

РАСЧЕТ ЛОГАРИФМА ОТНОШЕНИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ OFDM-СИГНАЛА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕХНИКИ ПОВОРОТА СОЗВЕЗДИЯ

Левченко А.С., аспирант ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт, e-mail: levch.andrew@gmail.com.

LLR CALCULATION FOR OFDM SIGNAL USING CONSTELLATION ROTATION TECHNIQUE

Levchenko A.S.

Method that allows to specify log-likelihood ratio for OFDM signal using constellation rotation technique has been proposed. Method allows to specify log-likelihood ratio by taking into account multiplicative noise component of signal caused by multipath propagation. Results of competitive modeling using terrestrial broadcasting system RAVIS model are listed for cases when constellation rotation technique is used and without it, SNR advantage is determined. Modeling shows that for QPSK constellation SNR advantage is more than 1 dB with coderate $\frac{3}{4}$, in range from 0.2 to 0.5 with coderate $\frac{1}{2}$. For QAM16 constellation SNR advantage is more than 0.3 dB with coderate $\frac{3}{4}$, with coderate $\frac{1}{2}$ there is no SNR advantage.

Key words: COFDM, soft demodulator, log-likelihood ratio, VHF band, RAVIS, rotated, constellation rotation.

Ключевые слова: COFDM, демодулятор с «мягким» выходом, логарифм отношения правдоподобия, ОБЧ-диапазон частот, РАВИС, поворот созвездия.

Введение

В стандарте DVB-T2 [1] предлагается для повышения эффективности эфирной цифровой системы передачи данных, основанной на модуляции COFDM, использовать технику поворота сигнального созвездия. Суть этой техники приведена ниже. Далее будут использоваться термины «ячейка OFDM», «символ OFDM» в соответствии с [2].

На передающей стороне последовательность перемеженных по времени бит b_0, b_1, \dots, b_N , поступая на вход квадратурного амплитудного модулятора, отображается на координаты Re и Im исходной ячейки OFDM (т.е. каждой битовой последовательности ставится в соответствие комплексное число $\dot{X} = Re + i \cdot Im$, где i – мнимая единица). Все возможные 2^N отображений образуют сигнальное созвездие. При этом, поскольку созвездие повернуто, каждой исходной последовательности бит соответствует уникальное значение как по координате Re , так и по координате Im . В этом первое принципиальное различие рассматриваемой схемы модуляции от классической.

Таблица 1. Точки повернутого созвездия QPSK

Последовательность бит	Номер точки созвездия	Координата Re	Координата Im
00	1	+0,3173	+0,9483
01	2	-0,9483	+0,3173
10	3	+0,9483	-0,3173
11	4	-0,3173	-0,9483

Рассмотрим на примере созвездия QPSK. В табл. 1 приведены точки повернутого на 26,5 градуса созвездия QPSK (см. рис. 1, слева).

Предложен способ расчета логарифма отношения правдоподобия сигнала COFDM для случая, когда применяется техника поворота созвездия. Способ позволяет уточнить оценки логарифмов отношения правдоподобия, учитывая мультипликативную составляющую ошибки принимаемого сигнала, возникающую при многолучевом распространении. Приведены результаты сравнительного моделирования для системы эфирного вещания РАВИС с использованием техники поворота созвездия и без ее использования, определен энергетический выигрыш от ее использования. Для созвездия QPSK выигрыш составляет более 1дБ при скорости кода $\frac{3}{4}$ и от 0,2 до 0,5 дБ при скорости кода $\frac{1}{2}$. Для созвездия QAM16 выигрыш составляет более 0,3 дБ при скорости кода $\frac{3}{4}$, при скорости кода $\frac{1}{2}$ имеет место проигрыш в отношении сигнал/шум.

После указанного отображения точки созвездия формируются в блок из M ячеек и осуществляется циклический сдвиг координаты Im , как указано в табл. 2. В этом второе принципиальное различие рассматриваемой схемы модуляции от классической.

Таблица 2. Координаты Re и Im ячеек до и после сдвига

Номер ячейки	1	2	...	M-1	M
Координата Re до сдвига	Re_1	Re_2	...	Re_{M-1}	Re_M
Координата Im до сдвига	Im_1	Im_2	...	Im_{M-1}	Im_M
Координата Re после сдвига	Re_1	Re_2	...	Re_{M-1}	Re_M
Координата Im после сдвига	Im_M	Im_1	...	Im_{M-2}	Im_{M-1}

В результате циклического сдвига координаты Im все возможные сочетания уникальных координат Re_i и Im_j образуют новое, расширенное сигнальное созвездие (см. рис. 1, справа). Точки расширенного созвездия QPSK приведены в табл. 3.

За счет последующего перемежения ячеек координаты R_i и I_j -ой ячейки OFDM передаются в канале на удаленных друг от друга частотах (обозначим их как f_R и f_I) в ячейках OFDM \dot{X}_1 и \dot{X}_2 , принадлежащих расширенному созвездию. Благодаря этому, если одна из координат (R_i или I_i) будет утеряна (например, ячейка \dot{X}_1 будет подавлена глубоким замиранием), исходную битовую последовательность возможно восстановить по ячейке \dot{X}_2 .

На приёмной стороне демодулятор формирует логарифмы отношения правдоподобия (далее LLR) для бит на основании принятых ячеек OFDM. В документе [3] приведено выражение для логарифма отношения правдоподобия, который рассчитывается демодулятором:

$$LLR(b_i) = \log \left[\frac{\sum_{x \in C_i^0} \exp \left\{ \frac{(I - \rho_I I_x)^2 + (Q - \rho_Q Q_x)^2}{2\sigma^2} \right\}}{\sum_{x \in C_i^1} \exp \left\{ \frac{(I - \rho_I I_x)^2 + (Q - \rho_Q Q_x)^2}{2\sigma^2} \right\}} \right], \quad (1)$$

где I – принятая на частоте f_R координата Re -ой ячейки OFDM, Q – принятая на частоте f_I координата Im -ой ячейки OFDM, ρ_I и ρ_Q – амплитудные множители, описывающие замирание на частотах f_R и f_I , I_x и Q_x – проекции точки x повернутого созвездия на оси Re и Im .

Таким образом, в [3] предлагается рассматривать принимаемый сигнал как две независимые одномерные амплитудные модуляции.

У такого подхода есть несколько недостатков. Поскольку в (1) учитывается только амплитудное влияние канала на передаваемую ячейку, для того, чтобы пользоваться (1), необходимо скомпенсировать фазовое влияние канала на частотах f_R и f_I , вызванное многолучевым распространением сигнала. Отдельная от амплитуды оценка фазы приводит к ошибкам в случаях, когда фазовая характеристика канала изменяется быстро.

Также принципиальным недостатком является то, что данный подход подразумевает наличие только аддитивной составляющей ошибки и не учитывает мультипликативную ошибку, возникающую вследствие неточного оценивания и интерполяции состояния канала. В то же время, в [4] показана целесообразность учета мультипликативной ошибки для повышения эффективности системы передачи данных.

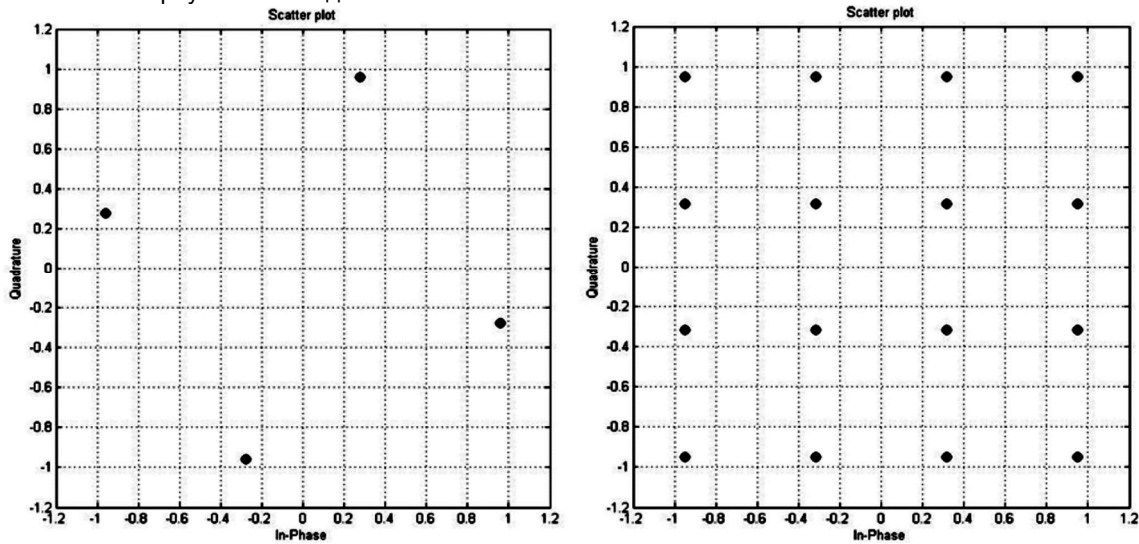


Рис. 1. Сигнальное созвездие до (слева) и после (права) циклического сдвига координаты Im

Таблица 3. Точки расширенного созвездия QPSK

1	2	3	4
+0.3173	+0.9483	+0.3173	+0.3173
00	00	00	01
5	6	7	8
-0.9483	+0.9483	-0.9483	+0.3173
01	00	01	01
9	10	11	12
+0.9483	+0.9483	+0.9483	+0.3173
10	00	10	01
13	14	15	16
-0.3173	+0.9483	-0.3173	+0.3173
11	00	11	01

1^1	
-0.9483^2	-0.3173^3
01^4	10^5

Примечания:

1. Номер точки созвездия
2. Координата Re
3. Координата Im
4. Принятая битовая последовательность, если точка созвездия принята в канале Re
5. Принятая битовая последовательность, если точка созвездия принята в канале Im

Постановка задачи

В данной работе была поставлена задача получить аналитическое выражение LLR с учетом мультипликативной ошибки для использующей поворот сигнального созвездия системы эфирного цифрового вещания, основанной на модуляции COFDM.

Синтез логарифма отношения правдоподобия

В общем случае логарифм отношения правдоподобия выражается как

$$LLR(b_i) = \ln \left[\frac{P\{b_i = 0\}}{P\{b_i = 1\}} \right] \quad (2)$$

Прохождение ячеек на частотах f_R и f_I через канал можно описать как

$$\begin{cases} \dot{Y}_1 = \dot{X}_1 \dot{H}_1 + \dot{N}_1, \\ \dot{Y}_2 = \dot{X}_2 \dot{H}_2 + \dot{N}_2, \end{cases}$$

где \dot{Y}_1 и \dot{Y}_2 – принятые на частотах f_R и f_I ячейки OFDM, \dot{N}_1 и \dot{N}_2 – аддитивные шумы с нулевым матожиданием и дисперсией $\left(\frac{\sigma_{R1}^2}{\sigma_{I1}^2}\right)$ и $\left(\frac{\sigma_{R2}^2}{\sigma_{I2}^2}\right)$, \dot{H}_1 и \dot{H}_2 – коэффициенты передачи канала (здесь и далее символ с надстрочной точкой обозначает комплексную величину).

На основании принятых на частотах f_R и f_I символов \dot{Y}_1 и \dot{Y}_2 необходимо сделать вывод о том, какая последовательность бит была передана. Поскольку одной и той же последовательности бит соответствуют разные сочетания значений \dot{X}_1 и \dot{X}_2 , выражение (2) можно уточнить:

$$LLR(b_i) = \ln \left[\frac{\sum_j \sum_k P\{X_1 = x_j, X_2 = x_k | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2\}}{\sum_m \sum_n P\{X_1 = x_m, X_2 = x_n | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2\}} \right], \quad (4)$$

где j, k принимают значения такие, что $\dot{X}_1 = x_j$ и $\dot{X}_2 = x_k$ соответствуют нулю в i -ом бите, m и n принимают значения такие, что $\dot{X}_1 = x_m$ и $\dot{X}_2 = x_n$ соответствуют единице в i -ом бите. Так, исходя из табл. 3, при передаче информации в виде точек сигнального созвездия QPSK, для старшего бита индексы принимают следующие значения: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$; $k = 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14$; $m = 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$; $n = 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16$.

Набор событий $\dot{X}_1 = x_j, \dot{X}_2 = x_k$ и $\dot{X}_1 = x_m, \dot{X}_2 = x_n$ образует полную группу событий. В процессе передачи обязательно должно произойти одно из таких событий, при этом все эти события попарно несовместимы. Тогда можно воспользоваться формулой Байеса:

$$P\left(X_1 = x_j, X_2 = x_k | Y_1 = y_1, Y_2 = y_2\right) = \frac{P(X_1 = x_j, X_2 = x_k) P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_j, X_2 = x_k\right)}{\sum_{s,l} P(X_1 = x_s, X_2 = x_l) P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_s, X_2 = x_l\right)} = \quad (5)$$

$$= \frac{P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_j, X_2 = x_k\right)}{\sum_{s,l} P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_s, X_2 = x_l\right)},$$

где индексы s, l принимают все допустимые значения. Применим (5) к числителю и знаменателю (4), знаменатель (5) сократится, получим

$$LLR(b_i) = \ln \left[\frac{\sum_j \sum_k P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_j, X_2 = x_k\right)}{\sum_m \sum_n P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_m, X_2 = x_n\right)} \right]. \quad (6)$$

Поскольку при зафиксированных X_1 и X_2 случайные величины Y_1 и Y_2 не зависимы,

$$P\left(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2 | X_1 = x_j, X_2 = x_k\right) = P\left(Y_1 = y_1 | X_1 = x_j\right) P\left(Y_2 = y_2 | X_2 = x_k\right),$$

тогда

$$LLR(b_i) = \ln \left[\frac{\sum_j \sum_k P\left(Y_1 = y_1 | X_1 = x_j\right) P\left(Y_2 = y_2 | X_2 = x_k\right)}{\sum_m \sum_n P\left(Y_1 = y_1 | X_1 = x_m\right) P\left(Y_2 = y_2 | X_2 = x_n\right)} \right] \quad (7)$$

Выражение (7) имеет скрытый недостаток: имея векторы вероятностей $P(\dot{Y}_1 = \dot{y}_1 | \dot{X}_1 = \dot{x}_j), j = 1 \dots \frac{N^2}{2}$ и $P(\dot{Y}_2 = \dot{y}_2 | \dot{X}_2 = \dot{x}_k), k = 1 \dots \frac{N^2}{2}$ (где N – размер исходного созвездия), нам понадобится рассчитать $2 * \left(\frac{N^4}{4} - \frac{N^2}{2}\right)$ попарных произведений этих вероятностей. Так, для повернутого созвездия QPSK ($N=4$) потребуется рассчитать 112 умножений, для QAM16 ($N=16$) 32512 умножений, для QAM64 – более 8 миллионов умножений. Это делает выражение (7) мало-применимым в реальной аппаратуре. Однако, с учетом того, что j и k, m и n друг от друга не зависят, его можно упростить:

$$LLR(b_i) = \ln \left[\frac{\sum_j P\left(Y_1 = y_1 | X_1 = x_j\right) \sum_k P\left(Y_2 = y_2 | X_2 = x_k\right)}{\sum_m P\left(Y_1 = y_1 | X_1 = x_m\right) \sum_n P\left(Y_2 = y_2 | X_2 = x_n\right)} \right] \quad (8)$$

Теперь вместо 8 миллионов умножений для QAM64 будет достаточно двух (!).

С учетом того, что оценка коэффициента передачи канала в приемнике возможна лишь с некоторой точностью, можно переписать (3) как

$$\begin{cases} Y_1 = X_1 \left(H_1 + N_{H1} \right) + N_1, \\ Y_2 = X_2 \left(H_2 + N_{H2} \right) + N_2, \end{cases}$$

где \dot{N}_{H1} и \dot{N}_{H2} – нормально распределенные комплексные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\begin{pmatrix} \sigma_{H1R}^2 \\ \sigma_{H1I}^2 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} \sigma_{H2R}^2 \\ \sigma_{H2I}^2 \end{pmatrix}$. В [4] было показано, что

$$p_{\bar{y}}(\bar{y} | \bar{X} = x_i) = \frac{1}{\pi(\sigma_N^2 + \sigma_H^2 |x_i|^2)} \exp\left(\frac{-|y - x_i H|^2}{\sigma_N^2 + \sigma_H^2 |x_i|^2}\right) \quad (9)$$

Тогда $LLR(b_i) =$

$$= \ln \frac{\sum_j \frac{1}{\left(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_j|^2\right)} \exp\left(\frac{-|y_1 - x_j H_1|^2}{\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_j|^2}\right)}{\sum_m \frac{1}{\left(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_m|^2\right)} \exp\left(\frac{-|y_1 - x_m H_1|^2}{\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_m|^2}\right)} \times \frac{\sum_j \frac{1}{\left(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_j|^2\right)} \exp\left(\frac{-|y_1 - x_j H_1|^2}{\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_j|^2}\right)}{\sum_m \frac{1}{\left(\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_m|^2\right)} \exp\left(\frac{-|y_1 - x_m H_1|^2}{\sigma_{N_1}^2 + \sigma_{H_1}^2 |x_m|^2}\right)} \quad (10)$$

где j, k принимают значения такие, что $\dot{X}_1 = x_j$ и $\dot{X}_2 = x_k$ соответствуют нулю в i -ом бите, m и n принимают значения такие, что $\dot{X}_1 = x_m$ и $\dot{X}_2 = x_n$ соответствуют единице в i -ом бите, \dot{y}_1 и \dot{y}_2 – значения, которые приняли случайные величины \dot{Y}_1 и \dot{Y}_2 (т.е. ячейки, которые были приняты на частотах f_R и f_I), $\sigma_{N_1}^2 = \sigma_{R1}^2 + \sigma_{I1}^2$, $\sigma_{N_2}^2 = \sigma_{R2}^2 + \sigma_{I2}^2$, $\sigma_{H_1}^2 = \sigma_{H1R}^2 + \sigma_{H1I}^2$, $\sigma_{H_2}^2 = \sigma_{H2R}^2 + \sigma_{H2I}^2$.

Результаты моделирования

Для оценки эффективности техники поворота сигнального созвездия было проведено моделирование его работы в составе системы цифрового эфирного вещания РАВИС [8] с использованием функциональной модели, разработанной в среде Simulink. Данная модель позволяет имитировать функционирование системы «передатчик-канал-приёмник» для различных видов многолучевого канала в соответствии с [5]. В качестве критерия оценки эффективности демодулятора выбрана вероятность битовой ошибки в приёмнике.

На рис. 2-8 приведены зависимости для различных каналов и режимов передачи данных. Результаты моделирования при модуляции QAM64 не приведены, поскольку поворот такого созвездия не дает выигрыша, а наоборот, приводит к потерям.

На рис. 2-9 приведены зависимости для различных каналов и режимов передачи данных. Результаты моделирования при модуляции QAM64 не приведены, поскольку поворот такого созвездия не дает выигрыша, а наоборот, приводит к потерям.

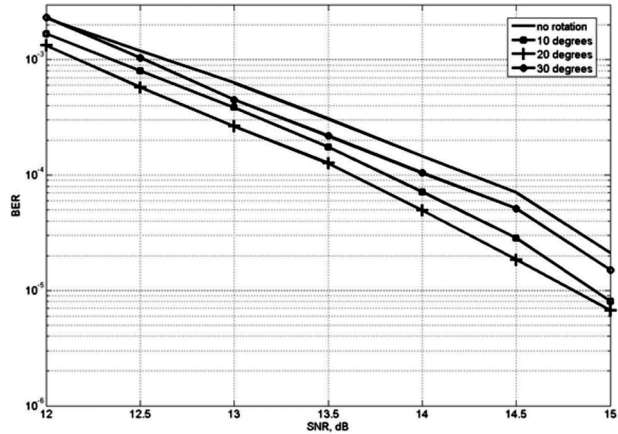


Рис. 2. Канал Rural, скорость кода 3/4, QPSK, без коррекции шума

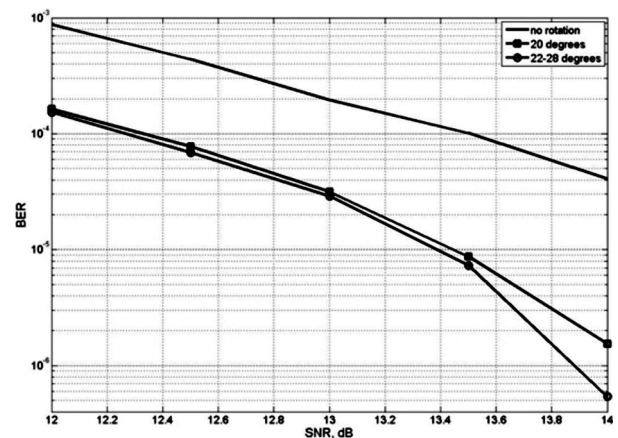


Рис. 3. Канал Rural, скорость кода 3/4, QPSK, коррекция шума фильтром Винера

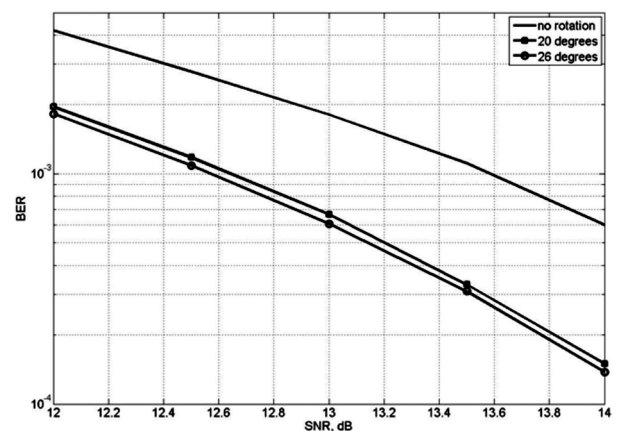


Рис. 4. Канал Urban, скорость кода 3/4, QPSK, коррекция шума фильтром Винера

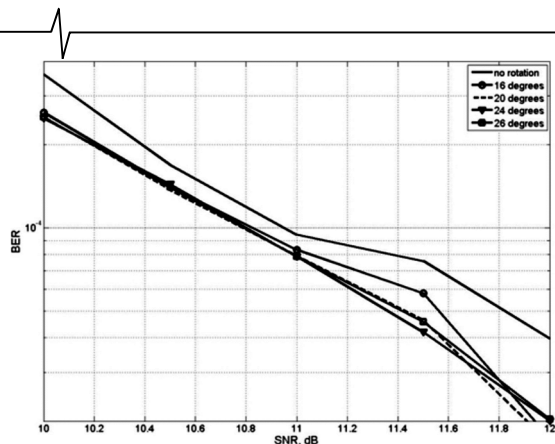


Рис. 5. Канал Urban, скорость кода $\frac{1}{2}$, QPSK, коррекция шума фильтром Винера

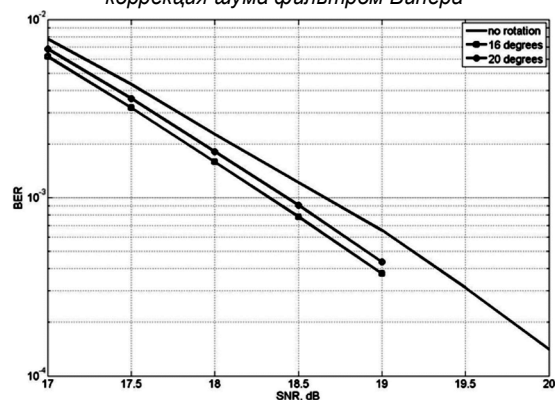


Рис. 6. Канал Rural, скорость кода $\frac{3}{4}$, QAM16, без коррекции шума

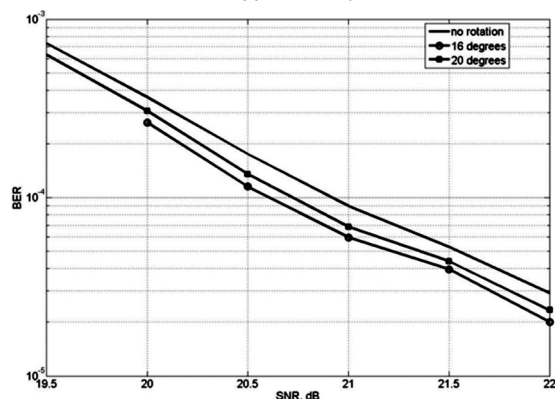


Рис. 7. Канал Urban, скорость кода $\frac{3}{4}$, QAM16, коррекция шума фильтром Винера

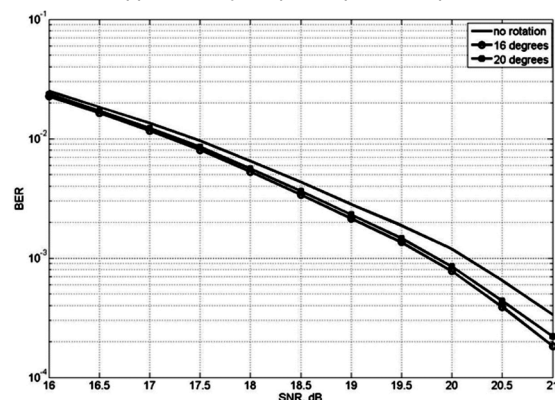


Рис. 8. Канал Urban, скорость кода $\frac{3}{4}$, QAM16, без коррекции шума

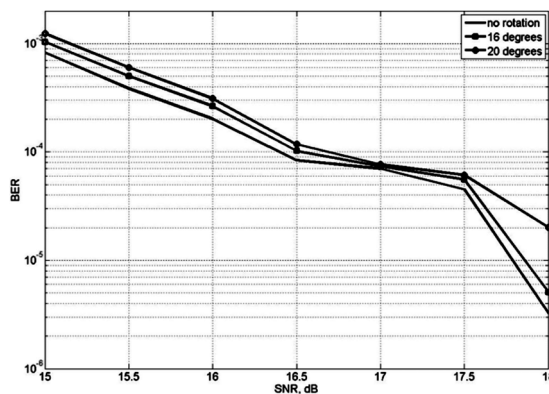


Рис. 9. Канал Urban, скорость кода $\frac{1}{2}$, QAM16, без коррекции шума

Заключение

Получено выражение для расчета логарифма отношения правдоподобия с учетом мультипликативной ошибки для использующей поворот сигнального созвездия системы эфирного цифрового вещания, основанной на модуляции COFDM.

Результаты моделирования показывают, что техника поворота созвездия более эффективна при высоких скоростях кода. Так, для созвездия QPSK выигрыш составляет более 1 дБ при скорости кода $\frac{3}{4}$ и от 0,2 до 0,5 дБ при скорости кода $\frac{1}{2}$. Для созвездия QAM16 выигрыш составляет более 0,3 дБ при скорости кода $\frac{3}{4}$; при скорости кода $\frac{1}{2}$ имеет место проигрыш в отношении сигнал/шум (см. рис. 9).

Технику поворота созвездия нецелесообразно использовать при сигнальных созвездиях высоких порядков, ввиду малого выигрыша в отношении сигнал/шум или даже его ухудшения. Разумно ограничиться его использованием только для созвездия QPSK.

Оптимальный угол поворота созвездия зависит от порядка созвездия и от свойств канала передачи данных. Для исследуемых каналов наилучшие результаты получены при углах поворота 26° для QPSK и 16° для QAM16. Разброс угла поворота $\pm 1^\circ$ относительно оптимального не приводит к ощутимому снижению эффективности техники поворота созвездия.

Литература

1. ETSI EN 302 755: «Digital Video Broadcasting (DVB); Framestructurechannelcodingandmodulationforasecondgeneration digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2)», 2014.
2. ГОСТ Р 54309-2011. Аудиовизуальная информационная система реального времени (РАВИС). Процессы формирования кадровой структуры, канального кодирования и модуляции для системы цифрового наземного узкополосного радиовещания в ОВЧ диапазоне. Технические условия.
3. ETSI TS 102831: «Digital Video Broadcasting (DVB); Implementation guidelines for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2)», 2012.
4. Левченко А.С. Демодулятор COFDM сигнала с мультипликативными шумами // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. №1, 2016.
5. ETSI ES 201 980 V3.1.1 (2009-08). Digital Radio Mondiale (DRM); System Specification.