокодов, наиболее часто используемых на практике и обсуждаемых в литературе, для которых в качестве составляющих кодов используются расширенные коды Хэмминга [1]. Фирма АНА (США) выпускает несколько микросхем-кодеков для работы с кодами этого класса. В приводимых ниже численных примерах в качестве кодов  $C_1$ ,  $C_2$  используется расширенный (16,11)-код Хэмминга с расстоянием  $d = 4$ , результирующий код обозначается  $(16,11) \times (16,11) = (16,11)^2$  и имеет параметры  $n = 256$ ,  $k = 121$ ,  $d = 16$ . Малая длина рассматриваемого кода обусловлена практической задачей, в которой происходит обмен одиночными сообщениями малого размера.

Вторая задача, рассматриваемая в данной работе и весьма актуальная для систем реального времени, – это снижение вычислительной сложности алгоритма декодирования. В стандартном алгоритме при мягком декодировании строк (столбцов) переоцениваются все символы строки (столбца), при этом вычисления для каждого символа независимы. В работе предлагается метод снижения вычислительной сложности, которое достигается за счет уменьшения числа переоцениваемых символов на каждой полуитерации алгоритма. Проводится сравнение эффективности описанных вариантов алгоритма при различном числе переоцениваемых символов. Показано, что при уменьшении числа переоцениваемых символов вероятность ошибки в предлагаемых вариантах алгоритма увеличивается незначительно и более медленно, чем в стандартном алгоритме.

### Варианты обмена информацией между полуитерациями декодера

При исследовании различных вариантов комбинирования матриц  $\mathbf{R}_0$ ,  $\mathbf{R}_k^{in}$ ,  $\mathbf{R}_k^{out}$  для получения входной матрицы  $\mathbf{R}_{k+1}^{in}$  следующего элементарного декодера структурную схему рис. 2 удобно представить в виде, изображенном на рис. 3.

На рисунке на первое место вынесен блок мягкого декодирования строк (столбцов), а комбинирование массивов  $\mathbf{R}_0$ ,  $\mathbf{R}_k^{in}$ ,  $\mathbf{R}_k^{out}$  реализуется во втором блоке. Менее детальное изображение второго блока по сравнению со схемой рис. 2 позволяет использовать такую структурную схему для различных вариантов вычисления

входной информации для очередной полуитерации.

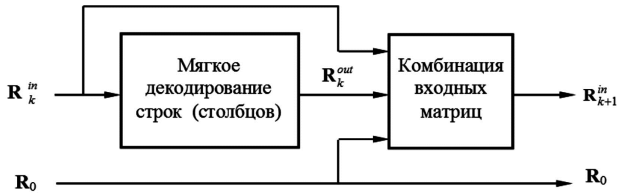


Рис. 3. Альтернативная структурная схема элементарного декодера

В работе рассматриваются следующие варианты операций между элементарными декодерами.

1. Для вычисления дополнительной информации, передаваемой следующему элементарному декодеру, используется одно из следующих выражений

$$W_{k+1} = R_k^{out} - R_k^{in}, \tag{5}$$

$$V_{k+1} = R_k^{out} - R_0. \tag{6}$$

По формуле (5) рассчитывается внешняя информация, полученная на  $k$ -ой полуитерации стандартного алгоритма. Эта формула является классической и приведена практически во всех работах по рассматриваемой тематике. В формуле (6) вычисляется вся внешняя информация, полученная за все полуитерации до текущей.

2. Для вычисления выходной информации второго блока, являющейся входной матрицей для следующего элементарного декодера, используются следующие выражения:

$$R_{k+1}^{in} = R_0 + \alpha_{k+1} W_{k+1}, \tag{7}$$

$$R_{k+1}^{in} = R_k^{in} + \alpha_{k+1} W_{k+1}, \tag{8}$$

$$R_{k+1}^{in} = R_0 + \alpha_{k+1} R_k^{out}. \tag{9}$$

Первый вариант (7) является классическим, если внешняя информация вычисляется по формуле (5). Второй вариант (8) при использовании формулы (5) сводится к вычислению линейной комбинации входной и выходной информации текущей полуитерации и не требует сохранения матрицы  $R_0$  во время всего процесса декодирования:

$$R_{k+1}^{in} = (1 - \alpha_{k+1}) R_k^{in} + \alpha_{k+1} R_k^{out}.$$

В третьем варианте (9) усиливается влияние входных данных  $R_0$ , поскольку при расчете матрицы  $R_k^{out}$

входные данные уже учтены. При этом матрица внешней информации не используется.

3. Оптимальные значения коэффициентов  $\alpha_k$  и  $\beta_k$  в формулах (4)-(9) зависят от конкретного кода и деталей реализации алгоритма. Коэффициенты для исходного алгоритма, используемые ниже, взяты из рекомендаций, приведенных в литературе [1]. Коэффициенты для модифицированных вариантов алгоритма выбраны эмпирическим путем.

Конкретные варианты алгоритма декодирования, анализируемые в данной работе, представлены в табл. 1. В первом столбце приведено используемое далее обозначение вариантов алгоритма заглавными латинскими буквами. Стандартный алгоритм обозначен буквой А. Второй и третий столбцы содержат описанные формулы (5)-(9), задающие вариант алгоритма. Из сравнения этих формул нетрудно видеть, что вычислительная сложность модифицированных алгоритмов не выше, чем стандартного, а для алгоритма D даже ниже.

В столбце 4 приведены выражения для входной матрицы элементарного декодера через матрицу на входе турбодекодера  $R_0$  и матрицы внешней информации  $W_k$ , которые обычно используются в стандартных алгоритмах турбодекодирования кодов производства. Приведенные формулы нетрудно доказать методом математической индукции. Эти формулы наглядно демонстрируют отличие предлагаемых вариантов алгоритма от стандартного. Оно заключается в том, что в новых вариантах для формирования входа очередного элементарного декодера используется не только внешняя информация текущей итерации, но и линейная комбинация внешней информации всех предыдущих итераций. Поэтому такие алгоритмы в данной работе называются алгоритмами с накоплением внешней информации.

Основными характеристиками алгоритмов декодирования являются зависимости вероятности символьных  $P_S$  и блочных  $P_B$  ошибок от отношения  $E_b / N_0$  энергии передаваемого бита информации  $E_b$  к спектральной плотности мощности шума  $N_0$ . Для описанных выше турбодекодеров эти характеристики получены с помощью имитационной модели методом статистического моделирования.

Таблица 1. Варианты алгоритма декодирования

| Обозначение алгоритма | Вычисление внешней информации    | Вычисление выходного массива                     |   |
|-----------------------|----------------------------------|--|---|
|                       |                                  | по формулам (7)-(9)                              | выражение через $R_0$ и $W_k$   |
| 1                     | 2                                | 3  | 4   |
| A                     | $W_{k+1} = R_k^{out} - R_k^{in}$ | $R_{k+1}^{in} = R_0 + \alpha_{k+1} W_{k+1}$      |   |
| B                     | $W_{k+1} = R_k^{out} - R_k^{in}$ | $R_{k+1}^{in} = R_k^{in} + \alpha_{k+1} W_{k+1}$ | $R_{k+1}^{in} = R_0 + \sum_{i=2}^{k+1} \alpha_i W_i$  |
| C                     | $V_{k+1} = R_k^{out} - R_0$      | $R_{k+1}^{in} = R_0 + \alpha_{k+1} V_{k+1}$      | $R_{k+1}^{in} = R_0 + \sum_{i=2}^{k+1} (\prod_{j=i}^{k+1} \alpha_j) W_i$  |
| D                     | Не рассчитывается                | $R_{k+1}^{in} = R_0 + \alpha_{k+1} R_k^{out}$    | $R_{k+1}^{in} = [1 + \alpha_{k+1} \sum_{i=2}^{k+1} (\prod_{j=i}^{k+1} \alpha_j)] R_0 + \sum_{i=2}^{k+1} (\prod_{j=i}^{k+1} \alpha_j) W_i$ |

Таблица 2. Параметры алгоритмов турбодекодирования

| Обозначение алгоритма | Коэффициенты $\alpha_{2k-1}$            | Коэффициенты $\beta_{2k-1}$            | Вероятность ошибки для $E_b / N_0 = 3$ дБ * |                      | Среднее число итераций |
|-----------------------|---|--|---|----------------------|------------------------|
|                       |   |  | $P_S$                                       | $P_B$                |                        |
| 1                     | 2                                       | 3                                      | 4   | 5                    | 6                      |
| A                     | 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0; 1,0; 1,0  | 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,0; 1,0; 1,0 | $2,18 \cdot 10^{-4}$                        | $1,23 \cdot 10^{-3}$ | 1,76                   |
| B                     | 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8  | $\beta \equiv 1$                       | $5,64 \cdot 10^{-4}$                        | $7,55 \cdot 10^{-3}$ | 2,11                   |
| C                     | 0,4; 0,4; 0,4; 0,8; 0,95; 1,0; 1,0; 1,0 | $\beta \equiv 1$                       | $1,29 \cdot 10^{-4}$                        | $1,69 \cdot 10^{-3}$ | 1,38                   |
| D                     | 0,4; 0,4; 0,4; 0,8; 0,95; 1,0; 1,0; 1,0 | $\beta \equiv 1$                       | $1,60 \cdot 10^{-4}$                        | $2,36 \cdot 10^{-3}$ | 1,5                    |

\* Числовые данные приведены для  $N_{iter} = 8$ .

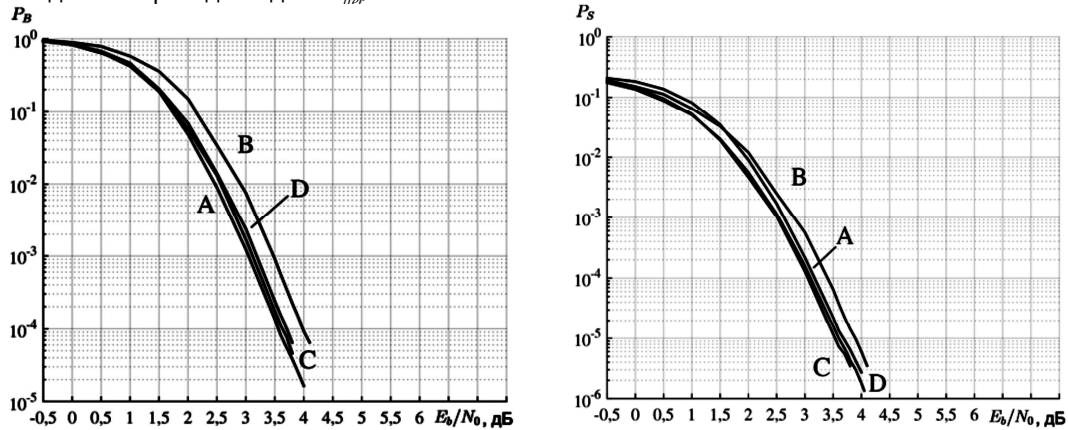


Рис. 4. Зависимости  $P_B(E_b / N_0)$  и  $P_S(E_b / N_0)$  турбодекодеров при  $N_{iter} = 8$

Модель реализована на языке C++ в среде Microsoft Visual C++. Характеристики рассчитаны для описанного ранее кода  $(16, 11)^2$ , полученного каскадированием расширенных кодов Хэмминга. В модели имитируется канал связи с аддитивным белым гауссовским шумом, а при передаче используется двоичная фазовая модуляция. Максимальное число итераций турбодекодера  $N_{iter}$  принято равным 8. Расчет статистики символьных ошибок и ошибок передачи сообщений производится по информационной части кодовой матрицы. Для каждого обмена формируется отдельная матрица информации с равномерным распределением символов  $\pm 1$ . Приведенные ниже результаты соответствуют диапазону вероятностей ошибки на символ  $P_S > 10^{-5} - 10^{-6}$  в соответствии с требованиями прикладной задачи, вызвавшей настоящее исследование.

Моделирование останавливается при 100 ошибочных приемах сообщений. При доверительной вероятности 0,8 (0,9; 0,95; 0,99) это число соответствует доверительному интервалу 13 % (соответственно, 16 %; 20 %; 26 %) [2].

В табл. 2 приведены параметры алгоритмов декодирования, позволяющие вместе с формулами табл. 1 однозначно определить все операции алгоритма. В столбцах 2 и 3 таблицы даны используемые коэффициенты для нечетных значений индексов  $\alpha_{2k-1}$ ,  $\beta_{2k-1}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Коэффициенты для четных значений определяются условием их постоянства в пределах итерации, т.е. коэффициент для четного значения индекса равен предыдущему нечетному:  $\alpha_{2k} = \alpha_{2k-1}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

В столбцах 4 и 5 даны для сравнения численные значения вероятности символьных  $P_S$  и блочных  $P_B$

ошибок при отношении  $E_b / N_0 = 3$  дБ, а на рис. 4 – вероятностные характеристики рассматриваемых турбодекодеров.

Согласно рис. 4 зависимости  $P_B(E_b / N_0)$  и  $P_S(E_b / N_0)$  имеют примерно одинаковый характер. Отличия в отношении  $E_b / N_0$  по уровню вероятности  $P_B = 10^{-4}$  или  $P_S = 10^{-5}$  исходного и модифицированных алгоритмов не превышает 0,1-0,2 дБ для алгоритмов C, D и 0,5 дБ для алгоритма B. Такие отличия в отношении  $E_b / N_0$  во многих приложениях являются допустимыми. Отметим, что в некоторых случаях алгоритмы C и D превосходят стандартный алгоритм A. Проигрыш в отношении  $E_b / N_0$  будем называть далее энергетическими потерями и обозначать  $\Delta(E_b / N_0)$ . Преимущества модифицированных алгоритмов проявляются при сокращении объема вычислений по методу следующего раздела.

#### Вероятностные характеристики алгоритмов турбодекодирования при снижении вычислительной сложности

Для снижения вычислительной сложности алгоритмов турбодекодирования в настоящей работе предлагается на каждой полуитерации алгоритма производить переоценку не всех символов, а некоторого сниженного их количества в строке и столбце до значения  $n_e$ ,  $n_e < \min(n_1, n_2)$ . При этом для переоценки выбираются наименее надежные символы. Объем вычислений при такой переоценке снижается в  $n_1 / n_e$  раз для строки и в  $n_2 / n_e$  раз для столбца.

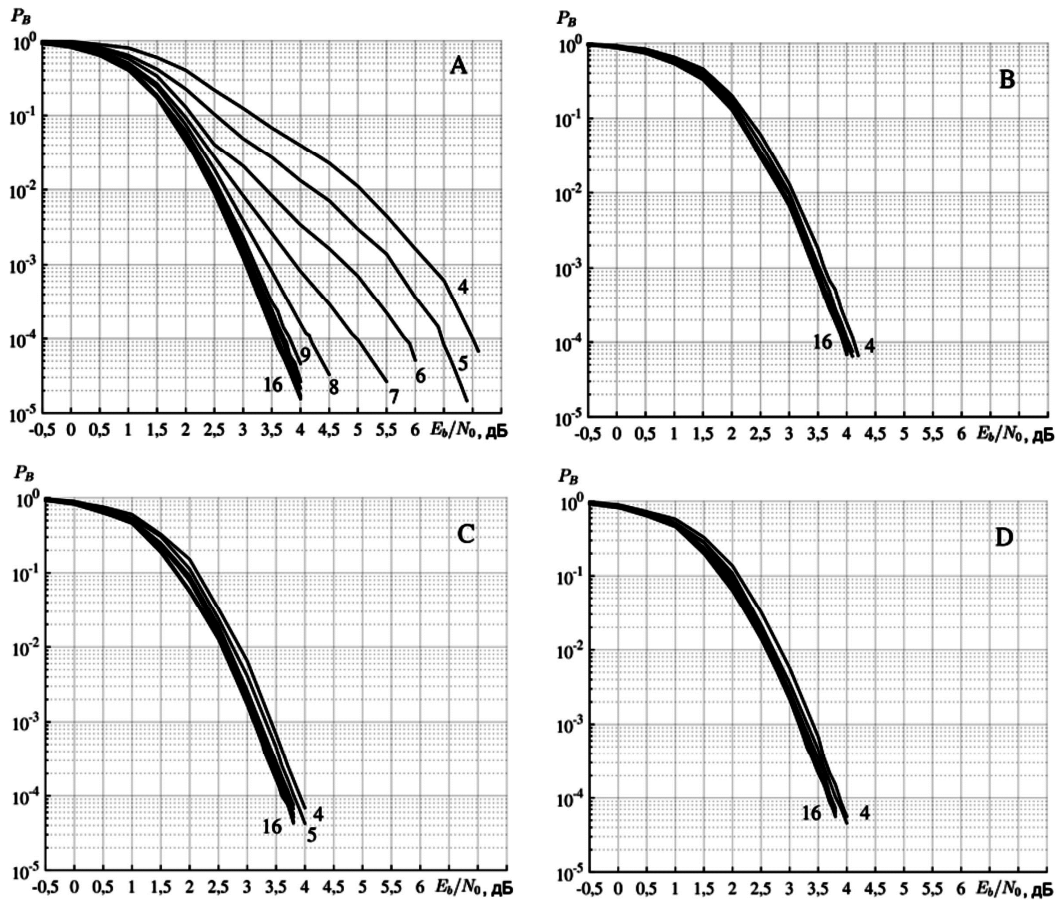


Рис. 5. Зависимости  $P_B(E_b / N_0)$  турбодекодеров для  $n_c = 4..16$  при  $N_{iter} = 8$

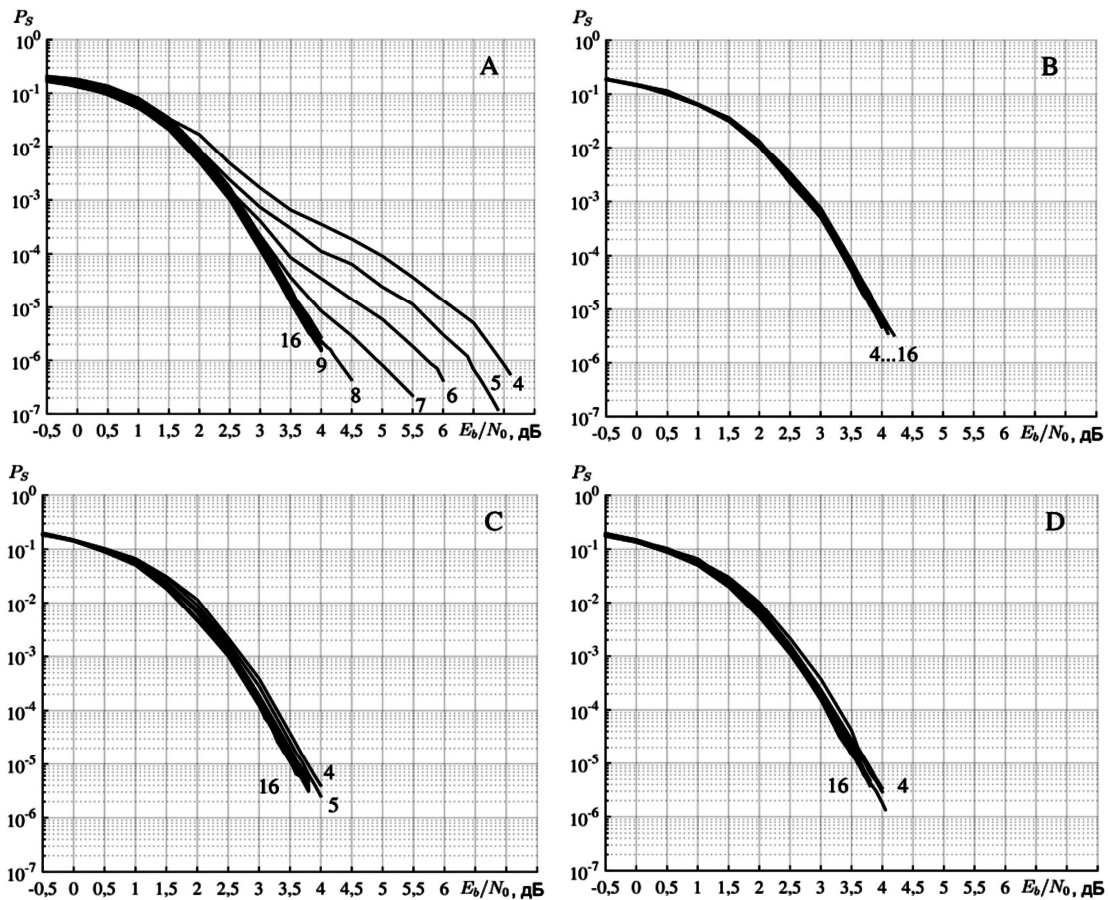


Рис. 6. Зависимости  $P_S(E_b / N_0)$  турбодекодеров для  $n_c = 4..16$  при  $N_{iter} = 8$

Рассмотрим влияние на вероятностные характеристики алгоритмов турбодекодирования числа переоцениваемых символов  $n_e$ . На рис. 5 и рис. 6 для алгоритмов табл. 1 представлены семейства вероятностных характеристик  $P_S$  и  $P_B$  при различных значениях параметра  $n_e$  для кода (16,11)<sup>2</sup>.

Из анализа рис. 5 можно сделать следующие выводы. Исходный алгоритм А имеет значительную чувствительность к уменьшению числа  $n_e$ . Разница в отношении  $E_b / N_0$  для вероятности  $P_B = 10^{-4}$  превышает 3 дБ при уменьшении числа  $n_e$  в пределах от 16 до 4. Модифицированные алгоритмы В, С и D обладают значительно меньшей чувствительностью к вариации числа  $n_e$ . Разница в отношении  $E_b / N_0$  для вероятности  $P_B = 10^{-4}$  при уменьшении числа  $n_e$  в пределах от 16 до 4 не превышает 0,25 дБ и 0,3 дБ для алгоритмов В и D соответственно, и 0,4 дБ для алгоритма С.

Аналогичные соотношения имеют место и для вероятности символьных ошибок. Подобное поведение вероятностных характеристик модифицированных алгоритмов показывает, что новые алгоритмы являются более предпочтительными при необходимости сократить вычислительную сложность предлагаемым методом.

Следует отметить, что нечувствительность модифицированных алгоритмов к уменьшению числа  $n_e$  достигается путем аккуратного выбора коэффициентов  $\alpha_k, \beta_k, k = 1, 2, \dots$ . В стандартном алгоритме указанной нечувствительности достичь не удастся. Такое отличие объясняется тем, что в модифицированных алгоритмах используется накопление внешней информации от всех полуитераций до текущей, а в стандартном алгоритме учитывается только внешняя информация, полученная на предыдущей полуитерации.

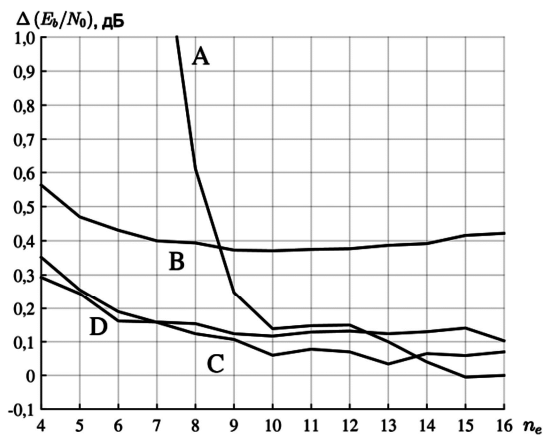


Рис. 7. Энергетические потери при вариации числа  $n_e$  для вероятности  $P_B = 10^{-4}$

Рассмотрим энергетические потери при снижении числа  $n_e$ . На рис. 7 представлены типичные зависимости энергетических потерь  $\Delta(E_b / N_0)$  от числа  $n_e$  по сравнению со стандартным алгоритмом А с номинальными параметрами  $N_{iter} = 8, n_e = 16$ . Зависимости приведены для фиксированной вероятности  $P_B = 10^{-4}$ . Для других значений вероятностей  $P_B$  и  $P_S$  графики энер-

гетических потерь имеют аналогичный вид.

Из рис. 7 следует, что при числе  $n_e \leq 12$  предлагаемые алгоритмы В, С, D имеют меньшие энергетические потери, чем стандартный алгоритм, и разница тем больше, чем меньше число  $n_e$ . Причем, модифицированные алгоритмы В, С и D дают приемлемые потери даже при снижении числа  $n_e$  в 4 раза. В табл. 3 приведены значения энергетических потерь алгоритмов В, С и D при вероятности  $P_B = 10^{-4}$  для нескольких характерных точек на рис. 7.

Таблица 3. Энергетические потери

| № | $\Delta(E_b / N_0)$ , дБ | Алгоритм | $n_e$ |
|---|--------------------------|----------|-------|
| 1 | 0,1                      | С        | 9     |
| 2 | 0,15                     | Д        | 9     |
| 3 | 0,2                      | С        | 6     |
| 4 | 0,2                      | Д        | 6     |
| 4 | 0,25                     | Д        | 5     |
| 5 | 0,3                      | Д        | 4     |
| 6 | 0,35                     | С        | 4     |
| 7 | 0,4                      | В        | 7     |
| 8 | 0,6                      | В        | 4     |

Модифицированные алгоритмы С и D способны работать с энергетическими потерями не более 0,3-0,35 дБ, а алгоритм В с энергетическими потерями не более 0,6 дБ при уменьшении числа  $n_e$  до 4. Численное значение снижения вычислительной сложности модифицированных алгоритмов, по сравнению со стандартным алгоритмом, зависит от способа реализации и методики оценки этого параметра.

## Заключение

В работе обосновываются два предложения по модификации алгоритма турбодекодирования блочных кодов производства. Первое из них заключается в изменении способа обмена информацией между элементарными декодерами. Предложенные варианты обмена приводят к накоплению внешней информации с некоторыми весами за все выполненные итерации, в то время как в стандартном алгоритме такого накопления нет.

Второе предложение сводится к сокращению числа переоцениваемых символов на каждой итерации для снижения вычислительной сложности алгоритма.

Оба изменения целесообразно использовать совместно, так как характеристики алгоритмов с накоплением внешней информации имеют слабую чувствительность к числу переоцениваемых символов в отличие от стандартного алгоритма. Это свойство открывает пути к повышению скорости передачи информации при работе в реальном масштабе времени.

## Литература

1. Channel coding in communication networks: from theory to turbo codes/edited by Alain Glavieux. 1sted. ISTE Ltd, 2007. См. также приведенную в монографии литературу.
2. Зайцев Г.В. Потери в отношении сигнал/шум в системе связи, использующей двоичную дифференциальную фазовую модуляцию и ортогональное кодирование, Цифровая обработка сигналов, 2014. № 2. С. 15-21.



УДК 621.397

## ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ АКУСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ В ЗАДАЧЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ГОЛОСОВОЙ АКТИВНОСТИ

*Кравцов С.А., аспирант кафедры динамики электронных систем Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, e-mail: sk860@outlook.com;*

*Топников А.И., к.т.н., ассистент кафедры динамики электронных систем Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, e-mail: topartgroup@gmail.com;*

*Приоров А.Л., д.т.н., доцент кафедры динамики электронных систем Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, e-mail: andcat@yandex.ru.*

## THE ASSESSMENT OF THE SIGNIFICANCE OF ACOUSTIC FEATURES IN THE TASK OF DETECTING VOICE ACTIVITY

*Kravtsov S.A., Topnikov A.I., Priorov A.L.*

*The significance value of the spectral flatness measure, mel-frequency cepstral coefficients and gammatone-frequency cepstral coefficients for the voice activity detection was evaluated. To evaluate the significance of features we used a method which based on decision trees and comparing the values of the areas under ROC-curves (AUC) for support vector machine (SVM), the perceptron and the method of nearest neighbors classifiers ( $k$ -nearest neighbors). The accuracy of the classification in the case of all analyzed coefficients and the most significant features was evaluated.*

**Keywords:** speech signal, feature importance, voice activity detector, noise.

**Ключевые слова:** речевой сигнал, значимость признака, детектор голосовой активности, шум.

### Введение

Сегодня сложно представить современную систему цифровой обработки речевых сигналов без детектора голосовой активности (ДГА, Voice Activity Detector, VAD). Также в литературе ДГА встречается под названием «детектор речевой активности» (ДРА). Его применяют для определения наличия речи и выделения границ речесодержащих фрагментов в обрабатываемом сигнале. Благодаря применению ДГА, увеличивается точность работы алгоритмов идентификации и верификации диктора [1-4], распознавания голосовых команд [5]. При этом задача разработки устойчивого алгоритма ДГА в случае наличия внешних шумов является актуальной и в настоящее время. В процессе разработки такого алгоритма необходимо выбрать как классификатор, принимающий окончательное решение о наличии или отсутствии речи, так и наиболее важные акустические признаки сигнала, т.е. такие признаки, используя которые достигалось бы наибольшее значение верной классификации фрагмента сигнала – речи или паузы.

Целью работы является разработка и тестирование методики выделения наиболее значимых акустических признаков речевого сигнала в задаче детектирования голосовой активности.

### Оценка значимости признаков

Для оценки значимости выбраны следующие акустические признаки: мера спектральной плоскостности (МСП, Spectral Flatness Measure, SFM) [6], мел-частот-

*Проведена оценка значимости меры спектральной плоскостности, мел-частотных кепстральных коэффициентов и гамматон-частотных кепстральных коэффициентов в задаче детектирования голосовой активности. Для оценки значимости признаков использовался метод на основе решающих деревьев и сравнение значений площадей под ROC-кривыми для классификаторов, использующих метод опорных векторов, перцептрон и метод ближайших соседей. Оценена точность классификации как в случае использования всех анализируемых коэффициентов, так и для выделенных наиболее значимых признаков.*

ные кепстральные коэффициенты (МЧКК, Mel-Frequency Cepstral Coefficients, MFCC) и гамматон-частотные кепстральные коэффициенты (ГЧКК, Gammatone-Frequency Cepstral Coefficients, GFCC). Важно отметить, что МЧКК и ГЧКК широко применяются не только в алгоритмах детектирования голосовой активности [3, 7-10], но и в алгоритмах идентификации диктора [11-12] и определения языка [13], а также при решении ряда других задач в области речевой тематики. Эффективность использования меры спектральной плоскостности в качестве одной из характеристик сигнала в задаче детектирования голосовой активности подтверждена рядом исследований [8, 9, 14].

Для классификации сигналов использовались классификаторы на основе метода опорных векторов (Support Vector Machine, SVM), перцептрона и метода  $k$  ближайших соседей ( $k$ -nearest neighbors) [9]. Указанные классификаторы обучаются с учителем, т.е. требуют размеченную обучающую выборку, вследствие чего возможно переобучение. Оно заключается в том, что обученный классификатор будет хорошо работать в условиях, близких к условиям базы обучения, но плохо – с тестовой выборкой. Для предотвращения переобуче-

ния используют перекрестную проверку (cross-validation). Для этого имеющаяся выборка данных разбивается на  $n$  частей. Затем на  $n-1$  частях данных производится обучение моделей классификатора, а оставшаяся часть используется для тестирования. Данная процедура повторяется  $n$  раз, таким образом каждая из  $n$  частей данных будет использована для тестирования. Для приведенных результатов использовалось  $n=4$ .

Применяемые в работе классификаторы на основе перцептрона и метода опорных векторов с линейным ядром являются линейными, а их качество зависит от некоторых свойств данных. В частности, признаки должны быть нормализованы, то есть иметь одинаковый масштаб. Если это не так, и масштаб одного признака превосходит масштаб других, то качество классификации может резко упасть. Один из способов нормализации заключается в стандартизации признаков. По результатам проведенных исследований, представленных в [9], принято решение не использовать нормализацию признаков, т.к. это не дало ожидаемого повышения точности классификации в рассматриваемой задаче, а в некоторых случаях уменьшило это значение.

Для оценки важности признаков использовался метод на основе решающих деревьев, который относится к классу логических методов. Их основная идея состоит в объединении простых решающих правил. Одна из особенностей решающих деревьев заключается в том, что они позволяют определить важность всех используемых признаков. Важность признака можно оценить на основе того, как сильно улучшился критерий Джини благодаря использованию этого признака в вершине дерева [15].

При построении дерева необходимо задать критерий важности  $Q(X, j, s)$ , на основе которого осуществляется разбиение выборки на каждом шаге. Пусть  $R_m$  – множество объектов обучающей выборки, попавших в вершину  $m$ . Обозначим через  $p_{mk}$  долю объектов класса  $k (k \in \{1, \dots, K\})$ , попавших в вершину  $m$ :

$$p_{mk} = \frac{1}{N_m} \sum_{x_i \in R_m} [y_i = k],$$

где  $N_m = |R_m|$ . Через  $k_m$  обозначим класс, чьих представителей оказалось больше всего среди объектов, попавших в вершину  $m$ :  $k_m = \arg[\max_k(p_{mk})]$ . Критерий важности при ветвлении вершины  $m$  определяется как:

$$Q_G(R_m, j, s) = F_G(R_m) - \frac{N_l}{N_m} F_G(R_l) - \frac{N_r}{N_m} F_G(R_r),$$

где  $l$  и  $r$  – индексы левой и правой дочерних вершин, а

$$F_G(R_m) = \sum_{k \neq k'} p_{mk} p_{mk'}.$$

Важность признаков была оценена для МСП, 12-мерных векторов МЧКК и ГЧКК. Для этого в работе использовалась собственная русскоязычная речевая база продолжительностью 44 минуты с частотой дискретизации 8000 Гц и точностью представления отсчетов 16 бит. Суммарная длительность речи совпадает с суммарной длительностью пауз и равна 22 минутам. Перед проведением исследования тестовые сигналы зашумлялись аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) с отношением сигнал/шум (ОСШ) от -15 дБ до 25 дБ и шагом 5 дБ. После этого полученный сигнал разбивался на окна длительностью 16 мс с перекрытием 4 мс, и для каждого окна рассчитывался вектор признаков. Таким образом получена матрица коэффициентов размерностью  $M \times W$ , где  $M$  – количество рассчитанных коэффициентов ( $M = 25$ ), а  $W$  – количество окон ( $W = 220000$ ).

В табл. 1 приведены признаки, имеющие наибольшее суммарное значение важности для всего исследуемого диапазона ОСШ.

В результате выделены 7 признаков: мера спектральной плоскостности, 1, 2, 5-й мел-частотные кепстральные коэффициенты и 3, 4, 5-й гамматон-частотные кепстральные коэффициенты, как имеющие наибольшее значение важности по критерию Джини.

Установлено, что значения важности признаков при ОСШ от -15 дБ до -5 дБ отличаются незначительно, а при ОСШ от 0 дБ и выше важность данных коэффициентов значительно возрастает по сравнению с другими. Так, суммарное значение важности для данных 7 признаков более 0,55 и достигает значения 0,84 при ОСШ 20 дБ. Сумма значений важности для всех признаков при определенном ОСШ равна 1.

#### Детектирование голосовой активности

По принятой классификации детектирование голосовой активности является задачей бинарной классификации. Для оценки ее качества в случае использования указанных ранее коэффициентов построены ROC-кривые и рассчитаны площади под ними (AUC, area under ROC curve). Блок-схема расчета AUC схематично изображена на рис. 1, где ИПЗ – истинно-положительное значение (true positive rate), ЛПЗ – ложно-положительное значение (false positive rate).

Таблица 1. Зависимость значения важности признака от ОСШ

| Коэффициент | ОСШ, дБ |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|             | -15     | -10  | -5   | 0    | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   |
| МСП         | 0,04    | 0,04 | 0,03 | 0,04 | 0,09 | 0,12 | 0,15 | 0,05 | 0,14 |
| МЧКК-1      | 0,05    | 0,05 | 0,08 | 0,07 | 0,05 | 0,21 | 0,25 | 0,25 | 0,33 |
| МЧКК-2      | 0,04    | 0,05 | 0,04 | 0,10 | 0,05 | 0,08 | 0,02 | 0,19 | 0,01 |
| МЧКК-5      | 0,04    | 0,05 | 0,05 | 0,03 | 0,05 | 0,05 | 0,14 | 0,01 | 0,12 |
| ГЧКК-3      | 0,04    | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,09 | 0,03 | 0,04 | 0,12 | 0,06 |
| ГЧКК-4      | 0,07    | 0,11 | 0,11 | 0,15 | 0,15 | 0,11 | 0,10 | 0,08 | 0,01 |
| ГЧКК-5      | 0,07    | 0,07 | 0,11 | 0,13 | 0,14 | 0,14 | 0,09 | 0,14 | 0,11 |

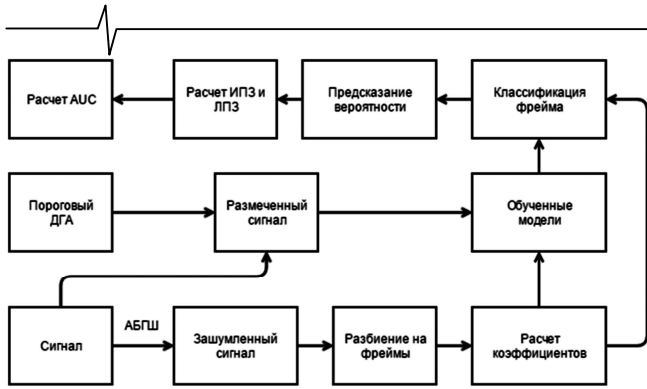


Рис. 1. Блок-схема расчета площади под ROC-кривой (AUC)

В качестве порогового ДГА использовался алгоритм, описанный в работе [2] и принимающий решение на основе сравнения энергии фрейма с заданным пороговым значением. Данный алгоритм выбран для разметки тестовых сигналов, так как он прост в реализации, не требует обучения и имеет высокую точность выделения голосовой активности в незашумленных речевых сигналах.

В табл. 2 приведены усредненные значения AUC для каждого классификатора при использовании конкретного коэффициента.

Выделенные коэффициенты определены как самые значимые признаки на предыдущем этапе с помощью

решающих деревьев. Полученные значения площади под ROC-кривой также подтвердили эффективность использования данных признаков в задаче детектирования голосовой активности для всех исследуемых в работе классификаторов.

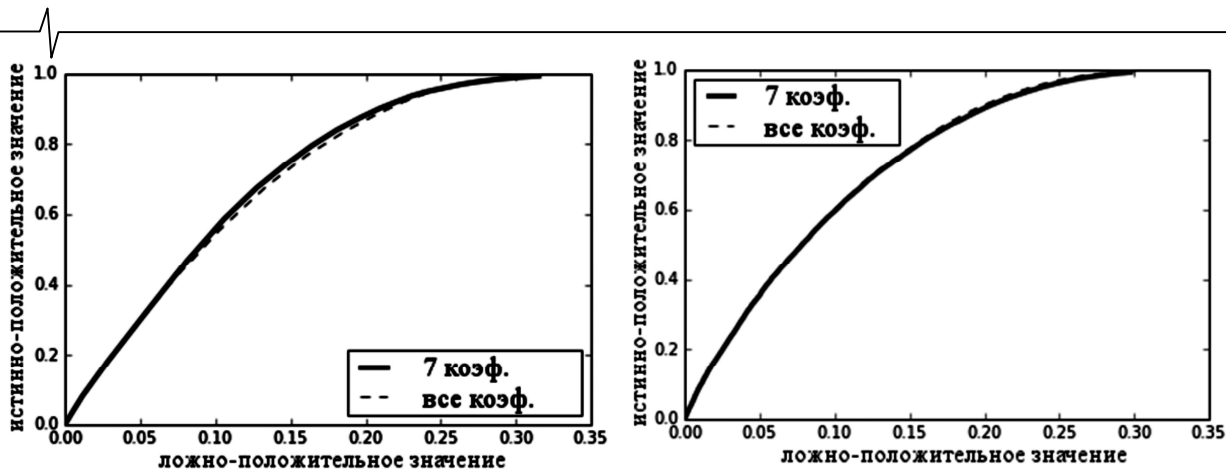
Благодаря выделению наиболее значимых признаков можно добиться не только уменьшения размерности обрабатываемых матриц коэффициентов, но и возможного при этом увеличения точности классификации ДГА.

На рис. 2 показаны ROC-кривые для ОСШ=10 дБ.

В табл. 3 отражена точность работы классификаторов как с полным набором акустических признаков (МСП, МЧКК и ГЧКК) и их комбинациями (МСП и МЧКК, МСП и ГЧКК), так и с выделенными на предыдущем этапе 7 коэффициентами. Видно, что при использовании различных классификаторов эффективность использования анализируемых акустических признаков различна. Так, при классификации с помощью перцептрона, площадь под ROC-кривой наибольшая в случае использования МСП и ГЧКК для всего диапазона ОСШ. Для классификатора на основе метода ближайших соседей точность выше при использовании выделенных на предыдущем этапе 7 коэффициентов. Для метода опорных векторов наибольшие значения AUC достигаются как

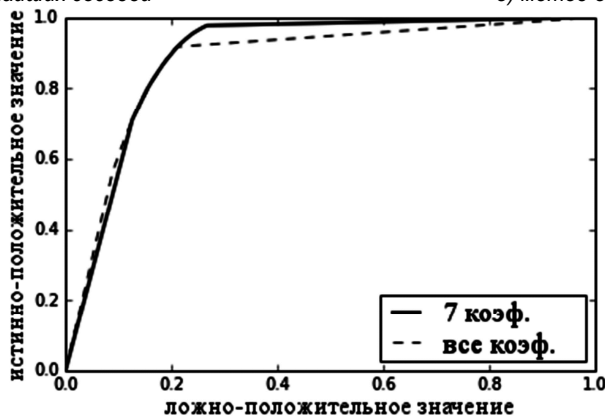
Таблица 2. Среднее значение площади под ROC-кривой (AUC)

| Коэффициент   | Классификатор          |              |                         |
|---------------|------------------------|--------------|-------------------------|
|               | Метод опорных векторов | Перцептрон   | Метод ближайших соседей |
| <b>МСП</b>    | <b>0,752</b>           | <b>0,777</b> | <b>0,800</b>            |
| <b>МЧКК-1</b> | <b>0,786</b>           | <b>0,779</b> | <b>0,832</b>            |
| <b>МЧКК-2</b> | <b>0,734</b>           | <b>0,763</b> | <b>0,808</b>            |
| МЧКК-3        | 0,495                  | 0,495        | 0,691                   |
| МЧКК-4        | 0,628                  | 0,642        | 0,703                   |
| <b>МЧКК-5</b> | <b>0,737</b>           | <b>0,659</b> | <b>0,785</b>            |
| МЧКК-6        | 0,715                  | 0,624        | 0,777                   |
| МЧКК-7        | 0,645                  | 0,586        | 0,722                   |
| МЧКК-8        | 0,521                  | 0,513        | 0,643                   |
| МЧКК-9        | 0,473                  | 0,533        | 0,613                   |
| МЧКК-10       | 0,490                  | 0,510        | 0,612                   |
| МЧКК-11       | 0,504                  | 0,506        | 0,603                   |
| МЧКК-12       | 0,497                  | 0,506        | 0,597                   |
| ГЧКК-1        | 0,537                  | 0,548        | 0,612                   |
| ГЧКК-2        | 0,608                  | 0,639        | 0,683                   |
| <b>ГЧКК-3</b> | <b>0,734</b>           | <b>0,751</b> | <b>0,776</b>            |
| <b>ГЧКК-4</b> | <b>0,812</b>           | <b>0,812</b> | <b>0,830</b>            |
| <b>ГЧКК-5</b> | <b>0,797</b>           | <b>0,797</b> | <b>0,817</b>            |
| ГЧКК-6        | 0,721                  | 0,721        | 0,751                   |
| ГЧКК-7        | 0,669                  | 0,669        | 0,707                   |
| ГЧКК-8        | 0,643                  | 0,646        | 0,688                   |
| ГЧКК-9        | 0,628                  | 0,648        | 0,689                   |
| ГЧКК-10       | 0,605                  | 0,622        | 0,669                   |
| ГЧКК-11       | 0,604                  | 0,614        | 0,663                   |
| ГЧКК-12       | 0,579                  | 0,582        | 0,637                   |



а) метод ближайших соседей

б) метод опорных векторов



в) перцептрон

Рис. 2. ROC-кривые

Таблица 3. Зависимость AUC от ОСШ при использовании различных наборов признаков сигнала

| Классификатор           | Коэффициенты     | ОСШ, дБ     |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-------------------------|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                         |                  | -15         | -10         | -5          | 0           | 5           | 10          | 15          | 20          | 25          |
| Метод опорных векторов  | Все коэффициенты | <b>0,62</b> | 0,68        | <b>0,75</b> | <b>0,81</b> | <b>0,86</b> | <b>0,91</b> | 0,95        | <b>0,99</b> | <b>1,00</b> |
|                         | 7 коэффициентов  | <b>0,62</b> | 0,68        | 0,74        | <b>0,81</b> | <b>0,86</b> | <b>0,91</b> | <b>0,96</b> | <b>0,99</b> | <b>1,00</b> |
|                         | МСП+МЧКК         | 0,57        | 0,68        | <b>0,75</b> | <b>0,81</b> | <b>0,86</b> | <b>0,91</b> | 0,95        | 0,98        | <b>1,00</b> |
|                         | МСП+ГЧКК         | <b>0,62</b> | <b>0,70</b> | 0,68        | 0,73        | 0,80        | 0,86        | 0,91        | 0,96        | 0,99        |
| Перцептрон              | Все коэффициенты | 0,61        | 0,66        | 0,75        | 0,79        | 0,84        | 0,88        | 0,90        | 0,78        | 0,98        |
|                         | 7 коэффициентов  | 0,51        | 0,62        | 0,76        | 0,81        | 0,86        | 0,89        | 0,85        | 0,95        | 0,98        |
|                         | МСП+МЧКК         | 0,59        | 0,65        | 0,72        | 0,80        | 0,84        | 0,86        | 0,90        | 0,93        | 0,98        |
|                         | МСП+ГЧКК         | <b>0,63</b> | <b>0,71</b> | <b>0,77</b> | <b>0,83</b> | <b>0,88</b> | <b>0,90</b> | <b>0,93</b> | <b>0,96</b> | <b>0,99</b> |
| Метод ближайших соседей | Все коэффициенты | <b>0,57</b> | <b>0,66</b> | <b>0,73</b> | <b>0,79</b> | <b>0,85</b> | <b>0,90</b> | 0,94        | <b>0,98</b> | <b>1,00</b> |
|                         | 7 коэффициентов  | <b>0,57</b> | <b>0,66</b> | <b>0,73</b> | <b>0,79</b> | <b>0,85</b> | <b>0,90</b> | <b>0,95</b> | <b>0,98</b> | <b>1,00</b> |
|                         | МСП+МЧКК         | <b>0,57</b> | <b>0,66</b> | <b>0,73</b> | <b>0,79</b> | <b>0,85</b> | <b>0,90</b> | 0,94        | <b>0,98</b> | 0,99        |
|                         | МСП+ГЧКК         | 0,56        | 0,65        | 0,72        | 0,78        | 0,82        | 0,86        | 0,91        | 0,95        | 0,98        |

при использовании всех 25 коэффициентов, так и при использовании выбранных 7 коэффициентов.

Если усреднить полученные значения AUC, можно выделить следующие зависимости: при использовании всех коэффициентов и метода опорных векторов достигается наибольшее значение  $\overline{AUC} = 0,84$ , то же значение достигается и при использовании выделенных 7 коэффициентов; в случае использования МСП, ГЧКК и перцептрона  $\overline{AUC}$  также равно 0,84; а при работе классификатора на основе метода ближайших соседей

наибольшее значение  $\overline{AUC} = 0,83$  получено для 7 коэффициентов.

На рис. 3 отображена зависимость значения  $\overline{AUC}$  как для всех анализируемых ОСШ, так и для конкретных диапазонов.

Если сравнить классификаторы при использовании всех анализируемых коэффициентов и 7 коэффициентов, имеющих наибольшее значение важности, то можно отметить следующее: при ОСШ от -15 дБ до -5 дБ все классификаторы имеют большее значение AUC в слу-

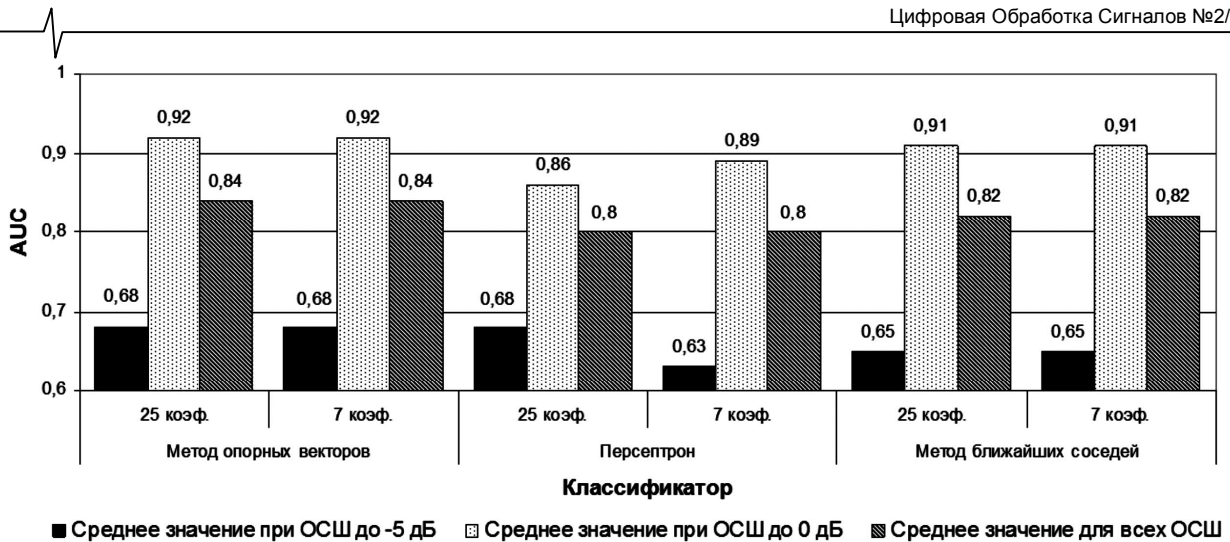


Рис. 3. Усредненные значения AUC для разных классификаторов и наборов используемых признаков

чае использования всех 25 коэффициентов (МСП, 12 МЧКК и 12 ГЧКК), а при ОСШ от 0 дБ и выше AUC в основном выше для выбранных 7 коэффициентов (МСП, 1, 2, 5-го МЧКК и 3, 4, 5-го ГЧКК). Подобная зависимость может быть объяснена полученными высокими значениями важности этих признаков при ОСШ более 0 дБ.

#### Заключение

Таким образом, использование метода расчета важности признаков на основе решающих деревьев эффективно в задаче определения наиболее важных акустических признаков для ДГА. Как наиболее значимые коэффициенты из числа анализируемых можно выделить: меру спектральной плоскостности, 1, 2, 5-й мел-частотные кепстральные коэффициенты и 3, 4, 5-й гамматон-частотные кепстральные коэффициенты. Полученные результаты исследований дают основания полагать, что использование данных коэффициентов при небольшом уровне зашумления увеличит скорость и точность работы алгоритмов детектирования голосовой активности.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-37-00308.

#### Литература

1. Кравцов С.А., Тупицин Г.С., Топников А.И., Сагацян М.В., Приоров А.Л. Исследование работы детектора речевой активности в задаче идентификации диктора // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2015. № 4 (20). С. 61–68.
2. Kinnunen T., Rajan P. A practical, self-adaptive voice activity detector for speaker verification with noisy telephone and microphone data // ICASSP. 2013. P. 7229–7233.
3. Tazi E.B., Benabbou A., Harti M. Voice activity detection for robust speaker identification system // Spec. Issue Int. J. Comput. Appl. Softw. Eng. Databases Expert Syst. – SEDEXS. 2012. № 9. P. 35–39.
4. Матвеев Ю. Технологии биометрической идентификации личности по голосу и другим модальностям // Вест-

ник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2012. № 3. С. 46-61.

5. Pasanen A. Voice activity detection in noise robust speech recognition // Theses, Tampere Univ. Technol. 2002.

6. Johnston J. Transform coding of audio signals using perceptual noise criteria // Sel. Areas Commun. IEEE. 1988. Vol. 6, № 2. P. 314-323.

7. Kinnunen T., Chernenko E. Voice activity detection using MFCC features and support vector machine // Int. Conf. Speech. 2007. Vol. 2. P. 555-561.

8. Кравцов С.А., Топников А.И., Приоров А.Л. Детектор речевой активности на основе голосующих моделей гауссовских смесей // Электромагнитные волны и электронные системы. 2015. Vol. 20, Т. 20, № 8. С. 29-34.

9. Кравцов С.А., Топников А.И. Анализ работы линейных классификаторов в задаче детектирования речевой активности // Цифровая обработка сигналов и ее применение. Докл. 18-й междунар. конф. 2016. Т. 1. С. 403-409.

10. Cooper D. Speech detection using gammatone features and one-class support vector machine // Dis. University of Central Florida Orlando. 2013.

11. Gudnason J., Brookes M. Voice source cepstrum coefficients for speaker identification // Acoust. Speech Signal Process. 2008. ICASSP 2008. IEEE. 2008. P. 4821–4824.

12. Tazi E., Benabbou A., Harti M. Efficient text independent speaker identification based on GFCC and CMN methods // Multimed. Comput. Syst. (ICMCS). 2012 Int. Conf. on. IEEE. 2012. P. 90–95.

13. Wong E., Sridharan S. Comparison of linear prediction cepstrum coefficients and mel-frequency cepstrum coefficients for language identification // Intell. Multimedia, Video Speech Process. 2001. P. 95-98.

14. Moattar M., Homayounpour M. A simple but efficient real-time voice activity detection algorithm // Signal Process. Conf. Eur. IEEE. 2009. P. 2549-2553.

15. Соколов Е. Семинары по решающим деревьям // machinelearning.ru.

## ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ COMPRESSIVE SENSING

*Парфенов В.И., д.ф.-м.н., профессор кафедры радиофизики Воронежского государственного университета,  
e-mail: vip@phys.vsu.ru;*

*Голованов Д.Ю., аспирант кафедры радиофизики Воронежского государственного университета,  
e-mail: golovanov@amm.vsu.ru.*

## PRINCIPLES OF CONSTRUCTION AND EFFECTIVENESS ANALYSIS OF OPERATION OF WIRELESS SENSOR NETWORKS BASED ON COMPRESSIVE SENSING THEORY

*Parfenov V.I., Golovanov D.Y.*

*It is shown, that principles of construction and operation of wireless sensor networks can be based on decision of estimation task of locations and number of nonzero components of some sparse vector. Some estimation algorithms based on information collected in central node of network are considered: algorithm, based on classical bayesian approach and some «greedy» algorithms, developed in Compressive Sensing theory. Behavior of different estimation characteristics in dependence of signal to noise ratio, compression ratio and sparsity of signal is investigated.*

**Key words:** wireless sensor network, Compressive Sensing, sparse signal, bayesian algorithm, Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP), dispersion of estimation, probability of miss, probability of false alarm.

**Ключевые слова:** беспроводная сенсорная сеть, Compressive Sensing, разреженный сигнал, байесовский алгоритм, Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP), рассеяние оценки, вероятность пропуска, вероятность ложной тревоги.

### Введение

В последние годы существенный прогресс произошел в таких областях науки и техники как информационные технологии, беспроводные сети, конструирование сенсоров (датчиков) различной природы. Все это привело к осознанию возможности реализации и непосредственно к практическому воплощению беспроводных сенсорных сетей [1-3]. Сенсоры собирают информацию о физическом объекте или процессе, трансформируют измеряемые характеристики в сигналы, которые могут быть переданы (обычно с помощью радиоволн) к месту назначения. При разработке сенсоров все больше прослеживается тенденция к их миниатюризации, а также стремление к их реакции на поля различной физической природы. В настоящее время уже существуют радиоволновые сенсоры; оптические, электрооптические и инфракрасные сенсоры; сейсмические сенсоры и сенсоры давления; сенсоры для измерения параметров окружающей среды (температуры, влажности, скорости ветра и прочее); биохимические сенсоры и т.д.

Кроме непосредственно самих сенсоров, любой узел беспроводной сенсорной сети должен содержать также АЦП, процессор, память, трансивер, антенну и источник питания. Количество сенсорных узлов, из которых состоит вся сеть, может быть чрезвычайно большим; все они непосредственно либо опосредованно (при связи

*Показано, что принципы построения и функционирования беспроводных сенсорных сетей могут быть основаны на решении задачи оценки положений и числа ненулевых компонент некоторого разреженного вектора. Рассмотрены несколько алгоритмов оценки на основе собранной в центральном узле сети информации: алгоритм, основанный на классическом байесовском подходе и ряд «жадных» алгоритмов, разработанных в рамках теории Compressive Sensing. Исследовано поведение различных характеристик оценок от отношения сигнал/шум, степени сжатия и разреженности исходного сигнала.*

через соседние узлы) должны передавать измеренную и обработанную определенным образом информацию об окружающей обстановке в некоторый центральный узел (ЦУ). Возможна более сложная структура организации сети, когда в сети можно выделить подсети со своими личными ЦУ (базовыми станциями, ретрансляторами), которые, в свою очередь, должны передавать принятую и обработанную информацию в конечный пункт обработки. Все это инициирует применение подобных сетей в различных областях науки и техники. Подобные сети могут применяться с целью мониторинга окружающей среды (обнаружение возгораний, предсказание землетрясений, обнаружение изменений в климате и т.д.), в военной сфере (отслеживание средств вооружений и техники, обнаружение ядерных, химических и бактериологических атак и т.д.), в здравоохранении (например, удаленный мониторинг за физиологическими данными больного), в промышленности и сельском хозяйстве (например, контроль за индустриальными и офисными зданиями, отслеживание автомобильной и прочей техники) и т.д.

В подобных сетях количество узлов может быть чрезвычайно большим (несколько сотен и более), к тому

же они должны быть как можно более долговечными и дешевыми. В связи с этим возникает проблема рационального построения такой сети и соответствующей организации ее функционирования. Рассмотрим задачу конструирования подобной сети с основной целью – добиться ее максимальной экономичности. Для этого вначале изложим некоторые сведения, касающиеся такой достаточно новой области, как Compressive Sensing (сжатые измерения) [4-8], т.к. предлагаемые принципы построения сетей будут основываться как раз на этой теории.

### Compressive Sensing

Активно развивающаяся в последние несколько лет новая область получения и обработки информации, получившая в англоязычной литературе название Compressive Sensing (CS), утверждает, что сигналы, имеющие разреженное или сжатое представление в некотором базисе, могут быть точно или приближенно восстановлены по своим линейным проекциям, причем число этих проекций может быть значительно меньше размерности исходного сигнала.

Рассмотрим основы этой теории. Пусть имеется дискретный сигнал, который может быть представлен вектором  $x \in R^N$  размера  $N \times 1$ .

Сигнал  $x$  называется  $k$ -разреженным, если выполняется условие  $\|x\|_0 \leq k$ , где норма  $\|x\|_0$  определяет количество ненулевых компонент вектора  $x$ . При этом только  $k$  компонент этого вектора отличны от нуля, а остальные  $(N - k)$  равны нулю.

Наряду с определением  $k$ -разреженных сигналов введем определение сжимаемых сигналов, наиболее часто встречающихся на практике. Сигнал  $x$  называется сжимаемым, если у него только несколько компонент достаточно велики, а остальные относительно малы.

Если сам вектор  $x$  не удовлетворяет одному из этих условий, то почти всегда можно найти его представление в каком-либо базисе, т.е. представить его в виде  $x = \Psi c$ , где  $c - N \times 1$  вектор-столбец коэффициентов в выбранном базисе (Фурье, вейвлет и пр.),  $\Psi$  – базисная матрица размера  $N \times N$ , причем поведение коэффициентов  $c$  во многих случаях будет удовлетворять либо перечисленным выше условиям разреженности либо сжимаемости.

Введем в рассмотрение вектор  $y$  размера  $M \times 1$ , а также  $M \times N$  матрицу  $\Phi$ , удовлетворяющую определенным условиям, таким образом, что

$$y = \Phi x. \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы восстановить вектор  $x$  по совокупности его линейных измерений, то есть по вектору  $y$ . Так как  $M < N$ , получившаяся система уравнений является недоопределенной, а, следовательно, имеет бесконечное множество решений. То есть однозначно восстановить вектор  $x$  без дополнительной информации невозможно. Однако, если учесть, что восстанавливаемый сигнал является разреженным или сжимаемым, то при определенных условиях это становится возможным. По сути, сформулированная выше

задача и есть стандартная задача CS [4-8]. Практический интерес в рамках этой теории представляет случай  $M \ll N$ . Матрица  $\Phi$  должна удовлетворять определенному условию, обычно называемому свойством ограниченной изометрии (Restricted Isometry Property или RIP) [4, 5]. Свойство RIP может быть достигнуто с большой вероятностью за счет выбора случайной матрицы в качестве  $\Phi$ , то есть за счет рандомизации процесса измерения. При этом вектор результатов измерений представляет собой набор  $M$  различных линейных комбинаций компонент вектора  $x$  со случайно выбранными весами [4-6].

Алгоритм восстановления сигнала должен на основании вектора  $M$  измерений  $y$ , матрицы  $\Phi$  размера  $M \times N$  (или, в случае случайного характера ее формирования, на основании закона, в соответствии с которым она была сгенерирована), восстановить сигнал  $x$  длины  $N$  или разреженный вектор коэффициентов  $c$  при условии, что  $M < N$ .

Наиболее эффективно задачу CS можно решить посредством минимизации  $l_1$  нормы [4-8]:  $\tilde{c} = \arg \min \|w\|_1$ ,

при условии, что  $\Phi \Psi w = \Phi w = y$ . Это задача выпуклой оптимизации, поскольку норма  $\| \cdot \|_1$  является выпуклой функцией, которая может быть сведена к задаче линейного программирования, известной как выбор базиса (basis pursuit).

На практике чаще встречается ситуация, описываемая не моделью (1), а моделью вида:

$$y = \Phi x + n, \quad (2)$$

в которой вектор  $n$  размера  $M \times 1$  является шумовой составляющей.

Следует отметить, что существуют различные методы решения задач типа (1) и (2). Одними из таких методов являются так называемые «грубые» алгоритмы (greedy algorithms). К ним относятся, например, Orthogonal Matching Pursuit (OMP) [9,10], Regularized OMP (ROMP) [11], Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP) [12] и другие.

### Способы реализации передачи информации в беспроводных сенсорных сетях

Итак, рассмотрим более подробно матричную форму записи наблюдаемых данных в ЦУ, применительно к беспроводным сенсорным сетям:

$$\begin{cases} y_1 = \varphi_{11}x_1 + \varphi_{12}x_2 + \dots + \varphi_{1N}x_N \\ \dots \\ y_M = \varphi_{M1}x_1 + \varphi_{M2}x_2 + \dots + \varphi_{MN}x_N \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\varphi_{ij}$  ( $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ) – элементы матрицы  $\Phi$ , удовлетворяющей условиям RIP,  $x_j$  – измеренные, обработанные и представленные в определенной форме данные об отслеживаемом в сети физическом процессе в  $j$ -м узле ( $j = \overline{1, N}$ );  $y_i$  – полученные в ЦУ данные, представляющие собой вектор  $y$ , размер которого  $M$  может быть намного меньше количества измеренных данных во всех  $N$  узлах ( $M \ll N$ ). В соответствии с теорией CS вектор  $x$  должен быть либо разреженным,

либо сжимаемым, либо тем или другим в некотором другом базисе (см. выше). Покажем, что применительно к рассматриваемым сетям, эти условия могут выполняться. Действительно, вектор наблюдаемых данных  $x$  будет являться разреженным в сетях, предназначенных для обнаружения изменений свойств каких-либо физических процессов. Например, если речь идет об охране какого-то участка местности, здания и прочее, то проникновение будет осуществляться лишь в определенном месте, и, следовательно, лишь небольшое число датчиков смогут зафиксировать это проникновение. Следовательно, в векторе  $x$  лишь небольшое количество элементов будет отлично от нуля (для тех узлов, которые обнаружили несанкционированный доступ), а остальные элементы вектора, соответствующие узлам, не обнаружившим проникновение, будут равны нулю. Похожая ситуация может проявиться в сетях, предназначенных для слежения за параметрами окружающей среды (резкие изменения температуры при возникновении пожара, существенный подъем воды при наводнениях, значительные колебания механических сооружений (мостов и прочее) при их деформациях и т.д.). Во всех этих и подобных случаях в каждом узле должна быть записана информация о «нормальных» (средних) значениях измеряемых параметров. Причем, если отклонение измеренных в узле величин от этих «средних» не превысит некоторый наперед заданный порог, то элемент  $x_i$ , соответствующий этому  $i$ -му узлу, будет равен нулю и только незначительному числу узлов, зафиксировавших существенное отклонение измеренного параметра от среднего значения, будут соответствовать ненулевые элементы в векторе  $x$ . Аналогично, можно показать, что если непосредственно измеряемые физические величины во всех узлах отличны от нуля, то, учитывая, что большинство из них достаточно медленно изменяются во времени, можно найти другой базис (Фурье, вейвлет и др.), в котором соответствующий вектор будет либо разреженным, либо сжимаемым. Таким образом, во многих случаях в беспроводных сенсорных сетях вектор  $x$  в (1), (3) может считаться либо разреженным, либо сжимаемым, что позволяет воспользоваться теорией CS для анализа таких сетей.

Рассмотрим теперь некоторые возможные способы реализации передачи информации в таких сетях, полагая, что в ЦУ должен наблюдаться вектор  $y$ , сформированный в соответствии с (1), (3). Подобных схем можно предложить несколько в зависимости от топологии сети, имеющихся временных, финансовых, технических и прочих видов ограничений.

Наиболее просто реализовать наблюдения, удовлетворяющие (1), (3), при следующем выборе матрицы  $\Phi$  размера  $M \times N$ . Выберем строки матрицы  $\Phi$  таким образом, чтобы каждая из них содержала всего одну единицу и остальные нули. Положение ненулевого элемента в строке выбирается случайным образом и физически соответствует номеру узла, передающего информацию в ЦУ. Следовательно, при подобном подходе случайным образом выбираются  $M$  узлов, они и только они передают информацию в ЦУ. В результате, вектор  $y$  будет иметь размер  $M \times 1$  и элементы этого вектора будут совпадать с ненулевыми элементами вектора  $x$  (номера

которых совпадают с номерами случайно выбранных узлов, передающих информацию в ЦУ). Однако, несмотря на простоту реализации подобного подхода, его использование малоэффективно (для достижения определенной эффективности потребуется достаточно большое  $M$ , близкое к  $N$ ).

В связи с этим рассмотрим другой подход к построению сети. Предположим, что как и ранее, все узлы сети имеют непосредственный доступ к ЦУ. Для организации многоканальной связи достаточно часто используют принципы временного разделения каналов, когда различные источники передают информацию в разные промежутки времени. Если использовать подобный принцип в беспроводных сенсорных сетях напрямую, то потребуется  $N$  временных слотов, чтобы каждый узел смог передать свою информацию в ЦУ. Попробуем существенно сократить время передачи. С этой целью вернемся к представлению (3). Будем считать, что первый узел в первом временном слоте формирует сигнал вида  $\varphi_{11}x_1$ , второй –  $\varphi_{12}x_2, \dots$ ,  $N$ -й –  $\varphi_{1N}x_N$ . Каждый из  $N$  узлов передает сигналы, соответствующие рассматриваемым, в ЦУ, где они суммируются. Следовательно,  $y_1 = \varphi_{11}x_1 + \varphi_{12}x_2 + \dots + \varphi_{1N}x_N$  – это то, что получается в ЦУ в результате обработки приходящих на его вход сигналов в течение первого временного слота. Аналогично, во втором временном слоте первый узел передает  $\varphi_{21}x_1$ , второй –  $\varphi_{22}x_2, \dots$ ,  $N$ -й –  $\varphi_{2N}x_N$ . Все сигналы от этих узлов суммируются, приходя одновременно на ЦУ в течение второго слота и формируют  $y_2 = \varphi_{21}x_1 + \varphi_{22}x_2 + \dots + \varphi_{2N}x_N$ . Аналогичные операции продолжаются в течение  $M$  временных слотов. Таким образом, в ЦУ формируется вектор  $y$  в течение  $M \ll N$  слотов, что обеспечивает существенный выигрыш во времени передачи информации. Очевидно, далее в центральном узле должна решаться стандартная задача CS – нахождение вектора  $x$  по наблюдаемым данным  $y$ .

Заметим, что рассмотренный выше подход может быть применен не для всех видов сетей. Действительно, для его реализации требуется построение сети в виде топологии звезда, при которой каждый узел соединяется с ЦУ непосредственно. Рассмотрим теперь, каким образом можно реализовать функционирование сети при отсутствии прямой видимости ЦУ некоторыми из узлов сети. Предположим, что в этом случае можно выполнить такую маршрутизацию в сети, при которой информация последовательно передается от одного узла к другому, достигая, в конечном итоге, ЦУ. Начнем с самого удаленного  $m$ -го узла сети. Предположим, что он формирует на основе измерений  $x_m$  вектор с элементами  $(\varphi_{1m}x_m, \varphi_{2m}x_m, \dots, \varphi_{Mm}x_m)$  и передает эти данные соседнему  $n$ -му узлу. В этом  $n$ -м узле на основе своих собственных измерений  $x_n$  формируется вектор с элементами  $(\varphi_{1n}x_n, \varphi_{2n}x_n, \dots, \varphi_{Mn}x_n)$  и эти данные складываются с теми, которые получены от  $m$ -го узла. В результате в узле  $n$  формируется вектор вида  $(\varphi_{1m}x_m + \varphi_{1n}x_n, \varphi_{2m}x_m + \varphi_{2n}x_n, \dots, \varphi_{Mm}x_m + \varphi_{Mn}x_n)$  и передается в следующий узел в соответствии с выбранным алгоритмом маршру-



тизации. Осуществляя подобным образом передачу информации от узла к узлу, окончательно в ЦУ поступит вектор вида

$$(\varphi_{11}x_1 + \varphi_{12}x_2 + \dots + \varphi_{1N}x_N, \varphi_{21}x_1 + \varphi_{22}x_2 + \dots + \varphi_{2N}x_N, \dots, \varphi_{M1}x_1 + \varphi_{M2}x_2 + \dots + \varphi_{MN}x_N), \quad (4)$$

который имеет размер  $M \times 1$ , существенно меньший, чем количество всех узлов сети  $N$ . Несложно заметить, что полученный вектор (4) всегда может быть представлен в виде записи (1) или (3). Следовательно, и в этом случае наблюдаемые данные будут представлять вектор  $y$  (1), по которому необходимо восстановить элементы вектора  $x$ , что, опять же, может быть выполнено с использованием теории CS.

### Анализ эффективности алгоритмов обработки информации в беспроводных сенсорных сетях

Согласно изложенному выше, данные в ЦУ описываются либо системой уравнений (3), либо могут быть записаны в матричной форме в виде (1). Однако, на полезный сигнал, несущий информацию, в процессе его передачи всегда тем или иным образом накладываются шумы различной природы. Поэтому реально данные в ЦУ будут описываться моделью (2). Таким образом, математически мы имеем задачу восстановления исходного вектора  $x$  с неизвестным числом ненулевых компонент  $k$ . Указанные выше «грубые» алгоритмы, являющиеся наиболее предпочтительными в вычислительном плане, в той или иной форме используют информацию о разреженности восстанавливаемого сигнала. Поэтому должны быть модифицированы для решения задачи с неизвестным значением  $k$ .

Пусть  $n = (n_1, \dots, n_M)^T$  – вектор шума с элементами  $n_i$  ( $i = \overline{1, M}$ ), представляющими собой гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями  $D$ . Дисперсия  $D$  и отношение сигнал/шум связаны соотношением

$$z^2 = 10 \lg \left( \frac{\|\Phi x\|_2^2}{D \cdot M} \right) \quad (\text{дБ}).$$
 Пусть матрица  $\Phi$  формируется

так, что каждый ее элемент представляет собой гауссовскую случайную величину с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Кроме того, пусть строки матрицы подвергнуты процедуре ортогонализации. Пусть также априори известно, что количество ненулевых компонент  $k$  в векторе  $x$  не может превышать величину  $k_{\max}$ , т.е.  $k \leq k_{\max}$ . В данной работе для решения задачи были рассмотрены следующие алгоритмы:

#### 1. Байесовский алгоритм оценки.

Данный алгоритм основан на формировании  $N$  достаточных статистик вида [13, 14]  $L_i = \sum_{j=1}^M y_j \varphi_{ji}$ ,  $i = \overline{1, N}$  и сравнении их с некоторым порогом. Количество величин  $L_i$ , превышающих порог, принимается за оценку числа ненулевых элементов в исходном векторе  $x$ , а номера позиций этих величин в векторе  $L = (L_1, \dots, L_N)$ , состоящим из указанных статистик, за оценку местопо-

ложений отличных от нуля компонент в векторе  $x$ . Предлагается порог вычислять следующим образом:

- 1) найти разность между максимальным элементом в векторе  $L$  и всеми остальными;
- 2) отсортировать получившиеся на предыдущем шаге значения в убывающем порядке и вычислить разность между соседними элементами в получившемся векторе с учетом того, что количество ненулевых элементов в  $x$  не может превышать  $k_{\max}$ . То есть получить вектор из  $k_{\max} - 2$  разностей. Найти положение максимального элемента в получившемся векторе;
- 3) установить порог, равным увеличенному на единицу номеру максимального элемента, найденного на предыдущем шаге, умноженному на некоторый коэффициент. Эмпирическим путем было установлено, что значение коэффициента может быть выбрано равным 2.

#### 2. Алгоритм OMP.

Входными данными для него являются:

- 1) матрица измерений  $\Phi$ ;
- 2) вектор данных  $y$ ;
- 3) критерий остановки работы алгоритма. Остановка алгоритма происходит после того, как вычисляемая на каждой итерации  $l_2$ -норма остатка перестает превышать некоторое заданное значение порога. Для описанной выше задачи это значение порога устанавливается равным  $M \cdot D$ . Разреженность восстановленного сигнала будет равна числу итераций алгоритма.

#### 3. Алгоритм CoSaMP.

Входными данными для этого алгоритма являются:

- 1) матрица измерений  $\Phi$ ;
- 2) вектор данных  $y$ ;
- 3) разреженность восстанавливаемого сигнала. Поскольку она является неизвестной для рассматриваемой задачи, используем величину  $k_{\max}$  – максимально возможное число ненулевых элементов в  $x$ ;
- 4) критерий остановки работы алгоритма. Остановка алгоритма происходит после достижения им в цикле заданного числа итераций.

Восстановленный с использованием данного алгоритма сигнал всегда будет содержать  $k_{\max}$  ненулевых компонент. Поэтому предлагается осуществить прореживание этого сигнала посредством сравнения каждого его элемента с некоторым порогом. Элементы, чьи значения превысят порог, остаются в сигнале, остальные устанавливаются равными нулю. Значение порога выбирается аналогично тому, как это было сделано при рассмотрении байесовского алгоритма, только вместо вектора достаточных статистик  $L$  здесь используется вектор, полученный в результате работы алгоритма.

#### 4. Алгоритм CoSaMP с остатком.

Все описанное выше для алгоритма CoSaMP справедливо и в этом случае за исключением критерия остановки. Остановка алгоритма происходит после того, как вычисляемая на каждой итерации  $l_2$ -норма остатка перестает превышать некоторое заданное значение порога, который устанавливается равным  $M \cdot D$  для данной задачи.

## 5. Алгоритм DOMP (Detection-based Orthogonal Matching Pursuit) [15].

Входными данными для этого алгоритма помимо матрицы измерений  $\Phi$  и вектора  $y$  являются дисперсия шума  $D$  и параметр, называемый в [15] вероятностью ложной тревоги. На каждой итерации алгоритма осуществляется формирование по заданному правилу некоторой достаточной статистики и порога и происходит их сравнение. Остановка алгоритма происходит после того, как значение сформированной статистики оказывается меньше порога. Как отмечается в [15], для работы алгоритма не требуется какой-либо информации о разреженности исходного сигнала.

Далее применим изложенные выше алгоритмы для решения задачи оценки положений одинаковых по величине ненулевых компонент исходного вектора  $x$ . Положим для определенности  $N = 256$ , где  $N$  – число элементов в векторе  $x$ ,  $k_{\max} = 10$ . Для алгоритма CoSaMP установим количество итераций, равным 20. Для алгоритма DOMP установим параметр, называемый вероятностью ложной тревоги, равным 0,1.

Для анализа эффективности алгоритмов были выбраны оценки следующих характеристик:

1) **вероятность ложной тревоги**  $P_f$ . Определяется как среднее по реализациям отношение числа ненулевых составляющих, имеющих в восстановленном сигнале, но отсутствующих в исходном, к общему числу ненулевых компонент в восстановленном сигнале;

2) **вероятность пропуска**  $P_m$ . Определяется как среднее по реализациям отношение числа ненулевых составляющих, отсутствующих в восстановленном сигнале, но имеющих в исходном, к общему числу ненулевых компонент в исходном сигнале;

3) **общая вероятность ошибки**  $P$ . Определяется как полусумма введенных выше вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала;

4) **рассеяние оценки разреженности**  $V$ . Определяется как среднее по реализациям значение квадрата разности между оценкой разреженности, полученной по результатам работы какого-либо из рассматриваемых алгоритмов, и его истинным значением.

Рассматриваемые в работе значения  $M/N = 0,2, 0,25, 0,3$ . Истинные значения оцениваемых параметров, то есть номера позиций ненулевых составляющих в векторе  $x$ , менялись от реализации к реализации по случайному закону с равномерным распределением на интервале  $[1, N]$ . Проведенное статистическое моделирование (количество испытаний для каждого набора параметров составляло не менее 1000) показало, что не существует одного наилучшего алгоритма среди рассмотренных. На их функционирование существенное влияние оказывают значения таких параметров как  $k$ ,  $M/N$  и  $z^2$ . Например, рассмотрим такую характеристику, как общую вероятность ошибки. Как показывают расчеты, при любом числе ненулевых компонент для всех рассматриваемых значений  $M/N$  наилучшие ре-

зультаты дают алгоритмы CoSaMP и CoSaMP с остатком. В то же время, если в качестве характеристики эффективности алгоритма рассматривать рассеяние оценки разреженности, то здесь выигрыш алгоритмов CoSaMP и CoSaMP с остатком наблюдается при малом числе ненулевых компонент. При большом числе ненулевых составляющих выигрыш дает алгоритм OMP. Учитывая, что целью работы не являлся выбор наилучшего (в каком-либо смысле) алгоритма, в дальнейшем был рассмотрен только алгоритм CoSaMP, который в среднем дает достаточно хорошие результаты в большинстве случаев. Ниже на рис. 1-4 представлены зависимости вероятности ложной тревоги, вероятности пропуска, общей вероятности ошибки и рассеяния оценки разреженности от отношения сигнал/шум для алгоритма CoSaMP. На всех этих рисунках кривые 1 и 2 соответствуют случаю оценки двух ненулевых компонент ( $k = 2$ ) при соответственно  $M/N = 0,3$  и  $0,2$ , кривые 3 и 4 соответствуют случаю оценки семи ненулевых компонент ( $k = 7$ ) при соответственно  $M/N = 0,3$  и  $0,2$ .

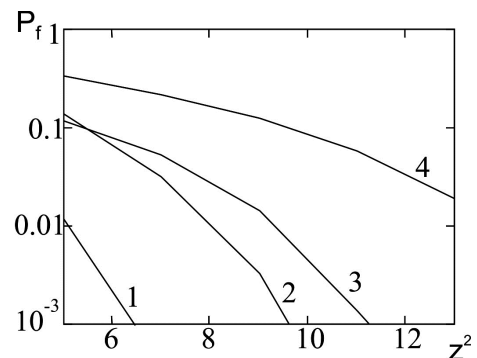


Рис. 1. Зависимость вероятности ложной тревоги от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

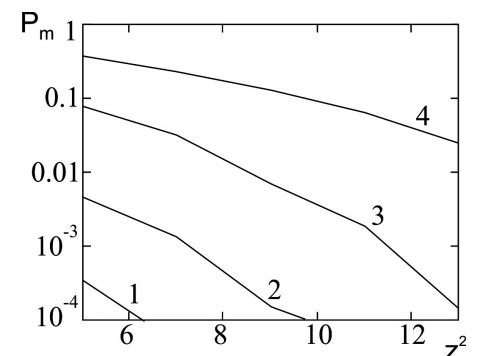


Рис. 2. Зависимость вероятности пропуска от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

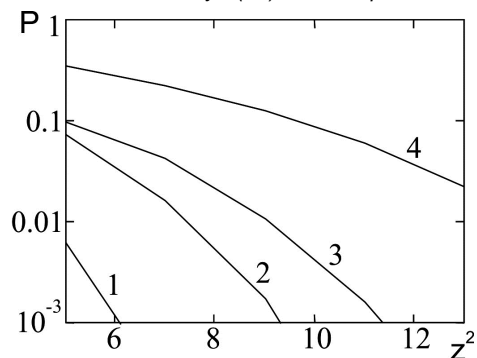


Рис. 3. Зависимость общей вероятности от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

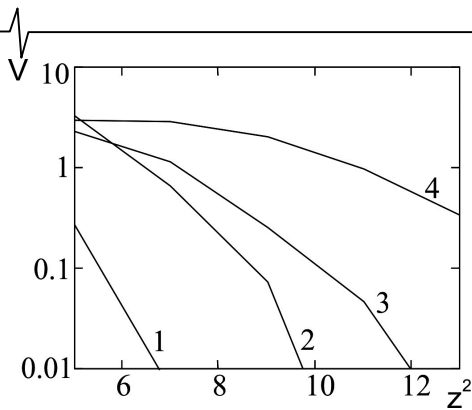


Рис. 4. Зависимость рассеяния оценки разреженности от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

Из анализа полученных зависимостей следует, что, как и следовало ожидать, все указанные характеристики убывают с увеличением отношения сигнал/шум. При фиксированном значении отношения сигнал/шум и количестве ненулевых компонент приведенные выше характеристики улучшаются с увеличением отношения  $M/N$ . Кроме того отметим, что при фиксированном значении отношения сигнал/шум и отношении  $M/N$  все рассмотренные характеристики возрастают при увеличении значения  $k$ , то есть с ростом числа оцениваемых ненулевых компонент в исходном сигнале. Таким образом, на эффективность функционирования сенсорных сетей существенное влияние оказывают следующие три параметра: отношение сигнал/шум  $z^2$ , степень сжатия  $M/N$  и разреженность сигнала  $k$ . Приведенные результаты позволяют осуществить обоснованный выбор этих параметров при конструировании таких сетей на основе имеющихся априорных сведений об условиях их функционирования.

### Заключение

В статье рассмотрены подходы к построению и организации функционирования беспроводных сенсорных сетей на основе использования принципов теории Compressive Sensing. Рассмотрена задача оценки числа и положений (номеров) узлов сети, предназначенной для обнаружения изменений свойств каких-либо физических процессов, когда дискретный сигнал, каждый элемент которого несет информацию об отслеживаемом в сети физическом процессе в том или ином узле, является разреженным или сжимаемым. Проанализирована работа ряда алгоритмов оценки на основе исследования поведения различных характеристик оценок от таких параметров как отношение сигнал/шум, степень сжатия и разреженность сигнала (в работе наглядно представлены зависимости рассеяния оценки разреженности, вероятности пропуска, вероятности ложной тревоги и общей вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для алгоритма CoSaMP). Представленные зависимости позволяют осуществлять обоснованный выбор пара-

метров при построении таких сетей. Предложенные подходы к построению сетей при использовании принципа временного разделения каналов позволяют сократить время передачи, которое определяется степенью сжатия, то есть величиной  $M/N$ .

### Литература

1. Hu F., Cao X. Wireless sensor networks: principles and practice. CRC Press, 2012. – 503 p.
2. Faludi R. Building wireless sensor networks. O'Really Media, USA, 2011. – 301 p.
3. Dargie W., Poellabauer C. Fundamentals of wireless sensor network: theory and practice. John Wiley And Sons Ltd., United Kingdom, 2010. – 311 p.
4. Eldar C., Kutyniok G. Compressed sensing: theory and applications. Cambridge University Press, 2012. – 555 p.
5. Foucart S., Rauhut H. A mathematical introduction to compressive sensing. Berlin: Springer, 2013. – 625 p.
6. Candes E., Wakin M. An introduction to compressive sampling // IEEE Signal Processing Magazine. Vol. 25, №2, 2008. – P. 21-30.
7. Baraniuk R. Compressive sensing // IEEE Signal Processing Magazine. Vol. 24, №4, 2007. – P. 118 – 121.
8. Donoho D. Compressed sensing // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 52, №4, 2006. – P. 1289-1306.
9. Tropp J., Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 53, №12, 2007. – P. 4655-4666.
10. Cai T., Wang L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 57, №7, 2011. – P. 4680-4688.
11. Needell D., Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit // IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. Vol. 4, №2, 2010. – P. 310-316.
12. Needell D., Tropp J. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples // Applied and Computational Harmonic Analysis. Vol. 26, №3, 2009. – P. 301-321.
13. Парфенов В.И., Голованов Д.Ю. Определение незанятых частотных поддиапазонов по сжатым измерениям // Инфокоммуникационные технологии. Т.13, №3, 2015. – С. 305 – 312.
14. Парфенов В.И., Голованов Д.Ю. Эффективность оценки временного положения сверхкороткого сигнала с использованием алгоритма, основанного на теории Compressive Sensing // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер.: Физика, математика. №1, 2015. – С. 27-36.
15. Xiong W., Cao J., Li S. Sparse signal recovery with unknown signal sparsity // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. Vol. 2014, №1, 2014.

## СПОСОБЫ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ СО СТАБИЛИЗАЦИЕЙ ВЕРОЯТНОСТИ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

*Елагина К.А., инженер-электроник АО «НПО НИИИП-НЗуК», e-mail: ksenia\_elagina@mail.ru.*

### THE METHODS OF THE DETECTION OF LINEAR FREQUENCY SIGNAL AND NONLINEAR FREQUENCY SIGNAL WITH STABILIZATION FALSE DETECTION PROBABILITY

*Elagina K.A.*

*The algorithm with processing of linear frequency signal in two channels, using division by estimation of the powers of the noise and side lobes is suggested in the article. The efficiency of a linear frequency signal detector with two channels is compared with the efficiency of a multichannel nonlinear frequency signal detector with division by estimation of the powers of the noise at presence of the free number signal at the input filter in range of the Doppler frequencies.*

**Key words:** weighting, linear frequency signal, nonlinear frequency signal, losses of the detection, false detection probability, side lobes, normalization, double-channel processing, running by length window, censoration.

**Ключевые слова:** весовая обработка, ЛЧМ-сигнал, НЧМ-сигнал, потери обнаружения, вероятность ложной тревоги, боковые лепестки, нормировка, двухканальная обработка, скользящее по дальности окно, цензурирование.

#### Введение

В радиолокации традиционно используют сложные сигналы с последующим сжатием при их приёме. При обнаружении сигналов нескольких целей с разной эффективной площадью рассеяния (ЭПР), расстояние между которыми не превышает длительности зондирующего сигнала, уровень боковых лепестков (УБЛ) сжатых сигналов от цели с большой ЭПР на выходе согласованного фильтра (СФ) может превышать уровень сигнала от малоразмерной цели и существенно затруднять обнаружение последней.

Для снижения УБЛ сигналов используют весовую обработку (ВО) принятых сигналов, однако при этом возникают потери обнаружения [1, 2, 3], равные 1-2 дБ. Сигналы с нелинейной частотной модуляцией (НЧМ) не требуют применения ВО для уменьшения боковых лепестков (БЛ), при этом можно избежать потерь обнаружения.

В опубликованных работах [4, 5, 6], посвящённых НЧМ-сигналам, исследования проводились по уменьшению УБЛ сжатого сигнала, однако детальный анализ эффективности обнаружителей НЧМ-сигналов с низким УБЛ при осуществлении стабилизации ВЛТ по БЛ не проводился и автору не известен. Также необходимо принимать во внимание большую зависимость формы сжатого НЧМ-сигнала от доплеровского смещения [1], чем для сигналов с ЛЧМ, что также делает обязательным исследование эффективности обнаружителей НЧМ-сигналов с учётом их многоканального по доплеровской частоте построения, а также проведение сравнения со случаем обнаружения ЛЧМ-сигнала. Поэтому

*Сравниваются в широком диапазоне доплеровских частот эффективность обнаружителя синтезированного сигнала с нелинейной частотной модуляцией и с многоканальным согласованным фильтром и обнаружителя сигнала с линейной частотной модуляцией и с двумя каналами весовой обработки. В обоих обнаружителях для стабилизации вероятности ложной тревоги по боковым лепесткам сжатого сигнала применяется нормировка мощности сигнала к оценке средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне. Оценивается сложность реализации многоканального согласованного фильтра.*

исследование вопроса эффективности обнаружителей ЛЧМ- и НЧМ-сигналов со стабилизацией ВЛТ по БЛ является актуальным.

Для решения задачи уменьшения потерь, вызванных ВО, при одновременном снижении влияния УБЛ мощных сигналов на обнаружение сигналов от малоразмерных целей:

1) разработать алгоритм, в котором ВО будет включаться только при наличии 2-х и более сигналов на входе СФ. Определить потери обнаружения при воздействии 1-го, 2-х и более сигналов на входе СФ;

2) вместо ЛЧМ-сигналов синтезировать НЧМ-сигналы, обеспечивающие низкий УБЛ. Определить потери обнаружения при воздействии 1-го, 2-х и более НЧМ-сигналов на входе СФ. С учётом необходимости обнаружения сигналов в широком диапазоне доплеровских частот разработать алгоритм с многоканальным по доплеровской частоте СФ, определить зависимость потерь от частоты Доплера. Оценить сложность реализации многоканального СФ.

#### Теоретическая часть

В системах цифровой обработки сигналов аналоговые сигналы переводятся в цифровую форму, подвергаясь дискретизации и квантованию по уровню. Выбор разрядности цифровой информации имеет первосте-

пенное значение. Например, от разрядности может значительно варьироваться УБЛ сжатого сигнала. При использовании большего числа разрядов цифрового слова и высокой частоты дискретизации УБЛ можно приблизить к аналоговому прототипу. Поэтому разрядная сетка выбирается разработчиком, исходя из решаемых задач. В связи с этим при дальнейшем изложении материала учитывалась только дискретизация сигнала, квантование по уровню не применялось.

Временное положение пикового значения огибающей сжатого сигнала может не совпадать с моментами взятия отсчетов, что приводит к потерям при обнаружении сигналов. Для повышения точности оценки временного положения сигнала необходимо использовать высокую частоту дискретизации, что на практике для снижения требований к аппаратуре часто не применяется. Поэтому часто встречаемой на практике ситуацией является применение АЦП с низкой частотой дискретизации.

### Стабилизация вероятности ложной тревоги

Поскольку дальность до объекта, от которого пришёл эхо-сигнал, пропорциональна времени, то каждое временное положение отсчёта огибающей сжатого сигнала, соответствующее дальности, в радиолокации принято называть *дискретой по дальности*.

Для осуществления стабилизации вероятности ложной тревоги (ВЛТ) независимо от вида зондирующего сигнала традиционно применяется два подхода:

- нормирование мощности сигнала в проверяемой на наличие цели дискрете по дальности к средней мощности сигнала, полученной в скользящем по дальности окне из отсчётов квадрата огибающей сжатого сигнала, расположенном симметрично относительно проверяемой дискреты;

- регулировка порога обнаружения по числу ложных отметок за фиксированный интервал времени.

### Нормирование

Известен способ обнаружения сигналов со стабилизацией вероятности ложной тревоги [7], в котором выделяют квадрат огибающей сжатого сигнала, в скользящем по дальности окне, расположенном симметрично относительно проверяемой на наличие цели дискреты по дальности, находят среднее значение мощности сжатого сигнала без учёта мощности центрального отсчёта. Решение о наличии цели выносится в том случае, если отсчёт квадрата огибающей сжатого сигнала в проверяемой на наличие цели дискрете по дальности, нормированный к полученной в её окрестности оценке средней мощности сжатого сигнала, превышает порог обнаружения.

Недостаток данного способа обнаружения сигналов со стабилизацией ВЛТ заключается в больших потерях обнаружения при попадании в скользящее по дальности окно других сигналов, а также в больших потерях из-за высокого уровня боковых лепестков сжатого сигнала на выходе фильтра сжатия с равномерной весовой функцией (без ВО) при обнаружении слабого сигнала, частично перекрываемого более сильным сигналом.

### Регулировка порога по числу ложных отметок

Способ стабилизации вероятности ложной тревоги [8] основан на двухканальной обработке радиолокационного сигнала, согласно которому принятый радиолокационный сигнал сжимают в канале с ограничением, каждый отсчёт огибающей сжатого сигнала сравнивают с порогом обнаружения, а также одновременно сжимают сигнал в линейном канале при условии, что его мощность не превысила допустимое значение, устанавливаемое ниже мощности принятых сигналов, которые без сжатия могут превысить порог обнаружения линейного канала. Отсчёт огибающей сжатого сигнала сравнивают с порогом обнаружения линейного канала и принимают решение об обнаружении цели, если отсчёт сжатого сигнала в проверяемой на наличие цели дискрете по дальности превысил порог обнаружения хотя бы в одном из каналов.

В канале с фильтром сжатия без ВО при обнаружении слабого сигнала, частично перекрываемого более сильным сигналом с высоким УБЛ, будут иметь место большие потери обнаружения, так как селекция по допустимому уровню исключает прохождение принятого мощного сигнала и части слабого сигнала для их дальнейшего сжатия. Другой недостаток заключается в большом времени установки допустимого уровня, т.к. его регулировка осуществляется до тех пор, пока не будет выполняться заданный уровень ВЛТ.

### Двухканальный обнаружитель сигналов

Способ двухканального обнаружения радиолокационных сигналов со стабилизацией вероятности ложной тревоги [9] лишён названных недостатков. Согласно [9] принятый сигнал одновременно сжимают в двух каналах, в фильтрах сжатия (СФ) которых применяется равномерная и неравномерная весовая функция. Решение о том, что сигнал присутствует в проверяемой на наличие цели дискрете по дальности, выносится в том случае, если хотя бы в одном из каналов отсчёт квадрата огибающей сжатого сигнала, нормированный к оценке средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне, симметрично расположенном относительно проверяемой на наличие цели дискреты по дальности, превысит порог обнаружения. Алгоритм обнаружения в одноимпульсной процедуре имеет вид:

$$U_{out_n} = \begin{cases} 1, & \frac{U_n^2(WO)}{\hat{P}_{uu}(WO)} > C \cup \frac{U_n^2(\overline{WO})}{\hat{P}_{uu}} > C, \\ 0 & \end{cases} \quad (1)$$

где  $U_n^2(WO)$ ,  $U_n^2(\overline{WO})$  –  $n$ -й отсчёт квадрата огибающей сжатого сигнала с ВО и без ВО (равномерная ВО) соответственно,  $C = N \cdot ((F_{lt} / 2)^{-1/N} - 1)$  – порог обнаружения, соответствующий заданной вероятности ложной тревоги  $F_{lt}$  и зависящий от числа отсчётов огибающей сжатого сигнала  $N$  в скользящем по дальности окне,

$$\hat{P}_{uu} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=N/2, \neq n}^{n+N/2} U_{n_{\text{cens}}}^2(\overline{WO}),$$

– оценки средней мощ-

$$\hat{P}_{uu}(WO) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=N/2, \neq n}^{n+N/2} U_{n_{\text{cens}}}^2(WO)$$

ности сигнала в скользящем по дальности окне в каналах без ВО и с ВО,  $U_{n_{цсн}}^2(\overline{W\overline{O}})$ ,  $U_{n_{цсн}}^2(WO)$  –  $n$ -й отсчёт квадрата огибающей сжатого сигнала после цензурирования, принадлежащий скользящему по дальности окну, в канале без ВО и в канале с ВО соответственно.

Для оценки средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне отсчёты главных лепестков (ГЛ) сигналов исключаются [10] из отсчётов окна с помощью операции цензурирования [11], за счет этого в оценку входят только отсчёты шума и отсчёты БЛ сигналов. При этом средняя мощность БЛ после нормировки равна 1. Способ цензурирования ГЛ, применяемый при моделировании, приведён ниже.

### Цензурирование

Для осуществления цензурирования (исключения) отсчётов ГЛ сжатых сигналов из отсчётов скользящих по дальности окон все отсчёты квадрата огибающей  $|x|^2$  соответствующего канала, принадлежащие скользящему по дальности окну, выстраиваются в вариационный ряд. На наличие отсчётов ГЛ сжатых сигналов в выборке из  $N$  – отсчётов квадрата огибающей сжатого сигнала в скользящем по дальности окне проверяется  $N^*$  – наибольших величин вариационного ряда  $t^{(r)}$ :

$$k \cdot t^{(r)} > t^{(N-N^*)}, r = N, \dots, N - N^* + 1, t = |x|^2,$$

где  $t^{(r)}$  –  $r$ -я порядковая статистика в выборке из  $N$  отсчётов квадрата огибающей сжатого сигнала в скользящем по дальности окне, коэффициент  $k$  выбирается для заданной вероятности ложного цензурирования (исключения) отсчёта шума из стационарного шумового процесса на один элемент скользящего по дальности окна из  $N$  отсчётов,  $N^*$  – максимальное число отсчётов ГЛ сжатых сигналов, попавших в скользящее по дальности окно, которое задаётся при расчёте коэффициента  $k$ . Если взвешенная коэффициентом  $k \cdot r$ -я порядковая статистика  $k \cdot t^{(r)}$  меньше  $(N - N^*)$  – порядковой статистики  $t^{(N-N^*)}$ , то она используется для получения оценки средней мощности сжатого сигнала в скользящем по дальности окне. В противном случае она заменяется предыдущей  $(r - 1)$ -й порядковой статистикой этого же окна, прошедшей проверку.

Структурная схема предложенного двухканального обнаружения показана на рис. 1.

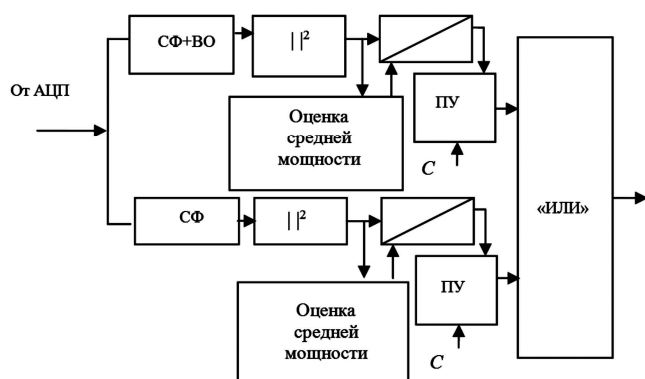


Рис. 1. Структурная схема двухканального обнаружителя

Далее эффективность двухканального обнаружителя определяется на примере ЛЧМ-сигнала.

Таким образом, для стабилизации ВЛТ выбран способ нормирования мощности сигнала к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне, не требующий длительной процедуры адаптации порога обнаружения.

### Обнаружитель НЧМ-сигнала с многоканальным согласованным фильтром

Закон изменения мгновенной частоты сигнала с НЧМ от времени, полученный в [12], путём подбора коэффициентов по критерию минимума УБЛ при равенстве ширины ГЛ сжатых НЧМ-сигнала и ЛЧМ-сигнала с ВО по Хэммингу с пьедесталом 0,08, имеет вид:

$$f(t) = \frac{W \cdot \left( \left( \frac{t}{T} - 0,5 \right) + k_1 \cdot \operatorname{tg} \left( k_2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{T} - 0,5 \right) \right) \right)}{1 + 2 \cdot k_1 \cdot \operatorname{tg} (0,5 \cdot k_2 \cdot \pi)}, \quad (2)$$

где  $W$  – девиация,  $T$  – длительность сигнала,  $k_1 = 0,105$ ;  $k_2 = 0,91$  – коэффициенты нелинейности ЧМ. Для сигналов с параметрами, отличными от рассматриваемых ниже, уточняются путём моделирования.

При обработке ЛЧМ-сигналов и НЧМ-сигналов СФ оптимален только для сигналов, являющихся точной копией переданного сигнала. При доплеровском сдвиге входных сигналов происходит уменьшение величины пикового значения и изменение временного положения сжатого сигнала.

Для обнаружителей НЧМ-сигналов со стабилизацией ВЛТ применяются те же принципы построения, что и для обнаружителей ЛЧМ-сигналов, при этом необходимым является применение многоканального согласованного фильтра (МСФ). Для уменьшения потерь обнаружения при СФ НЧМ-сигнала с неизвестной доплеровской частотой будем применять МСФ с объединением каналов 2 способами.

Для первого способа будем использовать блок максимального отбора (MAX) с последующим нормированием отобранного максимального отсчёта квадрата огибающей с каналов СФ к средней мощности сигнала соответствующего канала в скользящем по дальности окне, для второго в каждом канале будем использовать нормирование отсчётов квадратов огибающих к соответствующим оценкам средней мощности сигналов в скользящих по дальности окнах, сравнение полученных нормированных отсчётов квадратов огибающих с порогом обнаружения в пороговых устройствах (ПУ) и объединение выходов пороговых устройств по «ИЛИ» (OR).

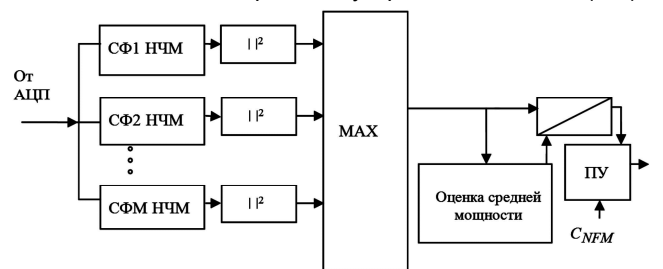


Рис. 2. Структурная схема обнаружителя НЧМ-сигнала с МСФ

Структурные схемы обнаружителей НЧМ-сигналов с двумя способами объединения каналов СФ показаны на рис. 2 и рис. 3.

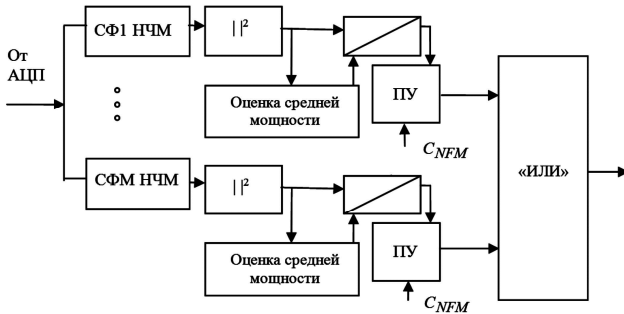


Рис. 3. Структурная схема обнаружителя НЧМ-сигнала с МСФ

### Результаты моделирования

Приведённые в работе численные результаты получены путём статистического моделирования в программе MATLAB.

Аналитически эффективность обнаружителей со стабилизацией ВЛТ при наличии близкорасположенных по дальности сигналов (т.е. перекрывающихся во времени) оценить не удаётся, поэтому анализ эффективности проводится по величине потерь обнаружения, которые показывают, на сколько должно быть увеличено отношение «сигнал/шум» (ОСШ), чтобы вероятность обнаружения сигнала в рассмотренных обнаружителях была равна 0,5 и равнялась вероятности обнаружения сигнала в обнаружителе без стабилизации ВЛТ по БЛ. Таким образом, потери обнаружения являются платой за возможность осуществления стабилизации ВЛТ по БЛ.

В качестве зондирующего сигнала был выбран сигнал с базой 50 и АЦП с низкой частотой дискретизации:  $T = 20$  мкс,  $W = 2,5$  МГц, частота дискретизации  $f_d = 3$  МГц.

В [6, 12] было получено, что для НЧМ-сигналов с относительно небольшими базами получить низкий УБЛ (например, близкий к -45 дБ) не всегда возможно по сравнению с сигналами с большими базами (например, более 200). При этом результаты моделирования автора показали, что при увеличении длительности сигнала (или его базы) диапазон частот Доплера, в котором применение одноканального СФ НЧМ-сигнала по величине искажений сжатого сигнала (величина пикового значения огибающей, УБЛ) допустимо, сокращается, в этом случае необходимым является применение МСФ.

Было установлено, что при рассмотренных параметрах НЧМ-сигнала (УБЛ НЧМ-сигнала при отсутствии доплеровского смещения составил -31 дБ, УБЛ ЛЧМ сигнала с ВО по Хэммингу с пьедесталом 0,08 составил -37 дБ) по УБЛ во всём диапазоне доплеровских частот 0...140 кГц эффективнее использовать МСФ с числом каналов не менее 16 (для одного знака доплеровской частоты). Далее с учётом знака частоты будем применять СФ с 32-мя каналами.

Таким образом, выбор сигнала основан на относительно низком УБЛ при отсутствии доплеровского смещения и числе каналов МСФ, необходимым при работе

в широком диапазоне частот Доплера, которое по результатам моделирования автора меньше числа каналов МСФ для НЧМ-сигналов с большими базами и более низкими УБЛ.

Величина потерь обнаружения при наличии перекрывающихся сигналов зависит от их взаимного расположения, мощности, числа каналов МСФ, однако не может быть меньше величины потерь, соответствующей обнаружению одиночного сигнала.

Уменьшение размера окна приводит к резкому росту потерь обнаружения сигнала [13]. Величина потерь при обнаружении одиночного сигнала со стабилизацией ВЛТ ( $F_{it}$ ) для фиксированного числа отсчётов окна  $N$  относительно обнаружителя с бесконечно большим окном (например, из 1000 отсчётов огибающей) аналитически может быть рассчитана по формуле:

$$dL = -10 \cdot \log \left( \frac{\frac{\ln F_{it} - 1}{\ln 0,5}}{\frac{F_{it}^{-N} - 1}{0,5^{-N} - 1}} \right).$$

Для  $N = 64$  потери устанавливаются на приемлемом уровне  $dL = 0,43$  дБ, что совпадает с результатами моделирования автора и результатами, полученными в [7].

В случае фиксированного числа отсчётов скользящего по дальности окна получено, что при наличии 1-го сигнала (частота Доплера – 0 Гц) на входе СФ потери для обнаружителя (1) относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к мощности шума, оцененной на участке дальности, на котором сигнал отсутствует, в окне из 64 отсчётов огибающей составляют 0,4 дБ (относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне из того же числа отсчётов – 0,23 дБ).

По результатам моделирования при наличии 1-го сигнала на входе СФ средние в диапазоне частот Доплера -140 кГц...140 кГц потери для обнаружителя с МСФ НЧМ-сигнала составляют от 0,6 до 1 дБ в зависимости от числа каналов, для обнаружителя ЛЧМ-сигнала с двумя каналами ВО – 1 дБ.

Кроме доплеровского сдвига частоты на согласованную обработку оказывает влияние временное рассогласование сигнала внутри интервала дискретизации, а также величина полных потерь обнаружения зависит от количества каналов МСФ. С учётом этих факторов в [12] были определены полные потери для обнаружителей с МСФ НЧМ-сигнала относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО при отсутствии временного сдвига и сдвига по частоте Доплера. В [12] получено, что при обнаружении одиночных сигналов средние по частоте Доплера и по сдвигам внутри интервала дискретизации потери для обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с ВО по сравнению с обнаружителем с МСФ не меньше, однако реализация последнего решения сложнее.

Для оценки эффективности обнаружителей с норми-

ровкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне были рассчитаны потери при обнаружении сигнала, перекрываемого во времени другими близкорасположенными по дальности сигналами, которые по отношению к обнаруживаемому сигналу являются помеховыми (при моделировании 1 или 2 сигнала одинаковой мощности располагались слева и справа относительно обнаруживаемого) относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к мощности шума. Потери рассчитывались как разность между соответствующими величинами пороговых ОСШ, которые считывались с графиков после построения характеристик обнаружения для вероятности обнаружения, равной 0,5:

$$dL = \Psi - \Psi_{\bar{w}0} - \text{потери для обнаружителя (ЛЧМ- и}$$

НЧМ-сигнала) со стабилизацией ВЛТ по БЛ,

$\Psi$  – пороговое ОСШ в обнаружителе при применении нормирования к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне;

$\Psi_{\bar{w}0}$  – пороговое ОСШ в обнаружителе ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к мощности шума, оцененной на участке дальности, на котором сигнал отсутствует.

При построении характеристик обнаружения для каждого значения мощности обнаруживаемого сигнала от цели и помехового сигнала рассчитывалась вероятность обнаружения как частное числа отметок, полученных при прогонах статистической модели обнаружителя, к числу повторений эксперимента (равнялось 1000).

На рис. 4-6 показаны зависимости указанных выше потерь обнаружения  $dL$  от мощности  $Ps2$  помехового сигнала на входе СФ (вероятность ложной тревоги по шумам равнялась  $10^{-6}$ , вероятность ложного цензурирования равнялась  $10^{-2}$ ).

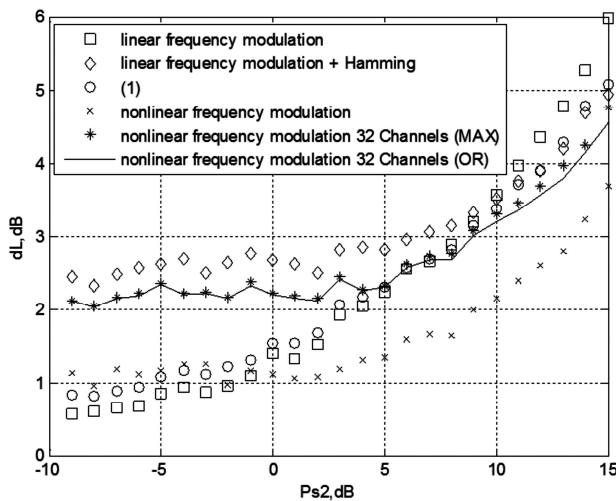


Рис. 4. Потери обнаружения

На входе СФ присутствует 2 сигнала с частотами Доплера 0 Гц, разнесенные во времени на 10 дискрет

Поскольку наибольшее влияние БЛ сигналов, попавших скользящее по дальности окно, на обнаруживаемый сигнал наблюдается при разнесении сигналов во времени не более, чем на половину числа отсчетов сигнала до сжатия, то в качестве временного разнесения сигналов выбраны значения из названного диапазона.

Пороги обнаружения были равны: для обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с ВО, а также для обнаружителя НЧМ-сигнала с одноканальным СФ  $C = N \cdot (F_{lt}^{-1/N} - 1)$ , для обнаружителя НЧМ-сигнала с многоканальным СФ  $C_{NFM} = N \cdot ((F_{lt} / M)^{-1/N} - 1)$ .

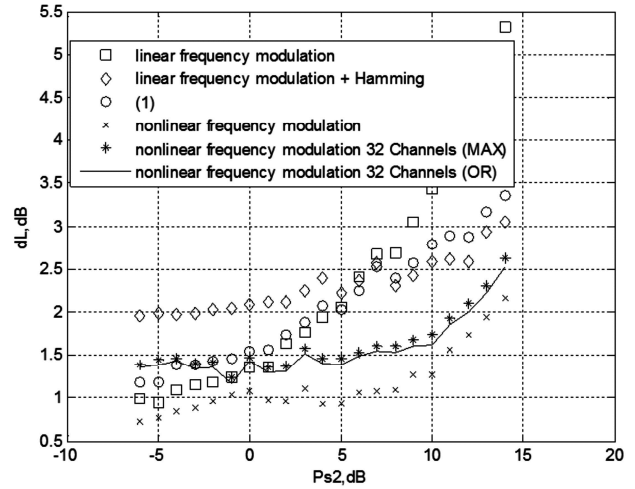


Рис. 5. Потери обнаружения

На входе СФ присутствует 2 сигнала с частотами Доплера 12,5 кГц, разнесенные во времени на 10 дискрет

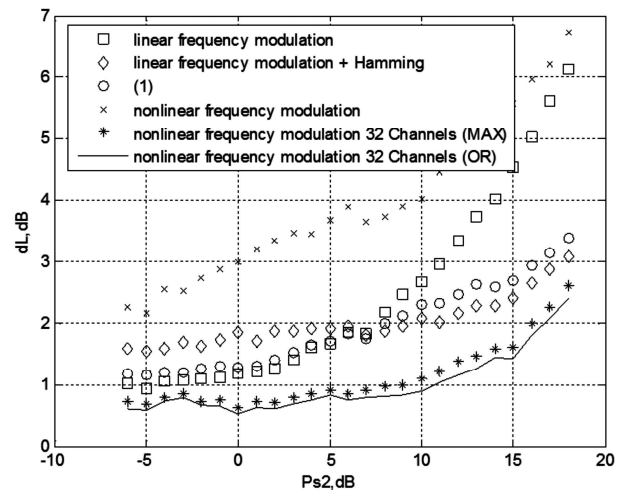


Рис. 6. Потери обнаружения

На входе СФ присутствует 2 сигнала с частотами Доплера 140 кГц, разнесенные во времени на 30 дискрет

По результатам моделирования по величине потерь обнаружения сигнала от цели, перекрываемого во времени сигналами от других целей, принадлежащих с обнаруживаемой целью к одному частотному диапазону, можно сделать следующие выводы.

Для обнаружителей НЧМ-сигнала с МСФ и с двумя разными схемами объединения каналов и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне пороговые сигналы в большинстве случаев одинаковы. Поэтому дальнейшие выводы будут относиться к обнаружителю с первым способом объединения каналов блоком максимального отбора, также данный обнаружитель требует меньшего числа ресурсов для реализации в аппаратуре.

По величине потерь обнаружения для сигналов с частотами Доплера -12,5 кГц...12,5 кГц (аэродинамическая цель, что соответствует частоте РЛС  $\approx 3$  ГГц и ско-



рости движения до  $-625...625$  м/с) наиболее эффективным является применение обнаружителя НЧМ-сигнала с одноканальным СФ и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне, при этом имеет место выигрыш до 3,5 дБ относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне. Обнаружитель НЧМ-сигнала с одним каналом СФ не имеет сложностей для реализации в аппаратуре, поскольку требует только перепроектировки коэффициентов фильтра, согласованного с ЛЧМ-сигналом.

Для целей с частотами Доплера (по модулю) 12,5 кГц...140 кГц (крылатые ракеты, скорость движения до  $\approx 7$  км/с) по величине потерь обнаружения при произвольном числе сигналов может быть эффективным использование обнаружителя с 32-канальным СФ НЧМ-сигнала и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне, при этом имеет место выигрыш до 4 дБ относительно обнаружителя ЛЧМ-сигнала без ВО и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне. Однако такой обнаружитель достаточно сложен в реализации.

Обнаружитель ЛЧМ-сигнала с двумя каналами ВО и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне в диапазоне частот Доплера (по модулю) 12,5 кГц...140 кГц может проигрывать до 1 дБ обнаружителю с 32-канальным СФ НЧМ-сигнала и с нормировкой к средней мощности сигнала в скользящем по дальности окне. Введение дополнительного канала ВО в обнаружителе ЛЧМ-сигнала увеличивает аппаратные затраты в 2 раза, но при этом позволяет работать в широком диапазоне доплеровских частот без изменения закона частотной модуляции сигнала, выигрыш от применения обнаружителя ЛЧМ-сигнала с двумя каналами ВО в среднем составляет от 1 дБ до 4 дБ при мощности сигналов на входе СФ до 20 дБ относительно обнаружителя с одним каналом ВО.

Была рассмотрена задача обнаружения сигнала от цели, перекрываемого во времени сигналами от других целей с частотами Доплера, отличными от частоты Доплера сигнала обнаруживаемой цели (12,5 кГц...140 кГц). Получено, что из-за частотного рассогласования в МСФ применение обнаружителя НЧМ-сигнала с МСФ неэффективно.

## Заключение

Обнаружитель с одноканальным СФ НЧМ-сигнала может быть эффективен при обнаружении аэродинамических целей в диапазоне частот Доплера 0...12,5 кГц на фоне других аэродинамических целей.

При этом можно получить выигрыш по величине порогового сигнала до 3,5 дБ по отношению к обнаружителю ЛЧМ-сигнала без ВО при наличии 2-х и 3-х перекрывающихся сигналов и мощности помехового сигнала, перекрывающего во времени обнаруживаемый сигнал, не более 15 дБ на входе СФ (30 дБ на выходе СФ), для мощности помехового сигнала на входе СФ 20 дБ из-за недостаточного УБЛ имеют место потери до 2 (2 перекрывающихся сигнала)...4 дБ (3 перекрывающихся сигнала).

Применение обнаружителя НЧМ-сигнала с МСФ во всём диапазоне частот Доплера не является рациональным решением из-за величины дополнительных потерь при обнаружении малоскоростных целей и аппаратным затратам, низкой эффективности

при наложении сигналов с разной доплеровской частотой.

По предварительной информации о типах целей (например, при связи тип цели и величина угла места: малые углы места – местные предметы (МП), аэродинамические цели, большой угол места – крылатые ракеты) предлагается разбить диапазон частот Доплера  $-140...140$  кГц на поддиапазоны  $-12,5...12,5$  кГц,  $-140...-12,5$  кГц и  $12,5...140$  кГц и применять в каждом из поддиапазонов следующие типы сигналов и соответствующие им обнаружители:

$-12,5...12,5$  кГц при отсутствии мощных сигналов МП – обнаружитель НЧМ-сигнала с одноканальным СФ (диапазон частот Доплера обнаруживаемых и перекрывающих их во времени сигналов от целей), при наличии мощных сигналов МП целесообразно использовать двухканальный обнаружитель ЛЧМ-сигналов;

$-140...-12,5$  кГц и  $12,5...140$  кГц – двухканальный обнаружитель ЛЧМ-сигнала (диапазон частот Доплера обнаруживаемых и/или перекрывающих их во времени сигналов от целей), при этом выигрыш у обнаружителя НЧМ-сигнала с одноканальным СФ при обнаружении аэродинамических целей и крылатых ракет на фоне других целей может составлять 2...10 дБ при мощности помехового сигнала на входе СФ 20 дБ, а у обнаружителя НЧМ-сигнала с МСФ – 1-2 дБ и более.

Во всех предложенных способах обнаружения сигналов обеспечивается стабилизация вероятности ложной тревоги по БЛ.

## Литература

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. - М.: Советское радио, 1971. – С. 205.
2. Кобзарев Ю.Б. Современная радиолокация. - М.: Советское радио, 1969. – С. 235.
3. Справочник Радиотехнические системы: основы построения и теория / Под ред. Я.Д. Ширмана. - М.: Радиотехника, 2007. – С. 306.
4. Тельминов О.А. Перспективные методы частотной модуляции зондирующих сигналов для задач синтеза радиолокационных изображений // Материалы 5-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение» DSPA-2003. – С.1-4.
5. Бессонова Е.В., Ирхин В.И. Уменьшение уровня боковых лепестков автокорреляционной функции сложных сигналов // Труды XV научной конференции по радиофизике. – ННГУ, 2011. – С.131-133.
6. Ананьев А.В., Безуглов Д.А., Юхнов В.И. Повышение помехоустойчивости узкополосных каналов радиосвязи на основе применения сигналов с внутримпульсной частотной модуляцией // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – №1. – С. 1-9.
7. Eyung W.Kang Radar system, analysis, design, and simulation. - 2008. – PP.281–289. ISBN-13: 978-1-59693-347-7.
8. Патент 2518052 Россия, МПК G01S 13/00. Способ стабилизации вероятности ложной тревоги (варианты) и устройство для его реализации (варианты) [Текст] / Беляев Б.Г., Жибинов В.А., Прудников С.А. (Россия) – № 2012139914/07; заявл. 18.09.12; опубл. 10.06.2014.
9. Патент 2585257 Россия, МПК G01S 7/36. Способ двухканального обнаружения радиолокационных сигналов со стабилизацией вероятности ложной тревоги [Текст] / Елагина К.А., Аксельрод Г.З. (Россия) - № 2015117986/07; заявл. 13.05.15; опубл. 27.05.2016.
10. Основы построения радиолокационных станций радиотехнических войск / Под ред. В.Н.Тяпкина. - Красноярск, Сиб. федер. ун-т, 2011. – С.466, 471-473.
11. Лозовский И.Ф. Алгоритм цензурирования сигналов в условиях неоднородных по мощности помех. - Вопросы радиоэлектроники, вып.3, 2002. – С.97-106.
12. Аксельрод Г.З., Елагина К.А. Применение сигнала с нелинейной частотной модуляцией для уменьшения потерь обнаружения. - Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника, вып.2, 2015. – С.40-43.
13. Nitzberg R. Analysis of the arithmetic mean CFAR normaliser for fluctuating targets / Nitzberg R. // IEEE Trans. vol.AES-14. –1978, Jan.

## ЦИФРОВОЙ СИНТЕЗАТОР ЧАСТОТ НА ОСНОВЕ ОБРАТНОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША

*Смекалов А.И., ведущий инженер кафедры микрорелектронных радиотехнических устройств и систем Национального исследовательского университета «Московский институт электронной техники», e-mail: aismekalov@narod.ru;*

*Джиган В.И., д.т.н., профессор кафедры микрорелектронных радиотехнических устройств и систем Национального исследовательского университета «Московский институт электронной техники», e-mail: djigan@yandex.ru.*

### DIRECT DIGITAL FREQUENCY SYNTHESIZER BASED ON INVERSE DISCRETE WALSH TRANSFORM

*Smekalov A.I., Djigan V.I.*

*The paper considers a direct digital frequency synthesizer based on inverse discrete Walsh transform. This synthesizer allows to obtain the desired quality of the generated harmonic signal, such as the wide spurious-free dynamic range and low normalized mean-square error at an acceptable hardware cost. Decomposition of the discrete cosine by Walsh function basis is considered. Various implementation issues of the proposed synthesizer are covered: block structure, the calculation of the Walsh coefficients and others. The article gives comparison of the Walsh phase-cosine converter with classical converter, which based on memory. The proposed Walsh phase-cosine converter requires about 5 times fewer resources than the classical converter at the same level of spurious-free dynamic range more than 100 dB.*

**Key words:** direct digital frequency synthesis, harmonic signal, cosine, sine, orthonormal basis of Walsh functions, direct and inverse discrete Walsh transform, spectral spurious components, normalized mean-square error.

**Ключевые слова:** прямой цифровой синтез частот, гармонический сигнал, косинус, синус, ортонормированный базис функций Уолша, прямое и обратное дискретные преобразования Уолша, побочные спектральные составляющие, нормализованная среднеквадратичная ошибка.

#### Введение

Качество современной аппаратуры радиосвязи, радиолокации, радионавигации и измерительной техники в значительной мере определяется уровнем развития синтезаторов частоты. Наиболее перспективными из данных устройств являются цифровые синтезаторы гармонического сигнала, построенные по методу прямого цифрового синтеза (Direct Digital Synthesis, DDS) [1]. Применение таких синтезаторов позволяет существенно повысить технико-экономические показатели многих радиосистем, а именно малое время переключения частот без разрыва фазы, высокое разрешение по частоте, надежность, повторяемость, возможность полной микроминиатюризации, программируемость параметров. Это вызвало широкое распространение цифровых синтезаторов в радиотехнических устройствах. Как следствие сегодня актуальной и часто встречающейся на практике является задача построения цифрового синтезатора с показателями качества формируемого сигнала, удовлетворяющими конкретному приложению, при минимальных аппаратных затратах на реализацию и, соответственно, минимальной стоимости.

Структура цифрового синтезатора обычно включает в себя аккумулятор фазы и преобразователь фазы в

*Рассматривается цифровой синтезатор частот, основанный на обратном дискретном преобразовании Уолша. Такой синтезатор позволяет получить требуемое качество генерируемого гармонического сигнала, а именно большой динамический диапазон свободный от побочных спектральных составляющих и малую нормализованную среднеквадратичную ошибку при приемлемых аппаратных затратах. Рассмотрено разложение дискретного косинуса по базису функций Уолша. Освещены различные вопросы реализации предлагаемого синтезатора: структурная схема, расчет коэффициентов разложения и другие. Приводится сравнение преобразователя фаза-косинус на основе обратного преобразования Уолша с классическим преобразователем на блоках памяти. Предлагаемый преобразователь требует примерно в 5 раз меньше ресурсов, чем классический, при одинаковом уровне побочных спектральных составляющих менее -100 дБ.*

отсчеты гармонической функции [2-3], чаще всего реализуемый в виде запоминающего устройства. Преобразователь фазы является наиболее сложным с точки зрения реализации компонентом синтезатора, главным образом определяющим качество формируемого сигнала. Структурам, особенностям и примерам реализации преобразователя фазы посвящено ряд работ [2-8], в которых рассматриваются различные подходы по сокращению ресурсов, требуемых для реализации синтезатора, при допустимом ухудшении формы синтезируемого сигнала. Это усечение фазы [3], линейная интерполяция соседних точек [4], алгоритм «цифра за цифрой» [5], аппроксимация рядом Тэйлора [6], рандомизация фазы и амплитуды по Витли [7], схема Сандерленда [8] и ряд других.

В настоящей работе рассматривается цифровой синтезатор с преобразователем фаза-косинус, выполненным на основе обратного дискретного преобразования Уолша (ДПУ) [9]. Такой преобразователь позволяет избавиться от больших блоков памяти и умножителей путем замены их логическими элементами и сумматорами и получить заданное качество генерируемого гармонического сигнала [10, 11].

**Описание структуры синтезатора**

Структурная схема предлагаемого синтезатора приведена на рис. 1. В ней частотное беззнаковое слово  $FTW$  (Frequency Tuning Word) разрядностью  $W_{AP}$ , управляющее частотой выходного сигнала  $s(k)=\cos(\varphi(k))$ , подается на аккумулятор фазы через регистр RG1. Аккумулятор фазы, построенный на двоичном сумматоре и регистре RG2, интегрирует значение частотного слова  $FTW$ . Бит переноса в сумматоре не используется, поэтому при переполнении аккумулятора автоматически выполняется операция по модулю  $2^{W_{AP}}$ .

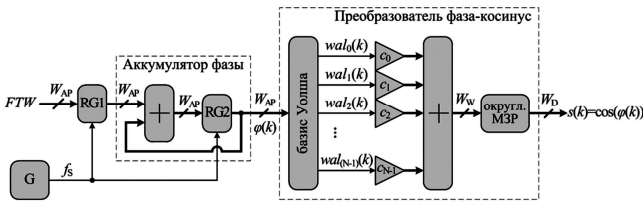


Рис. 1. Цифровой синтезатор частоты на основе обратного ДПУ

Частота основной гармоники выходного сигнала цифрового синтезатора определяется выражением:

$$f_0 = \frac{FTW}{2^{W_{AP}}} \cdot f_s,$$

где  $f_s$  – частота дискретизации, тактирующая всю схему синтезатора.

Формируемое аккумулятором фазовое беззнаковое слово  $\varphi(k)$  разрядностью  $W_{AP}$  поступает на вход преобразователя фаза-косинус, выполненного на основе обратного ДПУ. При этом выходной дискретный гармонический сигнал определяется выражением

$$s(k) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \cdot wal_i(k), \quad k, i=0,1,..N-1, \quad (1)$$

где  $\{wal_i(k)\}$  – ортонормированный базис дискретных функций Уолша, принимающих значения +1 и -1,  $N$  – количество функций Уолша,  $c_i$  – коэффициенты разложения гармонической функции по базису Уолшу,  $i$  – номер функции Уолша,  $k$  – номер отсчета. Дискретные функции Уолша определены на периоде  $N = 2^{W_{AP}}$  отсчетов, который соответствует наименьшей частоте синтезатора ( $FTW = 1$ ). Для примера на рис. 2 показаны графики восьми функций Уолша для случая  $N = 2^3$ .

Сегодня базис Уолша широко используется в вычислительной технике, поскольку он тесно связан с двоичной системой счисления – основой элементов цифровой логики. В двоичной системе счисления числа записываются с помощью двух символов 0 и 1. Между этими символами и значениями функций Уолша  $\pm 1$  применяют соотношение: двоичная единица соответствует -1, а двоичный ноль – +1. Цифровая двоичная  $W_{AP}$ -разрядная шина однозначно

определяет базис Уолша, состоящий из  $N = 2^{W_{AP}}$  функций. Значения каждой функции Уолша легко формируются из разрядов двоичной шины. Ниже приведены соотношения между  $W_{AP}$ -разрядной шиной  $\varphi(k)$  и первыми семью функциями Уолша:

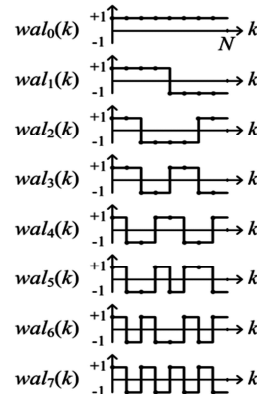


Рис. 2. Графики первых восьми дискретных функций Уолша  $wal_0(k) \equiv 0$ ;

$$\begin{aligned} wal_1(k) &= \varphi[W_{AP} - 1](k); \\ wal_2(k) &= \varphi[W_{AP} - 1](k) \oplus \varphi[W_{AP} - 2](k); \\ wal_3(k) &= \varphi[W_{AP} - 2](k); \\ wal_4(k) &= \varphi[W_{AP} - 2](k) \oplus \varphi[W_{AP} - 3](k); \\ wal_5(k) &= \varphi[W_{AP} - 1](k) \oplus \varphi[W_{AP} - 2](k) \oplus \varphi[W_{AP} - 3](k); \\ wal_6(k) &= \varphi[W_{AP} - 1](k) \oplus \varphi[W_{AP} - 3](k); \\ wal_7(k) &= \varphi[W_{AP} - 3](k), \end{aligned} \quad (2)$$

где символ  $\oplus$  обозначает бинарную логическую операцию сложения по модулю 2 (исключающее ИЛИ, XOR),  $\varphi[b](k)$  – значение  $b$ -го разряда шины  $\varphi$  в момент времени  $k$ . Как видно из выражений (2), функции Уолша 1, 3 и 7 непосредственно соответствуют разрядам шины  $\varphi[W_{AP}-1]$ ,  $\varphi[W_{AP}-2]$  и  $\varphi[W_{AP}-3]$ . Такие функции имеют отдельное название – функции Радемахера, а остальные в выражении (2) являются результатом простого преобразования разрядов между собой. В рамках задачи построения цифрового синтезатора это означает, что базис Уолша может быть легко сформирован из фазовых отсчетов  $\varphi(k)$ , получаемых с выхода фазового аккумулятора, с незначительными аппаратными затратами.

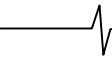
Для определения соотношения между шиной  $\varphi(k)$  и любой функцией Уолша под номером  $i$ , используется следующий алгоритм. Номер функции Уолша  $i$ , который представляется  $W_{AP}$ -разрядным числом, преобразуется в код Грея  $g$  как [12]:

$$g[b] = i[b] \oplus i[b + 1], \quad b=0,1,..W_{AP}-1, \quad (3)$$

где  $g[b]$  – значение разряда кода Грея,  $i[b]$  – значение разряда двоичного представления номера  $i$ . Выходящий за границу представления разряд  $i[W_{AP}]$  в (3) считается нулевым. Тогда функция Уолша с номером  $i$  определяется:

$$wal_i(k) = \varphi[0](k)^{g[W_{AP}-1]} \oplus \varphi[1](k)^{g[W_{AP}-2]} \oplus \dots \oplus \varphi[W_{AP} - 1](k)^{g[0]},$$

и представляет собой сложение по модулю 2 всех разрядов  $\{\varphi[b](k)\}$  фазового слова  $\varphi(k)$  между собой. При этом каждый разряд фазового слова возводится в сте-



пень 0 или 1, в зависимости от значения разрядов кода Грея, порядок разрядов которого является обратным к порядку разрядов фазового слова  $\varphi(k)$ .

Сформированные функции Уолша  $wal_i(k)$  используются как управляющие сигналы для знаковых инверторов (рис. 1). В зависимости от значения  $wal_i(k)$ , знаковый инвертор выдаёт инвертированное или нет значение коэффициента:  $c_i$ , если  $wal_i(k)=0$  (+1);  $-c_i$ , если  $wal_i(k)=1$  (-1). Такой инвертор реализуется на основе сумматора и логических элементов «исключающее ИЛИ» [12]. Набор знаковых коэффициентов  $\{c_i\}$  предварительно вычисляется согласно прямому ДПУ (при этом могут использоваться быстрые алгоритмы [9])

$$c_i = R \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (2^{W_D-1} - 1) \cdot (2^{W_W - W_D}) \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \cdot wal_i(k) \right], \quad (4)$$

где  $R[\cdot]$  – функция округления к ближайшему целому,  $W_D$  – требуемая разрядность выходного гармонического сигнала,  $W_W$  – разрядность преобразователя фаза-косинус,  $(2^{W_D-1} - 1)$  – амплитуда выходного цифрового косинуса. Число разрядов  $W_W$  рекомендуется брать на 4-6 разрядов больше  $W_D$ , чтобы уменьшить влияние ошибки округления коэффициентов  $\{c_i\}$  и снизить уровень побочных спектральных составляющих до уровня шумов квантования, соответствующих разрядности  $W_D$ . Выходы знаковых инверторов затем суммируются, образуя восстановленный косинус разрядностью  $W_W$ . Блок округления младших значащих разрядов (МЗР) приводит число разрядов косинуса к требуемому значению  $W_D$ .

### Разложение косинуса по базису Уолша, расчет и анализ коэффициентов

Пример разложения дискретного косинуса для параметров  $N=64$ ,  $W_W=14$  и  $W_D=10$  приведен на рис. 3. График спектра (рис. 3, б) наглядно показывает, что только небольшая часть коэффициентов имеет значительный вес во всём базисе  $\{c_i\}$ . Значения первых восьми коэффициентов разложения дискретного косинуса равны:

$$c_0 = 0;$$

$$c_1 = 2/N;$$

$$c_2 = \frac{2}{N} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N/4-1} \cos(2\pi k/N) \right]_{N \rightarrow \infty} = \frac{2}{\pi};$$

$$c_3 = 0;$$

$$c_4 = 0;$$

$$c_5 = (2 - 2\sqrt{2})/N;$$

$$c_6 = \frac{2}{N} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N/8-1} (\cos(2\pi k/N) + \sin(2\pi k/N)) \right]_{N \rightarrow \infty} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\pi};$$

$$c_7 = 0.$$

На практике часто применяют аккумулятор фазы с разрядностью  $W_{AP}=32$  и более, что обусловлено желанием получить мелкий шаг сетки частот  $\Delta f = f_s / 2^{W_{AP}}$ . Такой разрядности соответствует количество коэффициентов  $N$  более 4 миллиардов, что на первый взгляд делает расчет коэффициентов (4) и реализацию преобразователя фаза-косинус затруднительной задачей. Тем не менее, из  $N$  коэффициентов  $\{c_i\}$  (4), половина тожде-

ственно равна нулю, поскольку функция косинуса имеет нечетную симметрию относительно точки  $k=N/2$ , а половина функций Уолша с индексами  $ie$  – четную (even symmetry):

$$\cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) = -\cos\left(\frac{2\pi(k + N/2)}{N}\right),$$

$$wal_{ie}(k) = wal_{ie}(k + N/2), \quad k=0,1,\dots,(N/2-1).$$

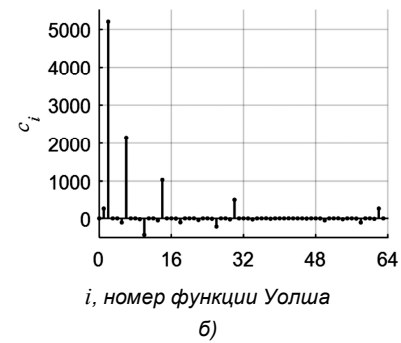
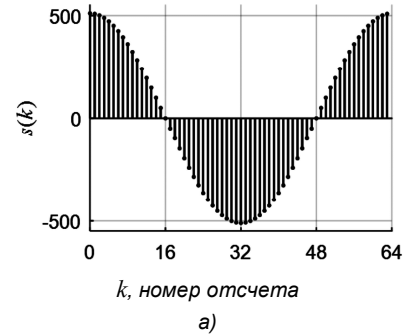


Рис. 3. Дискретная функция косинуса (а) и её разложение по базису Уолша (б)

Индексы  $ie$  упомянутых четных дискретных функций Уолша и  $io$  – нечетных (odd symmetry), определяются следующим образом:

$$ie = i, \text{ если } i[0] \oplus i[1]=0 \quad (ie=0, 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, \dots),$$

$$io = i, \text{ если } i[0] \oplus i[1]=1 \quad (io=1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14, \dots),$$

где  $i[0]$  и  $i[1]$  – нулевой и первый разряды двоичного представления номера функции Уолша  $i$ .

Дальнейшее сокращение коэффициентов, используемых для восстановления косинуса (4), возможно при наличии заданного уровня качества генерируемого гармонического сигнала. Это приводит к задаче отбора минимального количества коэффициентов  $n$  из всего набора  $N$ , которое бы обеспечивало требуемые показатели качества. Математическое моделирование показало, что наилучшим критерием отбора коэффициентов является выбор первых  $n$  максимальных по модулю коэффициентов. Применение этого критерия обеспечивается в выражении (4) операцией округления к ближайшему целому  $R[\cdot]$ , при выполнении которой все коэффициенты, модули которых меньше  $1/2^{W_W}$  (или 0.5 МЗР), округляются в ноль. Таким образом, задавая разрядность  $W_W$ , определяется количество ненулевых коэффициентов, используемых в преобразователе фаза-косинус, и соответственно качество восстанавливаемого гармонического сигнала. Шины, соединения и функции Уолша для нулевых коэффициентов удаляются из преобразователя фаза-косинус, значительно упрощая его структуру (рис. 1).

Для примера на рис. 4, а показаны графики относи-

тельной ошибки преобразования фазы  $\varphi(k)$  в цифровой гармонический сигнал  $\cos(\varphi(k))$  согласно схеме на рис. 1 с разным количеством коэффициентов в блоке обратного ДПУ, а на рис. 4, б – амплитудные спектры формируемых при этом косинусов. В примере графики построены для генерируемой частоты, равной 14% от опорной  $f_S$  и 16-ти разрядного аккумулятора фазы  $W_{AP}=16$ , что соответствует базису Уолша в  $N=65536$  коэффициентов. Если при расчете коэффициентов Уолша (4) разрядности  $W_W$  и  $W_D$  принять равными 12, то из всех 65536 коэффициентов только 43 окажутся ненулевыми (см. рис. 4, черные линии), если  $W_W = W_D = 16$  разрядам, то 110 коэффициентов (см. рис. 4, серые линии). На рис. 4, б основная гармоника серого цвета перекрывает основную гармонику черного цвета, поскольку генерируемый частоты выходного сигнала одинаковые для обоих случаев. Увеличение значения параметра  $W_W$ , с одной стороны, приводит к увеличению количества ненулевых коэффициентов Уолша и, соответственно, усложняет блок обратного ДПУ, но, с другой стороны, повышает качество формируемого гармонического сигнала. Так для сорока трех 12-разрядных коэффициентов максимальная ошибка преобразования  $e(k)$  равна 0,38 % от амплитуды косинуса (рис. 4, а), максимальный уровень побочных спектральных составляющих – минус 67 дБ относительно основной гармоники (рис. 4, б), для ста десяти 16-разрядных коэффициентов эти показатели значительно лучше – 0,04 % и минус 91 дБ соответственно.

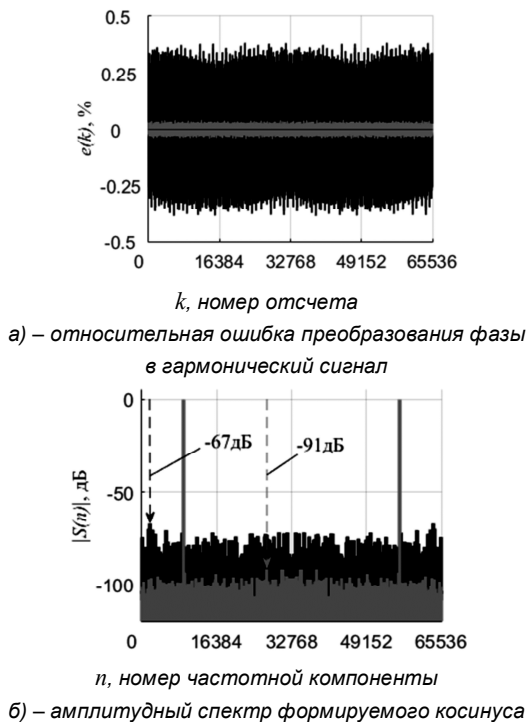


Рис. 4. Синтез косинуса с применением обратного ДПУ

Помимо сокращения количества коэффициентов дальнейшее упрощение блока обратного ДПУ становится очевидным, если рассмотреть значения самих коэффициентов. Так из упомянутых ранее сорока трёх коэффициентов одиннадцать равны минус 1, пять – минус 3 и т.д., а больших по амплитуде коэффициентов 1303, 540 и 259 всего по одному. В случае ста десяти коэффициентов двадцать четыре равны минус 1, одина-

дцать – минус 3, а больших по амплитуде коэффициентов 20860, 8641 и 4149 также по одному. Для малых коэффициентов не требуется использовать все разряды, заложенные для их представления. Например, для знакового коэффициента минус 1 достаточно всего двух разрядов. Это означает, что при реализации обратного ДПУ (1) сумматоры, которые должны складывать такие коэффициенты, также могут быть мало разрядными. Как видно из рис. 5, показывающем распределение коэффициентов по их разрядности, таких малоразрядных сумматоров большинство. Это, несомненно, сокращает количество аппаратных ресурсов, необходимых для реализации блока обратного ДПУ (рис. 1).

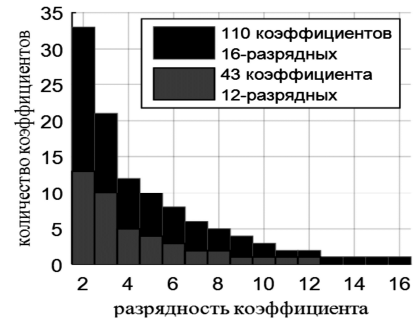
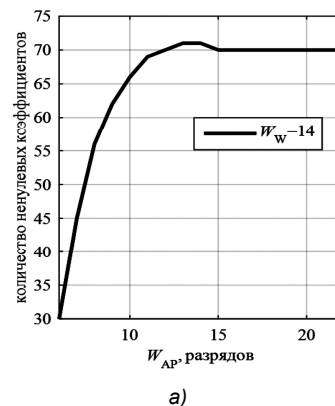


Рис. 5. Распределение коэффициентов разложения косинуса по их разрядности

В ходе математического моделирования установлено, что при некоторой заданной разрядности  $W_W$ , количество, индексы и значения ненулевых коэффициентов  $c_i$  с ростом  $W_{AP}$ , начиная с некоторого значения  $W_{AP}^{GP}$ , не изменяются. Для примера на рис. 6 показаны зависимости количества ненулевых коэффициентов и нормированной среднеквадратической ошибки  $NMSE$  [4] (Normalized Mean-Square Error) восстановления косинуса от разрядности  $W_{AP}$  при  $W_W = 14$  разрядов. Так, начиная с  $W_{AP}^{GP} = 15$  разрядов, количество ненулевых коэффициентов остаётся постоянным и равным 70 (рис. 6, а). С помощью этих 70 коэффициентов можно восстановить косинус с  $NMSE$  лучше чем -65.54 дБ (рис. 6, б). Такое поведение объясняется тем, что с ростом  $W_{AP}$  более  $W_{AP}^{GP}$  общее количество коэффициентов увеличивается, но все новые коэффициенты по модулю меньше 0.5 МЗР, поэтому они округляются в ноль.

Данный факт позволяет рассчитывать коэффициенты  $c_i$ , используя (4), для больших разрядностей аккумулятора фазы  $W_{AP}$  при значительно меньшем объеме вычислений простой заменой  $N = 2^{W_{AP}}$  на  $N^{GP} = 2^{W_{AP}^{GP}}$ .



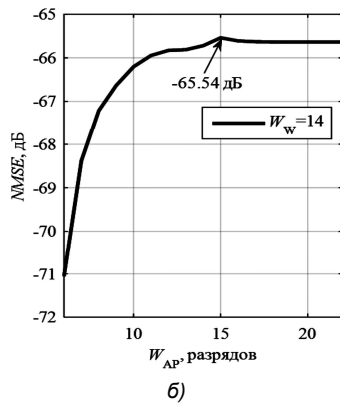


Рис. 6. К расчету коэффициентов Уолша при больших разрядностях аккумулятора фазы

Также следует отметить, что широко применяемое в реализации цифровых синтезаторов свойство периодичности и симметричности функции косинуса, позволяющее воспроизводить только четверть периода с последующим её преобразованием до целого периода, не даёт выигрыша в случае преобразователя фаза-косинус на основе базиса функций Уолша. Так как разложение целого периода косинуса и его четверти по базису Уолша даёт одинаковое количество ненулевых коэффициентов.

### Оценка ресурсов и сравнение с классическим цифровым синтезатором

Чтобы оценить количество ресурсов, требуемых для реализации предлагаемого синтезатора, и сравнить его с классическим синтезатором на блоках памяти, использовалось программное обеспечение Xilinx Vivado 2015.1 [13]. Для этого оба синтезатора были реализованы с помощью языка описания аппаратуры Verilog и скомпилированы под программируемую логическую интегральную схему (ПЛИС) xc7vx690tffg1761-2 семейства Virtex-7 [13]. При этом общие параметры синтезаторов выбирались одинаковыми: разрядность аккумулятора фазы  $W_{AP} = 32$ , разрядность выходного косинуса  $W_D = 16$ , а индивидуальные параметры такими, чтобы обеспечить приблизительно одинаковое качество генерируемого сигнала. А именно для классического синтезатора фазовые слова усекались с 32 разрядов до 18, что соответствует объему памяти  $2^{18-2} \times 15 = 960$  Кбит и обеспечивает показатели качества  $NMSE = -95.1$  дБ и максимальный уровень побочных спектральных составляющих  $PLSH = -108.1$  дБ (Peak Level of Spurious Harmonics). Для синтезатора Уолша разрядность преобразователя фаза-косинус принималась равной  $W_W = 20$ , что дает уровни  $NMSE = -94.3$  дБ и  $PLSH = -115.3$  дБ. Для  $W_W = 20$  получается 245 ненулевых коэффициентов, и для их расчета использовалось значение  $W_{AP}^{GP} = 21$  вместо 32. Ресурсы, необходимые для реализации аккумуляторов фазы, при сравнении не учитывались, поскольку они одинаковые для обоих синтезаторов. Для оценки «чистого» количества требуемых ресурсов без учета регистров конвейеризации, преобразователи фаза-косинус реализовывались как комбинационная схема на базе логических примитивов ПЛИС: таблиц соответствия (slice LUT, Look-Up Table) и мультиплексоров (mux, Multiplexer). Быстродействие комбинационной схемы оце-

нивалось максимальной задержкой сигнала (latency) при прохождении его от входа преобразователя к выходу. Результаты сравнения приведены в табл. 1.

Как видно из таблицы предлагаемый преобразователь фаза-косинус на основе базиса функций Уолша требует примерно в 5 раз меньше ресурсов, чем классический преобразователь на блоках памяти.

Таблица 1. Сравнение преобразователей фаза-косинус

| Тип                                       | slice LUT | mux  | Latency  |
|---|-----------|------|----------|
| Классический преобразователь фаза-косинус | 6087      | 1554 | 7.087 нс |
| Преобразователь фаза-косинус по Уолшу     | 1496      | 0    | 7.579 нс |

### Заключение

Таким образом, в статье предложен цифровой синтезатор частот, основанный на обратном дискретном преобразовании Уолша, позволяющий получить требуемое качество генерируемого гармонического сигнала при приемлемых аппаратных затратах. Предлагаемый преобразователь фаза-косинус примерно в пять раз проще, по сравнению с классическим преобразователем на блоках памяти при одинаковом уровне качества генерируемого сигнала. Синтезатор рекомендуется для реализации на программируемой логике или в виде специализированных микросхем.

### Литература

1. Синтезаторы частот: Учебное пособие / Шахтарин Б.И., Прохладин Г.Н., Иванов А.А., Быков А.А., Чечулина А.А., Гречищев Д.Ю. - М.: Горячая линия - Телеком, 2007. – 128 с.
2. Tierney J., Rader C.M., Gold B. A digital frequency synthesizer // IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics. 1971. Vol.19. No. 3. P. 48–57.
3. Смекалов А.И. Метод прямого цифрового синтеза гармонического сигнала. Анализ и математическое моделирование // Радиотехника. 2011. №1. С.16-29.
4. Смекалов А.И., Джиган В.И. Применение линейной интерполяции сигнала в прямом цифровом синтезе частот // Телекоммуникации. 2015. №9. – С.2-7.
5. Джиган В.И., Смекалов А.И. Цифровой синтезатор с прямым вычислением гармонического сигнала // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2015. Том 20. №6. С. 625-633.
6. Kampak M., Popok G. Low-spur numerically controlled oscillator using Taylor series approximation // XI International PhD Workshop OWD 2009.
7. Wheatley C.E., Phillips D.E. Spurious suppression in direct digital synthesizers // Proceedings of the 35th Annual Frequency Control Symposium. 1981. – P.428.
8. Sunderland D.A. CMOS/SOS frequency synthesizer LSI circuit for spread spectrum communications // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1984. Vol. SC-19. No. 4. – P.497-506.
9. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша: теория и применения. М.: Наука, 1987. – 352 с.
10. Смекалов А.И. Применение базиса функций Уолша в цифровом синтезе частот // 18-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2016». Москва, 2016.
11. Смекалов А.И. Реализация цифрового синтезатора частот на основе базиса функций Уолша // Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС-2016». Москва. 2016. С. 127-132.
12. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ–Санкт-Петербург, 2007. 800 с.
13. URL: <http://www.xilinx.com> (дата обращения: 29.05.2016).

УДК 519.246.27

## ЦИФРОВОЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ МЕТОДА УСРЕДНЕНИЯ ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПСЕВДОАНСАМБЛЯ СЕГМЕНТОВ ЗНАКОВОГО СИГНАЛА

*Якимов В.Н., д.т.н., профессор Самарского государственного технического университета,  
e-mail: yvnr@hotmail.com;*

*Машков А.В., преподаватель Самарского государственного технического университета, e-mail: mavstu@list.ru;*

*Горбачев О.В., специалист департамента разработки ПО ООО «Открытый код»,  
e-mail: oleg.gorbachev@gmail.com.*

### DIGITAL HARMONIC ANALYSIS BASED ON THE METHOD OF AVERAGING THE FOURIER TRANSFORM OF SEGMENTS PSEUDO-ENSEMBLE OF SIGN-FUNCTION SIGNAL

*Yakimov V.N., Mashkov A.V., Gorbachev O.V.*

*Fast digital algorithms for computing amplitude spectrum estimates based on the sign-function analog stochastic quantization of the stochastic processes. In order to increase the statistical evaluation of the amplitude spectrum stability is used the method of averaging the results of Fourier transform pseudo-ensemble of sign-function signal segment, which is formed in the course of the sign-function analog stochastic quantization. The results of experimental calculations of amplitude spectrum estimations are presented for the multi-component model of harmonics in the additive noise for one, three, seven and twelve segments.*

**Key words:** harmonic analysis, Fourier transform, random process, amplitude spectrum, sign-function analog-stochastic quantization, fast algorithm.

**Ключевые слова:** гармонический анализ, преобразование Фурье, случайный процесс, спектр амплитуд, знаковое аналого-стохастическое квантование, быстрые алгоритмы.

#### Введение

Гармонический анализ является одним из наиболее эффективных инструментов исследования случайных процессов (СП). В ходе гармонического анализа осуществляется оценивание спектра амплитуд, который позволяет получить представление о распределении мощности СП по дискретным частотам составляющих его гармоник. С прикладной точки зрения это имеет важнейшее значение, в частности, для диагностики и неразрушающего контроля текущего состояния технических систем, когда дискретные компоненты оцениваются на фоне случайных возмущений.

В настоящее время гармонический анализ обычно предполагает реализацию процедур обработки наблюдаемой реализации СП в цифровом виде. При этом широкое применение получило прямое дискретное преобразование Фурье [1]. На основе данного преобразования разработаны различные методы и подходы для цифрового оценивания гармонических компонент СП. Однако существует проблема, заключающаяся в том, что при анализе многокомпонентных широкополосных СП для вычисления дискретного спектра амплитуд классические цифровые алгоритмы гармонического анализа даже при использовании быстрого преобразования Фурье могут потребовать существенных временных затрат на обработку многозарядных отсчетов,

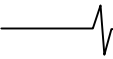
*Разработан цифровой алгоритм вычисления оценок спектра амплитуд на основе знакового аналого-стохастического квантования исследуемых случайных процессов. Для повышения статистической устойчивости оценивания спектра амплитуд используется метод усреднения результатов Фурье-преобразования псевдоансамбля сегментов знакового сигнала, который формируется в ходе выполнения знакового аналого-стохастического квантования. Приведены результаты экспериментального вычисления оценок спектра амплитуд для многокомпонентной модели гармонических составляющих в аддитивном шуме по одному, трем, семи и двенадцати сегментам.*

формируемых в результате выполнения традиционного аналого-цифрового преобразования, основу которого составляют процедуры равномерной дискретизации во времени и многоуровневого квантования. Данное обстоятельство приводит к необходимости разработки новых цифровых алгоритмов гармонического анализа, позволяющих упростить выполнение преобразования Фурье и снизить вычислительную нагрузку оценивания дискретного спектра амплитуд.

#### Предлагаемый подход

Получить эффективное решение упрощения выполнения цифровых процедур гармонического анализа можно за счет использования в качестве первичного преобразования исследуемого СП  $X(t)$  знакового аналого-стохастического квантования. Данный вид квантования основан на формировании знакового сигнала [2-4]:

$$z(t) = \begin{cases} -1, & \overset{\circ}{x}(t) + \xi(t) < 0; \\ +1, & \overset{\circ}{x}(t) + \xi(t) \geq 0. \end{cases}, \quad (1)$$



где  $\overset{\circ}{x}(t)$  – центрированная, т.е. имеющая нулевое математическое ожидание, наблюдаемая реализация исследуемого многокомпонентного СП  $X(t)$ ;  $\xi(t)$  – вспомогательный случайный процесс (ВСП), который выполняет функцию стохастического порога квантования.

ВСП  $\xi(t)$  принимает значения в пределах интервала  $-\xi_{\max} \leq \xi(t) \leq +\xi_{\max}$  и имеет равномерное распределение. Здесь  $\xi_{\max} \geq |\overset{\circ}{x}(t)|_{\max}$ , где  $|\overset{\circ}{x}(t)|_{\max}$  – максимально возможное по абсолютной величине значение, которое может принять  $\overset{\circ}{x}(t)$ .

Согласно предложенному в [5-9] подходу, разработанному на основе знакового аналого-стохастического квантования, в ходе гармонического анализа оценки коэффициентов Фурье вычисляются в пределах интервала времени  $0 \leq t \leq T$  с шагом дискретизации по частоте  $f_0 = T^{-1}$  следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{a}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_0^T z(t) \cos(2\pi k f_0 t) dt ; \\ \hat{b}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_0^T z(t) \sin(2\pi k f_0 t) dt ; \end{cases} \quad (2)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots, K$ ;  $K$  – число подлежащих оцениванию гармонических компонент с дискретными частотами  $kf_0$ .

В [5] показано, что оценки  $\hat{a}_k$  и  $\hat{b}_k$  являются несмещенными и состоятельными. В соответствии со свойством состоятельности для дисперсий  $D[\hat{a}_k]$  и  $D[\hat{b}_k]$  имеем:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} D[\hat{a}_k] = 0 \text{ и } \lim_{T \rightarrow \infty} D[\hat{b}_k] = 0. \quad (3)$$

Предельные соотношения (3) свидетельствуют о том, что оценки  $\hat{a}_k$  и  $\hat{b}_k$  при  $T \rightarrow \infty$  сходятся по вероятности к искомым коэффициентам Фурье. Исходя из этого, для уменьшения их дисперсий используем метод сегментирования и усреднения, который, в частности, описан в работе [10]. Согласно этому методу будем вычислять оценки  $\hat{a}_k$  и  $\hat{b}_k$  по отдельным сегментам знакового сигнала  $z(t)$  с последующим усреднением полученных результатов.

На рис.1 представлена иллюстрация результата процедуры сегментирования знакового сигнала  $z(t)$ . Сегменты  $z(m, t)$ , длительность каждого из которых

равна  $T$ , сдвинуты во времени друг относительно друга на значение  $T_0$  и связаны со знаковым сигналом  $z(t)$  соотношением:

$$z(m, t) = z(t + (m-1)T_0), \quad 0 \leq t \leq T, \quad 1 \leq m \leq M, \quad (4)$$

где  $M$  число сегментов.

В приведенном на рис. 1 примере  $T_0 = T/3$ , т.е. имеет место частичное перекрытие сегментов. Целью такого формирования сегментов является увеличение их числа при заданной или ограниченной общей продолжительности времени гармонического анализа  $T_A$ .

В соответствии с (2) оценки коэффициентов ряда Фурье  $\hat{a}_k$  и  $\hat{b}_k$  в процессе гармонического анализа для каждого из сегментов  $z(m, t)$  в пределах интервала времени его формирования  $(m-1)T_0 \leq t \leq (m-1)T_0 + T$  будем искать в следующем виде:

$$\begin{cases} \hat{a}_{k,m} = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_{(m-1)T_0}^{(m-1)T_0+T} z(t) \cos(2\pi k f_0 t) dt ; \\ \hat{b}_{k,m} = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_{(m-1)T_0}^{(m-1)T_0+T} z(t) \sin(2\pi k f_0 t) dt . \end{cases} \quad (5)$$

Оценки амплитудного спектра будем вычислять следующим образом:

$$\hat{A}_k = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{A}_{k,m} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sqrt{\hat{a}_{k,m}^2 + \hat{b}_{k,m}^2}. \quad (6)$$

Знаковый сигнал  $z(t)$  ограничен по уровню и его значения строго последовательно сменяют друг друга во времени. Это позволяет каждый сегмент  $z(m, t)$  однозначно представить в дискретной форме. Для этого достаточно знать только одно его начальное значение  $z((m-1)T_0)$  и множество отсчетов времени  $t_i^z$ , в который знаковый сигнал  $z(t)$  пересекает нулевой уровень (т.е. меняют свое текущее значение на противоположенное) в пределах интервала времени формирования этого сегмента. В соответствии с этим, введя предварительно обозначения  $t_{v(m)}^z = (m-1)T_0$  и  $t_{p(m)}^z = (m-1)T_0 + T$ , будем иметь  $M$  множеств, представляющих собой описание в дискретной форме сегментов  $z(m, t)$ :

$$\{z(t_{v(m)}^z); t_i^z\}, \text{ где } 1 \leq m \leq M \text{ и } v(m) \leq i \leq p(m). \quad (7)$$

Индексы  $v(m)$  и  $p(m)$  являются целыми числами и обозначены именно так, чтобы показать их зависимость от номера сегмента  $z(m, t)$ .

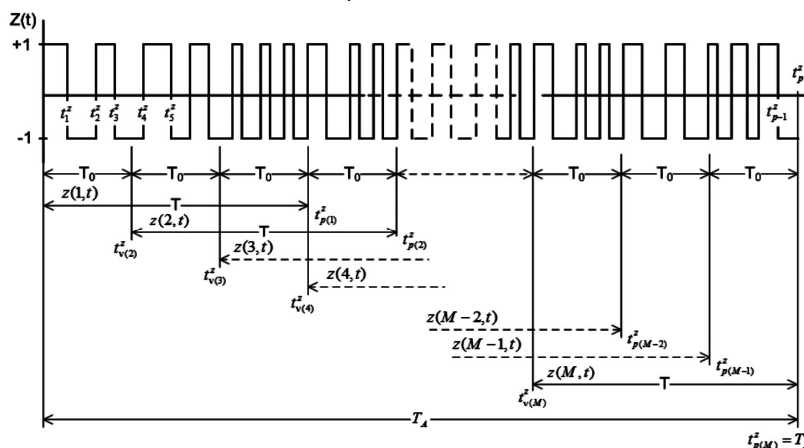


Рис. 1. Сегментирование знакового сигнала  $z(t)$



Принимая во внимание, что для каждого из сегментов  $z(m, t)$  в пределах интервалов времени  $t_i^z \leq t \leq t_{i+1}^z$ , где  $v(m) \leq i \leq p(m) - 1$ , его значения остаются постоянными и равны только «-1» или «+1», интегралы в (5) могут быть представлены в виде суммы интегралов:

$$\begin{cases} \hat{a}_{k,m} = 2\xi_{\max} T^{-1} z(t_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)-1} (-1)^{i-v(m)} \int_{t_i^z}^{t_{i+1}^z} \cos(2\pi k f_0 t) dt; \\ \hat{b}_{k,m} = 2\xi_{\max} T^{-1} z(t_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)-1} (-1)^{i-v(m)} \int_{t_i^z}^{t_{i+1}^z} \sin(2\pi k f_0 t) dt. \end{cases} \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что интегралы в (8) могут быть вычислены аналитически. Тогда после интегрирования получаем:

$$\begin{cases} \hat{a}_{k,m} = -2\alpha_k z(t_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \sin(2\pi k f_0 t_i^z); \\ \hat{b}_{k,m} = 2\alpha_k z(t_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \cos(2\pi k f_0 t_i^z); \end{cases} \quad (9)$$

$$\alpha_k = \frac{\xi_{\max}}{k\pi} \text{ и } \lambda_i = \begin{cases} 1, & i = v(m) \text{ и } i = p(m); \\ 2, & v(m) + 1 \leq i \leq p(m) - 1. \end{cases}$$

Оценки спектра квадрата амплитуд будут вычисляться следующим образом:

$$\hat{A}_{k,m}^2 = \hat{a}_{k,m}^2 + \hat{b}_{k,m}^2 = S 2\alpha_k^2 \times \left( \mathcal{G}_m + \sum_{i=v(m)}^{p(m)-1} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \sum_{j=i+1}^{p(m)} (-1)^{j-v(m)} \lambda_j \cos 2\pi k f_0 t_{j,i}^z \right), \quad (10)$$

где  $\mathcal{G}_m = 2(p(m) - v(m)) - 1$  и  $t_{j,i}^z = t_j^z - t_i^z$ .

Для того чтобы иметь возможность использовать (9) и (10) на практике перейдем к числовому представлению дискретных отсчетов времени  $\{t_i^z\}$ . Согласно классическому подходу к цифровому представлению интервалов времени будем иметь:

$$\eta_i^z = \text{int}[t_i^z / \Delta t],$$

где  $\text{int}[\dots]$  – оператор определения целой части числа в квадратных скобках;  $\Delta t$  – период счетных импульсов.

В результате получаем множество целых чисел  $\{\eta_i^z\}$ . При этом  $N = \text{int}[T / \Delta t]$  и  $N_0 = \text{int}[T_0 / \Delta t]$ . В соответствии с этим будем иметь:

$$\eta_{v(m)}^z = (m-1)N_0 \text{ и } \eta_{p(m)}^z = (m-1)N_0 + N.$$

В итоге (9) и (10) примут вид:

$$\begin{cases} \hat{a}_{k,m} = -2\alpha_k z(\eta_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \sin(2\pi k f_0 \eta_i^z); \\ \hat{b}_{k,m} = 2\alpha_k z(\eta_{v(m)}^z) \sum_{i=v(m)}^{p(m)} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \cos(2\pi k f_0 \eta_i^z); \end{cases} \quad (11)$$

$$\hat{A}_{k,m}^2 = 2\alpha_k^2 \times \left( \mathcal{G}_m + \sum_{i=v(m)}^{p(m)-1} (-1)^{i-v(m)} \lambda_i \sum_{j=i+1}^{p(m)} (-1)^{j-v(m)} \lambda_j \cos 2\pi k f_0 \eta_{j,i}^z \right), \quad (12)$$

где  $\eta_{j,i}^z = \eta_j^z - \eta_i^z$ .

Соотношения (11) и (12) представляют собой цифровые алгоритмы вычисления дискретных оценок  $\hat{a}_{k,m}$ ,

$\hat{b}_{k,m}$  и  $\hat{A}_{k,m}^2$  с частотами  $k f_0$ . Они не требуют выполнения многоразрядных цифровых операций умножения. Хорошо видно, что основными операциями этих алгоритмов являются арифметические операции суммирования и вычитания фильтрующих функций  $\sin$  и  $\cos$ . Данное обстоятельство ведет к повышению быстродействия выполнения процедур гармонического анализа.

### Эксперимент

На основе алгоритмов (11) и (12) был разработан специализированный программный модуль, предназначенный для функционирования в составе комплексного программного обеспечения измерительной системы для оперативного статистического анализа многокомпонентных процессов.

Для проверки метрологических характеристик разработанных алгоритмов были проведены экспериментальные исследования на основе имитационного моделирования процедуры аналого-стохастического квантования.

При этом модель централизованной реализации  $x(t)$  анализируемого СП представляла собой сумму независимых в статистическом смысле гармонических составляющих в аддитивном белом шуме  $e(t)$ , т.е.

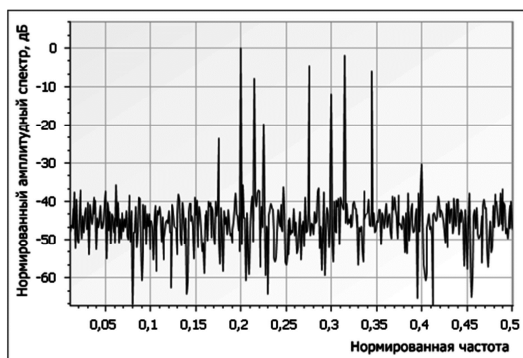
$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k^H \cos(2\pi f_k^H t + \varphi_k) + e(t).$$

Таблица 1. Параметры модели реализации  $x(t)$

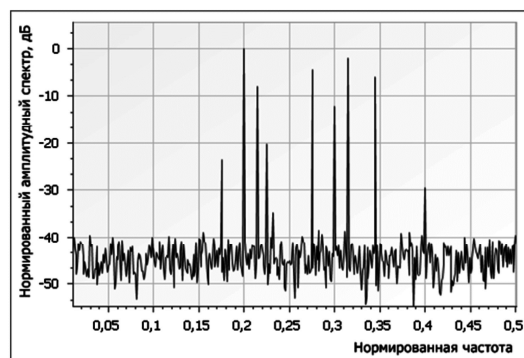
| Номер гармонической составляющей, $k$ | $A_k^H$ | $f_k^H$ | $A_k^2 / A_{\max}^2$ , дБ |
|---------------------------------------|---------|---------|---------------------------|
| 1                                     | 0,07    | 0,175   | -23,10                    |
| 2                                     | 1,0     | 0,2     | 0                         |
| 3                                     | 0,4     | 0,215   | -7,96                     |
| 4                                     | 0,1     | 0,225   | -20,00                    |
| 5                                     | 0,6     | 0,275   | -4,43                     |
| 6                                     | 0,25    | 0,3     | -12,04                    |
| 7                                     | 0,8     | 0,315   | -1,94                     |
| 8                                     | 0,5     | 0,345   | -6,02                     |
| 9                                     | 0,03    | 0,4     | -30,46                    |

Гармонические составляющие генерировались с частотами  $f_k^H \in ]0; 0,5]$ , которые интерпретировались как нормированные  $f_k^H = f_k / 2F_{\max}$ , где частота  $F_{\max}$  рассматривается как верхняя граничная частота диапазона, в пределах которого осуществляется гармонический анализ. Использование в ходе экспериментальных исследований понятия нормированных частот объясняется тем, что это обеспечивает постоянство частотного диапазона представления результатов гармонического анализа моделей СП, имеющих в априори различные частотные диапазоны. Амплитуды гармонических составляющих  $A_k^H$  принимались равными от нуля до единицы и также интерпретировались как нормированные. Начальные фазы  $\varphi_k$  гармонических составляющих задавались генератором равномерно распределенных величин из интервала  $-\pi \leq \varphi_k \leq \pi$ . Аддитивный шум  $e(t)$  представлял собой белый шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

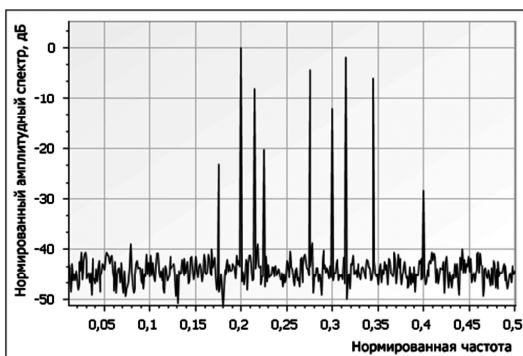
В частности, модель реализации  $x(t)$  содержала девять гармонических составляющих, параметры которых приведены в табл. 1. На рис. 2 представлены оценки



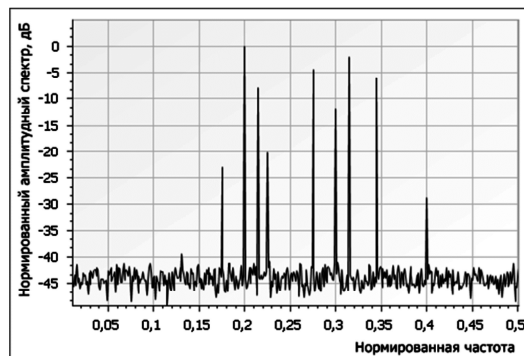
а) один сегмент



б) три сегмента



в) семь сегментов



г) двенадцать сегментов

Рис. 2. Оценка спектра амплитуд

спектра амплитуд в децибелах, полученные в результате обработки одного, трех, семи и двенадцати сегментов. При этом обработка сегментов проводилась с их половинным перекрытием.

Нетрудно видеть, что результаты моделирования хорошо согласуются с теоретическими значениями параметров гармонических составляющих модели. При этом с увеличением числа обрабатываемых сегментов наблюдается устойчивая тенденция к улучшению разрешения и идентификации гармонических составляющих в белом шуме. Уже для трех сегментов имеем однозначное разрешение по частоте гармонических составляющих для данной модели СП. На графике, полученном для семи сегментов, положение в спектре всех девяти гармонических составляющих точно соответствует их исходным значениям. Ложных спектральных пиков в спектре не наблюдается, также не наблюдается расщепление спектральных линий. Каждая спектральная линия четко различима, и сильные гармонические составляющие не маскируют слабые. Последний график (для двенадцати сегментов) дает визуальное представление о возможности существенного снижения влияния белого шума на результаты анализа с увеличением числа сегментов.

### Заключение

Таким образом, полученные результаты моделирования, позволяют сделать вывод о том, что с помощью разработанных алгоритмов можно с высокой точностью и разрешением по частоте осуществлять цифровой гармонический анализ многокомпонентных СП. При этом практическая реализация данных алгоритмов не требует выполнения многочисленных операций цифрового умножения многозарядных отсчетов наблюдаемых реализаций СП, что обеспечивает их более высокую вычислительную

эффективность по сравнению с классическими цифровыми процедурами гармонического анализа. Это существенно расширяет область возможного применения разработанных алгоритмов для решения задач, связанных с необходимостью проведения гармонического анализа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-00269-А).

### Литература

1. Малоземов В.Н., Машарский С.М. Основы дискретного гармонического анализа. – СПб.: Лань, 2012. – 304 с.
2. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. В 2 т. Т.1. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
3. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.
4. Якимов В.Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования // Техника машиностроения. – 2000. – №4. – С. 72-74.
5. Якимов В.Н. Частотный анализ дискретных составляющих колебательных процессов // Технология машиностроения. – 2001. – № 5. – С. 32-36.
6. Якимов В.Н. Цифровой гармонический анализ многокомпонентных случайных процессов // Измерительная техника. – 2006. – №4. – С. 22-26.
7. Yakimov V.N. Digital harmonic analysis of multicomponent random processes // Measurement Techniques. – Publisher: Springer US. 2006. Vol.49, № 4. P. 341-347.
8. Якимов В.Н., Горбачев О.В. Программно-аппаратное обеспечение системы оценки амплитудного спектра многокомпонентных процессов // Приборы и техника эксперимента. – 2013. – № 5. – С. 49-55.
9. Yakimov V.N., Gorbachev O.V. Firmware of the amplitude spectrum evaluating system for multicomponent processes // Instruments and Experimental Techniques. – Publisher: Springer US. 2013. Vol.56, № 5. P. 540-545.
10. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

УДК 621.372

## СИНТЕЗ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ РЕКУРСИВНЫХ ФИЛЬТРОВ С ПРОИЗВОЛЬНО ЗАДАННЫМИ СЕЛЕКТИВНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ

*Бугров В.Н., к.т.н., доцент Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского,  
e-mail: bug@rf.unn.ru.*

### INTEGER DESIGN OF IIR FILTERS WITH DIFFICULT SELECTIVE REQUIREMENTS

*Bugrov V.N.*

*The integer simulation and development infinite impulse response (IIR) filters taking into account the possibilities of their realization on digital integer platforms are considered. The problem statement and solution of multifunctional synthesis of digital filters such a problem on the basis of the numerical methods of integer nonlinear mathematical programming are given. As an several typical examples, the problem solution of synthesis of IIR-filters with difficult selective requirements has been given. The analysis of their characteristics is resulted.*

**Key words:** the integer IIR-filter, integer nonlinear programming, multifunctional synthesis, criterion function.

**Ключевые слова:** целочисленный рекурсивный фильтр, целочисленное нелинейное программирование, многофункциональный синтез, целевая функция.

#### Введение

Одним из наиболее востребованных алгоритмов цифровой обработки сигналов является, как известно, цифровая фильтрация. В современных цифровых системах доля цифровой фильтрации может составлять до половины общего объёма цифровых вычислений. Являясь устройствами частотной селекции входного сигнала, цифровые фильтры обычно разрабатываются на основе требований к их частотным характеристикам, таким как требуемые амплитудно-частотная (АЧХ), фазо-частотная характеристики (ФЧХ), требуемые характеристики групповой задержки. В настоящее время появляется множество прикладных задач с весьма сложными требованиями к амплитудной селекции полезного сигнала. Наиболее высокие возможности в удовлетворении таких сложных селективных требований имеют, как известно, рекурсивные цифровые фильтры (БИХ-фильтры). Однако классические методы проектирования рекурсивных цифровых фильтров по аналоговому прототипу с применением метода билинейного преобразования либо различных подходов, на нём базирующихся, не позволяют, как это показано в [1-3], синтезировать БИХ-фильтры со сложной, произвольной формой АЧХ, не дают возможности удовлетворить постоянно возрастающие селективные требования. Вещественный формат представления данных при билинейном преобразовании вынуждает квантовать их значения, что приводит к весьма нежелательным для работы такого БИХ-фильтра последствиям, таким как: искажение частотных характеристик, появление шумов квантования, необходимость масштабирования вещественных коэффициентов фильтра и возможность появления малых предельных циклов при квантовании результатов внутренних

*Рассматриваются вопросы целочисленного моделирования и синтеза рекурсивных (IIR) цифровых фильтров с учетом возможностей их реализации на цифровых платформах с целочисленной арифметикой вычислений. Приводится постановка и решение задачи многофункционального синтеза IIR-фильтров методами целочисленного нелинейного математического программирования. Иллюстрируется эффективность применения данного подхода на нескольких характерных примерах решения сложноселективных задач синтеза рекурсивных целочисленных фильтров. Проводится анализ характеристик синтезированных фильтров.*

вычислений. К тому же проектное решение в вещественных числах может быть реализовано только на специализированных сигнальных процессорах (в формате с плавающей запятой), тогда как наиболее перспективная на сегодняшний день программируемая логика, а также и микропроцессорные контроллеры, требуют целочисленной арифметики вычислений.

Возможность прямого синтеза цифровых БИХ-фильтров со сложными селективными требованиями непосредственно в целочисленном пространстве состояний может быть предоставлена методологией целочисленного нелинейного программирования (ЦНП), общее описание которой приведено в работах [1-6]. Идеология ЦНП позволяет эффективно проектировать целочисленные рекурсивные фильтры с заданной разрядностью представления данных при максимальном выполнении требований к совокупности частотных характеристик фильтра при произвольной форме их задания. Важным достоинством таких целочисленных цифровых фильтров (ЦЦФ) является отсутствие процедуры квантования как коэффициентов фильтра, так и результатов промежуточных вычислений в ходе расчёта отклика фильтра в реальном времени, а, следовательно, и отсутствие негативных последствий квантования данных, перечисленных выше.

В данной статье приводятся несколько характерных примеров решения сложноселективных задач синтеза рекурсивных целочисленных фильтров компьютерным

пакетом ЦНП, примеров, иллюстрирующих принципиальные возможности данного подхода к многофункциональному проектированию цифровых систем.

### Моделирование и синтез рекурсивного ЦЦФ

Рекурсивные фильтры, являясь дискретными линейными системами с обратной связью (рекурсией), обладают значительно большими селективными возможностями по сравнению с нерекурсивными, поэтому они позволяют реализовать требуемые сложные формы частотных характеристик цифрового фильтра значительно меньшим порядком фильтра. Что касается структуры построения рекурсивных фильтров, то в [3, 7] приведено сравнение каскадных, параллельных, прямых и волновых структур построения цифровых БИХ-фильтров, и показано, что каскадная структура является наилучшей. Поэтому в настоящее время построение рекурсивных ЦЦФ в форме каскадного соединения звеньев первого или второго порядка прямой формы на практике используется наиболее часто.

Передачная функция для рекурсивного ЦЦФ, состоящего из каскадного соединения  $m$ -звеньев второго порядка ( $m = N/2$ ), имеет следующий вид [1, 3]:

$$H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad (1)$$

где комплексная переменная  $z$  при переходе к описанию комплексной частотной характеристики принимает значение  $z = e^{j\omega}$ , а  $\omega = \frac{2\pi f}{F_d}$  – приведенная круговая частота.

Все коэффициенты системной функции (1) являются целочисленными, а их интервал изменения (вариации) определяется заданной длиной битового слова (разрядностью) коэффициентов фильтра. Целочисленный рекурсивный фильтр будет устойчив, если все полюсы  $p_i$  передаточной функции лежат внутри единичного круга в  $Z$  – плоскости:

$$|Zp_i| < 1. \quad (2)$$

Из соотношения (1) легко получается разностное уравнение для одного звена фильтра:

$$y_n = (b_0x_n + b_1x_{n-1} + b_2x_{n-2} - a_1x_{n-1} - a_2x_{n-2}) / a_0, \quad (3)$$

где  $x_n, y_n$  – входная и выходная целочисленные временные последовательности,  $a_0$  – масштабирующий множитель.

Как видно из (3), при вычислении отклика фильтра должна выполняться операция деления на целочисленный коэффициент  $a_0$ , которая может быть реализована операцией сдвига при условии принадлежности каждого  $i$ -го коэффициента биномиальному целочисленному ряду:

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k} \quad i = \overline{1, m}, \quad (4)$$

где  $W_k$  – длина битового слова целочисленных коэффициентов фильтра.

На рис. 1 приведена типичная структура звеньев рекурсивного целочисленного фильтра, соответствующая разностному уравнению (3). Как видно, при аппаратной его реализации на кристалле для вычисления отклика фильтра  $y_n$  кроме традиционных операций сложения, умноже-

ния и задержки на такт присутствует операция сдвига на  $B = \log_2 a_0$  бит, с помощью которой реализуется целочисленное деление на биномиальный коэффициент  $a_0$ .

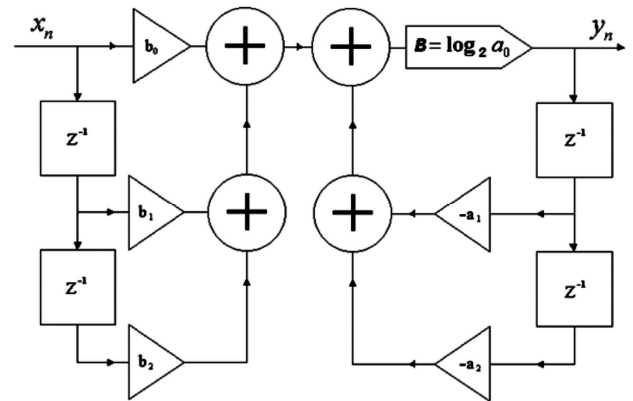


Рис. 1. Структура звена рекурсивного ЦЦФ

Таким образом, при расчёте отклика фильтра используется минимальное количество базовых операций, причём все эти операции целочисленные, что определяет высокое быстродействие рекурсивного ЦЦФ при работе в реальном времени. Что касается результатов необходимых для расчёта отклика промежуточных вычислений, то все они также являются целочисленными, и при заданной битовой разрядности квантования входного сигнала  $W_x$  достаточно выделить внутренний аккумуляторный регистр с разрядностью

$$W_{ak} = W_x + W_k + 2 [\text{бум}]$$

для хранения результата целочисленного умножения с накоплением, осуществляемого по алгоритму (3).

Как известно, в каскадных формах построения цифровых фильтров необходима процедура масштабирования сигнала, что позволяет каскадному фильтру работать в широком динамическом диапазоне входных сигналов. Однако, в каскадных ЦЦФ расчёт такого масштабирования целочисленного звена гораздо легче осуществлять не применением  $Lp$ -нормы, а прямым введением требования обеспечения малого разброса коэффициентов передачи отдельных звеньев. Формально требования масштабирования усиления записываются двусторонними функциональными ограничениями экстремальной задачи ЦНП-синтеза [1, 4].

В общем виде задачу целочисленного нелинейного программирования при машинном синтезе рекурсивного ЦЦФ можно записать так [4]:

$$F^o(\mathbf{IX}) = \min F(\mathbf{IX}) \quad (5)$$

$$\mathbf{IX} \in I^{6m}$$

$$-2^{W_k} - 1 \leq a_{di} \leq 2^{W_k} - 1 \quad d = \overline{1, 2} \quad i = \overline{1, m}, \quad (6)$$

$$-2^{W_k} - 1 \leq b_{di} \leq 2^{W_k} - 1 \quad d = \overline{0, 2} \quad i = \overline{1, m},$$

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k} \quad i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

$$|Zp_i| < 1 \quad i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

$$K_i^{\min} \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq K_i^{\max} \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

где  $m$  – число звеньев второго порядка,  $\mathbf{IX}$  – вектор многомерного целочисленного пространства параметров (коэффициентов),  $F(\mathbf{IX})$  – целевая функция,  $d$  – индекс коэффициента передаточной функции звена (1),  $K_i^{\min}$ ,

$K_i^{max}$  – допустимые границы изменения коэффициента усиления  $i$ -го звена.

Экстремальная задача синтеза (5) записана относительно целочисленного пространства  $I^{6m}$  параметров (коэффициентов фильтра), размерностью  $6m$ . Ограничения (6) задают границы изменения этих целочисленных коэффициентов, а соотношение (7) определяет принадлежность коэффициентов  $a_{0i}$  биномиальному ряду. Функциональные ограничения (8) контролируют в процессе синтеза условие устойчивости рекурсивного фильтра по всем полюсам коэффициента передачи, а ограничения (9), как уже сказано выше, масштабируют коэффициенты передачи звеньев в заданный интервал.

Многофункциональное задание целевой функции наиболее часто формируется в виде взвешенной суммы (10) частных целевых функций  $f_i(\mathbf{IX})$ , которые определяют выполнение функциональных требований по той или иной частотной характеристике фильтра [5]:

$$F(\mathbf{IX}) = \sum_i \beta_i \cdot f_i(\mathbf{IX}). \quad (10)$$

Коэффициент  $\beta_i$  задает значимость (вес) характеристики ( $i$ -го частотного окна). Сами частные целевые функции  $f_i(\mathbf{IX})$  формирует функциональный редактор пакета синтеза по критерию минимума среднеквадратичного отклонения

$$f_i(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2}, \quad (11)$$

либо по критерию минимизации максимальной ошибки:

$$f_i(\mathbf{IX}) = \max_n \{ |Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T|^2 \}, \quad (12)$$

где  $Y_n(\mathbf{IX})$  – текущее значение характеристики фильтра на  $n$ -ой дискретной частоте диапазона определения, а  $Y_n^T$  – требуемое значение частотной характеристики.

Поисковое итеративное решение экстремальной задачи ЦНП (5) в заданном пространстве параметров осуществляет программный алгоритмический комплекс [4, 8], обращаясь к модельному блоку программы для расчёта текущих функциональных характеристик фильтра. Вектор  $\mathbf{IX}^0$ , минимизирующий скалярную целевую функцию  $F(\mathbf{IX})$  на множестве допустимых целочисленных решений (6), является эффективным решением задачи параметрического ЦНП-синтеза рекурсивного ЦЦФ.

Рассмотрим некоторые характерные примеры синтеза рекурсивных ЦЦФ со сложными селективными требованиями.

### Рекурсивный фильтр верхних частот с линейной фазой

Рекурсивные фильтры нижних частот (ФНЧ) с линейной ФЧХ в целочисленном пространстве параметров

синтезируются наиболее просто [2, 9]. Однако методом ЦНП возможен синтез и фильтров верхних частот (ФВЧ) с требуемой фазовой линейностью в полосе пропускания. При синтезе рекурсивного ФВЧ с линейной фазой целевая функция формируется в виде взвешенной суммы частных целевых функций  $f_{AЧХ}(\mathbf{IX})$  и  $f_{ФЧХ}(\mathbf{IX})$ , обеспечивающих соответственно выполнение требований как к амплитудной селективности фильтра, так и к линейности его фазы

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_{AЧХ}(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_{ФЧХ}(\mathbf{IX}), \quad (13)$$

$$f_{ФЧХ}(\mathbf{IX}) = \Delta\varphi_{MAX} = \max |\varphi(\mathbf{IX}) - \varphi^L|,$$

где  $\varphi^L$  – требуемая линейная ФЧХ фильтра верхних частот.

Графики требуемых АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 2 (выделены пунктиром).

Относительно целевой функции (13) задача целочисленного программирования для синтеза рекурсивного ФВЧ в форме каскадного соединения пяти звеньев второго порядка прямой формы с разрядностью представления данных  $W_k = 10$  бит записывается так:

$$F^0(\mathbf{IX}^0) = \min F(\mathbf{IX}) \quad (14)$$

$$\mathbf{IX} \in I^{25}$$

$$-511 \leq a_{di} \leq 511 \quad d = \overline{1,2} \quad i = \overline{1,5}, \quad (15)$$

$$-511 \leq b_{di} \leq 511 \quad d = \overline{1,2} \quad i = \overline{1,5},$$

$$a_{0i} = 512 \quad i = \overline{1,5}, \quad (16)$$

$$|Z_{pj}| < 1,$$

$$1,0 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 3,0 \quad i = \overline{1,5}. \quad (17)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 25-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (15) при фиксированных нормирующих коэффициентах (16) и выполнении функциональных ограничений масштабирования сигнала (17).

В табл. 1 приведены оптимальные значения целочисленных 10-битовых коэффициентов передаточной функции ФВЧ, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев. АЧХ и ФЧХ фильтра по синтезу представлены на рис. 2. Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 10 минут.

В качестве цифровой платформы для аппаратной реализации синтезированного ФВЧ была выбрана программируемая логическая схема Spartan 3AN FPGA фирмы XILINX. Программирование осуществлялось на языке VHDL под заданную структуру фильтра и найденные целочисленные коэффициенты её звеньев (табл. 1).

Таблица 1. Оптимальные коэффициенты целочисленного ФВЧ

| Звено фильтра | Коэффициенты передаточной функции фильтра |       |       |       |       | Усиление звена $K_{max}$ |
|---------------|---|-------|-------|-------|-------|--------------------------|
|               | $a_1$                                     | $a_2$ | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |                          |
| 1             | 225                                       | 56    | 18    | 8     | 89    | 1,14                     |
| 2             | 130                                       | 60    | -130  | 183   | -105  | 2,25                     |
| 3             | -207                                      | 144   | 35    | 254   | -142  | 2,61                     |
| 4             | -30                                       | 71    | -36   | -187  | -387  | 2,44                     |
| 5             | -202                                      | 66    | 122   | 392   | -249  | 2,93                     |

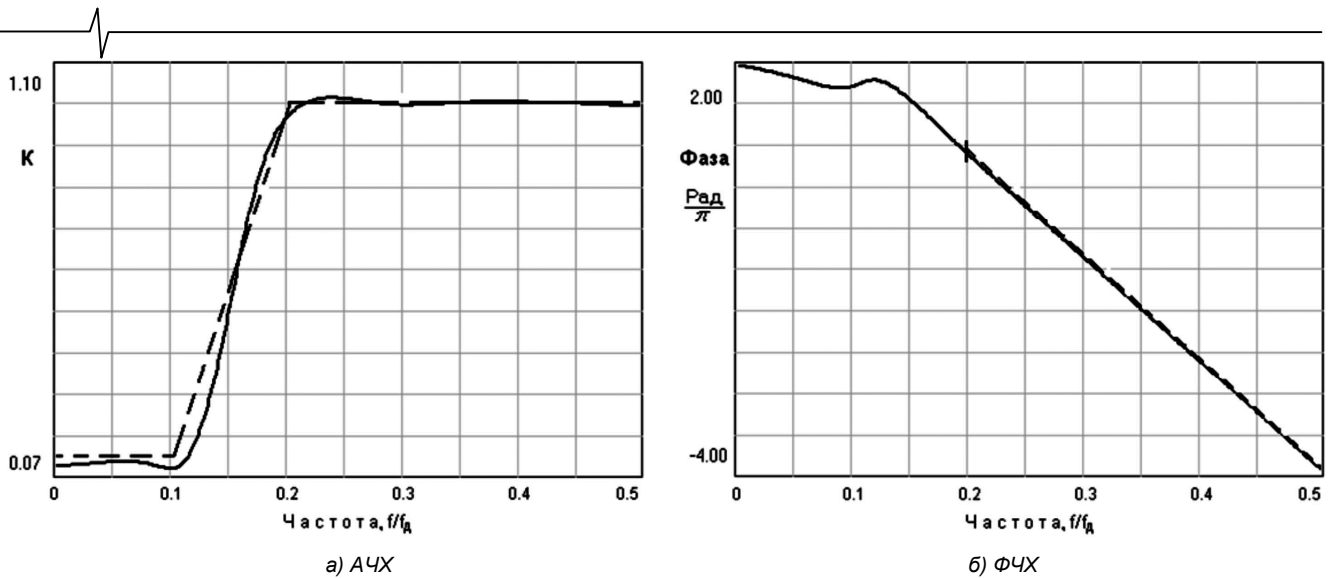


Рис. 2. Характеристики ФВЧ по синтезу

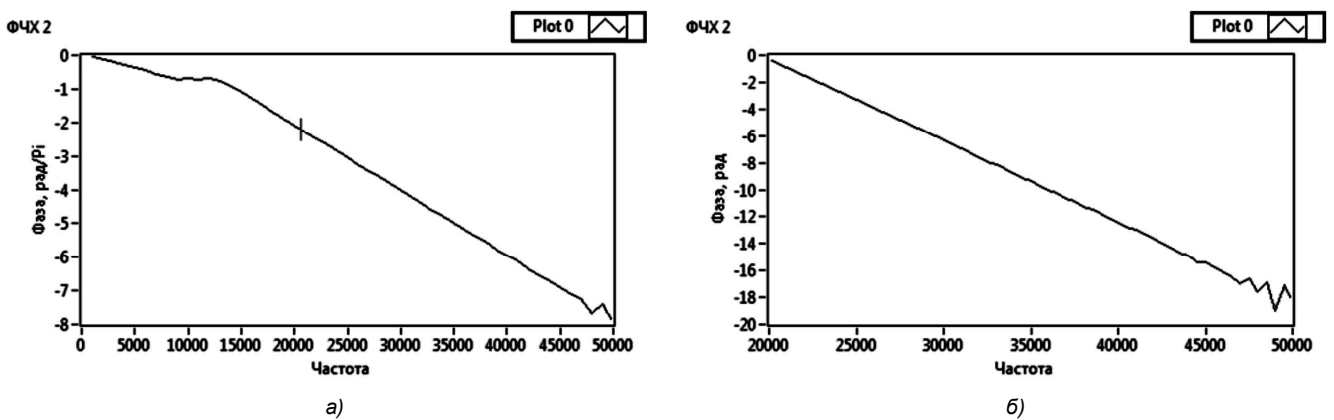


Рис. 3. Экспериментальные измерения ФЧХ на всём интервале Найквиста (а), и только в полосе пропускания фильтра (б)

Измерение частотных характеристик фильтра осуществляется на реальном сигнале с помощью автоматизированной панорамной измерительной системы, разработанной в среде виртуальных приборов LabVIEW. Экспериментальные графики ФЧХ фильтра для частоты дискретизации 100 кГц приведено на рис. 3. Так как выходной сигнал снимался непосредственно с цифроаналогового преобразователя, то наблюдается возрастание шумов измерения вблизи частоты Найквиста, где эффекты квантования наиболее выражены.

Как видно из приведённых графиков, требования по функциональным характеристикам рекурсивного целочисленного ФВЧ были выполнены с высокой точностью. Фазовые искажения  $\Delta\varphi(\omega)$  в полосе пропускания фильтра не превышали 3 градусов.

### Узкополосный гауссов фильтр

Фильтры специальной формы частотных характеристик широко используются в современной радиоэлектронной аппаратуре. К таким устройствам в первую очередь можно отнести гауссовы фильтры, амплитудно-частотная характеристика которых близка к гауссовой кривой [10, 11].

Нормированная резонансная характеристика для гауссовой кривой (рис. 4) определяется следующим образом:

$$y(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{\alpha}}, \quad (18)$$

где  $\xi = f - f_0$  – абсолютная расстройка от резонансной частоты, а параметр  $\alpha$  определяет нормированную полосу пропускания гауссовой кривой:

$$\alpha = \frac{\Pi^2}{4 \ln \sqrt{2}},$$

здесь  $\Pi$  – абсолютная полоса пропускания по уровню 0,7.

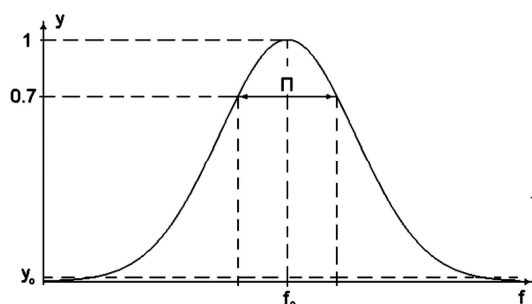


Рис. 4. Гауссова характеристика фильтра

Как известно, фильтры с гауссовой характеристикой имеют самое короткое из возможных время установления колебаний при отсутствии выбросов за фронтом. Это главное достоинство гауссовых фильтров широко используется в современной радиоэлектронике, как аналоговой, так и цифровой. Что касается принципов построения цифровых гауссовых фильтров, то из общей теории электрических фильтров известно, что при каскадном (последовательном) соединении  $m$  звеньев второго порядка (цифровых резонаторов) АЧХ системы стремится к гауссовой кривой [10].

Формально для оценки степени близости текущей АЧХ фильтра к гауссовой кривой удобно использовать среднеквадратичную погрешность  $\sigma$  в полосе пропускания фильтра по заданному уровню (уровень  $y_0$  на рис. 4):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^p [y(\xi_i) - y^r(\xi_i)]^2}, \quad (19)$$

где  $y(\xi_i)$  – текущее значение характеристики в  $i$ -ой дискретной точке определения, а  $y^r(\xi_i)$  – значение идеальной гауссовой характеристики в этой точке.

Задача дискретного целочисленного программирования для синтеза узкополосного рекурсивного гауссова фильтра с центральной частотой 700 Гц и относительной полосой пропускания 1,4 % (частота дискретизации  $F_s=2$  кГц) в форме каскадного соединения восьми звеньев второго порядка с разрядностью представления данных  $W_k=10$  бит выглядит так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad (20)$$

$$\mathbf{IX} \in I^{40}$$

$$\begin{aligned} -511 \leq a_{di} \leq 511 \quad d=1,2 \quad i=1,8 \\ -511 \leq b_{di} \leq 511 \quad d=1,2 \quad i=1,8 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} a_{oi} = 512 \quad i=1,8, \\ |Z_{pi}| < 1, \\ 0,8 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 4,0 \quad i=1,8. \end{aligned} \quad (22)$$

Вектор  $\mathbf{IX}^o$ , минимизирующий скалярную целевую функцию  $F(\mathbf{IX})$  на множестве допустимых целочисленных решений (21), является эффективным решением задачи параметрического синтеза рекурсивного гауссова фильтра. Спецификой задачи в данном случае являлась необходимость контроля всего главного интервала цифровых частот гауссова фильтра, т.к. при поисковом решении задачи синтеза (20) возможно появление боковых лепестков АЧХ фильтра, уровень которых должен быть минимален. Поэтому целевой функционал данной задачи формировался в виде аддитивной свёртки (23) четырёх частных целевых функций  $f_i(\mathbf{IX})$ , которые определяли ту или иную область АЧХ гауссова фильтра:

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}). \quad (23)$$

Здесь:

- частная целевая функция  $f_1(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_1=1$  формировала зону основного гауссова лепестка фильтра, рассчитанного по соотношению (18) для заданной полосы пропускания фильтра, и определялась среднеквадратичной ошибкой (19) отклонения текущей АЧХ фильтра от идеальной гауссовой АЧХ. Таким образом, данное частотное окно контролировало основной гауссов лепесток в интервале уровня  $y_0 = 0,01$  (-40 дБ) подавления побочных лепестков (рис. 4);

- частная целевая функция  $f_2(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_2=0,2$  определяла внеполосное (вне гауссова лепестка) подавление побочных лепестков на интервале цифровых частот ниже гауссова лепестка;

- частная целевая функция  $f_3(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_3=0,2$  определяла внеполосное подавление побочных лепестков по уровню  $y_0$  на интервале цифровых частот выше основного гауссова лепестка вплоть до частоты Найквиста.

Указанные характеристики графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета ЦНП-синтеза и затем оцифровывались. Время решения задачи (20) на стандартном персональном компьютере не превышало 10 мин. при полном выполнении условий устойчивости работы гауссова фильтра.

В табл. 2 приведены оптимальные значения целочисленных 10-битовых коэффициентов передаточной функции узкополосного гауссова фильтра, а также максимальные значения коэффициентов усиления его звеньев. На рис. 5 представлен график его АЧХ по синтезу, а на рис. 6-8 – экспериментальных характеристик гауссова фильтра.

Как видно из рисунков все требования по функциональным показателям и характеристикам узкополосного гауссова фильтра были выполнены с высокой точностью, а среднеквадратичная ошибка (СКО) реализации гауссовой формы АЧХ была минимальной (СКО=0,018).

Таблица 2. Оптимальные коэффициенты гауссова фильтра

| Звено фильтра | Коэффициенты передаточной функции фильтра |       |       |       |       | Усиление звена $K_{max}$ |
|---------------|---|-------|-------|-------|-------|--------------------------|
|               | $a_1$                                     | $a_2$ | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |                          |
| 1             | 285                                       | 119   | 298   | 420   | 270   | 1,64                     |
| 2             | 48  | 26    | -102  | -241  | 0     | 1,13                     |
| 3             | 267                                       | 202   | 191   | 253   | 192   | 1,04                     |
| 4             | 301                                       | 238   | 39    | 12    | -5    | 2,5                      |
| 5             | 310                                       | 241   | -49   | -9    | -26   | 3,42                     |
| 6             | 276                                       | 244   | -30   | -12   | -26   | 1,92                     |
| 7             | 294                                       | 240   | -29   | -24   | -30   | 0,86                     |
| 8             | 386                                       | 242   | -27   | -22   | -29   | 0,9                      |

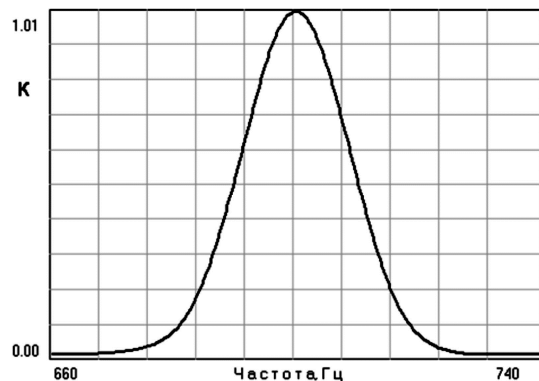


Рис. 5. АЧХ гауссова фильтра по синтезу

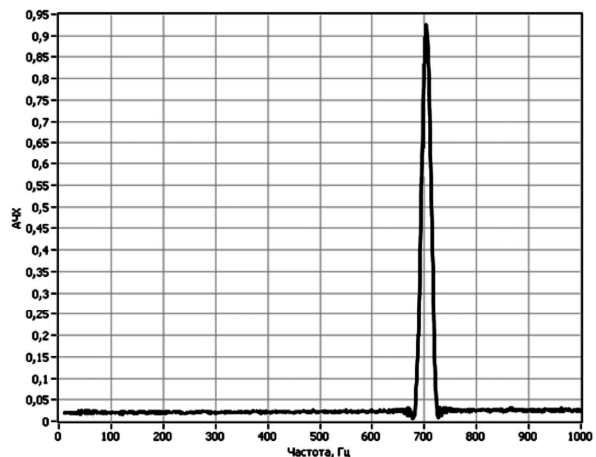


Рис. 6. Измерение АЧХ фильтра на всем интервале Найквиста

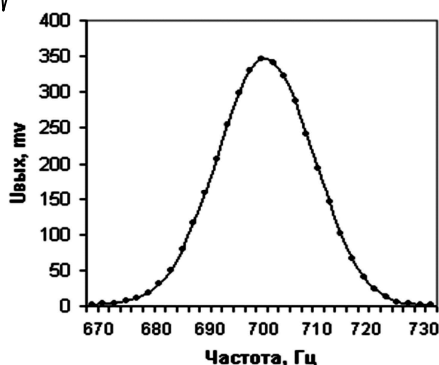


Рис. 7. Измерение АЧХ фильтра в полосе центральной частоты (700 Гц)

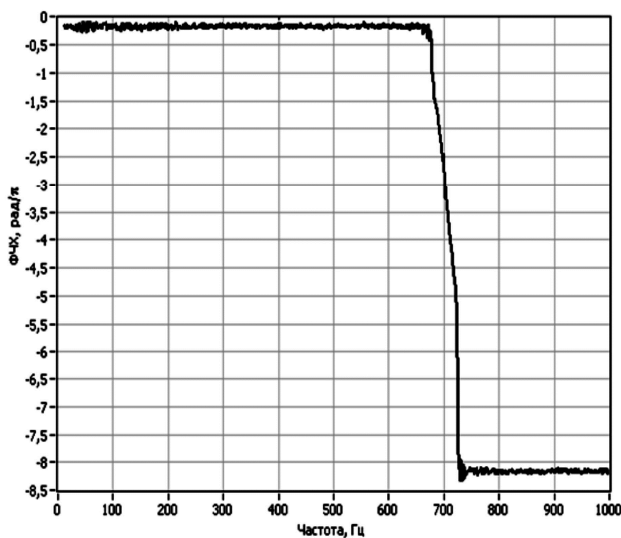


Рис. 8. Измерение ФЧХ фильтра на интервале Найквиста

### Двухполосный гауссов фильтр с кратными центральными частотами

Методология ЦНП позволяет эффективно решать и задачи синтеза многополосных гауссовых ЦЦФ с заданным соотношением центральных частот. Такие фильтры находят широкое применение в цифровой радиоэлектронике, например, в цифровых системах кодирования и криптозащиты. Ниже, в качестве примера, рассмотрена задача синтеза двухполосного гауссова ЦЦФ с кратным соотношением центральных резонансных частот

при фиксированной ширине полосы пропускания гауссовой АЧХ.

Общая постановка задачи ЦНП-синтеза такого фильтра практически ничем не отличалась от приведённой выше задачи синтеза однополосного гауссова ЦЦФ за исключением более высокого порядка синтезируемого фильтра и более сложного целевого функционала, который в данном случае формировался функциональным редактором в виде взвешенной суммы уже пяти частных целевых функций;

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}) + \beta_4 f_4(\mathbf{IX}) + \beta_5 f_5(\mathbf{IX}), \quad (24)$$

где:

- частная целевая функция  $f_1(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_1 = 0,2$  определяла внеполосное (вне гауссова лепестка) подавление побочных лепестков АЧХ по уровню 0.01 (-40 дБ) на интервале цифровых частот ниже первого гауссова лепестка;

- частная целевая функция  $f_2(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_2 = 1$  формировала зону первого гауссова лепестка фильтра с центральной частотой 400 Гц, рассчитанного по соотношению (18) для заданной полосы пропускания 30 Гц, и определялась среднеквадратичной ошибкой (19) отклонения текущей АЧХ фильтра от идеальной гауссовой АЧХ в данном частотном диапазоне;

- частная целевая функция  $f_3(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_3 = 0,2$  определяла внеполосное подавление побочных лепестков АЧХ по уровню 0.01 (-40дБ) на интервале между центральными частотами гауссовых АЧХ;

- частная целевая функция  $f_4(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_4 = 1$  формировала зону второго гауссова лепестка фильтра с центральной частотой 800 Гц и такой же полосой пропускания 30 Гц (рис. 4);

- частная целевая функция  $f_5(\mathbf{IX})$  с весом  $\beta_5 = 0,2$  определяла внеполосное подавление побочных лепестков по уровень  $y_0$  на интервале цифровых частот выше второго гауссова лепестка вплоть до частоты Найквиста;

Указанные характеристики графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета ЦНП и затем оцифровывались. Время решения задачи синтеза по целевому функционалу (24) не превышало 30 мин. при полном выполнении условий устойчивости работы двухполосного гауссова фильтра.

Таблица 3. Оптимальные коэффициенты двухполосного фильтра

| Звено фильтра | Коэффициенты передаточной функции фильтра |       |       |       |       | Усиление звена $K_{\max}$ |
|---------------|---|-------|-------|-------|-------|---------------------------|
|               | $a_1$                                     | $a_2$ | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |                           |
| 1             | 1397                                      | 790   | -550  | -6    | 426   | 4,21                      |
| 2             | -705                                      | 916   | 1171  | -1126 | 1167  | 2,97                      |
| 3             | 138                                       | 30    | -843  | -43   | 606   | 1,46                      |
| 4             | -499                                      | 874   | 0     | -443  | -247  | 3,88                      |
| 5             | -577                                      | 842   | 147   | -128  | -624  | 4,52                      |
| 6             | 1607                                      | 897   | 378   | 239   | 223   | 4,03                      |
| 7             | -483                                      | 871   | 698   | -98   | 703   | 1,92                      |
| 8             | -155                                      | 26    | -465  | -648  | -463  | 1,7                       |
| 9             | -575                                      | 731   | -549  | 33    | 751   | 4,45                      |
| 10            | 1452                                      | 836   | -515  | -562  | -708  | 3,65                      |
| 11            | -178                                      | 367   | -853  | 111   | -853  | 1,3                       |
| 12            | 1586                                      | 869   | -597  | -336  | 176   | 4,99                      |
| 13            | 1443                                      | 847   | -598  | -452  | 50    | 3,67                      |
| 14            | 1422                                      | 813   | -593  | -445  | -8    | 2,78                      |



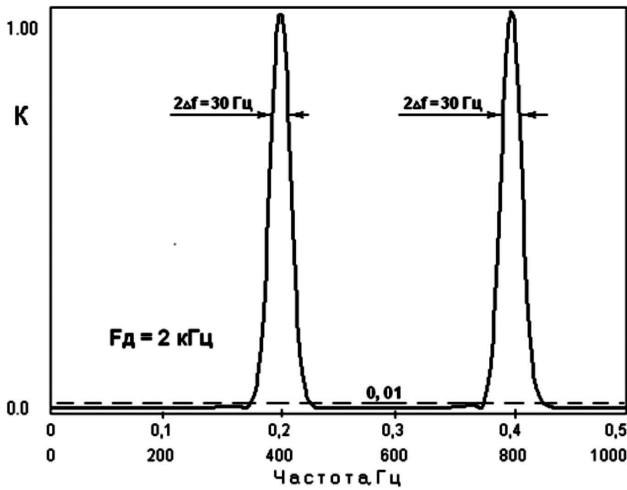


Рис. 9 а. АЧХ фильтра на интервале Найквиста

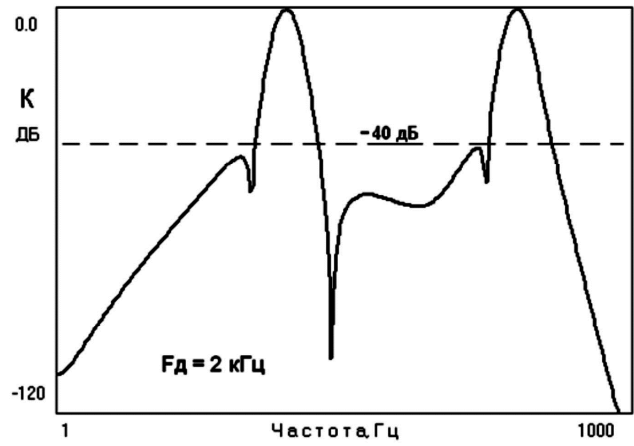


Рис. 9 б. АЧХ фильтра (дБ)

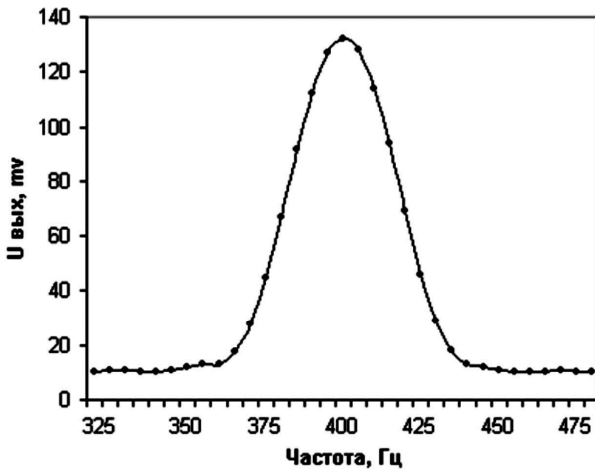


Рис. 9 в. Измерение АЧХ фильтра в полосе первого резонанса (400 Гц)

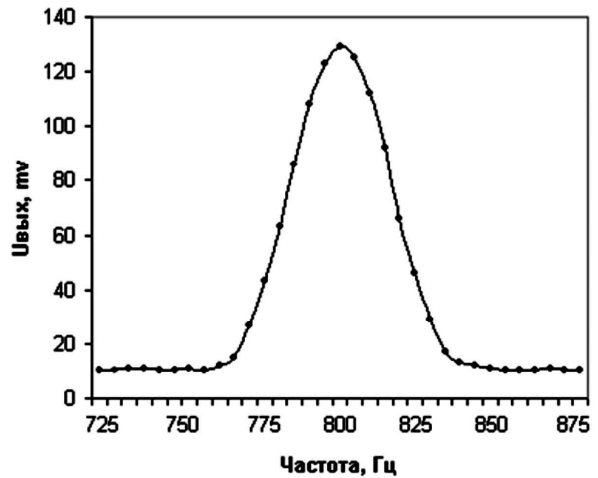


Рис. 9 г. Измерение АЧХ фильтра в полосе второго резонанса (800 Гц)

В табл. 3 приведены оптимальные значения целочисленных 12-битовых коэффициентов передаточной функции фильтра, а также максимальные значения коэффициентов усиления его отдельных звеньев (нормирующие коэффициенты всех звеньев были одинаковы  $a_{0i} = 1024$ ).

На рис. 9а-9б приведены графики АЧХ фильтра по синтезу, а на рис. 9в-9г – экспериментальному измерению его резонансных кривых.

Таблица 4. Функциональные показатели фильтра

| Функциональные показатели фильтра                        | Синтез на ЭВМ | Измерение |
|--|---------------|-----------|
| 1. Частота первого резонанса, Гц                         | 400           | 400       |
| 2. Частота второго резонанса, Гц                         | 800           | 800       |
| 3. Полоса пропускания, Гц                                | 30            | 32        |
| 4. СКО выполнения гауссовой кривой                       | $\leq 0,01$   | 0,008     |
| 5. Уровень подавления боковых лепестков АЧХ не менее, дБ | -40           | -42       |
| 6. Коэффициент передачи                                  | 1.0           | 0.98      |
| 7. Разрядность представления данных, бит                 | 12            | 12        |
| 8. Фазовые искажения в полосе, град                      | $\leq 2$      | $\leq 2$  |
| 9. Порядок рекурсивного ЦНП-фильтра                      | 28            | 28        |

В табл. 4 приведены функциональные показатели синтезированного двухполосного гауссова ЦЦФ по ре-

зультатам компьютерного синтеза и экспериментальных измерений.

Как видно из рисунков и таблицы, все требования по функциональным показателям и характеристикам двухполосного гауссова фильтра были выполнены с высокой точностью, и ошибка реализации гауссовой формы АЧХ была минимальной (СКО=0,008).

### Рекурсивный фильтр тракта УПЧИ телеприёмника

Другим характерным примером селективных фильтров специальной формы частотной характеристики является цифровой фильтр тракта усиления промежуточной частоты изображения (УПЧИ) телеприёмника. АЧХ такого фильтра, как известно, имеет сложную форму (рис. 10а) с горизонтальной площадкой по уровню 0,1 под несущую частоту звукового сопровождения и линейным высокочастотным склоном в области несущей частоты изображения [12, 13].

При синтезе целочисленного рекурсивного фильтра тракта УПЧИ в пакете ЦНП применялась естественная фрагментация данной АЧХ в четыре частотные окна функционального редактора. Это необходимо для качественной оцифровки и реализации требуемой формы характеристики в области несущей звука, полосы про-

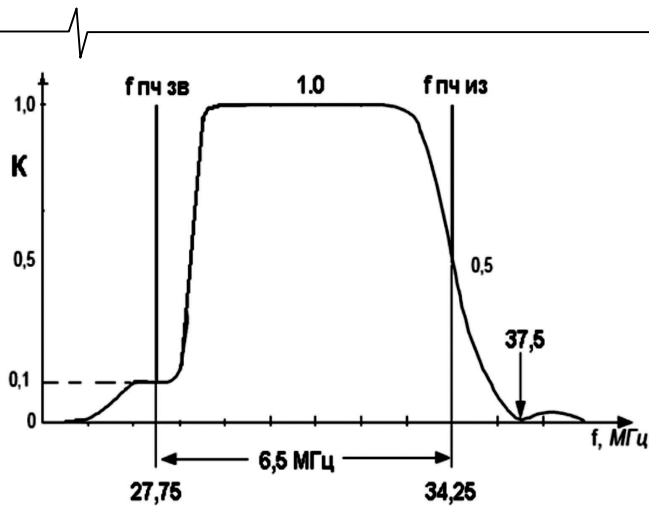


Рис. 10 а. Требуемая характеристика фильтра

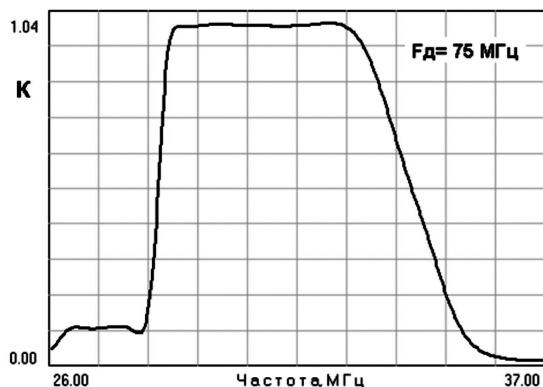


Рис. 10 б. АЧХ фильтра УПЧИ по синтезу

пускания, линейного высокочастотного склона и обеспечения требуемого уровня подавления в области частоты Найквиста. Таким образом, целевой функционал в данном случае имел следующий вид;

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}) + \beta_4 f_4(\mathbf{IX}) \quad (25)$$

Весовые коэффициенты оконных целевых функций определялись практически в ходе поэтапного решения следующей экстремальной задачи целочисленного программирования:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad (26)$$

$$\mathbf{IX} \in I^{60}$$

$$-2047 \leq a_{di} \leq 2047 \quad d = \overline{1,2} \quad i = \overline{1,12} \quad (27)$$

$$-2047 \leq b_{di} \leq 2047 \quad d = \overline{1,2} \quad i = \overline{1,12}$$

$$a_{oi} = 1024 \quad i = \overline{1,12},$$

$$|Z_{pj}| < 1, \quad (28)$$

$$0,8 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 6,0 \quad i = \overline{1,12}. \quad (29)$$

Таким образом, синтезировался рекурсивный ЦЦФ в форме каскадного соединения двенадцати звеньев второго порядка с разрядностью представления данных  $W_k = 12$  бит при частоте дискретизации 75 МГц. Минимизация целевого функционала (25) осуществлялась на 60-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (27) при фиксированных нормирующих коэффициентах и выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (28) и масштабирования (29) максимальных значений коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал. Вектор  $\mathbf{IX}^o$ , минимизирующий скалярную целевую функцию (25), является эффективным решением задачи синтеза рекурсивного фильтра тракта УПЧИ. График АЧХ синтезированного фильтра приведён на рис. 10б, а в табл. 5 представлены оптимальные значения целочисленных 12-битовых коэффициентов передаточной функции фильтра, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев (нормирующие коэффициенты всех звеньев были одинаковы  $a_{oi} = 1024$ ).

Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 30 минут, причём значение целевого функционала (27) в начальной точке составляло 7930, а значение в точке оптимума было

равно 0,017 при полном выполнении условий устойчивости работы фильтра.

Таблица 5. Оптимальные коэффициенты рекурсивного УПЧИ

| Звено фильтра | Коэффициенты передаточной функции фильтра |       |       |       |       | Усиление звена $K_{max}$ |
|---------------|---|-------|-------|-------|-------|--------------------------|
|               | $a_1$                                     | $a_2$ | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |                          |
| 1             | 1374                                      | 822   | -255  | 136   | 414   | 3,31                     |
| 2             | 1734                                      | 844   | 234   | 325   | 228   | 1,68                     |
| 3             | 1460                                      | 980   | 306   | 206   | 182   | 5,71                     |
| 4             | 891                                       | 285   | 485   | 139   | 16    | 0,87                     |
| 5             | 1876                                      | 914   | -203  | -92   | 97    | 2,75                     |
| 6             | 1019                                      | 401   | -588  | -277  | 316   | 1,46                     |
| 7             | 1193                                      | 974   | 286   | 216   | 196   | 2,54                     |
| 8             | 833                                       | 329   | -683  | -155  | 336   | 1,47                     |
| 9             | 1103                                      | 466   | 483   | -227  | 258   | 2,64                     |
| 10            | 960                                       | 330   | 68    | -37   | 261   | 0,93                     |
| 11            | 1187                                      | 458   | 704   | 181   | -75   | 1,79                     |
| 12            | 1155                                      | 503   | 642   | 227   | -226  | 1,69                     |

Практическая реализация осуществлялась на ПЛИС Spartan 3AN FPGA фирмы Xilinx. Программирование выполнялось на языке VHDL под заданную структуру фильтра и найденные целочисленные коэффициенты её звеньев (табл. 5). Ручное измерение частотной характеристики фильтра реализуется на реальном сигнале методом вольтметра – генератора. Экспериментальный график АЧХ фильтра для частоты дискретизации 100 кГц представлен на рис. 11.

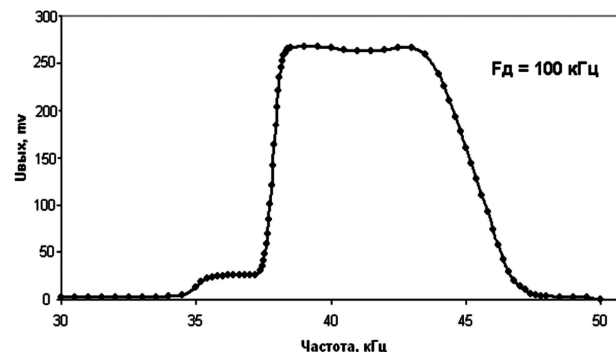


Рис. 11. Экспериментальное измерение АЧХ фильтра

Как видно из приведённых теоретических и экспериментальных графиков, требования к форме АЧХ рекурсивного целочисленного фильтра тракта УПЧИ телеприёмника были выполнены с высокой точностью. Требуемый уровень масштабирования усиления подтверждают

приведённые в табл. 5 максимальные значения коэффициентов усиления каскадов. Все коэффициенты усиления звеньев находятся в поле заданного интервала.

### Заключение

Методы целочисленного нелинейного программирования в приложении к задачам проектирования линейных цифровых фильтров являются современной и перспективной альтернативой традиционным классическим методам проектирования цифровых фильтров [14-16]. Принципиальное отличие ЦНП-синтеза заключается в том, что в данном случае для удовлетворения требуемого функционирования фильтра на стадии его проектирования не используются искусственные приёмы и подходы классических методов (аналоговые прототипы, методы аппроксимации, взвешивание окном, частотные выборки и др.), приводящие к существенным ограничениям в выполнении функциональных требований и систематическим ошибкам, а осуществляется прямой поиск требуемых целочисленных коэффициентов фильтра прямо по его математическому определению (модели). Критерием поиска является соответствие совокупного текущего функционирования синтезируемого фильтра его требуемому функционированию. Современные алгоритмические комплексы целочисленной минимизации позволяют решать такую задачу весьма надёжно и эффективно при выполнении всех внешних требований и ограничений к работе цифрового фильтра. Это даёт возможность существенно повысить качество проектируемых фильтров, сократить время их разработки, заметным образом снизить их стоимость.

Из материалов, приведённых в статье видно, что в сравнении с традиционными подходами, синтез цифровых фильтров методом целочисленного нелинейного программирования позволяет:

1. Осуществлять синтез фильтра по совокупности требуемых его частотных характеристик, причём селективные требования к характеристикам могут быть произвольными, весьма сложными, а частотная шкала – требуемая (линейная, логарифмическая и др.).

2. Возможна широкая фрагментация характеристик фильтра, когда важные их участки выделяются в отдельное функциональное окно для обеспечения их детальной проработки в ходе синтеза.

3. Устойчивость решения для целочисленных БИХ-фильтров гарантируется приоритетным выполнением функциональных условий устойчивости в процессе ЦНП-синтеза фильтра.

4. Глобальная модельная идеология поиска определяет высокую надёжность отыскания эффективного решения экстремальной задачи ЦНП практически из любой начальной точки. Хорошего начального приближения (прототипа) здесь не требуется. Как правило, в проектных задачах со сложными селективными требованиями оптимальное решение определяется не из начальной точки, заданной пользователем, а из точки, сгенерированной самим поисковым алгоритмом решения задачи.

5. Необходимое масштабирование сигнала в каскадных структурах может быть обеспечено непосредственно в ходе ЦНП-синтеза целочисленного фильтра. Здесь нет необходимости использования косвенных приёмов масштабирования усиления применением, например,  $L_p$ -нормы.

6. Целочисленная дискретизация пространства параметров (коэффициентов) фильтра позволяет получать проектные решения в целых числах, что снимает все ограничения по арифметике вычислений при реализации ЦНП-фильтров на любых цифровых платформах (сигнальных процессорах, контроллерах, ПЛИС) с заданной разрядностью представления данных, а также на кристаллах заказных или полужаказных СБИС.

### Литература

1. Бугров В.Н. Проектирование цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования. // Вестник ННГУ, 2009, № 6. с. 61-70.
2. Шкелев Е.И., Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Целочисленные цифровые фильтры – эффективное решение для 8-битовых цифровых платформ. М., Компоненты и технологии, № 10, 2013, с. 104-110.
3. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Поисковые технологии проектирования целочисленных цифровых фильтров. Часть 1. М., Компоненты и технологии, № 6, 2014, с. 124-129.
4. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Поисковые технологии проектирования целочисленных цифровых фильтров. Часть 2. М., Компоненты и технологии, № 8, 2014, с. 43-49.
5. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Поисковые технологии проектирования целочисленных цифровых фильтров. Часть 3. М., Компоненты и технологии, № 1, 2015, с. 154-159.
6. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Синтез цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования. 17-ая международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2015», Тезисы докладов. М.: НТО РЭС им. А.С. Попова, 2015 г, с. 200 – 204.
7. Dempster A.G., Macleod M.D. IIR digital filter design using minimum adder multiplier blocks. //IEEE Trans.on Circuits and Systems-II, 1998, v. 45, N 6.
8. Воинов Б.С., Бугров В.Н., Воинов Б.Б. Информационные технологии и системы: поиск оптимальных, оригинальных и рациональных решений. М.: Наука, 2007, 730 с.
9. Артемьев В.В., Бугров В.Н. Синтез цифровых рекурсивных фильтров с линейной фазой. М., Компоненты и технологии, № 7, 2013, с. 132-134
10. Бугров В.Н. Целочисленное проектирование гауссовых цифровых фильтров // Вестник ННГУ, 2012, № 3. с. 49 – 54.
11. Мингазин А.Т. Синтез БИХ-фильтров малой сложности с характеристиками, близкими к гауссовой кривой. М., Компоненты и технологии, № 11, 2013, с. 144-148
12. Джакония В.Е. Телевидение. М.: Горячая линия - Телеком, 2007, 618 с
13. Бриллиантов Д.П., Куликов Б.Н., Роксман М. А. Переносные цветные телевизоры – М.: Радио и связь, 1989, 306с.
14. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978.-848 с.
15. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004.
16. Мингазин А.Т. Програма DIFID: эффективный синтез каскадных цифровых БИХ-фильтров. М., DSPA, 2002. Т.1. С. 90-93.

## БАНКИ ФИЛЬТРОВ В СИСТЕМАХ ШИРОКОПОЛОСНОЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

*Витязев В.В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru.*

### FILTER BANKS FOR BROADBAND DATA TRANSMISSION SYSTEMS

*Vityazev V.V.*

*Problem of constructing filter banks for high speed broadband data transmission systems is considered. The problem is mentioned to be very actual. Comparative analysis of filter banks efficiency is conducted depending on the required computational costs, data memory size and insertion delay. The best result is achieved when the multistage pyramidal form of filter banks construction is used. Multistage pyramidal form allows to reduce computational costs in three times compared to forward form and time compared to fast convolution.*

**Key words:** broadband data transmission, filter banks, frequency selection, subband processing, comb filtering, multistage structure.

**Ключевые слова:** широкополосная передача данных, банки фильтров, частотная селекция, субполосная обработка, гребенчатая фильтрация, многоступенчатая.

#### Введение

Одним из эффективных инструментов построения систем широкополосной передачи данных является набор (банк) цифровых полосовых фильтров (ЦПФ), равномерно перекрывающих заданный диапазон рабочих частот [1-3]. На рис. 1 представлена общая структурная схема системы анализа/синтеза широкополосного сигнала с использованием промежуточной субполосной обработки.

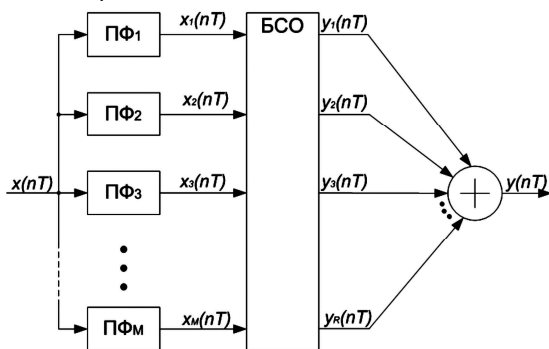


Рис. 1. Общая структурная схема системы анализа/синтеза широкополосного сигнала с использованием промежуточной субполосной обработки

С помощью банка ЦПФ на этапе анализа принимаемый сигнал  $x(nT)$  «расщепляется» на  $M$  субполосных составляющих (компонент)  $x(nT_i)$ ,  $i = \overline{1, M}$ , каждая из которых подвергается некоторой дополнительной обработке в блоке субполосной обработки (БСО), с целью «очистки» от шума и последующего формирования выходного сигнала  $y(nT)$  на этапе синтеза. Заметим, что формирование сигнала  $y(nT)$  на этапе син-

*Рассматривается задача построения банка (набора) цифровых полосовых фильтров с заданными свойствами частотной избирательности для систем высокоскоростной широкополосной передачи данных. Отмечается актуальность решения поставленной задачи. Проводится сравнительный анализ эффективности реализации банка фильтров с позиции требуемых вычислительных затрат, емкости памяти данных и вносимой задержки. Показано, что наилучшее решение задачи построения банка фильтров, по совокупности критериев и в первую очередь критерию вычислительных затрат, дает многоступенчатая пирамидальная форма реализации. При соизмеримых затратах на память данных и задержку по отношению к прямой форме многоступенчатая реализация позволила уменьшить приведенные вычислительные затраты почти на три порядка и на порядок по отношению к быстрой свертке.*

теза в этом случае (без децимации и интерполяции) сводится к простому суммированию очищенных субполосных компонент  $y_i(nT)$ ,  $i = \overline{1, R}$ ,  $R \leq M$ . Предполагается, что субполосная обработка каждой  $i$ -ой компоненты  $x(nT_i)$  проводится в своей полосе частот, без понижения и последующего повышения частоты дискретизации. Это, очевидно, накладывает определенные трудности с позиции приведенных временных затрат, но снижает проблему шумов децимации на этапе анализа и погрешностей интерполяции на этапе синтеза.

Примером эффективной реализации подобного способа построения системы широкополосной передачи данных является блок защиты от узкополосных помех с априорно неизвестной структурой [4]. В этом случае задача субполосной обработки значительно упрощается и связана только с оценкой мощности каждой  $i$ -ой компоненты и принятием решения: уровень мощности  $i$ -компоненты лежит ниже установленного порога (нет помехи) или выше порога (есть помеха). На выход блока БСО и последующее суммирование проходят только компоненты  $y_i(nT)$ ,  $i = \overline{1, R}$ , которые не поражены мощной узкополосной помехой!

Другим примером эффективного использования цифровой системы анализа-синтеза сигналов является построение субполосного адаптивного фильтра по структуре, представленной на рис. 2, отличающейся реализацией режима обучения по каждой частотной компоненте на высокой частоте дискретизации входного сигнала.

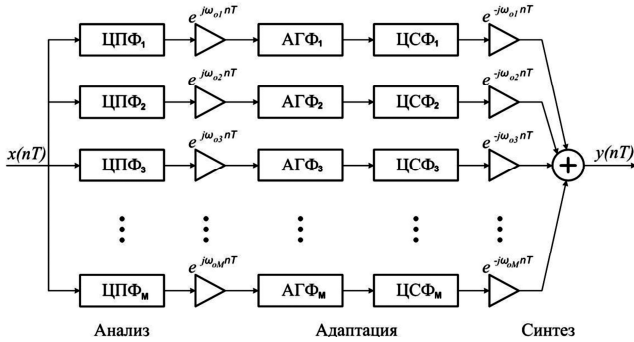


Рис. 2. Адаптивный субполосный фильтр

Сохранение высокой частоты дискретизации сигналов на выходе ЦПФ, а следовательно, числа итераций в единицу времени, ускоряет процесс обучения (по отношению к субполосным фильтрам-демодуляторам с понижением частоты дискретизации выходного сигнала). Однако это может привести к значительному увеличению общих вычислительных затрат. С целью минимизации требуемых вычислительных затрат предлагается для каждой частотной компоненты использовать адаптивный гребенчатый фильтр (АГФ) и последовательно соединенный с ним цифровой сглаживающий фильтр (ЦСФ), интерполирующий прореженные отсчеты импульсной характеристики АГФ.

Примером использования подсистемы синтеза сигналов, дуальной подсистеме анализа (рис.1), является устройство уплотнения с частотным разделением каналов (ЧРК), совмещающее операции фильтрации («очистки» от шума) и модуляции каждой частотной компоненты группового сигнала (рис. 3).

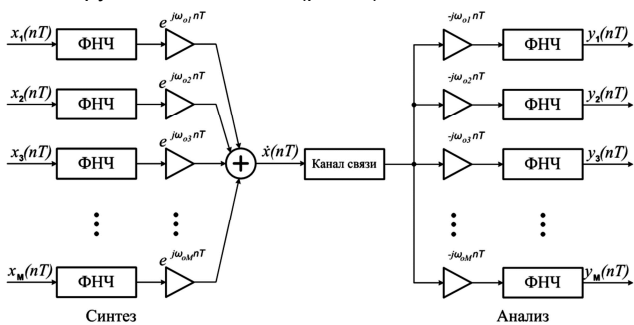


Рис. 3. Устройство уплотнения с частотным разделением каналов

Предполагается, что каждый пространственно разнесенный сигнал  $\dot{x}_i(nT)$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ , поступающий на вход устройства уплотнения, содержит помимо полезной составляющей широкополосный шум, включая шум АЦП на выходе каждого из датчиков системы сбора и передачи данных. С целью значительного упрощения реализации устройства предварительной аналоговой обработки АЦП, частота дискретизации сигналов с выходов датчиков информации принимает предельно мак-

симальное значение, определяемое минимально допустимой частотой дискретизации группового сигнала  $\dot{x}(nT)$  с ЧРК. Это накладывает особые требования на реализацию в реальном времени цифрового устройства уплотнения каналов, совмещающего операции низкочастотной фильтрации (ФНЧ) и модуляции по каждому частотному каналу на частоте дискретизации широкополосного выходного сигнала  $\dot{x}(nT)$ .

**Постановка задачи**

Рассматривается задача построения в классе КИХ-цепей системы цифровой частотной селекции сигналов, разделяющей спектр входного, в общем случае комплексного, сигнала  $\dot{x}(nT)$  на  $M$  частотных компонент. Пусть спектр  $X(j\omega)$  входного сигнала  $\dot{x}(nT)$  содержит в области частот  $0 \leq \omega \leq 2\pi$   $M$  компонент с равноразнесенными центральными частотами  $\omega_{0i} = i2\pi / M$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ . Для разделения входного сигнала на  $M$  компонент  $\dot{x}_i(nT)$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ , необходимо воспользоваться набором из  $M$  цифровых полосовых фильтров (ЦПФ) со следующими параметрами частотной избирательности относительно центральной частоты  $\omega_{0i}$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ : показатель прямоугольности АЧХ  $\alpha = \omega_{c1} / (\omega_{c2} - \omega_{c1})$ ; показатель узкополосности фильтра  $\beta = 2\pi / \omega_{c1}$ ; логарифмический показатель частотной избирательности  $L(\varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}}) = -2/3 \lg(10\varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}})$ , где  $\omega_{c1}, \omega_{c2}$  – частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности соответственно;  $\varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}}$  – допустимая неравномерность АЧХ в полосе пропускания и гарантированное затухание (допустимый уровень боковых лепестков) в зоне непрозрачности фильтра.

Предполагается, что в отличие от задачи построения банка цифровых фильтров-демодуляторов (ЦФДМ) частотные компоненты  $\dot{x}_i(nT)$ ,  $i = \overline{0, M-1}$ , полностью сохраняют как свою структуру в области центральных частот  $\omega_{0i}$ , так и частоту дискретизации входного анализируемого сигнала  $\dot{x}(nT)$ . Это в значительной степени упрощает последующее формирование группового сигнала на этапе синтеза и не вносит никаких дополнительных искажений, связанных с децимацией и интерполяцией в системах анализа-синтеза с понижением и повышением частоты дискретизации.

Поскольку решается задача построения набора из  $M$  однотипных ЦПФ, затраты на реализацию всей системы будут расти с ростом числа каналов  $M$  по квадратичной зависимости, если не предпринимать никаких дополнительных мер, связанных с возможностью понижения частоты дискретизации сигнала на выходе каждого фильтра. Квадратичный рост приведенных вычислительных затрат связан с тем, что при увеличении числа частотных каналов  $M$  пропорционально увеличиваются порядки ЦПФ, а суммарные затраты определяются произведением числа фильтров на их порядок.



Значительное уменьшение приведенных вычислительных затрат на реализацию набора ЦПФ может быть достигнуто с использованием процедуры децимации импульсной характеристики полосовых фильтров, т.е. на основе цифровых гребенчатых фильтров (ЦГФ), эффективно применяемых при реализации набора ЦФДМ в качестве блока предварительной обработки. Однако прямая параллельная форма реализации набора ЦПФ является не единственной и далеко не самой производительной, так как не принимает во внимание некоторую «избыточность» однотипных операций, используемых в каждом отдельном частотном канале. В частности, как было показано ранее [4, 5], с помощью одного ЦГФ можно реализовать заданную высокую прямоугольность АЧХ одновременно для всех групп частотных каналов с четными и нечетными номерами. Это в значительной степени облегчает последующую процедуру разделения частотных каналов.

Все множество подходов к решению задачи построения системы цифровой частотной селекции сигналов как банка (набора) ЦПФ с заданными свойствами частотной избирательности, можно разделить на два класса: методы синтеза во временной и методы синтеза в частотной области. При синтезе во временной области каждый ЦПФ<sub>*i*</sub>,  $i = 0, M - 1$ , реализуется как обычный полосовой или НЧ фильтр с импульсной характеристикой  $h_i(nT)$ , обеспечивая воспроизведение заданной функции передачи  $H_i(\omega)$  с заданной частотной избирательностью и центральной частотой полосы пропускания. При синтезе в частотной области разделению частотных каналов предшествует операция перехода из временной области в частотную с помощью ДПФ, как правило, реализуемому по алгоритму БПФ [4].

### Методы синтеза структуры банка ЦПФ без предварительного преобразования Прямая форма линейной свертки

При синтезе во временной области методом линейной свертки входной последовательности и импульсных характеристик набора ЦПФ все затраты, как вычислительные (число операций умножения-накопления) в единицу времени  $R_T$ , так и ячеек памяти данных и коэффициентов определяются произведением числа фильтров (частотных каналов)  $M$  на их порядок  $N$  и удваиваются для комплексного входного сигнала  $\dot{x}(nT)$ . Вместе с тем, емкость памяти данных  $S$  не зависит от числа каналов  $M$  и определяется только порядком фильтров, так как все полосовые фильтры используют один и тот же входной сигнал:

$$R_T = 2MNf_{кв}; \quad S = 2N. \quad (1)$$

Это является главным достоинством прямой формы реализации набора фильтров.

Порядок  $N$  каждого полосового КИХ-фильтра, как показано в [4, 20], можно оценить через произведение трех основных параметров частотной избирательности  $N = \alpha\beta L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон})$ .

При этом в случае, если АЧХ соседних частотных каналов перекрываются только в переходной зоне и,

соответственно, центральные частоты полосы пропускания принимают все значения, кратные шагу  $2\pi/M$ , показатель узкополосности  $\beta$  связан с числом фильтров  $M$  соотношением

$$\beta = \frac{(2\alpha + 1)}{\alpha} M. \quad (3)$$

Подставив в (1) выражение (2), с учетом (3), получим:

$$R_T = 2(2\alpha + 1)L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон})M^2 f_{кв}; \quad (4)$$

$$S = 2(2\alpha + 1)L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон})M.$$

Реализация банка ЦПФ в классе КИХ-цепей вносит постоянную задержку, определяемую половиной длины импульсной характеристики фильтров, и составляет

$$\tau = \frac{(2\alpha + 1)}{2} L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон}) \frac{M}{f_{кв}}. \quad (5)$$

С целью иллюстрации эффективности различных методов построения банка ЦПФ рассмотрим частный пример: проектируется 64-канальная система фильтров с коэффициентом прямоугольности АЧХ фильтров  $\alpha = 10$  и допустимыми значениями отклонений от желаемой частотной характеристики  $\varepsilon_{1дон} = 10^{-2}$  и  $\varepsilon_{2дон} = 10^{-3}$ . Частота дискретизации входного комплексного сигнала  $f_{кв} = 10 \text{ кГц}$ . Подставив в выражения (4) и (5) принятые исходные данные, получим:

$$R_T = 4593 \times 10^6 \text{ умн./с}; \quad S = 7178 \text{ ячеек}; \quad \tau = 179,4 \text{ мс.}$$

### Быстрая свертка

При синтезе в частотной области по алгоритму быстрой свертки с использованием блочной обработки и двойного дискретного преобразования Фурье (ДПФ) последовательность входных данных  $\dot{x}(nT)$  разбивается на блоки (секции) размерностью  $L \geq 2N$ . Над каждой секцией выполняется прямое ДПФ по алгоритму БПФ, перемножение дискретных Фурье образов сигнала и импульсной характеристики каждого полосового фильтра и обратное ДПФ по выходу каждого частотного канала. При этом из  $L$  выходных отсчетов на выходе полосовых фильтров сохраняются в памяти только  $L - N$  отсчетов. Для исключения пропусков используется механизм перекрытия соседних секций, что вносит дополнительные издержки [6]. Вместе с тем, как известно, данный алгоритм позволяет многократно уменьшить приведенные вычислительные затраты ценой значительного увеличения памяти данных для перехода к блочной обработке (буферная память входных данных емкостью не менее  $4N$  ячеек и выходных данных по каждому частотному каналу общей емкостью не менее  $2NM$  ячеек) и дополнительной задержки.

С целью уменьшения дополнительных затрат памяти данных и задержки размерность секции принимают равной  $L = 2N$ . При этом общие затраты на реализацию банка из  $M$  полосовых фильтров по алгоритму быстрой свертки принимают значения:

$$R_T = (8M \log_2 2N) f_{кв}; \quad S = 2(M + 4)N; \quad \tau = 2,5N \frac{1}{f_{кв}},$$

или с учетом (2) и (3):

$$R_T = 8M \{ \log_2 [2(2\alpha + 1)L(\varepsilon_{1дон}, \varepsilon_{2дон})M] \} f_{кв}; \quad (6)$$

$$S = 2(2\alpha + 1)L(\varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}})M(M + 4); \quad (7)$$

$$\tau = 2,5(2\alpha + 1)L(\varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}}) \frac{M}{f_{кв}}. \quad (8)$$

Подставив в выражения (6) – (8) принятые в примере исходные данные, получим:

$$R_T = 66,6 \times 10^6 \text{ умн./с}; S = 488033 \text{ ячеек}; \tau = 897 \text{ мс}.$$

Таким образом, в рассматриваемом примере переход к обработке в частотной области по алгоритму быстрой свертки позволяет уменьшить приведенные вычислительные затраты в 69 раз, ценой увеличения емкости памяти данных в 68 раз (если требуется буферизация выходных данных по каждому частотному каналу) и увеличением задержки в 5 раз. Следовательно, необходимо искать новые пути решения задачи уменьшения приведенных вычислительных затрат, оставаясь во временной области.

**Методы синтеза структуры банка ЦФФ с предварительным преобразованием**  
**Метод двухступенчатого преобразования с применением ЦГФ и прямой формы реализации набора полосовых сглаживающих фильтров**

Одним из эффективных способов построения набора ЦФФ (наряду с методами цифровой децимации сигналов), как было показано в [4, 5], является альтернативный подход, который базируется на децимации импульсной характеристики. При построении набора фильтров каждая из полос выделяется своим цифровым сглаживающим фильтром (ЦСФ), интерполирующим прореженную импульсную характеристику входного ЦГФ с учетом заданной полосы частот каждого канала. Использование одного ЦГФ обеспечивает формирование заданной высокой прямоугольности АЧХ одновременно для всего множества частотных каналов и тем самым многократно «окупает» затраты на его реализацию по отношению к набору ЦСФ.

На рис. 4, а показан вариант построения двухступенчатой структуры 8-канального набора ЦФФ с применением гребенчатого фильтра предварительной частотной селекции каналов с номерами 0, 4, 8, 12, ..., 28. Для выделения указанной группы каналов используется ЦГФ  $N_1$ -го порядка с функцией передачи  $H_1(j\omega)$ . Последующее разделение сигналов внутри группы выполняется набором полосовых «сглаживающих» фильтров относительно малого порядка  $N_2$  с функциями передачи  $H_{2i}(j\omega)$ ,  $i = \overline{0,7}$ . Поскольку с помощью структуры набора фильтров, представленной на рис. 4, а, разделяются только восемь из 32 каналов, необходимо последовательное (или параллельное с помощью четырех однотипных подсистем) четырехкратное повторение операций преобразования множества входных сигналов  $\dot{x}_l(nT) = \dot{x}(nT)e^{j\frac{2\pi}{M}l}$ ,  $l = 0,1,2,3$  ( $M = 32$ ).

В общем случае если число частотных каналов равно  $M$ , а коэффициент прореживания ЦГФ равен  $\nu$ , то число повторений преобразования по структуре на рис. 4, а определяется отношением  $M/\nu$ . При этом суммарные вычислительные затраты в единицу време-

ни  $R_T$ , затраты памяти данных  $S$  и задержка  $\tau$  на реализацию  $M$ -канальной системы фильтров составят:

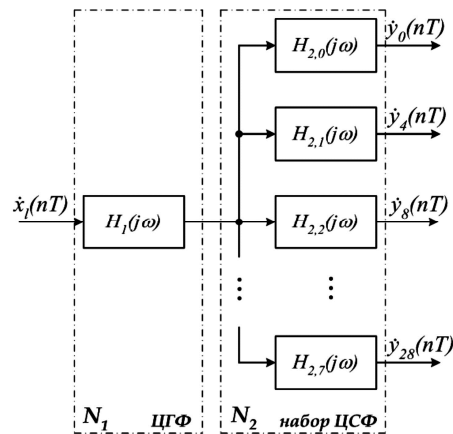
$$\begin{cases} R_T = \frac{2M}{\nu} \left( \frac{N_1}{\nu} + 2\nu N_2 \right) f_{кв}; \\ S = \frac{2M}{\nu} (N_1 + N_2); \\ \tau = \frac{(N_1 + N_2)}{2f_{кв}}. \end{cases} \quad (9)$$

Выражение (9) указывает на прямую зависимость вычислительных затрат и затрат памяти данных от коэффициента прореживания  $\nu$ . С увеличением коэффициента прореживания  $\nu$  уменьшаются затраты на реализацию ЦГФ, но увеличиваются затраты на реализацию набора ЦСФ, так как порядок сглаживающих фильтров принимает значение [4]

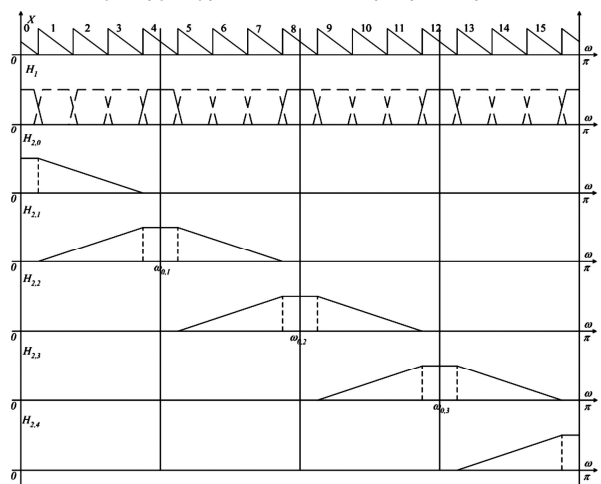
$$N_2 = \frac{\nu\beta}{\beta - 2\nu} L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right), \quad (10)$$

фактически пропорционально нарастающее (при  $\beta \gg \nu$ ) с ростом  $\nu$ . Порядок гребенчатого фильтра однозначно определяется заданной совокупностью параметров частотной избирательности ( $\alpha, \beta, \varepsilon_{1\text{дон}}, \varepsilon_{2\text{дон}}$ ) проектируемой системы фильтров

$$N_1 = \alpha\beta L(\varepsilon_1/2, \varepsilon_2). \quad (11)$$

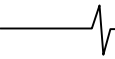


а) структурная схема набора фильтров



б) частотные характеристики каналов преобразования

Рис. 4. Метод двухступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте



Показатель узкополосности  $\beta$  в выражение (11) связан с числом каналов  $M$  системы частотной селекции сигналов прямо пропорциональной зависимостью (3).

Подставив выражения (10) и (11) в (9) с учетом (3), получим

$$\left\{ \begin{aligned} R_T &= 2(2\alpha + 1)M^2 \left[ \frac{1}{v^2} + \frac{2v}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} \right] \times \\ &\times L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) f_{кв}; \\ S &= 2(2\alpha + 1)M^2 \left[ \frac{1}{v} + \frac{1}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} \right] L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right); \\ \tau &= \frac{(2\alpha + 1)M}{2f_{кв}} \left[ 1 + \frac{v}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} \right] L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right). \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Оптимальное значение коэффициента прореживания  $v_{1opt}$ , минимизирующее вычислительные затраты  $R_T$ , может быть найдено из решения кубического уравнения вида

$$v^3 - \frac{4\alpha^2}{(2\alpha + 1)M} v^2 + 4\alpha v - (2\alpha + 1)M = 0 \quad (13)$$

с помощью метода Кардано или непосредственно по целевой функции  $R_T(v)$  (12) с использованием численных методов поиска экстремума. Последний способ является более предпочтительным, так как на параметр  $v$  наложены дополнительные ограничения: целочисленность и кратность числу каналов.

Подставив в выражение (12) принятые в примере исходные данные для оптимального целочисленного значения коэффициента прореживания  $v_{1opt} = 8$ , минимизирующего вычислительные затраты, получим:

$$R_T = 142,2 \times 10^6 \text{ умн./с}; S = 61716 \text{ ячеек}; \tau = 192 \text{ мс.}$$

Таким образом, переход к двухступенчатой структуре набора фильтров с применением предварительной групповой селекции сигналов позволил в рассматриваемом примере построения системы уменьшить объем вычислительных затрат приблизительно в 32 раза. В то же время на порядок увеличилась емкость памяти данных, что вызвано «расщеплением» входного сигнала  $\dot{x}(nT)$  на множество сигналов  $\dot{x}_l(nT)$ ,  $l = \overline{0,7}$ , после предварительной многократной трансформации его спектра. Каждый гребенчатый фильтр и последующий набор сглаживающих фильтров работают на свой групповой сигнал  $\dot{x}_l(nT)$ , и чем больше число групповых сигналов, т.е. чем меньше коэффициент прореживания  $v$ , тем больше затраты памяти данных. Поэтому с позиции минимизации емкости памяти данных желательно выбирать максимально допустимое значение коэффициента прореживания  $v$ , что одновременно минимизирует вычислительные затраты на реализацию гребенчатых фильтров. Однако с увеличением коэффициента прореживания  $v$  пропорционально увеличиваются затраты на реализацию сглаживающих фильтров. Для уменьшения затрат на реализацию набора узкополосных ЦСФ целесообразно построение каждого из них по аналогичной двухступенчатой структуре, а всей систе-

мы фильтров по трехступенчатой структуре. Но, прежде чем перейти к трехступенчатой реализации, оценим возможности эффективного сочетания алгоритмов предварительной гребенчатой фильтрации и быстрой свертки в рамках двухступенчатой реализации.

### **Метод двухступенчатого преобразования с применением ЦГФ и алгоритма быстрой свертки для реализации набора полосовых сглаживающих фильтров**

Метод двухступенчатого преобразования с применением алгоритма быстрой свертки для реализации набора полосовых ЦСФ отличается от выше рассмотренного метода только тем, что вторая, наиболее затратная, ступень использует алгоритм БПФ для перехода в частотную область и обратно по каждому каналу, заменяя операцию свертки временных последовательностей на простое перемножение их дискретных Фурье-образов.

В общем случае, если число частотных каналов равно  $M$ , а коэффициент прореживания импульсной характеристики ЦГФ равен  $v$ , то число повторений преобразования по структуре на рис. 4, а определяется отношением  $M/v$ . При этом суммарные вычислительные затраты в единицу времени  $R_T$  и затраты памяти данных  $S$  на реализацию  $M$ -канальной системы фильтров составят:

$$R_T = \frac{2M}{v} \left\{ \frac{N_1}{v} + 4v [\log_2(2N_2 + 1)] \right\} f_{кв}; \quad (14)$$

$$S = \frac{2M}{v} (N_1 + 8N_2 + 2N_2v). \quad (15)$$

Переход к блочной обработке на второй ступени преобразований вносит дополнительную задержку, связанную с буферизацией входных и выходных данных:

$$\tau = (N_1 + 5N_2) \frac{1}{2f_{кв}}. \quad (16)$$

Подставив выражения (10) и (11) в (14)-(16) с учетом (3), получим

$$\left\{ \begin{aligned} R_T &= \frac{2M}{v} \left\{ \frac{2\alpha + 1}{v} ML\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) + \right. \\ &+ 4v \left[ \log_2 \left( \frac{2vM(2\alpha + 1)}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right) \right) + 1 \right] \left. \right\} f_{кв}; \\ S &= 2(2\alpha + 1)M^2 \left[ \frac{1}{v} + \frac{1}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} \right] L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right); \\ \tau &= \frac{(2\alpha + 1)M}{2f_{кв}} \left[ 1 + \frac{v}{(2\alpha + 1)M - 2\alpha v} \right] L\left(\frac{\varepsilon_1}{2}, \varepsilon_2\right). \end{aligned} \right. \quad (17)$$

Подставив в выражение (17) принятые в примере исходные данные для оптимального целочисленного значения коэффициента прореживания  $v_{1opt} = 32$ , минимизирующего вычислительные затраты, получим:

$$R_T = 45,8 \times 10^6 \text{ умн./с}; S = 65924 \text{ ячеек}; \tau = 237 \text{ мс.}$$

Таким образом, переход к двухступенчатой структуре набора фильтров с применением предварительной групповой селекции сигналов и алгоритма быстрой свертки на второй ступени преобразований позволил в рассмат-



риваемом примере построения системы уменьшить объем вычислительных затрат приблизительно в 3 раза при незначительном увеличении памяти данных и задержки по отношению к предыдущей схеме. Отметим, что многократное уменьшение требуемой памяти данных и задержки по отношению к обычной реализации алгоритма быстрой свертки по каждому частотному каналу обусловлено значительным уменьшением порядка ЦСФ  $N_2$  по сравнению с порядком  $N$  набора ЦФФ.

**Метод трехступенчатого преобразования с применением ЦГФ и прямой формы реализации набора полосовых сглаживающих фильтров**

На рис. 5, а представлен вариант построения трехступенчатой структуры набора ЦФФ с заданными свойствами частотной избирательности. Предполагается, что набор полосовых сглаживающих фильтров (рис. 4) реализуется по двухступенчатой структуре с использованием дополнительного набора гребенчатых фильтров с функциями передачи  $H_{2k}(j\omega)$ ,  $k = \overline{0,3}$  и последующего набора ЦСФ с функциями передачи  $H_{3i}(j\omega)$ ,  $i = \overline{0,1}$ . Рис. 5, б иллюстрирует процесс формирования функции передачи набора ЦФФ по нулевому (низкочастотному) каналу путем перемножения функций передачи последовательно включенных ЦГФ и ЦСФ:  $H_0(j\omega) = H_{1,0}H_{2,0}H_{3,0}(j\omega)$ . Аналогичным образом формируются функции передачи по всем частотным каналам. Например, для 8-го частотного канала функция передачи принимает вид:  $H_8(j\omega) = H_{1,0}H_{2,2}H_{3,0}(j\omega)$ .

В общем случае, если число частотных каналов равно  $M$ , а коэффициенты прореживания импульсной характеристики ЦГФ первой и второй ступени преобразования принимают значения  $v_1$  и  $v_2$ , то число повторений преобразования по структуре на рис. 5,а на первой ступени определяется отношением  $M/v_1$ , а на второй ступени – отношением  $M_2/v_2$ , где  $M_2 = v_1$  – число ЦГФ второй ступени преобразований. При этом суммарные вычислительные затраты в единицу времени  $R_T$ , затраты памяти данных  $S$  и задержка  $\tau$  на реализацию  $M$ -канальной системы фильтров составят:

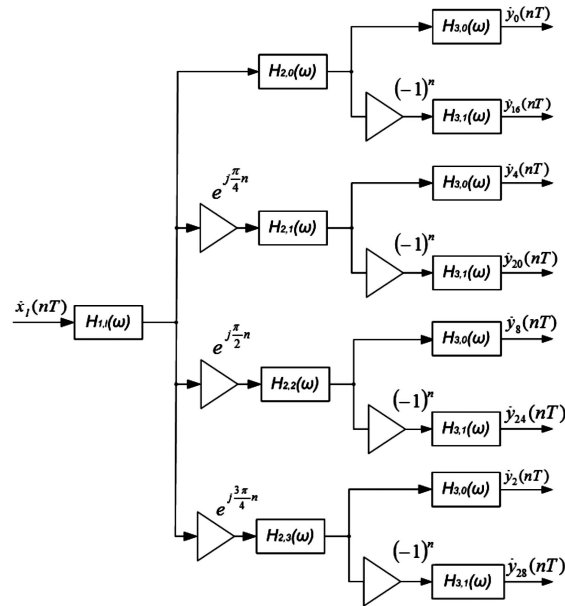
$$\begin{cases} R_T = \frac{2M}{v_1} \left[ \frac{N_1}{v_1} + \frac{2v_1}{v_2} \left( \frac{N_2}{v_2} + v_2 N_3 \right) \right] f_{кв}; \\ S = \frac{2M}{v_1} \left[ N_1 + \frac{2v_1}{v_2} (N_2 + v_2 N_3) \right]; \\ \tau = \frac{(N_1 + N_2 + N_3)}{2f_{кв}}. \end{cases} \quad (18)$$

Выражение (18) указывает на прямую зависимость вычислительных затрат и затрат памяти данных от коэффициентов прореживания  $v_1$  и  $v_2$ . С увеличением коэффициента прореживания  $v_1$  уменьшаются затраты на реализацию ЦГФ первой ступени преобразований, но увеличиваются затраты на реализацию ЦГФ второй ступени и набора ЦСФ третьей ступени преобразований, так как порядок ЦГФ второй ступени принимает значение [4]:

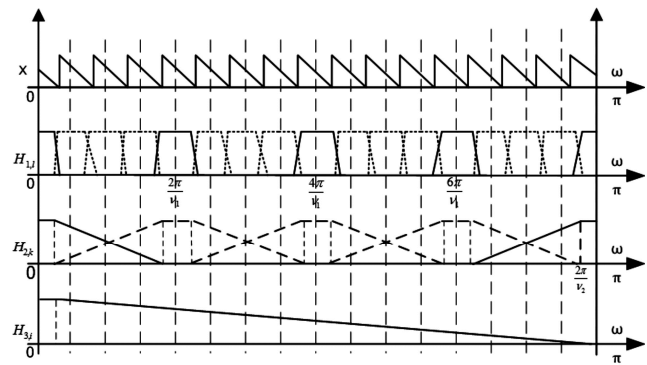
$$N_2 = \frac{v_1 \beta}{\beta - 2v_1} L \left( \frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2 \right), \quad (19)$$

фактически пропорционально нарастающее с ростом  $v_1$ . В тоже время с увеличением коэффициента прореживания  $v_2$  уменьшаются затраты на реализацию ЦГФ второй ступени преобразований, но пропорционально увеличиваются затраты на реализацию набора ЦСФ, так как их порядок принимает значение:

$$N_3 = \frac{v_2 \beta}{\beta - 2v_2} L \left( \frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2 \right). \quad (20)$$



а) структурная схема набора фильтров



б) частотные характеристики каналов преобразования

Рис. 5. Метод трехступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте

Порядок гребенчатых фильтров первой ступени преобразований, как и ранее, однозначно определяется заданной совокупностью параметров частотной избирательности  $(\alpha, \beta, \varepsilon_{1don}, \varepsilon_{2don})$  проектируемой системы фильтров

$$N_1 = \alpha \beta L \left( \frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2 \right). \quad (21)$$

Показатель узкополосности  $\beta$  в выражениях (19)–(21) связан с числом каналов  $M$  системы частотной селекции сигналов прямо пропорциональной зависимостью (3).

Подставив выражения (19)–(21) в (18) с учетом (3), получим

$$\begin{cases}
 R_T = \frac{2(2\alpha+1)M^2}{v_1} \left\{ \frac{1}{v_1} + \frac{2v_1}{v_2} \times \right. \\
 \times \left[ \frac{v_1}{((2\alpha+1)M - 2\alpha v_1)v_2} + \right. \\
 \left. \left. + \frac{v_2^2}{(2\alpha+1)M - 2\alpha v_2} \right] \right\} L\left(\frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2\right) f_{кв}; \\
 S = \frac{2(2\alpha+1)M^2}{v_1} \left\{ 1 + \frac{2v_1}{v_2} \left[ \frac{v_1}{(2\alpha+1)M - 2\alpha v_1} + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{v_2^2}{(2\alpha+1)M - 2\alpha v_2} \right] \right\} L\left(\frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2\right); \\
 \tau = \frac{(2\alpha+1)M}{2f_{кв}} \left[ 1 + \frac{v_1}{(2\alpha+1)M - 2\alpha v_1} + \right. \\
 \left. + \frac{v_2}{(2\alpha+1)M - 2\alpha v_2} \right] L\left(\frac{\varepsilon_1}{3}, \varepsilon_2\right).
 \end{cases} \quad (22)$$

Подставив в выражение (22) принятые в примере исходные данные для оптимального сочетания целочисленных значений коэффициентов прореживания  $v_{1opt} = 16$  и  $v_{2opt} = 4$ , минимизирующих вычислительные затраты, получим:

$$R_T = 63 \times 10^6 \text{ умн./с}; S = 39533 \text{ ячеек}; \tau = 200 \text{ мс.}$$

Таким образом, переход от двух- к трехступенчатой структуре набора ЦФФ позволил дополнительно уменьшить в 2 раза объем приведенных вычислительных затрат и в 1,5 раза емкость памяти данных при незначительном увеличении задержки.

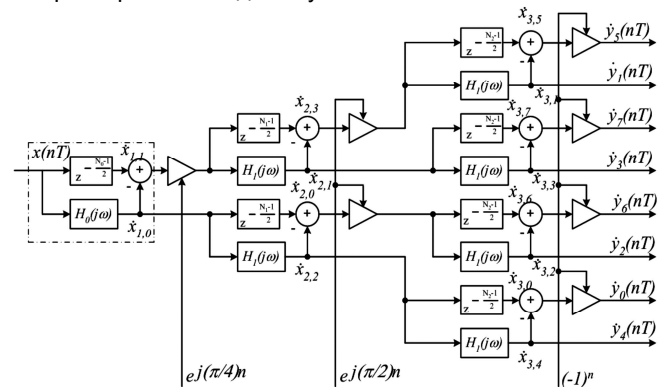
### Многоступенчатая пирамидальная форма набора ЦФФ

Приняв за основу идею многоступенчатой реализации, перейдем к синтезу пирамидальной структуры набора фильтров частотной селекции с равноразнесенными центральными частотами. Для пояснения принципа работы предложенной в [7] структуры набора фильтров на рис.6,а представлена схема, реализующая восьмиканальную систему, а на рис. 6,б показаны преобразования спектра сигнала  $\dot{x}(nT)$  при выделении четвертого канального сигнала  $\dot{y}_4(nT)$  согласно принятой нумерации частотных каналов.

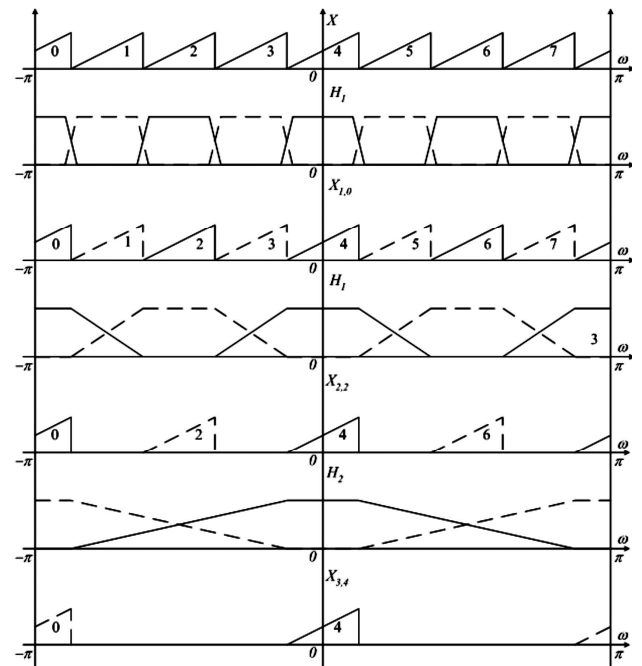
Цифровая восьмиканальная система частотной селекции сигналов, синтезируемая по пирамидальной структуре (см. рис. 6,а), состоит из трех каскадов фильтров, содержащих в общей сложности семь полуполосных ЦФФ. В первом каскаде входной сигнал  $\dot{x}(nT)$  «расщепляется» на две последовательности данных: сигнал  $\dot{x}_{1,0}(nT)$ , содержащий нечетные составляющие, и сигнал  $\dot{x}_{1,1}(nT)$ , содержащий четные составляющие спектра входного сигнала. При этом необходим только один полуполосный ЦФФ с функцией передачи  $H_0(j\omega)$ , непосредственно выделяющий сигнал  $\dot{x}_{1,0}(nT)$ , а для селекции сигнала  $\dot{x}_{1,1}(nT)$  достаточно воспользоваться

свойством антисимметричности АЧХ используемого полуполосного ЦФФ, а полученные на его выходе данные  $\dot{x}_{1,0}(nT)$  вычесть из задержанной на  $(N_0 - 1)/2$  отсчетов ( $N_0$  — порядок фильтра) последовательности входных данных  $\dot{x}(nT)$  согласно структуре, выделенной на рис. 6, а штрихпунктирной линией.

Заметим, что спектральная структура сигнала  $\dot{x}_{1,1}(nT)$  отличается от структуры сигнала  $\dot{x}_{1,0}(nT)$  сдвигом по частоте информативных (отличных от нуля) спектральных составляющих на величину  $\Omega = \pi/4$ . Для идентичности последующей обработки сигналов  $\dot{x}_{1,0}(nT)$  и  $\dot{x}_{1,1}(nT)$  спектр последнего трансформируется в низкочастотную область путем умножения на функцию  $e^{+i\frac{\pi}{4}n}$ . Аналогичная процедура «расщепления» сигналов  $\dot{x}_{1,0}(nT)$  и  $\dot{x}_{1,1}(nT)$  на четные и нечетные спектральные составляющие выполняется на второй и последующей ступенях преобразования, с удвоением числа фильтров на каждой ступени.



а) пирамидальная структура 8-канальной системы фильтров



б) преобразования спектра входного сигнала при выделении четвертого канала

Рис. 6. Метод многоступенчатого преобразования с использованием прореживания по частоте

В результате на выходе рассматриваемой структуры получим группу сигналов  $\dot{y}_i(nT) = \dot{x}_{2,i}(nT)$ ,  $i = \overline{0,7}$ , каждый из которых несет информацию о соответствующей спектральной составляющей входного сигнала  $\dot{x}_{2,2}(nT)$ , причем спектры сигналов  $\dot{y}_i(nT) = \dot{x}_{2,i}(nT)$ ,  $i = \overline{1,4}$ , расположены в окрестности нулевой частоты, а спектры оставшихся сигналов – в окрестности частоты  $\omega = \pi$ . Для выделения комплексной огибающей  $\dot{y}_i(nT)$ ,  $i = \overline{0,5,6,7}$ , последних используется простейшая трансформирующая функция  $e^{+j\pi n}$ , которая фактически представляет собой последовательность чисел +1 и -1.

При проектировании цифровой системы частотной селекции в общем случае на  $M$  каналов используется аналогичный принцип построения пирамидальной структуры: формирование в первом каскаде четных и нечетных каналов фильтрации с помощью входного полуполосного ЦГФ на два антисимметричных выхода и «прореживание» полученных спектральных составляющих от каскада к каскаду последующими полуполосными ЦГФ с пошаговым изменением их спектрального положения.

Оценим эффективность пирамидальной формы построения  $M$ -канальной системы фильтров с позиции требуемых вычислительных затрат в единицу времени  $R_T(N, M)$ . Вычислительные затраты на реализацию всей системы фильтров определяются затратами на квадратурную модуляцию и затратами на построение  $M - 1$  полуполосных ЦГФ с двухканальными выходами. Оценку вычислительных затрат на квадратурную модуляцию запишем в виде

$$R_{TM}(M) = 2M \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{M} \right) f_{кв} \approx 4M f_{кв}.$$

Если учесть, что трансформирующие функции последнего и предпоследнего каскадов рассматриваемой структуры  $e^{j\pi n}$  и  $e^{j\frac{\pi}{2}n}$  представляют собой последовательности чисел  $\{(-1)^n\}$  и соответственно  $\{1 + j0; 0 + j1; -1 + j0; 0 - j1\}$ , то фактические затраты на модуляцию составят  $R_{TM} = M$ .

При заданных значениях порядков  $N_i$  и коэффициентов прореживания  $v_i$ ,  $i = \overline{0, m-1}$ , импульсной характеристики фильтров  $i$ -й степени преобразования оценки вычислительных затрат (с учетом затрат на модуляцию) и емкости памяти данных на реализацию  $M$ -канальной системы ( $M$  равно степени двойки) по пирамидальной структуре представим в виде

$$\begin{cases} R_T = \left( M + \sum_{i=0}^{m-1} 2^i \frac{N_i}{v_i} \right) f_{кв}; \\ S = 2 \sum_{i=0}^{m-1} 2^i N_i, \end{cases} \quad (23)$$

где  $m = \log_2 M$ .

При записи выражений (23) предполагалось, что удвоение вычислительных затрат на реализацию филь-

тров с комплексными входными сигналами компенсируется их уменьшением во столько же раз за счет дополнительной «прореженности» импульсной характеристики полуполосного ЦГФ.

Многоступенчатая обработка вносит дополнительную задержку на каждой ступени преобразования на половину длины импульсной характеристики полуполосных гребенчатых фильтров. Суммарная задержка принимает значение

$$\tau = \left( \sum_{i=0}^{m-1} N_i \right) \frac{1}{2f_{кв}}. \quad (24)$$

Пусть  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon_{1don}$ ,  $\varepsilon_{2don}$  – совокупность числовых параметров, определяющих требуемые свойства частотной избирательности канальных фильтров. Порядок  $N_0$  входного ЦГФ найдем по введенному ранее выражению для оценки порядка КИХ-фильтра:

$$N_0 = \alpha \beta L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right), \quad (25)$$

где множитель  $1/m$  отражает зависимость неравномерности АЧХ канального фильтра от числа ступеней преобразования (каскадов включения)  $m$ . Коэффициент прореживания  $v$  импульсной характеристики ЦГФ нулевой ступени преобразования принимает предельно максимальное значение  $v_0 = M/2$ , однозначно определяемое числом каналов  $M$  (рассматривается комплексный входной сигнал со спектральной структурой, представленной на рис. 6, б).

Оценку порядка  $N_i$  полуполосного ЦГФ  $i$ -й степени преобразования в форме (25) с учетом выражения, связывающего показатель прямоугольности АЧХ  $\alpha_i$  с коэффициентом прореживания импульсной характеристики  $v_{i-1}$  ЦГФ  $(i-1)$ -й ступени [4]

$$\alpha_i = \frac{v_{i-1}}{\beta - 2v_{i-1}} = \frac{v_0}{2^{i-1}\beta - 2v_0},$$

запишем в виде

$$N_i = \alpha_i \beta L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right) = \frac{v_{i-1} \beta}{\beta - 2v_{i-1}} L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right), \quad (26)$$

где коэффициент прореживания импульсной характеристики  $v_i = v_0 2^i$ ,  $i = \overline{1, m-1}$ .

Подставив (25) и (26) в выражения (23) и (24), с учетом равенств  $v_0 = M/2$ ,  $\beta = [(2\alpha + 1)/\alpha]M$  получим

$$\begin{cases} R_T(\alpha, M) = \{ M + 2(2\alpha + 1) \times \\ \times \left[ 1 + \sum_{i=1}^{m-1} 2^i \frac{1}{(2\alpha + 1) - 2^{-i}\alpha} \right] L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right) \} f_{кв}; \\ S(\alpha, M) = 2(2\alpha + 1)M \times \\ \times \left[ 1 + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{(2\alpha + 1) - 2^{-i}\alpha} \right] L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right); \\ \tau = (2\alpha + 1)M \left[ 1 + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{(2\alpha + 1) - 2^{-i}\alpha} \right] \frac{L \left( \frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2 \right)}{f_{кв}}, \end{cases} \quad (27)$$

где  $m = \log_2 M$ ;  $L\left(\frac{\varepsilon_1}{m}, \varepsilon_2\right) = -\frac{2}{3} \lg \frac{10\varepsilon_1\varepsilon_2}{m}$  (для полуполосных ЦГФ обычно принимают  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  и  $m=1$ ).

Выражения (27) позволяют оценить затраты на реализацию  $M$ -канальной пирамидальной структуры фильтров для заданных значений параметров частотной избирательности.

Для рассматриваемого контрольного примера суммарные затраты на реализацию составят

$$R_T = 6,54 \times 10^6 \text{ умн./с}; S = 11\,760 \text{ ячейки}; \tau = 246 \text{ мс.}$$

Таким образом, применение пирамидальной структуры позволяет многократно по отношению к трехкаскадной структуре (в рассмотренном примере в 10 раз) уменьшить требуемую скорость обработки при одновременном уменьшении в несколько раз емкости памяти данных и незначительном увеличении задержки.

### Заключение

С целью наглядной иллюстрации эффективности реализации рассмотренных выше методов результаты проведенных расчетов сведены в табл. 1.

Таблица 1.

| № п/п | Метод реализации   | $R_T$ , умн./с      | $S$ , ячеек | $\tau$ , мс |
|-------|--|---------------------|-------------|-------------|
| 1     | Прямая форма   | $4593 \times 10^6$  | 7178        | 180         |
| 2     | Быстрая свертка  | $66,6 \times 10^6$  | 488033      | 897         |
| 3     | Двухступенчатая прямая, $v_{opt} = 8$                      | $142,2 \times 10^6$ | 61716       | 192         |
| 4     | Двухступенчатая быстрая, $v_{opt} = 32$                    | $45,8 \times 10^6$  | 65924       | 237         |
| 5     | Двухступенчатая быстрая, $v = 8$                           | $112 \times 10^6$   | 70640       | 199         |
| 6     | Трехступенчатая прямая, $v_{1,opt} = 16$ ; $v_{2,opt} = 4$ | $63 \times 10^6$    | 39533       | 205         |
| 7     | Многоступенчатая пирамидальная                             | $6,54 \times 10^6$  | 11760       | 246         |

Анализ представленных результатов расчета затрат на реализацию набора ЦПФ с заданными свойствами частотной избирательности позволяет сделать следующие выводы.

1. Прямая форма реализации без предварительных преобразований отличается минимальной емкостью памяти данных и минимальной задержкой. Это самая простая формы реализации в смысле алгоритма обработки входных данных и структурной схемы! Но и самая затратная с позиции вычислительных затрат (на два-три порядка по отношению к оптимальному решению). Приведенные вычислительные затраты нарастают пропорционально квадрату числа частотных каналов  $M$ .

2. Быстрая свертка предполагает, что каждый ЦПФ строится с использованием двойного быстрого преобразования Фурье (причем обратное преобразование выполняется отдельно по каждому частотному каналу), что позволяет почти на два порядка уменьшить вычислительные затраты, но переход к блочной обработке данных и вынужденное использование механизма буферизации приводят к многократному (на два порядка) увеличению емкости памяти данных и задержки (в пять раз).

3. Переход к двух- и трехступенчатой реализации набора ЦПФ с предварительной обработкой с использованием цифровых гребенчатых фильтров дает возможность (при оптимальных значениях коэффициентов прореживания их импульсных характеристик) уменьшить приведенные вычислительные затраты на два порядка по отношению к прямой форме реализации и уменьшить на порядок емкость памяти данных и в 3-5 раз задержку по отношению к быстрой свертке (не уступая по скорости обработки).

4. Наилучшее решение поставленной задачи по совокупности критериев, и в первую очередь требуемых вычислительных затрат, дает многоступенчатая пирамидальная форма реализации, впервые опубликованная в работе [7]. При соизмеримых затратах на память данных и задержку по отношению к прямой форме многоступенчатая реализация позволила уменьшить приведенные вычислительные затраты почти на три порядка и на порядок по отношению к быстрой свертке.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в Рязанском государственном радиотехническом университете (проект № 14-19-01263).

### Литература

- Behrouz Farhang-Boroujenu. OFDM Versus Filter Bank Multicarrier // IEEE Signal Processing Magazine, - 2011, - Vol. 28, № 3, - P. 92-112.
- Lin L. and Farhang-Boroujenu B. Cosine modulated multitone modulation for very high-speed digital subscriber lines // EURASIP J. Appl. Signal Processing, - 2006, Article ID 19329.
- Витязев В.В., Овинников А.А. Методы анализа/синтеза сигналов в системах беспроводной связи со многими несущими // Электросвязь. 2013. № 9. – с. 28-32.
- Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993. 240 с.
- Витязев В.В., Муравьев С.И., Степашкин А.И. Метод синтеза цифровых узкополосных КИХ-фильтров // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1981. – Т. 24, № 7. – С. 55-59.
- Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический курс: Пер. с англ. М.: Изд.дом «Вильямс», 2004. 992 с.
- Витязев В.В., Муравьев С.И. Синтез цифровой системы частотной селекции сигналов на основе полуполосных гребенчатых фильтров // Электросвязь. – 1988. - № 3. – С.57-61.

УДК 621.391:621.396.96

## АДАПТИВНЫЕ РЕЖЕКТОРНЫЕ ФИЛЬТРЫ КАСКАДНОГО ТИПА

*Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru.*

## ADAPTIVE REJECTOR CASCADE TYPE FILTERS

*Popov D.I.*

*The principles of construction of adaptive rejector cascade type filters are considered. The method of analysis of given type filters depending on adaptation errors conditioned by finite training sample size is offered.*

**Key words:** auto-compensation, adaptation, adaptive rejector filters, correlation coefficients, training sample set, clutter, rejection efficiency.

**Ключевые слова:** автокомпенсация, адаптация, адаптивные режекторные фильтры, коэффициенты корреляции, обучающая выборка, пассивные помехи, эффективность режектирования.

## Введение

При проектировании и эксплуатации радиолокационных систем одной из актуальных и трудных неизменно остается проблема обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех [1]. Отсутствие априорной информации о спектрально-корреляционных характеристиках помех, а также их неоднородность и нестационарность в зоне обзора, существенно затрудняют реализацию эффективного обнаружения движущихся целей на фоне помех, что стимулирует инновационное развитие радиолокационных систем и методов обработки радиолокационных сигналов. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на оптимизации алгоритмов обработки в зависимости от параметров помехи и последующей замене в соответствии с методологией адаптивного байесовского подхода неизвестных параметров их состоятельными оценками, что приводит к построению адаптивных алгоритмов и систем обработки, в частности, адаптивных режекторных фильтров (АРФ) канонического типа с комплексными весовыми коэффициентами [2]. Однако аналогично традиционным цифровым фильтрам в отдельных случаях АРФ канонического типа присущ ряд недостатков, преодолеть которые удается в рассматриваемых ниже АРФ каскадного типа, открывающих новые возможности по упрощению процедуры адаптации по сравнению с адаптивными фильтрами канонического типа.

## Принципы построения АРФ каскадного типа

Пассивная помеха, создаваемая мешающими отражениями от протяженных объектов, является случайным узкополосным процессом гауссовского типа, образующим с собственным шумом приемника аддитивную смесь, представленную в  $j$ -м периоде повторения следующими через период повторения  $T$  цифровыми от-

*Рассмотрены принципы построения адаптивных режекторных фильтров каскадного типа. Предложен метод анализа фильтров данного типа в зависимости от погрешностей адаптации, обусловленных конечным объемом обучающей выборки.*

счетами  $U_j = x_j + iy_j$  комплексной огибающей, которые описываются корреляционными моментами

$$R_{jk} = \frac{\overline{U_j U_k^*}}{2\sigma_{\Pi}^2} = \rho_{jk} e^{i(j-k)\varphi} + \lambda \delta_{jk}, \quad (1)$$

где  $\rho_{jk}$  – коэффициенты межпериодной корреляции,  $\varphi$  – доплеровский сдвиг фазы за период повторения  $T$ ,  $\lambda = \sigma_{\text{ш}}^2 / \sigma_{\Pi}^2$  – отношение собственный шум/помеха,  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера.

Стационарность структуры матрицы  $\|R_{jk}\|$ , являющейся эрмитовой и теплицевой, позволяет при определении оптимальных весовых коэффициентов нерекурсивного АРФ порядка  $m$  ограничиться оцениванием коэффициентов корреляции  $\rho_{1k}$  ( $k = \overline{2, m}$ ), соответствующих первой строке матрицы  $\|R_{jk}\|$ , что при  $m \geq 2$  соответствует числу оцениваемых коэффициентов корреляции, необходимых для адаптации весовых коэффициентов канонического АРФ, равному  $m-1$  [2]. В частности, при  $m=1$  оптимальные коэффициенты  $\hat{g}_0 = g_0 = -\hat{g}_1 = -g_1 = 1$ , а при  $m=2$  –  $\hat{g}_0 = g_0 = \hat{g}_2 = g_2 = 1$ ,  $\hat{g}_1 = -2\hat{\rho}_{12}$ .

При  $m > 2$  адаптивные алгоритмы имеют более сложный (дробный) вид и в случае сильно-коррелированных помех из-за плохой обусловленности матрицы коэффициентов корреляции помехи  $\|\rho_{jk}\|$  обладают повышенной чувствительностью к погрешностям оценивания коэффициентов  $\rho_{1k}$  и, следовательно, вычислительной неустойчивостью. Существенно меньшей чувствительности удастся достичь при вычислении данных алгоритмов с учетом формы функции корреляции, что предполагает наличие соответствующих априорных сведений.

Другое решение данной проблемы состоит в каскадном построении АРФ при нечетном  $m$  на основе звеньев 1-го и 2-го порядков (РФ-1 и РФ-2), весовые коэффициенты которых свободны от указанного недостатка. При этом оптимальный весовой коэффициент для каждого звена РФ-2 вычисляется по оценочному значению коэффициента корреляции  $\hat{r}_{12} = \hat{r}$  остатков помехи предыдущего звена. При четном  $m$  каскадный АРФ выполняется на основе звеньев РФ-2. Таким образом, каскадное построение АРФ дает возможность сократить число блоков оценивания коэффициентов корреляции и упростить выполнение блоков вычисления весовых коэффициентов, что приводит к упрощению АРФ в целом.

Дальнейшее упрощение АРФ связано с использованием автокомпенсации доплеровского сдвига фазы помехи  $\varphi$  за период повторения  $T$ . В АРФ с комплексными весовыми коэффициентами адаптация к доплеровскому сдвигу фазы помехи осуществляется путем смещения амплитудно-частотной характеристики фильтра с помощью комплексных множителей, число которых равно порядку фильтра  $m$  [2]. Это существенно усложняет реализацию данных АРФ в цифровом виде, особенно высоким порядком, и повышает требования к быстродействию выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи, обусловленного взаимным перемещением источника мешающих отражений и носителя радиолокатора. В работе [3] синтезированы алгоритмы оценивания, на основе которых предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с обратной [4] и прямой [5] связью. Автокомпенсатор компенсирует непосредственно доплеровское смещение спектра помехи, упрощая тем самым АРФ, так как позволяет реализовать последующее режектирование «остановленной» помехи фильтром с действительными весовыми коэффициентами, адаптирующимися к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора [6, 7].

Сложность АРФ также определяется его порядком, выбор которого связан с заданной эффективностью режектирования помехи. Так как предельная эффективность ограничивается отношением «собственный шум/помеха», то в большинстве случаев она достигается фильтром 3-го порядка ( $m = 3$ ). В связи с этим каскадный АРФ 3-го порядка представляет самостоятельный интерес. Структурная схема такого АРФ с автокомпенсатором (АК) доплеровской фазы помехи изображена на рис. 1 [7], где  $3Y_T$  – запоминающее устройство на период повторения  $T$  обрабатываемых отсчетов,  $3Y_\tau$  – запоминающее устройство на интервал  $\tau$ . Автокомпенсатор осуществляет компенсацию доплеровских сдвигов фазы исходных отсчетов помехи  $U_j$ , которая и выполняется в соответствии с алгоритмами работы [3] и структурной схемой с обратной [4] или прямой [5] связью. Цифровые отсчеты  $U_j = x_j + iy_j = u_j e^{i(j\varphi + \varphi_0)}$  (где  $\varphi_0$  – начальная фаза) комплексной огибающей входных данных в автокомпенсаторе подвергаются двумерному повороту на угол  $-j\hat{\varphi}$  [3-5]. При этом на выходе автокомпенсатора образуются

отсчеты  $\tilde{U}_j = U_j e^{-ij\hat{\varphi}} = u_j e^{ij(\varphi - \hat{\varphi})}$ , не содержащие с точностью до погрешности автокомпенсации  $\Delta\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$  доплеровских сдвигов фазы помехи.

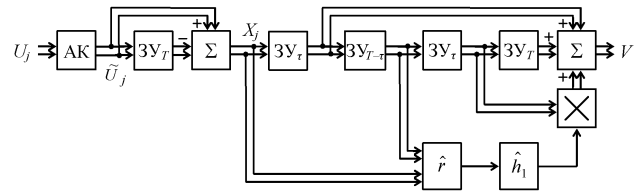


Рис. 1. Структурная схема АРФ каскадного типа

Адаптация звена 2-го порядка осуществляется по выходным отсчетам  $X_j$  звена 1-го порядка. Для этого вначале вычисляется оценка максимального правдоподобия (ОМП) межпериодного коэффициента корреляции  $\hat{r}$  отсчетов  $X_j$  [8-10]. С этой целью используются отсчеты помехи двух смежных периодов повторения в пределах временного строба, соответствующего  $n+1$  смежным элементам разрешения по дальности, образующие обучающую выборку в виде совокупности  $\{X_{j-1,l}, X_{jl}\}$ ,  $l = \overline{1, n+1}$ . Соответствующие среднему элементу разрешения в стробе отсчеты  $X_{j-1,l}, X_{jl}$  при  $l = n/2 + 1$  исключаются из обучающей выборки, чтобы при последующем временном совмещении обработки с этим элементом исключить влияние полезного сигнала. С учетом скомпенсированности доплеровских сдвигов фазы помехи для вычисления коэффициента корреляции  $\hat{r}$  может быть использован предложенный в работе [9] квазиоптимальный алгоритм

$$\hat{r} = \text{Re } Y_{12} / (a_1 a_2)^{1/2},$$

$$\text{где } Y_{12} = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq \frac{n}{2}+1}}^n X_{j-1,l}^* X_{jl}, \quad a_1 = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq \frac{n}{2}+1}}^n |X_{j-1,l}|^2,$$

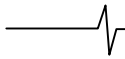
$$a_2 = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq \frac{n}{2}+1}}^n |X_{jl}|^2.$$

По оценке коэффициента корреляции  $\hat{r}$  вычисляется оптимальный весовой коэффициент звена РФ-2 [2]

$$\hat{h}_1 = -2\hat{r}.$$

С целью компенсации задержки вычислений оценки  $\hat{r}$  по отношению к среднему элементу обучающей выборки, образованной отсчетами с  $n$  смежных элементов разрешения по дальности, с помощью  $3Y_\tau$  вводится соответствующая задержка обрабатываемых отсчетов на интервал  $\tau$  (рис. 1), равный задержке оценок по отношению к среднему элементу разрешения временного строба, исключенному из обучающей выборки. Тогда в случае разрывной помехи или сигнала от цели, соизмеримого по величине с помехой, при обработке элемента разрешения, содержащего сигнал, исключается его влияние на используемые оценки.

Таким образом, в рассматриваемом АРФ каскадного типа по сравнению с АРФ канонического типа того же порядка сократилось число оцениваемых коэффициен-



тов корреляции, а алгоритмы адаптации упростились и с вычислительной точки зрения приобрели устойчивый характер.

**Анализ АРФ каскадного типа**

Рассмотрим эффективность режектирования помехи в зависимости от погрешностей адаптации. Вначале опишем корреляционные свойства выходных отсчетов автокомпенсатора  $\tilde{U}_j$ , для коэффициентов корреляции которых аналогично (1) и в соответствии с определением вторых моментов данных отсчетов запишем

$$\tilde{\rho}_{jk} = \frac{1}{2\sigma_{\tilde{U}}^2} \overline{\tilde{U}_j \tilde{U}_k^*} = \frac{1}{2\sigma_{\tilde{U}}^2} \iint \tilde{U}_j \tilde{U}_k^* P(\tilde{U}_j, \tilde{U}_k) d\tilde{U}_j d\tilde{U}_k =$$

$$= \frac{1}{2\sigma_{\tilde{U}}^2} \iiint_{(U_j, U_k, \hat{\varphi})} U_j U_k^* e^{-i(j-k)\hat{\varphi}} P(U_j, U_k, \hat{\varphi}) dU_j dU_k d\hat{\varphi}. \quad (2)$$

В общем случае отыскание совместной плотности вероятности  $P(U_j, U_k, \hat{\varphi})$  является достаточно сложной задачей. Однако в связи с тем, что при определении оценки  $\hat{\varphi}$  в автокомпенсаторе осуществляется суммирование независимых данных с  $n$  элементов разрешения по дальности [3-5], взаимная корреляция оценки  $\hat{\varphi}$  и отсчетов  $U$  в одном элементе разрешения практически отсутствует. Тогда, учитывая нормальный закон двумерного распределения отсчетов  $U_j, U_k$  с корреляционными моментами (1) и асимптотическую нормальность распределения оценки  $\hat{\varphi}$  со средним  $\varphi$  и дисперсией  $\sigma_{\hat{\varphi}}^2$ , после интегрирования в (2) для коэффициентов корреляции отсчетов на выходе автокомпенсатора получаем

$$\tilde{\rho}_{jk} = \rho_{jk} \overline{\exp[-i(j-k)(\hat{\varphi} - \varphi)]} + \lambda \delta_{jk} =$$

$$= \rho_{jk} \exp[-(j-k)^2 \sigma_{\hat{\varphi}}^2 / 2] + \lambda \delta_{jk},$$

где  $\sigma_{\hat{\varphi}}^2 = \frac{\eta[(1+\lambda)^2 - \rho^2]}{2(2-\eta)n\rho^2}$  [3],  $\eta$  – коэффициент передачи разомкнутой петли автокомпенсатора с обратной связью (для автокомпенсатора с прямой связью  $\eta = 1$ ),  $\rho = \rho_{12}$ .

Как видим, погрешности автокомпенсации, характеризуемые величиной  $\sigma_{\hat{\varphi}}^2$ , приводят к уменьшению межпериодной корреляции отсчетов помехи и, следовательно, к расширению ее спектра, что учитывается при последующей адаптации РФ. Очевидно, что необходимая точность компенсации в автокомпенсаторах с обратной связью обеспечивается выбором объема обучающей выборки  $n$  и весового коэффициента  $\eta$ , а в автокомпенсаторах с прямой связью – только выбором объема обучающей выборки  $n$ . Повышение точности в автокомпенсаторах с обратной связью при  $\eta < 1$  достигается ценой соответствующего увеличения длительности процесса установления.

Для выходных отсчетов звена 1-го порядка (РФ-1)

$$X_j = \tilde{U}_j - \tilde{U}_{j-1}$$

коэффициенты корреляции имеют вид

$$r_{jk} = \frac{X_j X_k^*}{X_j X_j^*} = \frac{2\tilde{\rho}_{jk} - \tilde{\rho}_{j,k-1} - \tilde{\rho}_{j-1,k}}{2(1 - \tilde{\rho}_{12})}.$$

$$\text{В частности, } r = r_{12} = \frac{-1 + 2\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{13}}{2(1 - \tilde{\rho}_{12})}.$$

Тогда оптимальные весовые коэффициенты звена 2-го порядка (РФ-2)

$$h_0 = h_2 = 1, \quad h_1 = -2r = 1 - \frac{\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{13}}{1 - \tilde{\rho}_{12}}.$$

Системные функции в  $z$ -плоскости АРФ каскадного и канонического типов соответственно имеют вид

$$H(z) = (1 - z^{-1})(1 + h_1 z^{-1} + z^{-2}) =$$

$$= g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + g_3 z^{-3},$$

$$\text{где } g_0 = -g_3 = 1, \quad g_1 = -g_2 = -1 + h_1 = -\frac{\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{13}}{1 - \tilde{\rho}_{12}}.$$

Полученные коэффициенты  $g_k$  совпадают с оптимальными весовыми коэффициентами АРФ канонического типа [2]. Следовательно, предлагаемый вариант адаптации АРФ каскадного типа удовлетворяет соответствующему критерию оптимизации [2].

Выходная величина АРФ каскадного типа (рис. 1)

$$V = \sum_{k=0}^{m-1} \hat{h}_k X_{m-k},$$

$$\text{где } m = 3, \quad \hat{h}_0 = h_0 = \hat{h}_2 = h_2 = 1, \quad \hat{h}_1 = -2\hat{r}.$$

Так как вычисление оценки  $\hat{r}$  на основе усреднения независимых данных с  $n$  элементов разрешения по дальности приводит к отсутствию взаимной корреляции величин  $X_j$  и  $\hat{r}$ , а также  $X_j$  и  $\hat{h}_1$ , то можно найти

$$\sigma_{V_{\text{ш}}}^2 = \overline{V V^*} / 2 = \sigma_{X_{\text{ш}}}^2 \sum_{j,k=0}^{m-1} \hat{h}_j \hat{h}_k r_{jk},$$

где  $\sigma_{X_{\text{ш}}}^2 = 2\sigma_{\tilde{U}}^2(1 - \tilde{\rho}_{12}) = k_1 \sigma_{\tilde{U}}^2$  – дисперсия помехи на выходе РФ-1.

С учетом асимптотической нормальности распределения ОМП коэффициента корреляции  $\hat{r}$  со средним  $r$  и дисперсией  $\sigma_{\hat{r}}^2$  получим

$$\overline{\hat{h}_1} = -2\overline{\hat{r}} = -2r = h_1,$$

$$\overline{\hat{h}_1^2} = 4\overline{\hat{r}^2} = 4(r^2 + \sigma_{\hat{r}}^2) = h_1^2 + 4\sigma_{\hat{r}}^2.$$

Теперь окончательно найдем

$$\left( \frac{\sigma_V^2}{\sigma^2} \right)_{\text{ш}} = k_1 k_2 = k_1 \left( \sum_{j,k=0}^{m-1} h_j h_k r_{jk} + 4\sigma_{\hat{r}}^2 \right).$$

Заметим, что подавление помехи звеном РФ-1  $k_1$  зависит от ее корреляционных свойств и погрешностей адаптации в автокомпенсаторе к величине  $\varphi$ , а звеном РФ-2  $k_2$  – от корреляционных свойств остатков режектирования звена РФ-1 и погрешностей адаптации к величине  $r$ . Кроме того, на величины  $k_1$  и  $k_2$  влияет отношение  $\lambda$ , входящее в выражение для коэффициентов  $\rho_{jj}$ .

Ввиду асимптотической эффективности ОМП коэффициента корреляции  $\hat{r}$  для определения дисперсии  $\sigma_{\hat{r}}^2$  используем выражение Крамера-Рао, в соответствии с которым:

$$\sigma_{\hat{r}}^2 = - \left[ \frac{\partial^2 \ln P(\{X_{1l}, X_{2l}\}/r)}{\partial r^2} \right]^{-1}, \quad (3)$$

где  $P(\{X_{1l}, X_{2l}\}/r) = (2\pi)^{-2n} \det^{-n} \|r_{jk}\| \times$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \sum_{\substack{j,k=1 \\ l \neq \frac{n}{2}+1}}^2 w_{jk} X_{jl}^* X_{kl} \right\} - \text{функция правдоподобия,}$$

$w_{jk}$  – элементы матрицы  $\|w_{jk}\|$ , обратной матрице  $\|r_{jk}\|$ .

После соответствующих вычислений в (3) получим

$$\sigma_{\hat{r}}^2 = \frac{(1-r^2)^2}{2n(1+r^2)}.$$

В целом эффективность АРФ характеризуется усредненным по доплеровской фазе сигнала коэффициентом улучшения отношения сигнал/помеха [2], который имеет вид

$$\mu = \sum_{j=0}^m g_j^2 / \left( \frac{\sigma_V^2}{\sigma^2} \right)_n.$$

### Числовые результаты анализа

На рис. 2 приведены зависимости эффективности рассматриваемого АРФ каскадного типа от объема обучающей выборки  $n$  для гауссовской функции корреляции помехи

$$\rho_{jk} = \exp \{ -[\pi\beta_n(j-k)]^2 / 2,8 \},$$

где  $\beta_n = \Delta f_n T$  – нормированная ширина спектра помехи.

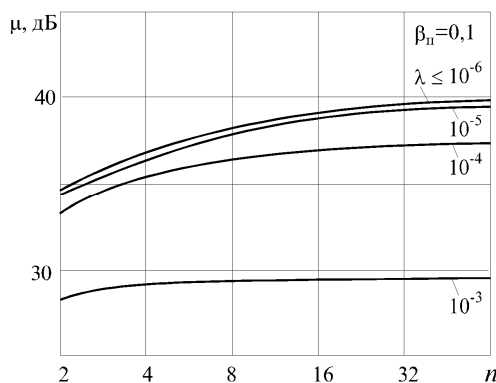


Рис. 2. Зависимости эффективности АРФ от объема обучающей выборки

При этом полагается, что объем обучающей выборки  $n$  при вычислении оценок  $\hat{\phi}$  и  $\hat{r}$  одинаковый.

Как видим, уменьшение погрешностей оценивания с ростом  $n$  приводит к увеличению эффективности АРФ, асимптотически приближающейся к предельной для

данного порядка фильтра  $m = 3$  [2]. При  $n \geq 8$  потери по отношению к предельной эффективности не превосходят 2 дБ. С уменьшением динамического диапазона помехи по отношению к уровню собственного шума ( $\lambda > 10^{-6}$ ) эффективность АРФ снижается, а ее зависимость от объема обучающей выборки слабеет, что обусловлено существенно меньшим влиянием шума на точность оценивания параметров помехи по сравнению с влиянием на эффективность ее режектирования.

### Заключение

Рассмотренные принципы построения АРФ каскадного типа приводят к сокращению числа оцениваемых параметров и упрощению алгоритмов и блоков адаптации. Проведенный анализ эффективности АРФ подтверждает возможности асимптотической реализации предельной эффективности режектирования пассивных помех на основе предложенных принципов адаптации режекторных фильтров каскадного типа и позволяет выбирать объем обучающей выборки в зависимости от величины допустимых потерь в эффективности АРФ, параметров автокомпенсатора и характеристик помехи.

### Литература

1. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / Под ред. М.И. Сколника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. – М.: Техносфера, 2014. – 672 с.
2. Попов Д.И. Синтез и анализ эффективности систем адаптивной междупериодной обработки сигналов на фоне помех с неизвестными корреляционными свойствами // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28. – № 12. – С. 2373–2380.
3. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2009. – № 2. – С. 30-33.
4. А. с. 711849 СССР, МПК6 G 01 S 7/36, G 01 S 13/52. Устройство для подавления пассивных помех / Д.И. Попов; заявл. 25.11.1977; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. – 10 с.
5. А. с. 1015757 СССР, МПК6 G 01 S 7/36. Устройство подавления пассивных помех / Д.И. Попов; заявл. 05.12.1977; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. – 12 с.
6. А. с. 875960 СССР, МПК6 G 01 S 7/36, G 01 S 13/52. Устройство для подавления пассивных помех / Д.И. Попов; заявл. 07.01.1980; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. – 11 с.
7. А. с. 1098399 СССР, МПК6 G 01 S 7/36. Устройство адаптивной режекции пассивных помех / Д.И. Попов; заявл. 12.06.1981; опубл. 20.12.1998, Бюл. № 35. – 16 с.
8. Попов Д.И. Оценка параметров пассивных помех // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2003. – Т. 46, № 3. – С. 71-80.
9. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 4. – С. 32-37.
10. А. с. 633353 СССР, МПК6 G 01 S 7/292. Устройство цифровой когерентной обработки сигналов / Д.И. Попов; заявл. 12.07.1976; опубл. 27.11.1998, Бюл. № 33. – 9 с.



УДК 681.3.06

## МАСШТАБИРОВАНИЕ СТРУКТУР РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ В MATLAB

*Солонина А. И., к.т.н, доц., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, e-mail: as-io@yandex.ru.*

### THE SCALING OF RECURSIVE DIGITAL FILTERS IN MATLAB

*Solonina A.I.*

*Theoretical basis of scaling procedures in the second order sections (SOS) is well known. However this basis does not consider many problems related to modeling the procedures by MATLAB. The report contains some additional interpretations of the existing theory allowing the user to realize the above mentioned modeling.*

*General principles of scaling procedures in the fixed-point second order sections are described and main steps of scaling are substantiated. It is considered implementation of these principles for SOS with typical structures: Direct-form I, Direct-form II, Direct-form I transposed, Direct-form II transposed. Each of scaling stages is illustrated by a specific SOS example with two sections.*

*Analytical formulas for the own noise variance of IIR filters with different SOS structures after scaling are derived. New coefficient matrixes of equivalent system functions for MATLAB algorithm are formed.*

**Key words:** digital filters, fixed-point, structures, algorithm, scaling, own noise, MATLAB.

**Ключевые слова:** цифровые фильтры, структуры, алгоритм, фиксированная запятая, масштабирование, собственные шумы, MATLAB.

*Рассматриваются теоретические основы масштабирования каскадных структур рекурсивных фильтров в MATLAB, подтвержденные результатами моделирования, с оценкой дисперсии собственного шума после масштабирования.*

#### Введение

Как известно [1-4], в цифровых системах с фиксированной точкой взаимосвязанные эффекты квантования – шум АЦП, собственный шум цифровой системы, ошибки квантования коэффициентов и переполнения сумматоров – не позволяет формализовать нелинейный оператор в соотношении вход/выход цифровой системы, поэтому их исследуют отдельно для каждого из источников, в предположении об их независимости.

В предыдущей работе автора [5] шла речь об эффектах квантования, обусловленных умножителями, – собственном шуме цифровых систем. Была предложена эквивалентная линейная модель, на основе которой легко получены аналитические оценки собственного шума каскадных структур рекурсивных фильтров, и предложен простой алгоритм их расчета в MATLAB. При этом, однако, осталась за скобками процедура масштабирования каскадных структур, после которой следует уточнить оценки дисперсии собственного шума.

В настоящей работе будет восполнен этот пробел, и для этого потребуются рассмотреть эффекты квантования, обусловленные сумматорами, – ошибки переполнения сумматоров.

Ошибки переполнения сумматоров возникают в том случае, если результат сложения, представленный в формате расширенного слова, по модулю превосходит единицу и сохраняется в ячейке памяти в формате слова, при этом знаковый бит будет восприниматься как значащий, и результат операции окажется непредсказуемым.

В отличие от принципиально неустранимых собственных шумов цифровой системы, ошибки переполнения

сумматоров можно предотвратить либо минимизировать. Эти ошибки исследуют на линейной модели, в предположении, что остальные эффекты квантования отсутствуют.

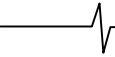
Если при вычислении суммы во внутреннем регистре (в формате расширенного слова) возникает переполнение, то при ее сохранении в ячейке памяти (в формате слова) результат автоматически заменяется, в зависимости от выбранного режима переполнения (Overflow Mode):

- Saturate (арифметика насыщения) – максимальным (по модулю) значением для формата слова;
- Wrap (модульная арифметика) – значением по модулю 2.

В структурах нерекурсивных цифровых фильтров режим переполнения вполне удовлетворительно минимизирует возможные искажения результата (отсчетов реакции).

Наиболее уязвимы к ошибкам переполнения сумматоров каскадные структуры рекурсивных цифровых фильтров. Применение одной лишь этой меры может привести к непредсказуемому и необратимому искажению результата вследствие обратных связей. Поэтому в каскадных структурах переполнения предотвращают либо минимизируют с помощью масштабирования (при минимизации сохраняется режим переполнения).

Теоретические основы масштабирования известны [1-4], однако для моделирования в MATLAB концептуальных понятий недостаточно. Необходима их систематизация и детализация на уровне алгоритма, не очевидная для пользователя, что и является целью настоящей работы.



Общая идея борьбы с переполнением сводится к его предотвращению в  $k$ -й точке структуры. Для того чтобы при ограниченном воздействии:

$$\max |x(n)| \leq 1$$

максимум модуля реакции:

$$\max |y_k(n)| = \max \left| \sum_{m=0}^{\infty} h_k(m) x(n-m) \right| \leq \sum_{n=0}^{\infty} |h_k(n)|,$$

где  $h_k(n)$  – импульсная характеристика части структуры от входа до  $k$ -й точки, не превосходил единицу, на входе структуры ставится масштабирующий множитель  $1/s_k$  (умножитель):

$$\max |y_k(n)| \leq \frac{1}{s_k} \sum_{n=0}^{\infty} |h_k(n)| \leq 1,$$

где значение  $s_k$  соответствует норме  $\|x\|_1$  (L1) для импульсной характеристики:

$$s_k = \sum_{n=0}^{\infty} |h_k(n)|.$$

Масштабирование на основе этой нормы гарантирует отсутствие переполнений, однако платой оказывается существенное снижение уровня слабых сигналов.

На практике наибольшее распространение получила норма  $\|x\|_{\infty}$  (Linf) для АЧХ, наиболее простая для вычислений и гарантирующая отсутствие переполнений при гармоническом воздействии. Из определения частотной характеристики:

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n) e^{-j\omega T n}$$

следует, что

$$|H_k(e^{j\omega T})| = \left| \sum_{n=0}^{\infty} h_k(n) e^{-j\omega T n} \right| \leq \sum_{n=0}^{\infty} |h_k(n)|,$$

откуда:

$$s_k = \max |H_k(e^{j\omega T})| = \max A_k(\omega),$$

где  $|H_k(e^{j\omega T})| = A_k(\omega)$  – АЧХ части структуры от входа до  $k$ -й точки.

Рассмотрим реализацию в MATLAB общей идеи масштабирования для каскадных структур.

### Масштабирование каскадных структур в MATLAB

Масштабирование каскадных структур с передаточной функцией

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \left( \frac{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) = G \prod_{k=1}^L H_k(z), \quad (1)$$

где  $G = b_{01} \cdot b_{02} \cdot \dots \cdot b_{0L}$ , выполняется после расстановки звеньев [5] и основано на следующих общих принципах:

– в каждом звене переполнение контролируется на выходе только того сумматора, где накапливается рекурсивная часть реакции, т.к. вследствие обратной связи оно может повлечь за собой неконтролируемое последующее переполнение;

– для предотвращения переполнения на выходе сумматора, масштабирующий множитель  $1/s_k$  учитывается на его входе;

– для того чтобы сохранить соответствие между уровнями выходного и входного сигналов звена в заданном динамическом диапазоне, на выходе сумматора добавляется множитель  $s_k$ ;

– для уменьшения дисперсии собственного шума каскадной структуры, масштабирующие множители  $1/s_k$  учитываются на входе предыдущего звена;

– явное масштабирование выполняется путем добавления множителей  $1/s_k$  и  $s_k$  в каскадную структуру;

– неявное масштабирование предполагает учет масштабирующих множителей в коэффициентах числителей передаточных функций звеньев для уменьшения дисперсии собственного шума каскадной структуры.

Проиллюстрируем их реализацию на примере 2-х каскадной структуры с передаточной функцией

$$H(z) = G \prod_{k=1}^2 \left( \frac{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) = G \prod_{k=1}^2 H_k(z). \quad (2)$$

При прямой структуре звеньев (Direct-form I, SOS) и явном масштабировании выполняются следующие действия (рис. 1, а):

– в прямой структуре звена имеется только один сумматор, на выходе которого накапливается сумма нерекурсивной и рекурсивной части реакции. Для предотвращения (минимизации) переполнения на выходе сумматора, на его входе ставится масштабирующий множитель (умножитель):  $1/s_1$  – на входе первого звена,  $1/s_2$  – второго;

– для того чтобы сохранить соответствие между уровнями выходного и входного сигналов звена в заданном динамическом диапазоне, на выходе сумматора добавляется множитель:  $s_1$  – на выходе первого звена,  $s_2$  – второго;

– для уменьшения дисперсии собственного шума масштабирующий множитель  $1/s_2$  учитывается на входе предыдущего (первого) звена (рис. 1, б).

При неявном масштабировании (рис. 1, в) масштабирующие множители учитываются в коэффициентах числителей передаточных функций звеньев, и передаточная функция (2) принимает вид:

$$H(z) = \left( \prod_{k=1}^2 \frac{b'_{0k} + b'_{1k} z^{-1} + b'_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) s_2 = \left( \prod_{k=1}^2 H'_k(z) \right) s_2, \quad (3)$$

где  $s_2$  – коэффициент усиления на выходе каскадной структуры (Output Gain), а соответствие с коэффициентами числителей  $H(z)$  (2) следующее:

$$b'_{01} = \frac{G}{s_1 s_2}; \quad b'_{11} = \frac{G}{s_1 s_2} b_{11}; \quad b'_{21} = \frac{G}{s_1 s_2} b_{21};$$

$$b'_{02} = s_1; \quad b'_{12} = s_1 b_{12}; \quad b'_{22} = s_1 b_{22}.$$

Обобщая результат на  $L$ -каскадную структуру, получим передаточную функцию

$$H(z) = \left( \prod_{k=1}^L \frac{b'_{0k} + b'_{1k} z^{-1} + b'_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) s_L = \left( \prod_{k=1}^L H'_k(z) \right) s_L, \quad (5)$$

где  $s_L$  – коэффициент усиления на выходе каскадной структуры (Output Gain).

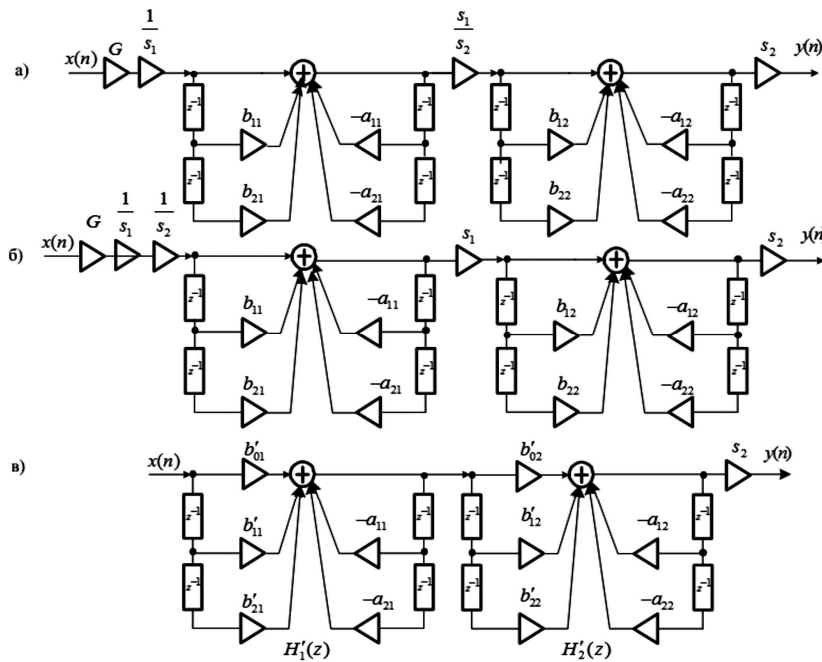


Рис. 1. Прямая структура звеньев: явное масштабирование (а); учет масштабирующего множителя в предыдущем звене (б); неявное масштабирование (в)

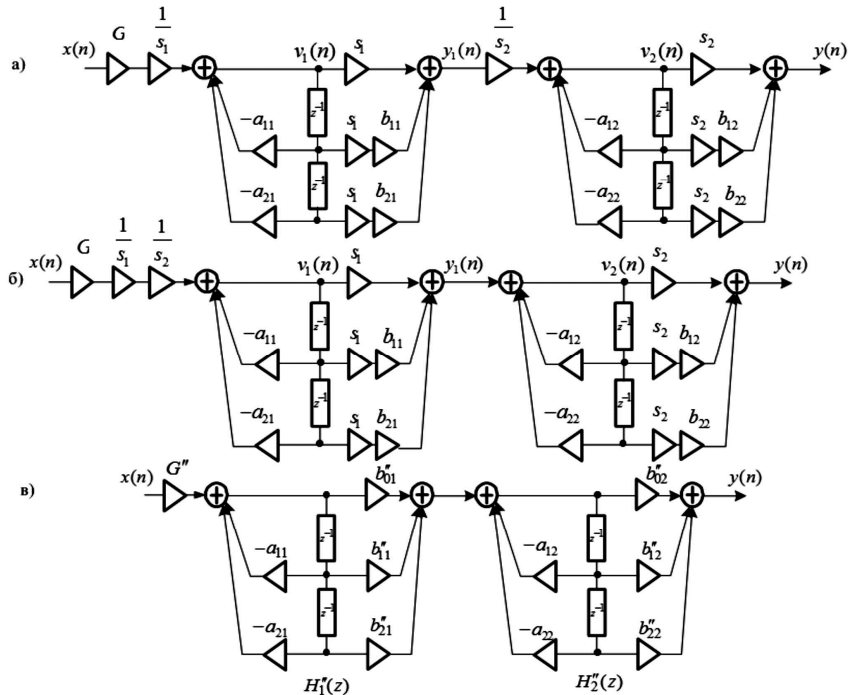


Рис. 2. Прямая каноническая структура звеньев: явное масштабирование (а); учет масштабирующего множителя в предыдущем звене (б); неявное масштабирование (в)

При прямой канонической структуре звеньев (Direct form II, SOS) и явном масштабировании выполняются следующие действия (рис. 2, а):

- в прямой канонической структуре звена имеется только один сумматор (левый), на выходе которого накапливается сумма рекурсивной части реакции; для предотвращения (минимизации) переполнения на выходе сумматора, на его входе ставится масштабирующий множитель (умножитель):  $1/s_1$  – на входе первого звена,  $1/s_2$  – второго;
- для того чтобы сохранить соответствие между

уровнями выходного и входного сигналов звена в заданном динамическом диапазоне, на выходе сумматора добавляется множитель:  $s_1$  – на выходе первого звена (на всех ветвях),  $s_2$  – второго;

- для уменьшения дисперсии собственного шума масштабирующий множитель  $1/s_2$  учитывается на входе предыдущего (первого) звена (рис. 2, б).

При неявном масштабировании (рис. 2, в) масштабирующие множители учитываются в коэффициентах числителей передаточных функций звеньев, и передаточ-

ная функция (2) принимает вид:

$$H(z) = G'' \prod_{k=1}^2 \left( \frac{b_{0k}'' + b_{1k}'' z^{-1} + b_{2k}'' z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) = G'' \prod_{k=1}^2 H_k''(z), \quad (6)$$

где  $G''$  – коэффициент усиления на входе каскадной структуры (Input Gain), а соответствие с коэффициентом усиления и коэффициентами числителей  $H(z)$  (2) следующее:

$$G'' = \frac{G}{s_1 s_2}; \quad b_{01}'' = s_1; \quad b_{11}'' = s_1 b_{11}; \quad b_{21}'' = s_1 b_{21}; \quad (7)$$

$$b_{02}'' = s_2; \quad b_{12}'' = s_2 b_{12}; \quad b_{22}'' = s_2 b_{22}.$$

Обобщая результат на  $L$ -каскадную структуру, получим передаточную функцию

$$H(z) = G'' \prod_{k=1}^L \left( \frac{b_{0k}'' + b_{1k}'' z^{-1} + b_{2k}'' z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \right) = G'' \prod_{k=1}^L H_k''(z), \quad (8)$$

где  $G''$  – коэффициент усиления на входе каскадной структуры (Input Gain).

При прямой транспонированной структуре звеньев (Direct-form I transposed, SOS) после масштабирования передаточная функция будет представлена в виде (8), а при прямой канонической транспонированной (Direct-form II transposed, SOS) – в виде (5), в чем легко убедиться самостоятельно, сравнивая соответствующие структуры звеньев.

### Пример масштабирования структуры БИХ-фильтра

Проверим полученные соотношения для БИХ-фильтра, синтезированного в GUI FDATool.

Синтезируем БИХ-фильтр ФНЧ Золотарева-Кауэра (Elliptic) при заданных требованиях к АЧХ (дБ): частота дискретизации 2000 Гц, граничные частоты ПП и ПЗ – 500 и 700 Гц, максимально допустимое затухание в ПП 1 дБ, минимально допустимое затухание в ПЗ 40 дБ.

Получен 2-каскадный БИХ-фильтр, передаточная функция которого после расстановки звеньев в порядке возрастания их дисперсий собственного шума (рис. 3, Reordering со сброшенным флажком Scale) имеет вид (2):

$$H(z) = 0,1044 \frac{1 + 1,7021z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,6106z^{-1} + 0,3029z^{-2}} \times \frac{1 + 0,886z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,0013z^{-1} + 0,8093z^{-2}}, \quad (9)$$

где  $G = b_{01} \cdot b_{02}$  – произведение коэффициентов усиления звеньев.

Выберем прямую структуру звеньев (Direct-form I, SOS). После масштабирования на основе нормы Linf для АЧХ (рис. 3 с установленным флажком Scale) передаточная функция (9) примет вид (3), где коэффициенты числителей звеньев автоматически рассчитаны по формулам (4):

$$H(z) = \frac{0,1816 + 0,309z^{-1} + 0,1816z^{-2}}{1 - 0,6106z^{-1} + 0,3029z^{-2}} \times \frac{0,575 + 0,5095z^{-1} + 0,575z^{-2}}{1 - 0,0013z^{-1} + 0,8093z^{-2}} \cdot 0,9999. \quad (10)$$

Проверим соответствия (4). Определив значения  $s_1$  и  $s_2$ :

$$s_1 = b_{02}' = 0,575; \quad s_2 = \frac{G}{s_1 b_{01}'} = \frac{0,1044}{0,575 \cdot 0,1816} = 0,9998, \quad (11)$$

получим коэффициенты числителей:

$$b_{01}' = \frac{G}{s_1 s_2} = \frac{0,1044}{0,575 \cdot 0,9998} = 0,1816;$$

$$b_{11}' = \frac{G}{s_1 s_2} b_{11} = \frac{0,1044}{0,575 \cdot 0,9998} \cdot 1,7021 = 0,309;$$

$$b_{21}' = \frac{G}{s_1 s_2} b_{21} = \frac{0,1044}{0,575 \cdot 0,9998} \cdot 1 = 0,1816; \quad b_{02}' = s_1 = 0,575;$$

$$b_{12}' = s_1 b_{12} = 0,575 \cdot 0,886 = 0,5094;$$

$$b_{22}' = s_1 b_{22} = 0,575 \cdot 1 = 0,575.$$

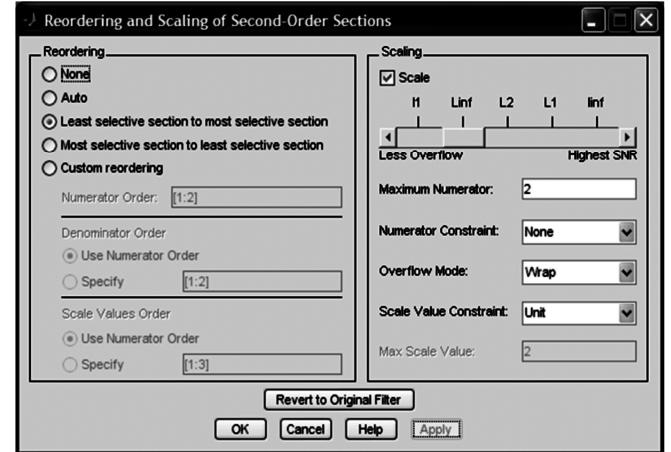


Рис. 3. Окно FDATool для расстановки звеньев (слева) и масштабирования (справа)

Выберем прямую каноническую структуру звеньев (Direct-form II, SOS). После масштабирования (рис. 3) передаточная функция (9) примет вид (6), где коэффициенты числителей звеньев автоматически рассчитаны по формулам (7):

$$H(z) = 0,58 \cdot \frac{0,1742 + 0,2966z^{-1} + 0,1742z^{-2}}{1 - 0,6106z^{-1} + 0,3029z^{-2}} \times \frac{1,0331 + 0,9153z^{-1} + 1,0331z^{-2}}{1 - 0,0013z^{-1} + 0,8093z^{-2}}. \quad (12)$$

Проверим соответствия (7). Определив значения  $s_1$ ,

$s_2$  и  $G''$ :

$$s_1 = b_{01}'' = 0,1742; \quad s_2 = b_{02}'' = 1,0331.$$

$$G'' = \frac{G}{s_1 s_2} = \frac{0,1044}{0,1742 \cdot 1,0331} = 0,5801, \quad (13)$$

получим коэффициенты числителей:

$$b_{11}'' = s_1 b_{11} = 0,1742 \cdot 1,7021 = 0,2966;$$

$$b_{21}'' = s_1 b_{21} = 0,1742 \cdot 1 = 0,1742;$$

$$b_{12}'' = s_2 b_{12} = 1,0331 \cdot 0,886 = 0,9153;$$

$$b_{22}'' = s_2 b_{22} = 1,0331 \cdot 1 = 1,0331.$$

Отметим, что после масштабирования АЧХ и импульсная характеристика БИХ-фильтра не изменятся, в чем легко убедиться самостоятельно.

### Расчет масштабирующих множителей

Рассмотрим расчет значений  $s_k$  на основе нормы  $\|x\|_\infty$  для АЧХ. Запишем АЧХ части каскадной структуры (1) из  $k$  звеньев:

$$|H(e^{j\omega T})| = G \prod_{i=1}^k |H_i(e^{j\omega T})|.$$

В соответствии с нормой  $\|x\|_{\infty}$ , значение  $s_k$  равно максимуму АЧХ части структуры от входа до  $k$ -й точки, где контролируется переполнение, следовательно:

$$s_k = G \max \prod_{i=1}^k A_i(\omega), \quad k=1, 2, \dots, L, \quad (14)$$

где  $A_i(\omega)$ ,  $i \neq k$ , – АЧХ  $i$ -го звена;  $A_i(\omega)$ ,  $i = k$ , – АЧХ части  $k$ -го звена от его входа до выхода сумматора, где контролируется переполнение.

Соотношение (14) описывает алгоритм расчета значений  $s_k$ , а именно:

$$s_1 = G \max A_1(\omega); \quad (15)$$

$$s_2 = G \max \{A_1(\omega)A_2(\omega)\}; \quad (16)$$

...

$$s_L = G \max \{A_1(\omega)A_2(\omega) \dots A_L(\omega)\},$$

где все АЧХ вычисляются в основной полосе частот.

Рассчитаем в MATLAB значения  $s_1$  и  $s_2$  при прямой структуре звеньев. В этом случае выход сумматора, где контролируется переполнение, является выходом звена, следовательно, в (15) и (16)  $A_1(\omega)$  и  $A_2(\omega)$  – АЧХ звеньев:

```
% сетка нормированных частот
>> w = 0:pi/1000:pi;
% коэффициенты звена 1
>> b1 = [1 1.7021 1]; a1 = [1 -0.6106 0.3029];
% коэффициенты звена 2
>> b2 = [1 0.886 1]; a2 = [1 -0.0013 0.8093];
% коэффициент усиления
>> G = 0.1044;
% АЧХ звена 1
>> MAG1 = abs(freqz(b1,a1,w));
% значение s1
>> s1 = G*max(MAG1);
% АЧХ звена 2
>> MAG2 = abs(freqz(b2,a2,w));
% АЧХ произведения
>> MAG3 = abs(MAG1).*abs(MAG2);
% значение s2
>> s2 = G*max(MAG3);
s1 = 0.5749
s2 = 0.9999
```

Значения  $s_1$  и  $s_1$  практически совпали с (11).

Рассчитаем значения  $s_1$  и  $s_2$  при прямой канонической структуре звеньев. В этом случае выход сумматора, где контролируется переполнение, является выходом рекурсивной части звена, следовательно, в (15)  $A_1(\omega)$  – АЧХ рекурсивной части первого звена, а в (16)  $A_1(\omega)$  – АЧХ первого звена и  $A_2(\omega)$  – АЧХ рекурсивной части второго звена:

```
% сетка нормированных частот
>> w = 0:pi/1000:pi;
% коэффициенты рекурсивной части звена 1
>> b1r = [1 0 0]; a1 = [1 -0.6106 0.3029];
% коэффициент усиления
>> G = 0.1044;
% АЧХ рекурсивной части звена 1
```

```
>> MAG1 = abs(freqz(b1r,a1,w));
% значение s1
>> s1 = G*max(MAG1)
% коэффициенты звена 1
>> b1 = [1 1.7021 1]; a1 = [1 -0.6106 0.3029];
% АЧХ звена 1
>> MAG2 = abs(freqz(b1,a1,w));
% коэффициенты рекурсивной части звена 2
>> b2r = [1 0 0]; a2 = [1 -0.0013 0.8093];
% АЧХ рекурсивной части звена 2
>> MAG3 = abs(freqz(b2r,a2,w));
% АЧХ произведения
>> MAG4 = abs(MAG2).*abs(MAG3);
% значение s2
>> s2 = G*max(MAG4)
s1 = 0.1800
s2 = 1.0327
```

Значения  $s_1$  и  $s_1$  практически совпали с (13). В обоих случаях небольшие расхождения объясняются более высокой точностью вычислений в MATLAB.

### Нормирование коэффициентов

Нормирование коэффициентов числителей передаточных функций звеньев в каскадных структурах выполняется после масштабирования и основано на следующих принципах:

- нормирование выполняется в том случае, если хотя бы один из них превысил единицу (по модулю);
- нормируются коэффициенты всех звеньев к максимальному (по модулю) коэффициенту каждого звена;
- нормирующий множитель  $G_{\text{вых}}$ , равный произведению максимальных (по модулю) коэффициентов звеньев, добавляется на выходе каскадной структуры (Output Gain) для того чтобы нормирование не привело к изменению выходного сигнала.

При прямой структуре звеньев с передаточной функцией (5)  $G_{\text{вых}}$  умножается на  $s_L$ .

В приведенных примерах нормирование коэффициентов числителей следует выполнить в передаточной функции (12). Установив 1 в поле ввода Maximum Numerator (рис. 3), получим:

$$H(z) = 0,58 \cdot \frac{0,5875 + 1z^{-1} + 0,5875z^{-2}}{1 - 0,6106z^{-1} + 0,3029z^{-2}} \times \frac{1 + 0,886z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,0013z^{-1} + 0,8093z^{-2}} \cdot 0,3064. \quad (17)$$

В первом звене коэффициенты нормировались к максимальному значению 0,2966, и было получено:

$$\tilde{b}_{01} = \tilde{b}_{21} = 0,1742/0,2966 \approx 0,5875,$$

а во втором – к максимальному значению 1,0331, и было получено:

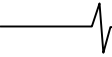
$$\tilde{b}_{12} = 0,9153/1,0331 = 0,886.$$

Нормирующий множитель  $G_{\text{вых}}$  в (17) равен произведению:

$$G_{\text{вых}} = 0,2966 \cdot 1,0331 = 0,3064.$$

Возможно нормирование к степени двойки (Power of Two), которое просто реализовать поразрядным сдвигом.

Для коэффициентов усиления  $s_L$  в (5) или  $G''$  в (8), в случае, если их значения превысили единицу, выполняется нормирование к степени двойки. При этом авто-



матически рассчитываются новые коэффициенты усиления для всех звеньев (равные степени двойки) и нормирующий множитель на выходе (не равный степени двойки), а их произведение остается таким же, как до нормирования.

В передаточной функции (17) коэффициенты усиления меньше единицы, поэтому просто проиллюстрируем технологию их нормирования. Установив Power of Two в поле ввода Scale Value Constrain и 0.5 в поле ввода Max. Scale Value (рис. 3), получим:

$$H(z) = 0,25 \cdot \frac{0,5875 + 1z^{-1} + 0,5875z^{-2}}{1 - 0,6106z^{-1} + 0,3029z^{-2}} \times \\ \times 0,5 \cdot \frac{1 + 0,886z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,0013z^{-1} + 0,8093z^{-2}} \cdot 1,4217.$$

Произведение коэффициентов усиления  $0,25 \cdot 0,5 \cdot 1,4217 = 0,1777$  осталось таким же, как до нормирования в (16):  $0,58 \cdot 0,3064 = 0,1777$ .

После масштабирования (и, при необходимости, нормирования) в MATLAB моделируется структура БИХ-фильтра с ФТ (арифметикой Fixed Point), и результаты анализируются с помощью команд меню Analysis [4].

### Дисперсия собственного шума после масштабирования

В [5] приведены аналитические формулы и алгоритм расчета в MATLAB дисперсии собственного шума  $\sigma_{e_c}^2$  БИХ-фильтров до масштабирования с передаточной функцией (1).

Для каскадной структуры с прямой структурой звеньев при округлении каждого локального произведения формула имела вид:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{4Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h_s^k(n)]^2, \quad (18)$$

где  $h(n)$  – импульсная характеристика (ИХ) каскадной структуры,  $h_s^k(n)$  – эквивалентная ИХ, соответствующая эквивалентной передаточной функции

$H_s^k(z) \prod_{i=k+1}^L H_i(z)$ , в которой  $H_s^k(z)$  – эквивалентная передаточная функция рекурсивной части структуры звена а  $H_i(z)$  – передаточная функция всей структуры звена.

Для каскадной структуры с прямой канонической структурой звеньев формула имела вид:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \\ + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{k=2}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{2Q_y^2}{12}, \quad (19)$$

где  $h^k(n) = h_s^k(n)$  – эквивалентная ИХ, соответствующая эквивалентной передаточной функции

$H^k(z) \prod_{i=k+1}^L H_i(z)$ ,  $H^k(z) = H_s^k(z)$  – эквивалентная передаточная функция всей структуры звена.

После масштабирования для каскадной структуры с прямой структурой звеньев передаточная функция примет вид (5), где коэффициент усиления на входе отсут-

ствует, коэффициенты  $b_{0k}'$  и  $b_{2k}'$  не равны единице и на выходе добавлен множитель, формула (18) примет вид:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{5Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h_s^k(n)]^2 + \frac{LQ_y^2}{12}.$$

Для каскадной структуры с прямой канонической структурой звеньев передаточная функция примет вид (8), где коэффициенты  $b_{0k}''$  и  $b_{2k}''$  не равны единице, формула (19) примет вид:

$$\sigma_{e_c}^2 = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) + \frac{2Q_y^2}{12} \sum_{k=1}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \\ + \frac{3Q_y^2}{12} \sum_{k=2}^L \sum_{n=0}^{\infty} [h^k(n)]^2 + \frac{3Q_y^2}{12}.$$

В обоих случаях в алгоритме расчета дисперсии собственного шума потребуется лишь изменить матрицы коэффициентов эквивалентных передаточных функций. Проиллюстрируем на примере 2-каскадной структуры.

До масштабирования при прямой структуре звеньев матрицы коэффициентов имели вид:

$$H(z) = \frac{1 + b_{11}z^{-1} + b_{21}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1 + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h(n);$$

$$H_s^1(z) = \frac{1}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1 + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_s^1(n);$$

$$H_s^2(z) = \frac{1}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_s^2(n).$$

После масштабирования они примут вид:

$$H(z) = \frac{b_{01} + b_{11}z^{-1} + b_{21}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{b_{02} + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b_{01} & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h(n);$$

$$H_s^1(z) = \frac{1}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{b_{02} + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_s^1(n);$$

$$H_s^2(z) = \frac{1}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h_s^2(n).$$

До масштабирования при прямой канонической структуре звеньев матрицы коэффициентов имели вид:

$$H(z) = H^1(z) = \frac{1 + b_{11}z^{-1} + b_{21}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{1 + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^1(n);$$

$$H^2(z) = \frac{1 + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^2(n).$$

После масштабирования они примут вид:

$$H(z) = H^1(z) = \frac{b_{01} + b_{11}z^{-1} + b_{21}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{21}z^{-2}} \cdot \frac{b_{01} + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b_{01} & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^1(n);$$

$$H^2(z) = \frac{b_{02} + b_{12}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{12}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow h^2(n).$$

Результаты расчета СКО собственного шума до и после масштабирования для 2-х каскадного БИХ-фильтра с передаточными функциями (10) и (12) при шаге квантования  $Q_y = 2^{-by} = 2^{-15}$  приведены в табл. 1.

Таблица 1. СКО собственного шума БИХ-фильтра до и после масштабирования

| Структура звеньев   | СКО собственного шума  |                       |
|---------------------|------------------------|-----------------------|
|                     | до масштабирования     | после масштабирования |
| Прямая              | $7,79 \times 10^{-5}$  | $4,54 \times 10^{-5}$ |
| Прямая каноническая | $10,01 \times 10^{-5}$ | $2,35 \times 10^{-5}$ |

Как видим, внесение множителей в предыдущее звено и неявное масштабирование привело к снижению СКО собственного шума, однако платой за это станет уменьшение динамического диапазона выходного цифрового сигнала:

### Уважаемые коллеги!

*Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).*

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA».

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. По предварительным итогам за 2014 год по рейтингу Science Index базы РИНЦ (3,394) журнал «Цифровая обработка сигналов» занимает 344-ю позицию из почти 3000 представленных изданий. Импакт-фактор журнала за 5-летний период цитируемости составил 0,535!

### Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 3 – сентябрь 2016 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 – декабрь 2016 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

### Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.

1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора  
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

$$D = 20 \lg \left( \frac{|a_{\max}|}{|a_{\min}|} \right) \text{ (дБ)},$$

поскольку его максимум  $|a_{\max}|$  теперь не будет превосходить единицу. В этом случае при реализации каскадной структуры на базе цифрового устройства, возможно, потребуется учесть нормирующий множитель для отсчетов выходного сигнала, если  $\max |y(n)| > 1$ .

### Заключение

Рассмотрены теоретические основы технологии масштабирования каскадных структур рекурсивных фильтров в MATLAB, подтвержденные результатами моделирования.

Приведены аналитические формулы для оценки дисперсии собственного шума после масштабирования и модифицированные матрицы коэффициентов эквивалентных передаточных функций для алгоритма расчета данных оценок в MATLAB.

Результаты работы могут быть использованы при реализации структуры БИХ-фильтра на базе цифрового устройства.

### Литература

1. Ingle V., Proakis J. Digital Signal Processing Using MATLAB, Second Edition – Thomson.
2. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов. – М. – СПб. – Киев: Вильямс, 2004.
3. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006.
4. Солонина А.И., Арбузов С.М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
5. Солонина А.И. Оценки собственного шума структур рекурсивных цифровых фильтров и их вычисление в MATLAB // Цифровая обработка сигналов. 2015, № 2.

## ОБ АВТОКОЛЕБАНИЯХ В НЕЛИНЕЙНОМ АКТИВНОМ ФИЛЬТРЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

*Решетняк С.А., д.ф-м.н., профессор кафедры телекоммуникационных систем Московского технологического университета (МИРЭА), e-mail: reshets@bk.ru;*

*Третьяков Г.Н., к.т.н., профессор кафедры телекоммуникационных систем Московского технологического университета (МИРЭА), e-mail: gennady.tretyakov@rambler.ru.*

## ABOUT AUTO OSCILLATIONS IN A NON LINEAR ACTIVE FILTER OF SECOND ORDER

*Reshetnyak S.A., Tretyakov G.N.*

*A non linear active filter of second order was researched by numerical way. The condition of emergence of auto oscillations and their period in dependence of the filter parameters was found. Euler method of numerical simulation of non-linear second-order differential equations, convenient to signal spectral analysis of the auto oscillations was developed. Satisfactory agreement is obtained for the results of numerical analysis and formulas for period of auto oscillations.*

**Key words:** non linear active filter of second order, auto oscillations, conditions for the generation.

**Ключевые слова:** активный нелинейный фильтр второго порядка, автоколебания, условия генерации.

### Введение

Известно, что существует взаимодействие между гармоническими сигналами и шумом в процессе их прохождения через нелинейные фильтры [1-3]. Это взаимодействие при определенных условиях приводит к возникновению детально исследованного явления стохастического резонанса [1-2] и эффекта стохастической фильтрации (СФ) [3]. В радиотехнике эффект СФ вызывает наибольший интерес, так как он характеризуется превышением выходного отношения сигнал/шум над входным отношением. Экспериментальное подтверждение СФ было получено в результате исследований нелинейного электрического фильтра первого порядка [4]. К настоящему времени эффект СФ исследован более детально в фильтре первого порядка [4-7], чем в фильтре второго порядка [8]. Процессы взаимодействия сигнала и шума в фильтре второго порядка могут протекать по-разному в зависимости от его начального состояния [8], которое может характеризоваться либо состоянием покоя, либо состоянием развитых автоколебаний. Данная работа посвящена исследованию режима автоколебаний, определению условий их возникновения, периода и других его свойств.

Рассмотрим фильтр второго порядка, схема которого изображена на рис. 1.

Здесь нелинейный элемент (Н) содержит два одинаковых туннельных диода (ТД) с постоянными источниками напряжения смещения  $E$ .

В случае замкнутых входных полюсов фильтра воздействие на него отсутствует, и напряжение  $u$  на ёмкости подчиняется уравнению

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + [RC + L \frac{dI}{du}] \frac{du}{dt} + RI(u) + u = 0, \quad (1)$$

Путем цифрового моделирования исследован нелинейный активный фильтр второго порядка. Найдено условие возникновения генерации автоколебаний и их период в зависимости от параметров фильтра. Разработан метод Эйлера численного решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, удобный в спектральном анализе автоколебаний. Получено удовлетворительное совпадение результатов численного анализа и полученной формулы для периода автоколебаний.

где  $I(u) = i_d(E + u) - i_d(E - u)$  – ток через нелинейный элемент,  $i_d(u)$  – вольт-амперная характеристика отдельного туннельного диода  $N$ -типа.

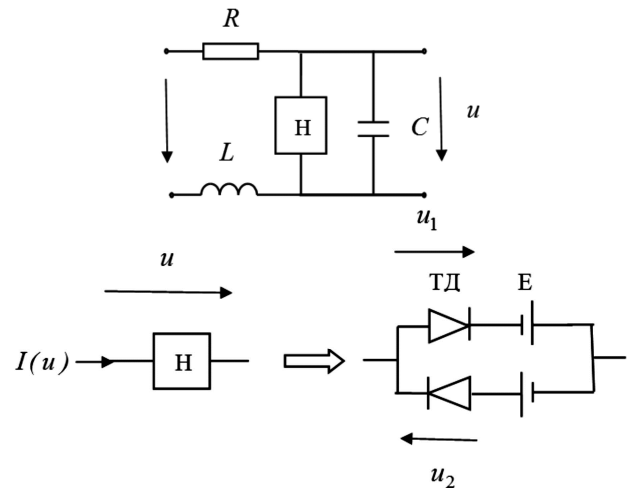


Рис. 1.

Так как  $I(-u) = -I(u)$ , то ряд по степеням переменной  $u$  тока  $I(u)$  содержит только члены с нечётными степенями  $u$ . В [4] было установлено, что в рабочей области изменения тока  $I(u)$  можно ограничиться рассмотрением только первых двух членов ряда. При выборе напряжения смещения  $E$  в области отрицательных сопротивлений туннельного диода первый член данного ряда становится отрицательной величиной, поэтому



$$I(u) = -Au + Bu^3,$$

где  $A = -\left. \frac{dI}{du} \right|_{u=0} = 2 \left. \frac{di_d}{du} \right|_{u=E}$ ,  $B = \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 I}{du^3} \right|_{u=0}$ .

После введения в (1) масштабных значений напряжения  $u_M = 1/\sqrt{RB}$  и времени  $t_M = RC$  приходим к безразмерному уравнению (2):

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma(x) \frac{dx}{dt} + W'(x) = 0,$$

$$\mu = \frac{L}{R^2 C}, \quad \gamma(x) = 1 + \mu(-AR + 3x^2), \quad (2)$$

$$W'(x) = \frac{dW}{du} = (1 - AR)x + x^3.$$

Данное уравнение совпадает с описанием свободных нелинейных колебаний частицы с массой  $\mu$  и нелинейным коэффициентом трения  $\gamma(x)$  в потенциальном поле  $W(x)$ . Применительно к рассматриваемому фильтру величину  $\mu$  можно считать параметром инерционности фильтра. Для решения (2) его следует дополнить начальными условиями по координате  $x$  и скорости  $v = dx/dt$ .

Рассмотрим начальную стадию развития генерации с ненулевыми начальными условиями, которые в общем случае определяются мощностью теплового шума. Для малых значений  $x$  из уравнения (2) имеем

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} + (1 - \mu AR) \frac{dx}{dt} + (1 - AR)x = 0.$$

Из определения корней соответствующего характеристического уравнения следует, что любое малое начальное значение  $x$  со временем нарастает, если коэффициент трения принимает отрицательные значения или

$$\mu AR > 1, \quad L > RC/A. \quad (3)$$

Отсюда следует, что для возникновения автоколебаний в фильтре необходимо выбирать величину индуктивности выше некоторого порогового значения  $RC/A$ . Если неравенство (3) не выполняется, то начальное состояние фильтра соответствует практически нулевым начальным значениям  $x$  и скорости  $v$ , т.е. покою.

Принимая во внимание тесную аналогию процессов в фильтре и поведением частицы в потенциальном поле, будем функцию  $W(x)$  называть потенциальной функцией. Для рассматриваемого фильтра она имеет вид:

$$W(x) = (1 - AR) \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}.$$

В зависимости от величины сопротивления нагрузки  $R$  вид  $W(x)$  может быть разным. При  $R < A^{-1}$  она имеет один минимум в точке  $x = 0$ , т.е. является монотонно-стабильной. При  $R = A^{-1}$  она имеет критический вид  $W(x) = x^4/4$ . Для значений  $R > A^{-1}$  потенциальная функция имеет два минимума, или два устойчивых положения равновесия в точках  $x = \pm\sqrt{AR-1}$ , в связи с чем её называют бистабильной. Устойчивые положения равновесия разделены потенциальным барьером, вы-

сота которого  $W_0 = (AR - 1)^2 / 4$ .

Поскольку аналитические методы решения уравнения (2) развиты недостаточно, то ниже мы остановимся на численных методах его анализа. Прежде всего, отметим, что известный метод Рунге-Кутты требует значительных временных затрат при исследовании статистических закономерностей с большим числом реализаций шума. На наш взгляд, в данном случае наиболее эффективным методом анализа является метод Эйлера-Коши, который ранее успешно применялся для исследования взаимодействия сигнала и шума в нелинейном фильтре первого порядка [7].

Уравнение (2) представим в виде системы двух уравнений первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\mu} [\gamma(x)v + W'(x)]. \quad (4)$$

Выбор шага решения по времени  $\Delta t$  системы (4) определяется из условия того, что он должен быть существенно меньше периода автоколебаний. При этом значения выходного процесса в точках отсчётов времени  $t_n$  удовлетворяют следующим рекуррентным соотношениям:

$$x_{n+1} = x_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} v(t) dt,$$

$$v_{n+1} = v_n + (AR - \frac{1}{\mu})(x_{n+1} - x_n) -$$

$$-x_{n+1}^3 + x_n^3 - \frac{1}{\mu} \int_{t_n}^{t_{n+1}} W'(x) dt,$$

где  $x_n = x(t_n)$ ,  $v_n = v(t_n)$ .

Заметим, что формулы (5) являются точными. Оценка в них интегралов по методу трапеций приводит к приближенным рекуррентным формулам:

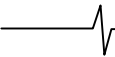
$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2}(v_{n+1} + v_n),$$

$$v_{n+1} = v_n + (AR - \frac{1}{\mu})(x_{n+1} - x_n) -$$

$$-x_{n+1}^3 + x_n^3 - \frac{\Delta t}{2\mu} [W'(x_{n+1}) + W'(x_n)]. \quad (6)$$

Для произвольных потенциальных функций  $W(x)$  формулы (6) дают основу построения итерационных схем решения системы (4). Однако в данном случае построение итерационных схем не понадобилось. Дело в том в том, что систему уравнений (6) нетрудно привести к кубическому уравнению для  $x_{n+1}$  при известных  $x_n$  и  $v_n$ , которое всегда имеет только один легко определяемый вещественный корень. Таким образом, рекуррентные формулы позволяют находить все значения  $x_{n+1}$  и  $v_{n+1}$  при известных начальных условиях.

Ниже основное внимание уделялось фильтрам с критическими потенциалами вида ( $R = A^{-1}$ ) и различным значениям параметра  $\mu$ . Найденные результаты сравнивались с решениями на основе известных методов



Рунге-Кутта. Временные зависимости  $x = x(t)$  были настолько близки, что их невозможно отличить на представленных ниже графиках.

Приведём результаты численного анализа с шагом  $\Delta t = 0,05$  и числом точек отсчётов по времени  $N = 2^{15}$ . Для  $\mu = 2$  и начальных условий  $x(0) = 0, v(0) = 0,01$  на рис. 2а и 2б представлены соответственно решение системы (6) и фазовый портрет развития автоколебаний.

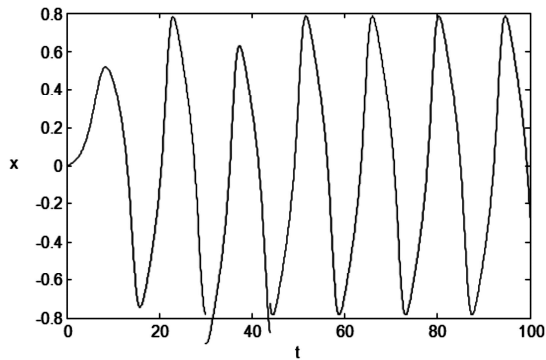


Рис. 2 а.

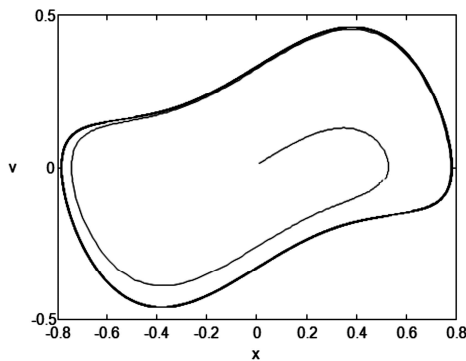


Рис. 2 б.

Из рис. 2б видно, что с течением времени траектория на фазовой плоскости приближается к предельному циклу, отвечающему развитым автоколебаниям в фильтре. Длительность переходного процесса в этом фильтре имеет порядок одного периода автоколебаний. В спектре мощности сигнала присутствует основная наиболее интенсивная гармоника и несколько боковых, имеющих существенно меньшую интенсивность. Частота основной гармоники предопределяет период автоколебаний.

В случае больших значений параметра  $\mu$  автоколебания становятся существенно нелинейными и аналогичны релаксационным колебаниям в классическом генераторе Ван-дер-Поля. На рис. 3а представлено решение (6) для значения  $\mu = 50$  и указанных ранее начальных условий. На рис. 3б изображено развитие этих колебаний на фазовой плоскости.

Полученные результаты показывают, что с ростом параметра инерционности  $\mu$  период автоколебаний увеличивается. Длительность переходного процесса – также порядка одного периода колебаний. В спектре сигнала кроме основной гармоники с небольшими боковыми составляющими появляются гармоники с комбинационными частотами.

Проведенный в работе анализ фильтра с потенциалом критического вида установил, что решения системы

(6) для  $\mu < 1$  с ненулевыми начальными условиями затухают со временем. Автоколебания в фильтре возникают лишь при  $\mu > 1$ , т. е. при выполнении условия (3). Найденная в стационарном режиме зависимость амплитуды  $A$  нелинейных колебаний от параметра  $\mu$  ( $\mu$ ) изображена на рис. 4. При этом амплитуда и период автоколебаний не зависели от начальных условий. Для больших значений начальной скорости  $v$  траектории движения приближаются к предельному циклу с внешней стороны, т.е. он является 'аттрактором'.

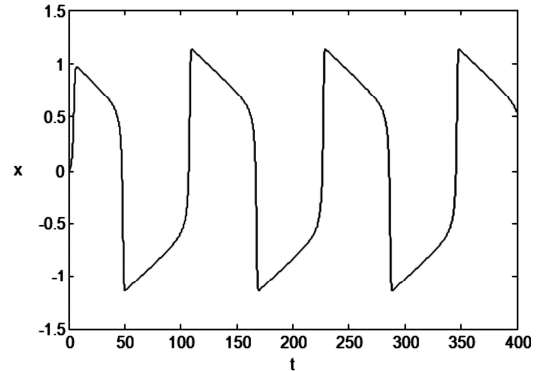


Рис. 3 а.

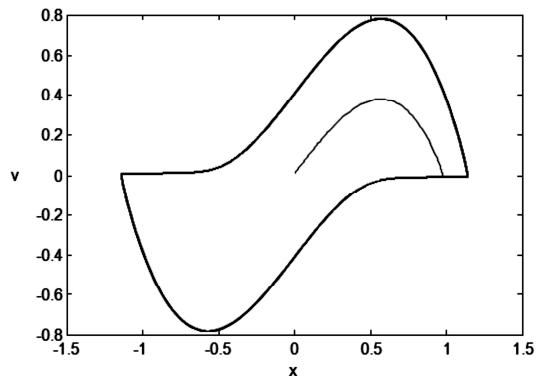


Рис. 3 б.

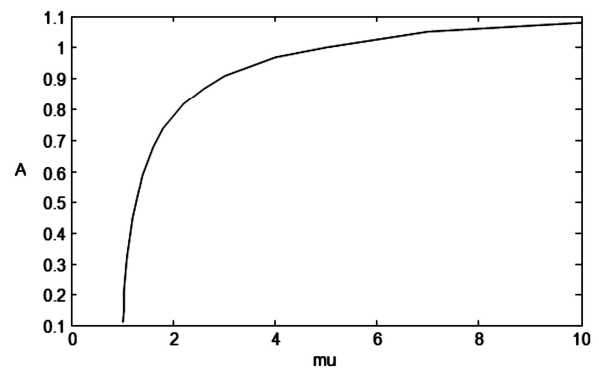


Рис. 4.

В ходе численного моделирования необходима оценочная формула для периода автоколебаний  $T_a$ , которая требуется для правильного выбора шага решения по времени  $\Delta t$ . С целью получения данной формулы рассмотрим первое уравнение системы (4), из которого следует

$$T_a = 2 \int_{-x_0}^{x_0} \frac{dx}{v(x)}, \quad (7)$$

где  $x_0$  – правая точка поворота на фазовой траектории

или наибольшая амплитуда нелинейных колебаний,  $v(x)$  – положительная ветвь скорости предельного цикла.

Основной вклад в интеграл (7) даёт область интегрирования вблизи точек  $\pm x_0$ , где скорость  $v$  близка к нулю. С учётом малых значений  $v$  из второго уравнения системы (4) имеем

$$\frac{dv}{dx} \approx -\frac{1}{\mu v} W'(x), \quad \frac{1}{2} \mu v^2 + W(x) \approx W(x_0).$$

Отсюда приходим к следующей оценке периода колебаний:

$$T_a \approx 4 \int_0^{x_0} \frac{\sqrt{\mu}}{2 \sqrt{W(x_0) - W(x)}} dx =$$

$$4 \int_0^{x_0} \sqrt{2\mu} \frac{dx}{\sqrt{x_0^4 - x^4}} \cong \frac{4\sqrt{\mu}}{x_0} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} = \frac{2\pi\sqrt{\mu}}{x_0}.$$

Если положение  $x_0$  точки поворота определить из условия на коэффициент трения  $\gamma(x_0) = 0$ , то приходим к следующей оценочной формуле на период  $T_a$  и частоту  $f_a$  автоколебаний:

$$f_a = \frac{1}{T_a} \approx \frac{\sqrt{\mu-1}}{2\pi\sqrt{3}\mu} \cong 0.1 \frac{\sqrt{\mu-1}}{\mu}. \quad (8)$$

На рис. 5 приведены зависимости частоты автоколебаний от параметра  $\mu$ , где сплошная линия – результат численного анализа, а пунктирная кривая – соответствует оценочной формуле (8). Обе они имеют одинаковый характер поведения, т.е. с ростом  $\mu$  частота  $f_a$  сначала растёт в области  $1 < \mu < 2$ , а затем падает. Максимальное значение  $f_a$  достигается при  $\mu = 2$ , где наблюдается наибольшее расхождение порядка 40 % между теорией и численным счётом.

Таким образом, проведенное исследование показало, что автоколебания в рассматриваемом активном фильтре второго порядка возникают при величинах индуктивности выше порогового значения  $RC/A$ . При этом начальные условия не влияют на стационарное состояние установившихся автоколебаний. Разработанный в настоящей работе метод Эйлера-Коши даёт основу для численного моделирования процессов взаимодействия сигнала и шума при их прохождении через данный фильтр. На наш взгляд, он наиболее эффективен по сравнению с методом Рунге-Кутты по двум причинам. Во-первых, в нём находятся решения с одинаковым шагом по времени, что является необходимым условием в случае определения сигнальных спектров. Во-

вторых, он требует, по крайней мере, на порядок меньше времени счета для установления статистических закономерностей в исследовании эффекта СФ.

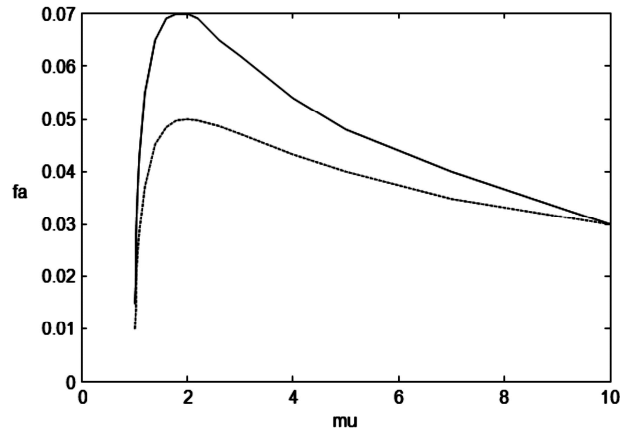


Рис. 5.

### Литература

1. Gammaitoni L., Hanggi P., Jung P., Marchesoni F. // Stochastic resonance. Rev. of Mod. Phys., 1998, v.70, No.1, p. 223-287.
2. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка. // УФН, 1999, т.169, №1, с.7-38.
3. Hanggi P., Inghiosa M.E., Fogliatti D., Bulsara A.B. Non-linear stochastic resonance: The saga of anomalous output-input gain // Phys. Rev. E, 2000, v.62, No.5, – p.6155-6163.
4. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. Экспериментальная проверка теорий стохастического резонанса и фильтрации сигналов в электрической цепи с двумя туннельными диодами. // Научный вестник МИРЭА, 2007, №2(3), – с. 21-28.
5. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. Стохастический резонанс и фильтрация сигналов в нелинейной электрической системе второго порядка. // Радиотехника, 2007, №9, – с.19-25.
6. Решетняк С.А., Третьяков Г.Н. Теоретическое исследование эффекта стохастической фильтрации. // Радиотехника и электроника, 2013, т. 58, №4, с. 360-366.
7. Абоелазм М.А., Мельчаков В.Н., Решетняк С.А., Третьяков Г.Н. Исследование цифровой модели нелинейного активного фильтра первого порядка. // Цифровая обработка сигналов, 2014, №4, с. 68-72.
8. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. О стохастической фильтрации сигналов в нелинейных электрических системах. // Радиотехника и электроника, 2009, т. 54, № 11, с. 1369-1371.

**АНАЛИЗ ЧАСТОТНОГО МЕТОДА АВТОМАТИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ МНОГОРАЗРЯДНЫХ КМОП-ЦАП НА ТОКОВЫХ КЛЮЧАХ**

*Кононов В.С., к.т.н., ОАО «Специализированное конструкторско-технологическое бюро электронных систем», e-mail: casandra1983@mail.ru.*

**ANALYSIS OF FREQUENCY AUTO-CALIBRATION TECHNIQUE FOR MULTIBIT CMOS-SOI-DAC WITH CURRENT SOURCES**

*Kononov V.S.*

*Main factors, which influence precision of calibration, are considered. Techniques for minimizing influence of this factors during calibration process are described.*

**Key words:** CMOS, DAC, duty cycle, leakage.

**Ключевые слова:** КМОП, ЦАП, скважность, утечка.

**Введение**

В статье [1] сообщалось о методе калибровки многозарядных КМОП-ЦАП на токовых ключах (рис. 1), основанном на использовании тактовой частоты для получения набора источников опорных напряжений.

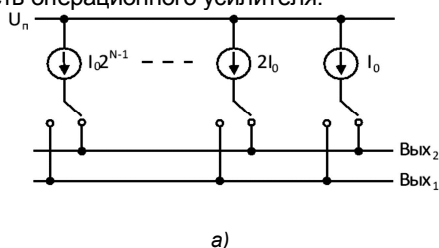
Было показано, что при делении тактовой частоты последовательно на 2, 4, 8, ..., N (N – разрядность ЦАП) и использовании генератора одиночных импульсов (ГОИ), можно получить набор сигналов с различной скважностью, а затем с помощью зарядовой помпы на RC-элементах преобразовать эти сигналы в соответствующий набор источников опорных напряжений (рис. 2).

Так как напряжение на конденсаторе C зависит только от скважности сигнала на входе RC-цепи и не зависит от частоты [2], то и напряжение на R<sub>1</sub> (опорное напряжение) не будет зависеть от частоты. Этот факт делает рассмотренный метод чрезвычайно привлекательным при организации автоматической калибровки КМОП-ЦАП на токовых ключах.

Целью данной статьи является обоснование применимости частотного метода при автоматической калибровке многозарядных КМОП-ЦАП на токовых ключах.

Рассматривая рис. 2, можно выделить 3 основных фактора, оказывающих определяющее влияние на точность калибровки:

- скважность тактового сигнала;
- утечка тока в конденсаторе C и его нелинейность;
- нелинейность операционного усилителя.



Здесь предполагается, что все резисторы, показанные на рис. 2, являются линейными. Такое допущение можно считать вполне приемлемым, так как резисторы в КМОП-КНИ-технологии принято изготавливать на основе тонких пленок поликремния, которые в отличие от диффузионных резисторов не содержат p<sub>n</sub>-переходы, являющиеся основным источником нелинейности их характеристик.

Скважность тактового сигнала. Влияние скважности тактового сигнала можно оценить, если вычислить зависимость эффективного напряжения на конденсаторе C от длительности этого сигнала и его периода.

Нетрудно показать, что

$$\bar{U}_c \approx U_n \cdot \frac{\tau_1}{RC} \cdot \left[ 1 - \frac{(T - \tau_1)^2}{T \cdot RC} \right], \tag{1}$$

где  $\bar{U}_c$  – эффективное напряжение на конденсаторе C,  $U_n$  – напряжение питания,  $\tau_1$  и T – длительность и период тактового сигнала на выходе ГОИ, а R и C – параметры зарядовой помпы.

При  $T \gg \tau_1$ , что легко обеспечивается с помощью ГОИ, выражение (1) преобразуется в линейную зависимость, более удобную для практического анализа:

$$\bar{U}_c \approx U_n \cdot \frac{\tau_1}{RC} \cdot \left( 1 - \frac{T}{RC} \right).$$

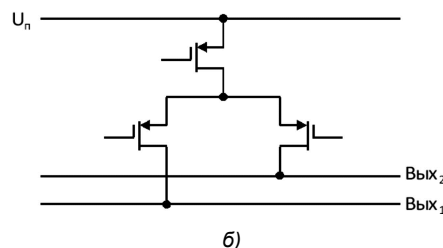


Рис. 1. Блок-схема N-разрядного ЦАП на источниках тока (а) и базовая ячейка такого ЦАП на КМОП-транзисторах (б): U<sub>n</sub> – напряжение питания; Вых1, Вых2 – токовые выходы

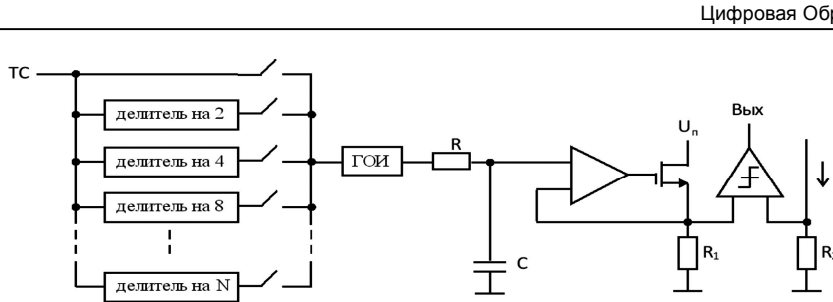


Рис. 2. Блок-схема, иллюстрирующая технику калибровки «весовых» токов: ТС – тактовый сигнал;

Вых – выход компаратора для контроля процесса калибровки;  $I_i$  – «весовой» ток;  $R_1 = R_2$

Из этой зависимости следует, что в наиболее важном для практики интервале калибровки напряжение  $\bar{U}_c$  линейно уменьшается с ростом скважности тактового сигнала.

Утечка тока в конденсаторе  $C$  и его нелинейность. Утечка тока в конденсаторе  $C$  теоретически возможна по поверхности кристалла, через соседние структуры, например, через периферию резистора  $R$  и через собственный диэлектрик. Однако в контексте обсуждаемой проблемы, когда ток младшего разряда калибруемого КМОП-ЦАП может составлять лишь некоторую долю микроампера, токи утечки по поверхности кристаллов, созданных при использовании современных технологий, как правило, ничтожно малы.

Ток утечки через периферию резистора  $R$  маловероятен, так как этот резистор имеет поликремниевую структуру и располагается на диэлектрике, что, как уже отмечалось выше, не приводит к образованию  $p$ - $n$ -переходов и, таким образом, к появлению токов утечки.

По тем же причинам собственный ток утечки конденсатора  $C$  так же не следует принимать во внимание, тем более что в типичном случае конденсатор  $C$  имеет структуру «металл-окисел-металл». В таких конденсаторах токи утечки обычно не превышают 1 нА. Даже при попадании одиночной частицы космического происхождения [3] при типичных значениях  $C \approx 10$  пФ вряд ли следует ожидать существенного влияния возникшей утечки тока на  $\bar{U}_c$ .

Гораздо больший интерес с точки зрения влияния на  $\bar{U}_c$  представляет собственно структура конденсатора  $C$ , точнее, нелинейность конденсатора  $C$ , обусловленная этой структурой.

Если не вдаваться в теорию физических процессов в конденсаторном окисле и на его границах, то емкость конденсатора  $C$  можно представить в виде [4]

$$C \approx C_0 \cdot (1 + \alpha_1 U + \alpha_2 U^2), \quad (2)$$

где  $C_0$  – емкость конденсатора при напряжении между его обкладками  $U = 0$ , а  $\alpha_1, \alpha_2$  – эмпирические коэффициенты.

Выражение (2) используется в большинстве программ моделирования современных КМОП-микросхем, позволяя более точно рассчитывать переходные характеристики. По этой причине при калибровке КМОП-ЦАП необходимо делать поправку на  $\bar{U}_c$  при установлении окончательной величины «весового» тока.

Нелинейность операционного усилителя. Как и в случае конденсатора  $C$  нелинейность операционного усилителя (ОУ) необходимо учитывать при калибровке КМОП-ЦАП. Для минимизации нелинейности ОУ необходимо выполнить классические требования [2]. Согласно этим

требованиям коэффициент усиления ОУ без обратной связи (А0) должен составлять

$$A_0 \approx 2^N, \quad (3)$$

где  $N$  – разрядность калибруемого КМОП-ЦАП.

При  $N \geq 14-16$  бит условие (3) является достаточно жестким. Однако это цена, которую следует платить за обеспечение высокой точности, особенно при эксплуатации КМОП-ЦАП в составе космической аппаратуры. Отметим, что  $N$ -разрядный КМОП-ЦАП с выходом по напряжению уже должен иметь выходной ОУ с коэффициентом усиления согласно (3) и, следовательно, такой ОУ можно использовать при калибровке «весовых» токов.

Проблема может возникнуть при калибровке  $N$ -разрядного КМОП-ЦАП с токовым выходом. В этом случае при отсутствии в составе бортовой аппаратуры внешнего ОУ (что маловероятно), который можно использовать при калибровке КМОП-ЦАП, придется рассчитывать на фактическую точность процедуры калибровки.

## Выводы

1. Аналитическое выражение, полученное для эффективного напряжения на конденсаторе зарядовой помпы, равного опорному напряжению, используемому при калибровке «весовых» токов, устанавливает однозначную связь этого напряжения с длительностью и периодом тактового сигнала.

2. Реальные токи утечки в конденсаторе зарядовой помпы (по поверхности кристалла, через периферию резистора и через собственный диэлектрик) ничтожно малы и поэтому не оказывают влияния на точность калибровки.

3. Нелинейности конденсатора зарядовой помпы и операционного усилителя являются основными факторами, которые могут оказать влияние на точность калибровки. Для минимизации этого влияния необходимо вводить поправки при вычислении опорных напряжений и использовать возможности периферийной аппаратуры.

## Литература

1. Кононов В.С. Автоматическая калибровка многоразрядных КМОП-КНИ-ЦАП на источниках тока / В.С. Кононов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2016. – Т. 12. – №2. – С. 72-74.
2. Baker R.J. CMOS: Circuit Design, Layout and Simulation / R.J. Baker –IEEE Press, 2005. – 1039 p.
3. Анашин В.С. Ионизирующие излучения космического пространства и их воздействие на бортовую аппаратуру космических аппаратов / В.С. Анашин, В.В. Бодин, В.Ф. Герасимов [и др.]; под науч. ред. докт. техн. наук, проф. Г.Г. Райкунова. – М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2013. – 256 с.
4. Geerts Y. Design of multi-bit delta-sigma A/D converters / Y. Geerts, M. Steyaert, W. Sansen. – Kluwer Academic Publishers. – 2002. – 223 p.

## СПОСОБ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ «ВЕСОВЫХ» ТОКОВ В МНОГОРАЗРЯДНЫХ КМОП-ЦАП

Кононов В.С., к.т.н., ОАО «Специализированное конструкторско-технологическое бюро электронных систем», e-mail: casandra1983@mail.ru.

## AUTO-CALIBRATION TECHNIQUE FOR WEIGHTED CURRENT SOURCES IN MULTIBIT CMOS-DAC

Kononov V.S.

Technique for calibration of weighted current sources, insensitive to type of used CMOS-technology, is described.

**Key words:** CMOS, DAC, source, calibration.

**Ключевые слова:** КМОП, ЦАП, источник, калибровка.

Рассмотрен способ калибровки «весовых» токов нечувствительный к типу используемой КМОП-технологии.

### Введение

В статье [1] рассматривался способ калибровки «весовых» токов в многоразрядных КМОП-КНИ-ЦАП, основанный на эффекте влияния подканальной области МОП-транзистора на ток стока (рис. 1).

Однако, как было отмечено в этой работе, такой способ ориентирован на использование КМОП-КНИ-структуры, которая позволяет разделить РМОП и НМОП-транзисторы диэлектрическими перегородками и, таким образом, предотвратить образование тиристорной связи. Несмотря на высокую эффективность способа [1], его нежелательно использовать в КМОП-структуре с объемным кремнием, так как при снижении напряжения на подканальной области в РМОП-транзисторе повышается риск образования тиристорной связи. Поскольку КМОП-структуры с объемным кремнием продолжают широко использоваться в производстве микросхем различного назначения, поиск альтернативных способов калибровки характеристик многоразрядных ЦАП остается актуальным.

Целью данной статьи является разработка альтернативного способа калибровки «весовых» токов в многоразрядных КМОП-ЦАП, пригодного для использования в составе КМОП-структур КНИ-типа и на объемном кремнии.

Обратимся к блок-схеме  $N$ -разрядного КМОП-ЦАП, показанной на рис. 2. Если не останавливаться на причи-

нах, приводящих к нарушению двоично-взвешенного распределения «весовых» токов, тем более, что в статье [1] они уже рассматривались, а исходить из понимания калибровки как процесса добавления или, наоборот, отъема тока в каждом источнике «весовых» токов, то этот процесс можно реализовать с помощью схемы, показанной на рис. 3.

Схема (рис. 3) работает следующим образом.

При поступлении  $m$ -разрядного  $A$ -кода на вход калибрующего ЦАП через его выходы начинают протекать токи  $I_{k-}$ ,  $I_{k+}$ . Если  $I_{k+} > I_{k-}$ , то «весовой» ток увеличивается на  $\Delta I = I_{k+} - I_{k-}$ . При обратном соотношении токов  $I_{k+}$  и  $I_{k-}$  «весовой» ток, наоборот, уменьшится на  $\Delta I = I_{k-} - I_{k+}$ . В итоге, изменяя  $A$ -код, можно корректировать эффективную величину «весового» тока.

Несмотря на очевидную эффективность, схема (рис. 3) не совсем удобна для практического применения. При размещении транзисторов  $T_1$ ,  $T_2$  и калибрующего ЦАП рядом с источником «весового» тока возрастает площадь кристалла, а при их переносе на периферию кристалла, который можно осуществить без заметного увеличения этой площади, возрастает паразитная емкость на выходе источника «весового» тока, что, в свою очередь, может привести к возрастанию времени установления калибруемого ЦАП [2]. Следует отметить, что

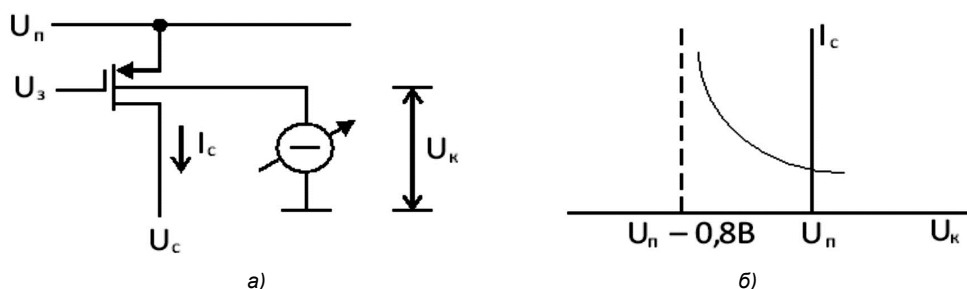


Рис. 1. Схема включения транзистора (а) и электрическая зависимость (б), иллюстрирующая влияние подканальной области на ток стока  $I_c$ :  $U_n$  – напряжение питания;  $U_z$ ,  $U_c$ ,  $U_k$  – напряжения на затворе, стоке и подканальной области соответственно

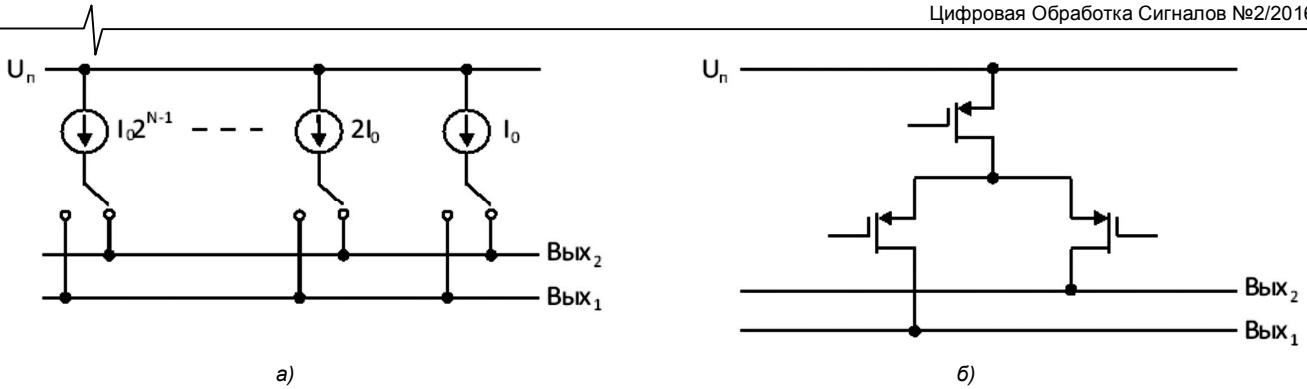


Рис. 2. Блок-схема  $N$ -разрядного ЦАП на источниках тока (а) и базовая ячейка такого ЦАП на РМОП-транзисторах (б):  $Вых_1, Вых_2$  – токовые выходы

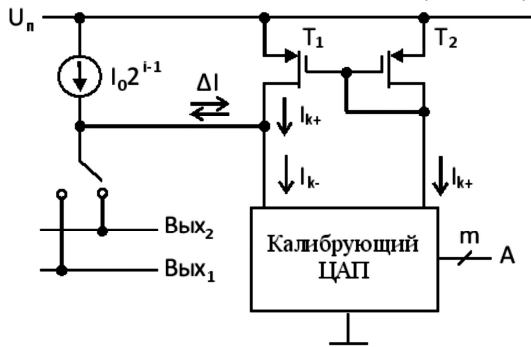


Рис. 3. Блок-схема, иллюстрирующая принцип калибровки по новому способу:  $I_0 2^{i-1}$  – «весовой» ток  $i$ -го источника;  $A$  –  $m$ -разрядный код управления калибровкой;  $I_{k-}, I_{k+}$  – выходные токи калибрующего ЦАП;

$T_1, T_2$  – транзисторы, образующие токовое зеркало ( $T_1 \equiv T_2$ ) даже при расположении транзисторов  $T_1, T_2$  и калибрующего ЦАП рядом с источником «весового» тока паразитная емкость на выходе этого источника заметно возрастает, так как выходные шины калибрующего ЦАП с «токовой» архитектурой имеют собственную паразитную емкость достаточно большой величины [3, 4].

Для устранения этого недостатка схему (рис. 3) можно преобразовать к виду, показанному на рис. 4.

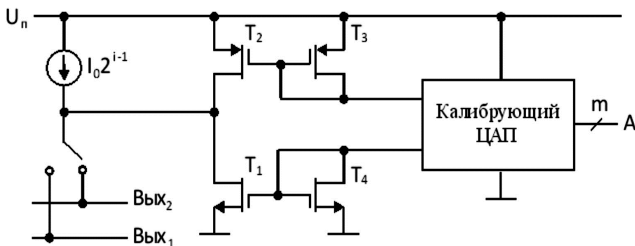


Рис. 4. Модифицированная блок-схема калибровки «весового» тока

Несмотря на некоторое усложнение схемы (рис. 4) по сравнению со схемой (рис. 3), она более привлекательна для практического применения.

Во-первых, схема (рис. 4) позволяет без увеличения паразитной емкости на выходе источника «весового» тока перенести все транзисторы, кроме  $T_1$  и  $T_2$ , и кали-

рующий ЦАП на периферию кристалла.

Во-вторых, согласно известному принципу токового зеркала размеры транзисторов  $T_3, T_4$  и других транзисторов в составе калибрующего ЦАП можно существенно уменьшить и, таким образом, снять возможные проблемы при их размещении на периферии кристалла.

И, наконец, эта схема не использует нетиповые соединения транзисторов, которые могут привести к избыточному риску возникновения тиристорного эффекта при создании КМОП-ЦАП на объемном кремнии.

Завершая проведенный анализ, отметим, что в данной статье основное внимание было уделено технике калибровки «весовых» токов, а рассмотрение собственно процесса калибровки и аппаратных затрат на его осуществление не планировалось. Эти вопросы подробно изложены в статье [1].

### Выводы

Предложенный способ калибровки «весовых» токов в КМОП-ЦАП на источниках тока не отличается высокой чувствительностью по сравнению со способом [1] к типу используемой технологии (с КНИ-структурой или на объемном кремнии) и незначительно уступает этому способу по затратам площади кристалла на размещение средств калибровки рядом с источниками «весовых» токов (два транзистора вместо одного резистора).

### Литература

1. Кононов В.С. Автоматическая калибровка многоразрядных КМОП-КНИ-ЦАП на источниках тока / В.С. Кононов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2016. – Т. 12. – №2. – С. 72-74.
2. Кестер У. Аналого-цифровое преобразование: Монография / У. Кестер; пер. с англ. Е.Б. Володина. – М.: Техносфера, 2007. – 1016 с.
3. Baker R.J. CMOS: Circuit Design, Layout and Simulation / R.J. Baker – IEEE Press, 2005. – 1039 p.
4. Rudy van de Plassche. CMOS integrated analog-to-digital and digital-to-analog converters / Rudy van de Plassche. – Kluwer academic publishers, 2003. – 588 p.

---

## ИНФОРМАЦИЯ

### 18-я Международная научно-техническая конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA'2016»

Отвечая целям и задачам консолидации и поддержки отечественных ученых и специалистов, работающих в области передовых информационных технологий реального времени, расширения международных научных связей и содействия внедрению высоких наукоемких технологий XXI века, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова совместно с компанией «AUTEX.Ltd» при поддержке РФФИ и при участии Федерального агентства по промышленности РФ, Министерства образования и науки РФ, Российской секции IEEE Signal Processing Society, Института радиотехники и электроники РАН, Института проблем управления РАН, ЗАО «МНИТИ», МГТУ им. Н.Э. Баумана, МТУСИ, МАИ, МЭИ, РГРТУ и других ведущих российских вузов и организаций, провели 30 марта – 01 апреля 2016 г. в ИПУ РАН 18-ю Международную научно-техническую конференцию: «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA'2016». В работе конференции приняли участие свыше 350 человек из 30 городов России и стран СНГ, а также представители ряда стран дальнего зарубежья.



Работа конференции проходила по восьми секциям: «Теория сигналов и систем» (16 доклад, руководители – д.т.н., профессор Ю.С. Шинаков, д.т.н., профессор М.С. Немировский); «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (30 докладов, руководители – д.т.н., профессор Ю.А. Брюханов, д.т.н., профессор В.И. Джиган); «Обработка сигналов в системах телекоммуникаций», совмещенная с секцией «Обработка измерительной информации» (31 доклад, руководители – д.т.н., профессор Ю.Н. Прохоров, к.т.н., профессор Санников В.Г., к.т.н., профессор Скачко Ю.В.); «Обработка сигналов в радиотехнических системах» (24 доклада, руководители – д.т.н., профессор В.Г. Бартнев, к.т.н., профессор В.С. Сперанский); «Обработка и передача изображений» (31 доклад, руководители – д.т.н., профессор В.П. Дворкович, д.т.н., профессор А.В. Дворкович); «Проектирование и техническая реализация систем ЦОС» (12 докладов, руководители – д.т.н., профессор В.В. Витязев, к.т.н., доцент В.Б. Стешенко); «Системы технического зрения и видеоаналитики» (38 докладов, руководители – д.т.н., доцент А.Л. Приоров, д.т.н., профессор Фаворская М.Н., д.т.н., профессор М.К. Чобану). На конференции было заслушано около 180 докладов, по материалам которых изданы «Труды Конференции» в 2-томах, общим объемом 1004 страниц.

На пленарном заседании, в день открытия конференции, были заслушаны 6 докладов, в которых нашли отражение вопросы развития современных информационных технологий обработки сигналов в области радиолокационных и телекоммуникационных систем, мультимедийных приложений, теории кодирования, параллельных модульных вычислений, перспективной элементной базы радиоэлектроники.

В заключительный день работы конференции по каждой секции были подведены общие итоги, а также итоги конкурса на лучшие научные доклады среди молодых ученых и специалистов и состоялось их награждение.

Информационно-издательскую поддержку работы Конференции обеспечивают научно-технические журналы: «Цифровая обработка сигналов», «Радиотехника», «Электросвязь» и другие издательства, принимающие непосредственной участие в работе Конференции.