

УДК 621.396

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В ШУМЕ ДЛЯ МАЛЫХ ВЫБОРОК НАБЛЮДЕНИЙ

Бартенев В.Г., д.т.н. профессор кафедры теоретической радиотехники и радиофизики Московского технологического университета (МИРЭА), e-mail: syntaltechno@mail.ru.

ANALYSIS OF CORRELATED SIGNALS IN NOISE DETECTION PERFORMANCE FOR SMALL OBSERVATION SAMPLES

Bartenev V.G.

The problem of detecting a correlated signals in noise is considered. The detector optimal for this problem is the maximum likelihood type. Unfortunately, the amount of computations required to design this optimal detector can be quite substantial. For this reason, two suboptimal detectors are introduced, which much easier to design than the optimal detector. One suboptimal detector may be realized only using multiplication and coherent addition. Another suboptimal detector very simple using after the multiplication a binary decision device. Numerical study is presented which indicates that suboptimal detector with multiplication and coherent addition more effective, than optimal detector in detection probability but optimal detector not sensitive to changes in noise power. Simple detector with multiplication and binary decision device shows much worse results.

Key words: signal detection, correlated signals, maximum likelihood correlation estimate, probability of false alarm and probability of detection.

Ключевые слова: обнаружители сигналов, коррелированные сигналы, оценка коэффициента корреляции максимального правдоподобия, вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения.

Введение

При автоматическом управлении режимами работы РЛС в условиях априорной помеховой неопределенности объектом управления является сама РЛС, а управляющим устройством анализатор помеховой обстановки. В процессе управления РЛС задачей анализатора помех является сбор информации об окружающей оперативно-тактической обстановке и принятие решения о выборе необходимого амплитудного или когерентного режима работы РЛС [1]. При этом анализатор помеховой обстановки не только измеряет характеристики воздействующих помех, но и классифицирует их. Классификация помех производится по коэффициенту корреляции (коррелированная или некоррелированная). Обнаружение и анализ коррелированных помех производится по всей рабочей дистанции, измеряя коэффициент корреляции эхо сигналов на фоне шума. В данной статье рассматривается три способа обнаружения коррелированных помех. Прежде всего, основанный на алгоритме оценки максимального правдоподобия (ОМП) модуля коэффициента корреляции, затем упрощенный с использованием умножителя и когерентного накопителя и, наконец, самый простой с умножителем и бинарным накопителем. Анализ эффективности этих трех способов производится в два этапа. На первом этапе аналитически рассчитываются пороги для вероятности ложных тревог на выходе рассматриваемых обнаружителей. На втором этапе рас-

Рассматривается задача обнаружения флуктуирующих коррелированных сигналов на фоне некоррелированного шума. Обнаружитель оптимальный для этой задачи строится на основе оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, сравниваемого с порогом. Предлагаются два квазиоптимальных обнаружителя, намного упрощающих их построение. Один обнаружитель реализуется только с помощью умножения и когерентного накопления. Другой еще более простой, в котором после умножения используется критерийная обработка. Расчет порогов для вероятностей ложных тревог на выходе этих трех обнаружителей произведен аналитически, а вероятности правильного обнаружения рассчитаны моделированием в системе MATLAB. Данные результаты в радиолокационной практике получены впервые.

считываются вероятности правильного обнаружения методом статистического моделирования в среде МАТЛАБ для обнаружителей трех типов.

Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе обнаружителя ОМП

В качестве первого алгоритма обнаружения коррелированных сигналов будет рассмотрен способ сравнения с порогом оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции сигналов в двух смежных периодах повторения РЛС:

$$\hat{R} = \left| \frac{\sum_{j=1}^N Z_{1j} * Z_{2j}^*}{\sum_{j=1}^N Z_{1j} * Z_{1j}^*} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N Z_{2j} * Z_{2j}^*}{\sum_{j=1}^N Z_{2j} * Z_{2j}^*} \right| = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N x_{1j} * x_{2j} + y_{1j} * y_{2j}}{\sum_{j=1}^N x_{1j}^2 + y_{1j}^2} + \frac{\sum_{j=1}^N x_{2j} * y_{1j} - x_{1j} * y_{2j}}{\sum_{j=1}^N x_{2j}^2 + y_{2j}^2}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\left(\sum_{j=1}^N x1_j * x1_j + y1_j * y1_j\right) \times \left(\sum_{j=1}^N x2_j * x2_j + y2_j * y2_j\right)}$$

где \hat{R} – оценка модуля коэффициента корреляции в виде огибающей сигнала на выходе оптимального обнаружителя, N – число накоплений по независимым выборкам (дискретам дальности); $Z1_j = x1_j + iy1_j$, $Z2_j = x2_j + iy2_j$ – комплексные выборки эхо сигналов на входе обнаружителя в двух смежных периодах повторения в виде аддитивной смеси шума и коррелированной помехи.

Квадратурные компоненты шума и коррелированной помехи имеют нормальное распределение, при этом для шума их дисперсия равна 1 и среднее 0, а для флюктуирующего коррелированного сигнала дисперсия меняется.

Для нахождения распределения оценки \hat{R} нужно воспользоваться распределением Уишарта. В работе [2] получено такое распределение:

$$W(\hat{R}) = \frac{2(1-\hat{R}^2)\hat{R}(1-\hat{R}^2)^N}{\pi\Gamma(N)\Gamma(N-1)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\hat{R}R)^{2k} \Gamma^2(N+k)}{\Gamma^2(k+1)} \quad (2)$$

Пороги для заданной вероятности ложной тревоги при воздействии только шума найдем аналитически для $R = 0$. Очевидно, для $R = 0$ распределение (2) можно представить в более простом виде:

$$W(\hat{R}) = 2(\hat{R}) - (1-\hat{R}^2)^{N-2}(N-1). \quad (3)$$

Используя (3), можно получить формулу для вероятности ложной тревоги F , как вероятность превышения \hat{R} порога L :

$$F(L) = (1-L^2)^{N-1}. \quad (4)$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование обнаружителя ОМП с расчетом F , для разных значений порога L и $N = 8$ (рис. 1). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

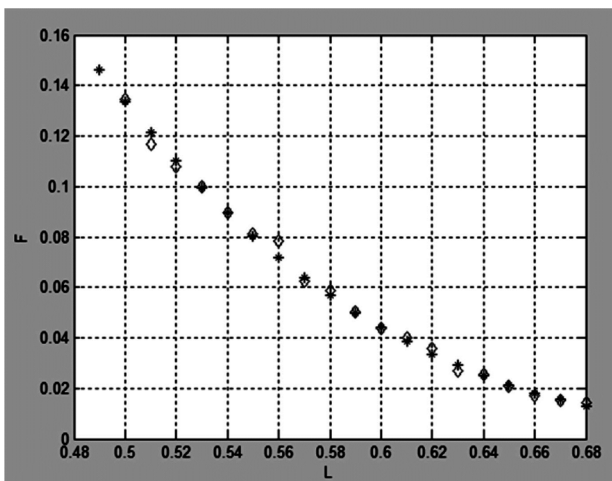


Рис.1. Зависимость вероятности ложной тревоги F от порога L для $N = 8$ в обнаружителе ОМП (звездочки – аналитика, ромбики – моделирование)

Ниже приводится табл. 1 порогов L для оптимального обнаружителя при разных N .

Таблица 1.

N	8	16	32
10^{-1}	0.534	0.377	0.267
10^{-4}	0.855	0.678	0.507

Важно подчеркнуть, что пороги для данного обнаружителя ОМП не зависят от мощности шума на входе, т.е. данный алгоритм обладает свойством стабилизации ложной тревоги.

Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе обнаружителя с умножителем и когерентным накопителем

Упростим алгоритм (1), применив только умножитель с когерентным накоплением, т.е. исключив из алгоритма ОМП целый ряд достаточно трудоемких операций, как это следует из ниже приведенной формулы:

$$\hat{R}_y = \left| \left(\sum_{j=1}^N Z1_j * Z2_j^* \right) \right| = \quad (5)$$

$$\sqrt{\left(\sum_{j=1}^N x1_j * x2_j + y1_j * y2_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N x2_j * y1_j - x1_j * y2_j\right)^2}$$

Данный алгоритм был рассмотрен в [3], где было получено выражение для распределения \hat{R}_y :

$$W(\hat{R}_y) = \frac{\hat{R}_y^{N-1} K_{N-1}(\hat{R}_y)}{2^{N-1} \Gamma(N)}. \quad (6)$$

В данное распределение входит гамма функция $\Gamma(N)$ и модифицированная функция Бесселя $K_{N-1}(\hat{R}_y)$ порядка $N-1$.

Из (6) можно получить выражение для вероятности ложной тревоги:

$$F_y(L) = \frac{L^N K_N(L)}{2^{N-1} \Gamma(N)}. \quad (7)$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование квазиоптимального обнаружителя с расчетом F_y для разных значений порога L и $N = 8$ (рис. 2). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

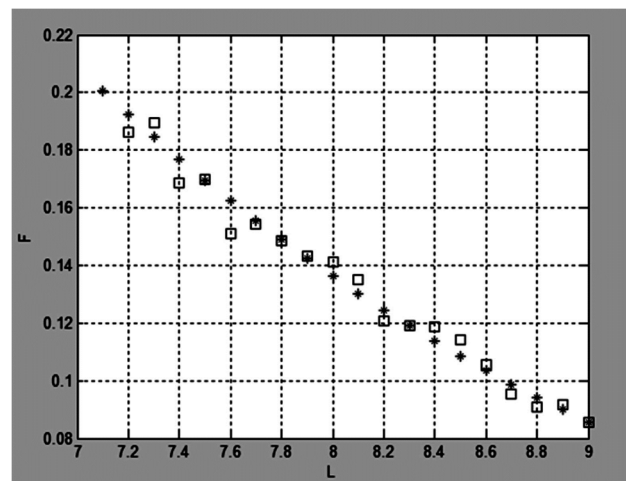


Рис. 2. Зависимость вероятности ложной тревоги F , от порога L для $N = 8$ в упрощенном обнаружителе (звездочки - аналитика, квадратиками – моделирование)

Ниже приводится таблица порогов L для упрощенного обнаружителя при разных N .

Таблица 2.

N	8	16	32
10^{-1}	8.67	12.25	17.21
10^{-4}	20.11	26.55	36.94

Вероятность превышения порога на выходе обнаружителя с умножителем и бинарным накопителем

Еще большего упрощения алгоритма (1) можно достигнуть, используя умножитель с бинарным накоплением, т.е. исключив из оптимального алгоритма вообще операцию полноразрядного суммирования, заменив ее критерийной обработкой. В данном случае порог на выходе такого обнаружителя рассчитывался только для критерия N из N . Таким образом, вначале использовалась формула (7) для $N = 1$ для расчета вероятности превышения порога после умножителя без накопления

$$F_y(L_1) = LK_1(L_1), \tag{8}$$

а затем вероятность на выходе бинарного накопителя для критерия N из N по формуле

$$F_B(L_B) = \{L_1 K_1(L_1)\}^N \tag{9}$$

Для верификации данной формулы было проведено моделирование бинарного обнаружителя с расчетом F_B для разных значений порога L_B и $N = 8$ (рис.3). Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

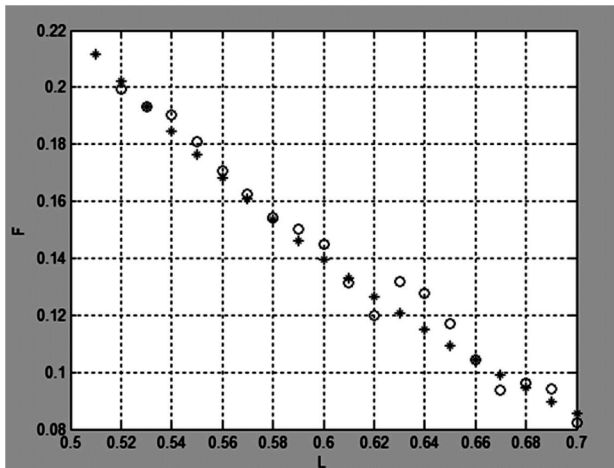


Рис. 3. Зависимость вероятности ложной тревоги F_B от порога L_B для $N = 8$ в обнаружителе с бинарным накоплением (звездочки - аналитика, кружочки - моделирование)

Ниже приводится таблица порогов L_B для бинарного обнаружителя при разных N .

Таблица 3

N	8	16	32
10^{-1}	0.668	0.417	0.266
10^{-4}	1.848	1.096	0.667

Расчет вероятностей правильного обнаружения коррелированного флюктуирующего сигнала в сравниваемых устройствах

Результаты моделирования сравниваемых обнару-

жителей коррелированного флюктуирующего сигнала представлены в виде характеристик обнаружения на рис. 5-7 для вероятности ложной тревоги 10^{-1} и на рис. 8-10 для вероятности ложной тревоги 10^{-4} . Межпериодный коэффициент корреляции обнаруживаемого флюктуирующего сигнала составлял 0,9.

Для верификации формирования коррелированных выборок был произведен расчет характеристик обнаружения однократной череспериодной схемы компенсации (ЧПК), которые сравнивались с аналитическими расчетами. На рис. 4 приведены характеристики обнаружения однократной ЧПК для вероятности ложной тревоги 10^{-1} и 10^{-4} , полученные аналитически и с помощью моделирования. Результаты моделирования хорошо совпадают с аналитическими расчетами.

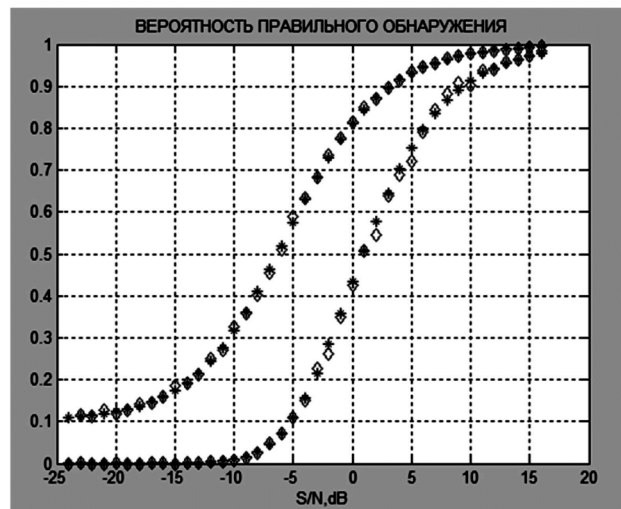


Рис. 4. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе однократной ЧПК от отношения сигнал/шум на входе (верхняя кривая $F=10^{-1}$, нижняя $F=10^{-4}$. Звездочки - аналитика, ромбики - моделирование)

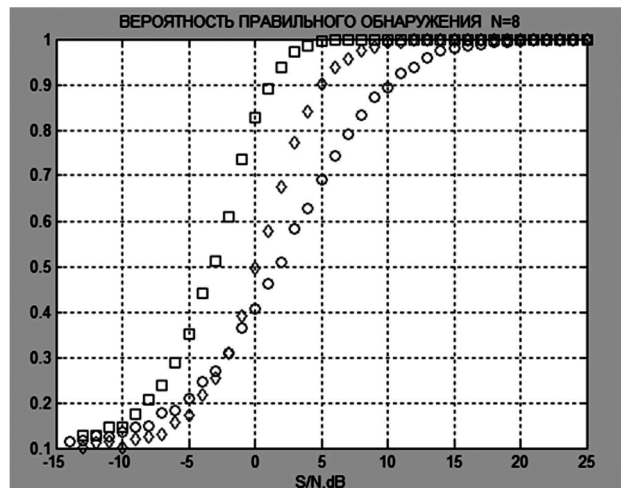


Рис. 5. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=8$. (квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

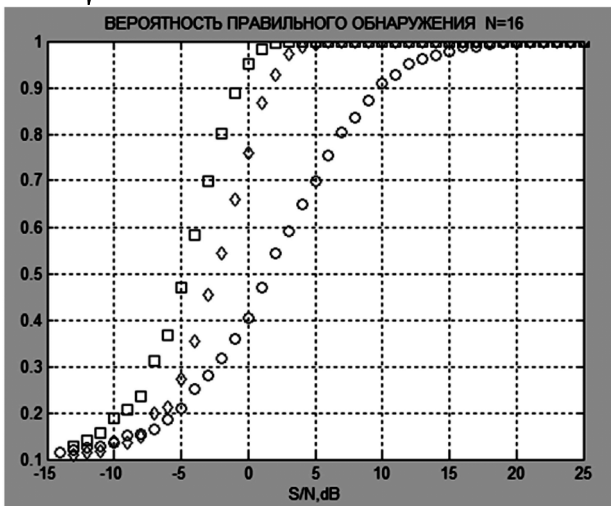


Рис. 6. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=16$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

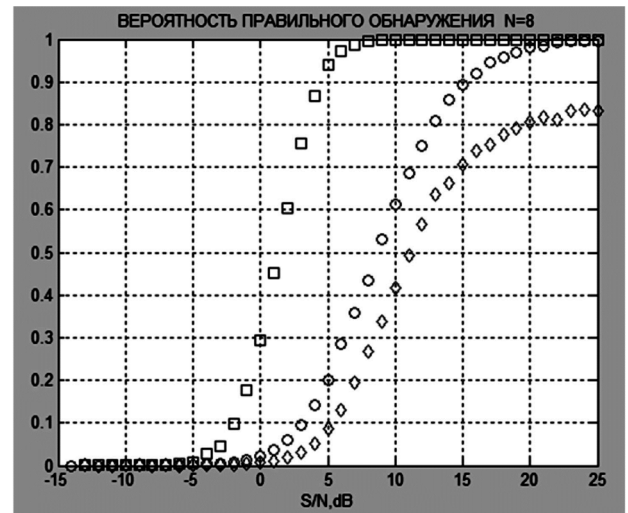


Рис. 8. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=8$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

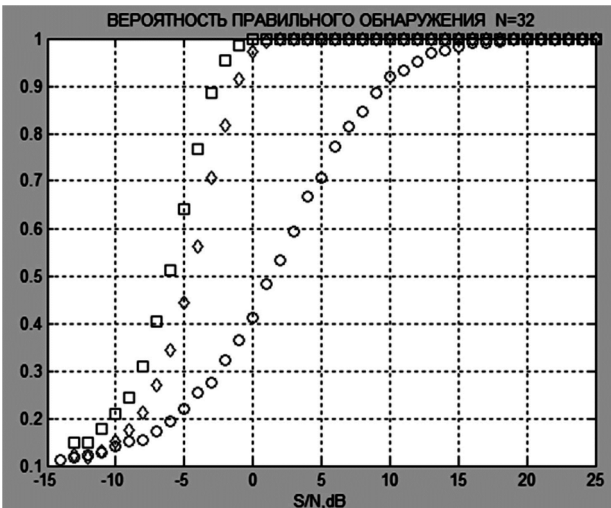


Рис. 7. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-1}$ $N=32$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

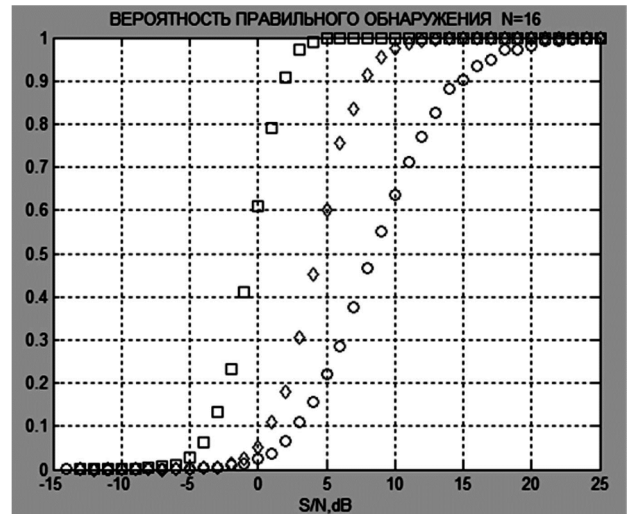


Рис. 9. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=16$.
(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

В табл. 4-6 приводятся пороговые сигналы в дБ при вероятности правильного обнаружения 0,5 для обнаружителя с умножителем и когерентным накоплением, обнаружителем ОМП и обнаружителем с бинарным накоплением, соответственно.

Таблица 4.

N	8	16	32
10^{-1}	-3	-5	-6
10^{-4}	2	-1	-2,5

Таблица 5.

N	8	16	32
10^{-1}	0	-2,5	-5
10^{-4}	8	4	1

Таблица 6.

N	8	16	32
10^{-1}	2,5	2	1
10^{-4}	11	8	7,5

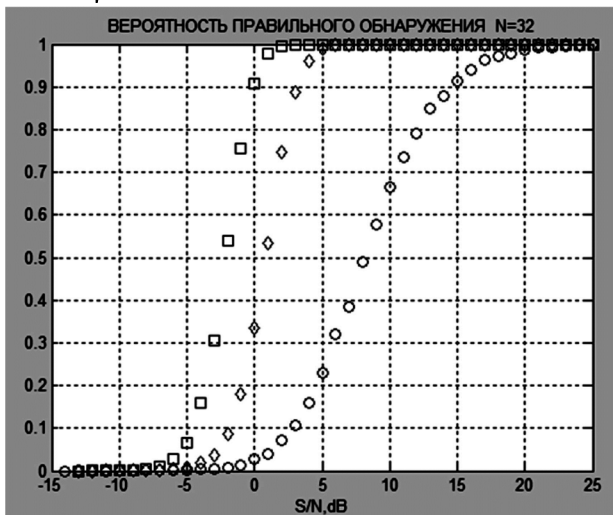


Рис. 10. Зависимость вероятности правильного обнаружения коррелированного сигнала с межпериодным коэффициентом корреляции 0,9 на выходе обнаружителей от отношения сигнал/шум на входе для $F=10^{-4}$ $N=32$.

(квадратики обнаружитель с умножителем когерентным накопителем, ромбики обнаружитель ОМП, кружочки обнаружитель с бинарным накопителем)

Заключение

Используя аналитические выражения для распределений на выходе обнаружителя максимального правдоподобия, обнаружителя с когерентным накопителем и умножителя с бинарным накопителем, удалось рассчитать аналитически значения порогов для малых значений вероятности ложной тревоги при малом числе накоплений (от 8 до 32), при котором выходное распределение рассматриваемых обнаружителей существенно отличается от нормального. Вычисление вероятности правильного обнаружения коррелированного флюктуирующего сигнала произведено методом статистического моделирования, используя МАТЛАБ. Показано, что наибольшей эффективностью в пороговом сигнале для вероятности правильного обнаружения 0,5 и вероятности ложной тревоги 10^{-1} и 10^{-4} обладает обнаружитель с умножителем когерентным накопителем. По сравнению с обнаружителем ОМП этот выигрыш может достигать 3-6 дБ. Такое ухудшение эффективности обнаружителя ОМП можно объяснить необходимостью оценивания дополнительных случайных параметров, входящих в знаменатель формулы алгоритма (1). Это своего рода «плата» за инвариантные свойства алгоритма к изменениям мощности шума на входе, что обеспечивает стабилизацию вероятности ложной тревоги на выходе обнаружителя ОМП. Использование умножителя с бинарным накопителем приводит к большим потерям в пороговом сигнале.

Литература

1. Бартев В.Г. Выбор амплитудного и когерентного режимов в программируемых РЛС. // Радиотехника. 2007. № 9, – С.57-61.
2. Бартев В.Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем СДЦ // Радиотехника и электроника. 1981. Т. XXVI, № 2, – С. 356-361.
3. Бартев В.Г., Бартев М.В. Способ нахождения вероятностных характеристик на выходе нелинейных систем // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 4. – С. 42-44.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA».

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. По предварительным итогам за 2015 год по рейтингу Science Index базы РИНЦ (3,394) журнал «Цифровая обработка сигналов» занимает 344-ю позицию из почти 3000 представленных изданий. Импакт-фактор журнала за 5-летний период цитируемости составил 0,535!

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 1 март 2017 г. Тематический выпуск: «ЦОС в информационно-измерительных и радиолокационных системах».
- № 2 июнь 2017 г. Тематический выпуск по материалам 19-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».
- № 3 сентябрь 2017 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 4 декабрь 2017 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.
Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru