

УДК 621.391.13

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ СВЯЗИ С ВЫСОКОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ

Быховский М.А., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики, e-mail: bykhmark@gmail.com

THEORETICAL FUNDAMENTALS OF DESIGN OF TELECOMMUNICATION SYSTEMS WITH HIGH ENERGY EFFICIENCY

Bykhovskiy M.A.

The author determines the borders of telecommunication systems' energy efficiency, which allow for comparison of values of the main parameters of specific telecommunication systems (marginal speed of message transmission and signal-to-noise per bit ratio) with potentially possible values of these parameters. It is shown that when designing a telecommunication system with high energy efficiency, it is advisable to choose optimal modulation methods for message transmission – multidimensional volume-spherical or surface-spherical signal ensembles. The article discusses the issues of parameter selection of such signal ensembles that allow to approach Shannon's border the spectral efficiency of a system being designed. In addition, the work discusses the issues of such noise immunity code selection for a designed system, that allow simplification of the communication system through the usage of the simplest, in the technical sense, modulator/demodulator, as well as coder and decoder.

Key words: energy efficiency of telecommunication systems, Shannon's border, multidimensional signal ensemble, noise immunity code, telecommunication systems design.

Ключевые слова: энергетическая эффективность систем связи, границы Шеннона, многомерный ансамбль сигналов, помехоустойчивый код, проектирование систем связи.

Введение

Основные параметры ансамблей сигналов для телекоммуникационных систем должны выбираться так, чтобы проектируемая система связи обеспечивала требуемую надежность приема сообщений, определяемую вероятностью ошибки $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ при демодуляции сигналов, передаваемых по каналу связи, и необходимую удельную скорость (R_f) передачи сообщений при заданной полосе частот (F) канала связи. Система связи является энергетически эффективной, если в ней требуемые характеристики (надежность связи и удельная скорость передачи сообщений) достигаются при отношении сигнал/шум на входе демодулятора (ρ_s), близком к минимально возможному, который определен для «идеальной» по Шеннону [1] системы связи. Она должна быть построена таким образом, чтобы эти требования удовлетворялись бы наиболее экономичным образом, т.е. используемые в системе передатчики должны иметь минимально возможную мощность (такие передатчики дешевле и создают меньше помех другим системам), а также, чтобы основные устройства (кодеры, модуляторы, демодуляторы и декодеры) были бы по возможности наиболее простыми в технической реализации. При проектировании спектрально-эффективной системы связи особое значение имеет выбор для нее метода модуляции (ансамбля сигналов, используемого для передачи сообщений) и помехоустойчивого кода.

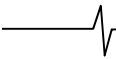
Определены границы энергетической эффективности систем связи, пригодные для сравнения значений основных параметров конкретных систем связи (удельной скорости передачи сообщений и отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит) с потенциально возможными значениями этих параметров. Показано, что при проектировании системы связи, обладающих высокой эффективностью, целесообразно для передачи сообщений выбирать оптимальные методы модуляции – многомерные объемно-сферические или поверхностно-сферические ансамбли сигналов. Обсуждаются вопросы выбора параметров таких ансамблей сигналов, которые позволяют приблизить спектральную эффективность проектируемой системы связи к границе Шеннона. Кроме того, обсуждаются вопросы выбора помехоустойчивого кода для проектируемой системы, позволяющего упростить систему связи за счет применения в ней наиболее простых в техническом отношении модулятора и демодулятора, а также кодера и декодера.

В фундаментальных работах Шеннона [1, 2] были установлены предельные возможности снижения энергетики линии связи, зависящей от ρ_{s0} – отношения сигнал/шум на входе демодулятора ($\rho_{s0} = \rho_{b0} R_f$, где ρ_{b0} – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, приходящееся на один принятый бит), при котором по каналу связи можно передавать сообщения со скоростью, равной R_f . Шеннон установил знаменитую формулу

$$R_f = \log_2(1 + \rho_{b0} R_f), \text{ из которой следует}$$

$$\rho_{b0} = (2^{R_f} - 1) / R_f. \quad (1)$$

В (1) R_f – максимально возможная удельная скорость передачи сообщений по каналу связи, равная его пропускной способности. Следует отметить что формула (1) справедлива для предельного случая, когда для пе-



редачи сообщений используются N -мерные ансамбли сигналов (АС) большой размерности ($N = 2 \text{int}(FT) \gg 1$, $\text{int}(x)$ – целая часть числа x , T – длительность передаваемых сигналов, причем нормированная длительность сигналов (FT) должна быть очень большой). Шеннон показал, что в предельном случае можно обеспечить абсолютную надежность передачи сообщений, в которой вероятность ошибки ($P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$) при демодуляции сигналов равна $P_{ser}(N, R_f, \rho_s) \rightarrow 0$ (при $N \rightarrow \infty$). Шеннон назвал «идеальной» [1] систему связи, которая позволяет, в принципе, передавать сообщения без ошибок.

При проектировании конкретной системы связи рациональный выбор ее параметров может быть сделан на основе сравнения выбранных параметров с потенциально возможными. Важность такого сравнения подчеркивал [3] В.А. Котельников.

Корректное сравнение разных систем связи подразумевает, что исследуемые системы обеспечивают одинаковые скорости передачи сообщений и одинаковую надежность их приема. В конкретных системах связи всегда длительность сигналов реализуемого ансамбля и надежность приема сообщений имеют определенные значения $P_{ser}(N, R_f, \rho_s) \neq 0$ и $(FT) \neq \infty$. Поэтому сравнение их данных с параметрами «идеальной» системы связи, для которой $P_{ser}(N, R_f, \rho_s) = 0$ и $(FT) = \infty$, не может привести к содержательному заключению об эффективности параметров конкретной системы, сделанному при ее проектировании.

Тем не менее, во многих работах (например, [4-7]) предлагалось проводить сравнение необходимого отношения сигнал/шум ρ_{s0} и скорости передачи сообщений R_f , которые должны быть обеспечены в конкретной разрабатываемой системе связи, с теми, которые имеет «идеальная» система Шеннона. При таком сравнении не учитывались длительность сигналов, входящих в выбранный для передачи сообщений АС, и длина использованного помехоустойчивого кода, от которых существенно зависит сложность демодулятора. Надежность приема переданных сообщений в принципе не могла быть учтена, так как в «идеальной» системе связи обеспечивается абсолютная надежность приема сообщений. Поэтому такое сравнение нельзя признать корректным.

В [8-10] были получены формулы, позволяющие определить значение $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ для системы связи, в которой для передачи сообщений используются оптимальные по Шеннону объемно- и поверхностно-сферические N -мерные ансамбли сигналов(АС), имеющих конечную длительность. Для объемно-сферических АС конечной длительности в [10] была получена формула, обобщающая формулу Шеннона для пропускной способности канала связи. В обобщенной формуле Шеннона [10]: $R_f = \log_2(1 + \rho_s / \beta^2) = \log_2(1 + \rho_s 10^{-0,1\Delta\rho})$, параметр $\Delta\rho$ (дБ) зависит только от значения вероятности ошибки при демодуляции сигналов P_{ser} , и их длительности (FT).

В данной работе определены границы энергетиче-

ской эффективности систем связи и выполнено сравнение характеристик нескольких конкретных систем, в которых применяются двумерные сигналы с квадратурно-амплитудной модуляцией (КАМ), с оптимальными. Это сравнение основано на обобщенной формуле Шеннона, справедливой для объемно и поверхностно-сферических N мерных ансамблей сигналов.

Границы энергетической и спектральной эффективности систем связи

В обобщенной формуле Шеннона [10] параметр $\beta^2 = \rho_s / (2^{R_f} - 1)$ связан с $P_{ser}(FT, \beta^2)$ – вероятностью ошибки при демодуляции объемно-сферического АС и нормированной длительности передаваемых сигналов

(FT) соотношением $P_{ser}(FT, \beta^2) = \int_{(FT)\beta^2}^{\infty} p_n(z) dz$, в кото-

ром $p_n(z) = \frac{z^{(FT)-1} e^{-z/2}}{2^{(FT)} \Gamma(FT)}$ – плотность распределения

вероятностей случайной величины по закону χ^2 . Если обозначить $\Psi_{1n}(x)$ – функцию обратную к функции $P_{ser}(FT, \beta^2)$, то из обобщенной формулы следует соотношение, определяющее величину $\beta^2(P_{ser}, N) = \Psi_{1n}(P_{ser}) / (FT)$.

Для вычисления значений $P_{ser}(FT, \beta^2)$ и $\beta^2(P_{ser}, N)$ можно воспользоваться пакетом прикладных программ MathCard, в котором имеются встроенные функции $pgamma(x, n)$ и $qgamma(x, n)$, позволяющие рассчитать зависимость $P_{ser}(FT, \beta^2)$, используя соотношение $F_n(x) = 1 - pgamma(x, n)$, и зависимость $\beta^2(P_{ser}, N)$, применяя соотношение для обратной к $F_n(x)$ функции $x = qgamma(1 - F_n(x), n)$, где $n = FT$, $x = (FT)\beta^2$. Для вычисления функции $\Psi_{1n}(P_{ser})$ можно также применить формулы из [11].

Обобщенная формула Шеннона определяет для реальной оптимальной системы связи с объемно-сферическим АС значение удельной скорости передачи сообщений (R_f) при применении в ней сигналов с ограниченным значением N и при заданном значении вероятности ошибки при приеме сообщений. Из нее следует, что по сравнению с «идеальной» по Шеннону системой связи, в реальной для достижения той же удельной скорости R_f , которая обеспечивается в «идеальной» системе, необходимо увеличить параметр ρ_b в $\beta^2(P_{ser}, N)$ раз. Таким образом, для реальной оптимальной системы связи граница спектральной эффективности системы связи имеет следующий вид:

$$\rho_b = [(2^{R_f} - 1) / R_f] \Psi_{1n}(P_{ser}) / (FT). \quad (2)$$

Отметим, что в [8] была получена оценка для $P_{ser}(FT, \beta^2)$, из которой можно получить простую формулу для расчета ρ_b . Эта формула, вывод которой представлен в Приложении, имеет вид:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) (1 + \gamma) e^w, \quad (3)$$

где $\gamma = \ln(1/P_{ser}) / (FT)$ и $w = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \right)^2 + \frac{2\ln(1+\gamma)}{1+\gamma}} - \frac{\gamma}{1+\gamma}$.

Для иллюстрации точности определения величины ρ_b с помощью приближенной формулы в табл. 1 приведены результаты ее расчетов по точной (2) и приближенной (3) формулам для разных значений вероятности P_{ser} . Сравнение данных табл. 1 показывает, что при достаточно больших значениях FT и $P_{ser} \geq 10^{-5}$ точность определения параметра ρ_b по формуле (3) весьма высока – погрешность не превышает долей дБ. При небольших значениях FT и высоких требований к надежности связи, определяемых величиной P_{ser} , точность определения параметра ρ_b снижается, но остается в пределах 1,5 дБ.

Таблица 1. Сравнение расчетов ρ_b по формулам (2) и (3)

R_f бит/с/Гц	FT	Номер расчетной формулы	P_{ser}			
			10^{-10}	10^{-5}	10^{-3}	10^{-2}
			отношение сигнал/шум ρ_b дБ			
4	2	(ф-ла 2)	16,9	14,2	12,3	10,9
		(ф-ла 3)	17,6	15,3	13,7	12,6
	32	(ф-ла 2)	9,8	8,6	7,9	7,3
		(ф-ла 3)	10,1	9,06	8,4	7,9
8	2	(ф-ла 2)	26,5	23,5	21,6	20,2
		(ф-ла 3)	26,8	24,5	23,05	21,9
	32	(ф-ла 2)	17,9	18	17,1	16,7
		(ф-ла 3)	19,4	18,3	17,7	17,2

Обычно сравнение эффективности систем связи, в которых применяются конкретные ансамбли сигналов, выполняют, считая, что в сравниваемых системах используются ансамбли сигналов одинаковой размерности N_s , в них обеспечивается одинаковая помехоустойчивость приема сигналов, определяемая значением p_b , и одинаковые удельные скорости передачи сообщений R_f . При этом часто полагают, что в сравниваемых системах обеспечиваются одинаковые вероятности ошибок, приходящиеся на один бит (ρ_b). Связь между вероятностями P_{ser} и ρ_b можно определить, используя формулу Л.М. Финка [12]

$$P_{ser} = 1 - (1 - p_b)^{(FT)} \quad (4)$$

Формулы (2) и (3) позволяют корректно сравнивать эффективность конкретной системы связи с пределом Шеннона, учитывая нормированную длительность (FT) сигналов оптимального ансамбля сигналов.

Следует отметить, что вероятности ошибки p_b в дискретном канале связи, вход которого является входом кодера, а выход – выходом демодулятора [4], определяет его пропускную способность, равную $C(\rho_b) = 1 + p_b \log_2(p_b) + (1 - p_b) \log_2(1 - p_b)$. Значение $C(\rho_b)$ при

$\rho_b = 10^{-3}$ весьма близко к 1 ($C(\rho_b) = 1 - 10^{-2}$). При этом максимально возможная удельная скорость передачи сообщений в системе связи, включающей как непрерывный, так и дискретный каналы (в системе связи, в которой используются как демодуляторы принимаемых сигналов, так и декодеры помехоустойчивых кодов), равна $R_{fc} = R_f C(\rho_b)$. Используя достаточно длинные помехоустойчивые коды, можно обеспечить сколь угодно высокую надежность декодирования последовательности символов, поступающих с ошибками с выхода демодулятора, если они имеют кодовую скорость R_c , удовлетворяющую условию $R_c < C(\rho_b)$.

На рис. 1 представлены графики зависимостей $\rho_b(R_f)$ для объемно-сферических АС при разных значениях FT и при $\rho_b = 10^{-10}$ (сплошные линии) и 10^{-5} (пунктирные линии) для FT=1, 8, 32 и 256.

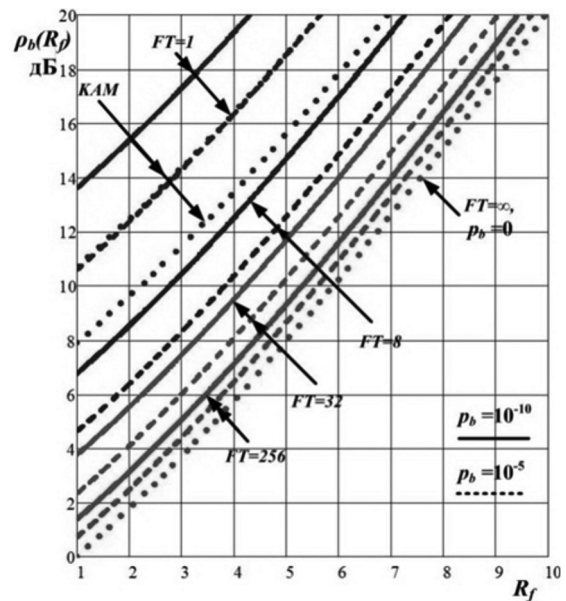


Рис. 1. Границы эффективности систем связи при разных значениях FT и ρ_b

Точками на рис. 1 нанесена граница спектральной и энергетической эффективности для «идеальной» системы связи, построенная по формуле Шеннона (1). Кроме того, на рис. 1 представлены зависимости $\rho_b(R_f)$ для систем связи, в которых применяются АС с КАМ. Зависимость для АС с КАМ при $\rho_b = 10^{-10}$ совпадает с зависимостью для объемно-сферического АС при FT=1 и $\rho_b = 10^{-5}$.

Из рис. 1 видно, что с увеличением размерности объемно-сферического АС граница спектральной и энергетической эффективности системы связи для определенного значения P_{ser} приближается к границе Шеннона. Так, например, если $\rho_b = 10^{-10}$, то при FT=1 эта граница выше границы Шеннона почти на 14 дБ, а при FT=256 – всего на 1,2 дБ.

Система связи, в которой применяется объемно-сферический АС, при $\rho_b = 10^{-5}$ и FT=256 имеет практически предельную энергетическую эффективность – она

уступает «идеальной» системе связи всего 0,3 дБ. Следует отметить, что, если к качеству приема в проектируемой системе связи предъявляется требование обеспечения вероятности ошибки при приеме сообщений, равной $\rho_b = 10^{-5}$, то надежность связи обеспечивается в системе с объемно-сферическим АС при оптимальной демодуляции принимаемых сигналов, причем при $FT = 256$ в системе нет необходимости в применении помехоустойчивого кодирования сообщений.

Из рис. 1 видно, что при снижении надежности приема сообщений на выходе демодулятора спектральная и энергетическая эффективность системы повышается. Например, при $FT = 8$ при демодуляции сообщений с малой вероятностью ошибочного приема $\rho_b = 10^{-10}$, когда применение помехоустойчивого кода в системе связи не требуется, на входе демодулятора должно быть обеспечено отношение сигнал/шум в $\rho_b = 12,5$ дБ при $R_f = 4$ бит/с/Гц. Если же вероятность ошибочного приема равна $\rho_b = 10^{-5}$, то при том же значении R_f необходимое отношение сигнал/шум на входе демодулятора становится равным $\rho_b = 10,2$ дБ. Так как значение $\rho_b = 10^{-5}$ достаточно мало, для повышения надежности связи может быть использован короткий помехоустойчивый код с кодовой скоростью $R_c \approx 1$ и простым алгоритмом декодирования. Такой код позволит дополнительно уменьшить значение ρ_b – вероятность ошибок при приеме сообщений на выходе системы связи (например, до $\rho_b = 10^{-10}$).

Следует иметь в виду, что при любом значении вероятности ошибки в последовательности принятых символов на выходе демодулятора, надежность связи можно повысить до любой требуемой величины, применяя при передаче сообщений помехоустойчивый код, исправляющий ошибки в этой последовательности. Поэтому приблизить энергетическую эффективность создаваемой системы связи к пределу Шеннона, т.е. уменьшить энергетику линии связи (уменьшить ρ_b), необходимую для обеспечения требуемой надежности приема сообщений, переданных с определенной скоростью, можно, используя следующие возможности: 1) снизить требования к надежности приема сообщений на выходе демодулятора (увеличив ρ_b) и применить для достижения требуемой надежности приема в системе связи помехоустойчивые коды, и 2) использовать для передачи сообщений оптимальные ансамбли сигналов большой размерности (N -мерные АС, где $N \gg 1$).

Уже отмечалось, что целью проектирования системы связи является обеспечение требований к удельной скорости (R_{fc}) и надежности (ρ_0) передачи в ней сообщений. Для любого значения вероятности ошибки ρ_b при демодуляции сигнала, используя достаточно длинные помехоустойчивые коды с избыточностью, согласно теореме Шеннона для дискретных каналов связи, возможно обеспечить любую, сколь угодно высокую надежность связи (любое сколь угодно малое значение вероятности ошибочного приема (ρ_0) символов на вы-

ходе декодера). Причем реализовать это можно, применяя коды, у которых кодовая скорость R_c – отношение количества (k) избыточных символов к длине кодовой комбинации (n) весьма близка к 1, т.е. $R_c \approx 1$. Следует иметь в виду: чем ближе R_c к пропускной способности канала связи, тем более длинным должен быть используемый код и более сложным декодер. Применяя для передачи сообщений сигналы, у которых удельная скорость передачи сообщений равна R_f , и коды с кодовой скоростью R_c , спектральная эффективность системы связи оказывается равной $R_{fc} = R_f R_c$.

При проектировании системы связи необходим поиск компромисса между сложностью устройств модуляции и демодуляции сигналов (связанных с параметрами и размерностью используемого АС и значением вероятности ρ_b ошибки при их демодуляции) и сложностью декодеров и декодеров (связанных с длиной используемого кода, его кодовой скоростью и значением вероятности ρ_0 ошибки символов в последовательности, сформированной на выходе декодера). Естественно, при решении о выборе АС и помехоустойчивого кода для системы связи следует учитывать не только показатель ее энергетической эффективности, но и экономические факторы, связанные со сложностью реализации основных узлов проектируемой системы: передатчика, модулятора и демодулятора, кодера и декодера.

На рис. 2 приведены вычисленные по формуле (2) границы эффективности систем связи при $\rho_b = 10^{-3}$ и разных значениях FT , принимающих значения от 1 до 128. Там же приведена граница Шеннона, для которой $\rho_b = 0$ и $FT = \infty$.

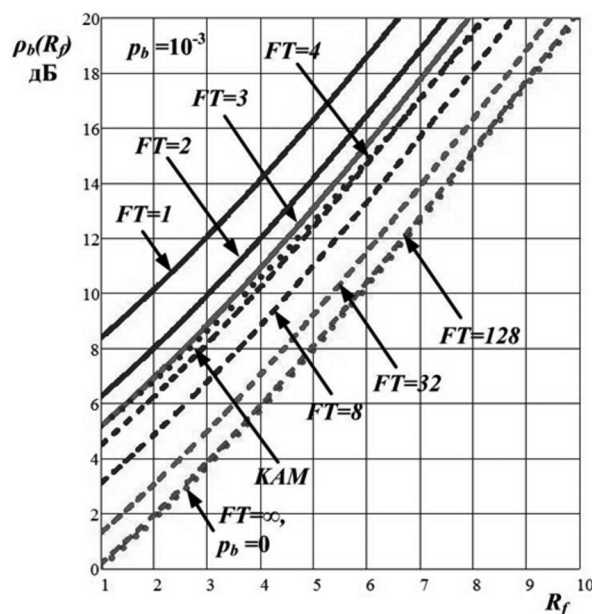


Рис. 2. Границы эффективности систем связи при разных значениях FT и $\rho_b = 10^{-3}$

Из рис. 2 видно, что в случае $\rho_b = 10^{-3}$ граница спектральной и энергетической эффективности Шеннона практически достигается при применении АС, размер-

ность которого равна $FT=128$. Ансамбль сигналов размерности 16 ($FT=8$), уступает в энергетической эффективности границе Шеннона всего 3 дБ. Точками на рис. 2 показана зависимость $\rho_b(R_f)$ для системы КАМ, при которой $FT=1$. В случае $\rho_b=10^{-3}$ эта зависимость лежит выше границы Шеннона на 4,5 дБ.

Отметим, что, как следует из приведенных в [8, 9] результатов, N -мерные объемно-сферические и поверхностно-сферические АС обеспечивают практически одинаковую надежность связи. Поэтому полученные для объемно-сферического АС данные могут быть полностью отнесены и к поверхностно-сферическим АС.

Сравнение энергетической эффективности конкретных систем связи и объемно-сферического АС

С представленными на рис. 1 и 2 границами энергетической эффективности оптимальных АС целесообразно сравнивать параметры конкретных систем модуляции. Это позволяет делать заключения о возможных путях их совершенствования с целью уменьшения энергетического потенциала линии связи. В [5] приведены параметры трех видов модуляции, применяемых в современных системах связи: 1) решетчатой кодированной модуляции (РКМ), в которой используются сверточные коды; 2) кодовой модуляции с битовым перемежением (МКБП) с турбокодом (ТК) и 3) многоуровневой кодовой модуляции (МКМ), в которой также применяется ТК.

В табл. 2 в строках 1...4 приведены данные видов модуляции.

Таблица 2. Сравнение параметров систем РКМ, МКБП, МКМ и объемно-сферического АС

№	Параметры системы	РКМ	МКБП с ТК	МКМ с ТК
1	Вид модуляции	КАМ-64	КАМ-64	КАМ-64
2	вид кода	сверточный код		
3	параметры кода	$K = 7;$ $R_c = 5/6$	$K = 4;$ $R_c = 5/6$	$K = 7;$ $R_c = 5/6$
4	длина переданного сообщения N_b , бит	56	576	20000
5	$\rho_b, \Delta\rho_b$ дБ	13, $\Delta\rho_b = 5$	11,8, $\Delta\rho_b = 3,8$	10,4, $\Delta\rho_b = 2,4$
6	объемно-сфер. АС, FT	8		
7	длина переданного сообщения N_b , бит	40		
8	$\rho_b, \Delta\rho_b$ дБ	12,5, $\Delta\rho_b = 4,5$		

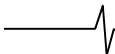
Во всех этих системах применяются двумерные ($FT = 1$) сигналы 64-КАМ, у которых удельная скорость передачи сообщений составляет $R_f = 6$ бит/с/Гц. В них применяются сверточные коды (СВК) с кодовой скоростью $R_c = 5/6$, и поэтому результирующая удельная скорость передачи сообщений по каналу связи составляет $R_{fc} = R_f R_c = 5$ бит/с/Гц. В таблице указан параметр K – длина кодового ограничения СВК, которая у каждого вида модуляции разная, а также длина кодируемой по-

следовательности символов, причем для РКМ указана длина последовательности символов (N_b), которая обрабатывается в демодуляторе при принятии решения. Как пояснялось ранее, для СВК она составляет $N_b = 6 \div 8 K$. В пятой строке таблицы указаны значения отношения сигнал/шум ρ_b , приходящегося на один принятый бит сообщения, при котором вероятность ошибки в последовательности символов на выходе декодера равна $\rho_0 = 10^{-5}$.

Используя границы эффективности систем связи, согласно рис. 1, в строках 6...8 табл. 2 приведены данные о параметрах объемно-сферического АС (FT, N_b, ρ_b), при которых можно достичь такие же скорость передачи сообщений и надежность связи, которые обеспечиваются в системах РКМ, МКБП и МКМ. В строке 6 этой таблицы указаны значения $\Delta\rho_b$ дБ, определяющие значение ρ_b , необходимое для обеспечения надежности приема сообщений, равное $\rho_0 = 10^{-5}$, превышающее для этих систем границу Шеннона. Отметим, что в системе с использованием объемно-сферического АС, нужная надежность приема сообщений обеспечивается при демодуляции принятого сигнала, и поэтому применение в ней помехоустойчивого кода не требуется.

Как видно из табл. 2, в системах с РКМ, МКБП и МКМ при демодуляции и декодировании принимаемых сигналов длина обрабатываемых последовательностей символов составляет $N_b = 56$ для РКМ, $N_b = 576$ для МКБП и $N_b = 20000$ для МКМ. Сложность реализации системы связи тесно связана с величиной N_b . Отметим, что граница Шеннона указывает, что при $R_f = 5$ возможно осуществлять передачу сообщений без ошибок, если $\rho_b = 8$ дБ. В строке 5 таблицы указаны значения $\Delta\rho_b$ дБ, показывающие насколько значение ρ_b для этих систем превышает границу Шеннона. В системе с использованием сигналов оптимального объемно-сферического АС, длина последовательности двоичных символов, передаваемых каждым сигналом, составляет $N_b = (FT)R_f$.

В строках 6, 7 и 8 табл. 2 приведены параметры системы с объемно-сферического АС при $\rho_b = 10^{-5}$ и $R_f = 5$ бит/с/Гц (такую же надежность приема сообщений и скорость передачи обеспечивают системы РКМ, МКБП и МКМ) размерность оптимального АС должна составлять $N = 2FT = 16$. В такой системе в демодуляторе осуществляется обработка сигналов, при которой на выходе формируется двоичная последовательность символов с длиной $N_b = 40$. Эта длина существенно меньше данной для систем РКМ, МКБП и МКМ. Энергетическая эффективность системы с объемно-сферического АС примерно такая же, как и у систем РКМ, МКБП, но уступает 2 дБ системе МКМ с ТК. Следует, однако, обратить внимание на то, что в системе МКМ применяется длинный ($N_b = 20000$) помехоустойчивый код и, следовательно, декодер этого кода является весьма сложным устройством.



По этой причине реализация системы, использующей для передачи сообщений оптимальные объемно-сферические АС, может быть существенно проще, чем у сравниваемых с ней систем. Приблизить эффективность этой системы к пределу Шеннона возможно, снизив требования к надежности демодуляции принимаемых сигналов и определить, например, вероятность ошибок при демодуляции сигналов равной $\rho_b = 10^{-3}$ или $\rho_b = 10^{-2}$. Применяя в системах связи совместно оптимальные многомерные АС и методы помехоустойчивого кодирования, можно приблизиться к границе Шеннона, используя АС большей размерности, чем указанная в приведенном примере (например, $N = 64$), и помехоустойчивые коды (например, каскадные коды). При этом демодулятор и декодер будут достаточно простыми устройствами.

Приложение:

Определение отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит, для оптимального ансамбля сигналов

Используя в [9] формулу:

$$P_{ser} \cong \exp \left\{ - (FT) \left[\left(\frac{2^{C_f} - 2^{R_f}}{2^{R_f} - 1} \right) - \ln \left(\frac{2^{C_f} - 1}{2^{R_f} - 1} \right) \right] \right\},$$

найдем очень простую формулу для расчета ρ_b – отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит, для оптимального ансамбля сигналов.

Если обозначить $\gamma = \ln \left(\frac{1}{P_{ser}} \right) / (FT)$ и $V = (2^{C_f} - 1) \div (2^{R_f} - 1)$, а также учесть, что $2^{C_f} - 1 = \rho_b R_f$, то величины V и γ связаны соотношением $V - \ln(V) = (1 + \gamma)$.

Обозначив $V = (1 + \gamma)e^w$, для определения величины w получим следующее уравнение $e^w - w / (1 + \gamma) = 1 + \ln(1 + \gamma) / (1 + \gamma)$, из которого следует $w \leq 1$. Используя приближенную формулу $e^w \cong 1 + w + 0,5w^2$, получим уравнение для определения w : $w^2 + \frac{2w\gamma}{1 + \gamma} - \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{1 + \gamma} =$

$$= 0. \text{ Отсюда } w = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{1 + \gamma} \right)^2 + \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{1 + \gamma}} - \frac{\gamma}{1 + \gamma} \text{ и формула}$$

для определения отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) (1 + \gamma) e^w.$$

Заключение

Получены границы энергетической эффективности систем связи, пригодные для сравнения значений основных параметров конкретных систем (удельной скорости передачи сообщений и отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит) с потенциально

возможными значениями этих параметров. Показано, что при проектировании системы целесообразно для передачи сообщений выбирать оптимальные методы модуляции – многомерные объемно-сферические или поверхностно-сферические ансамбли сигналов.

Обсуждены вопросы выбора параметров таких ансамблей сигналов, которые позволяют приблизить энергетическую эффективность проектируемой системы связи к границе Шеннона. Анализируются вопросы выбора помехоустойчивого кода, позволяющего упростить систему связи за счет применения в ней наиболее простых в техническом отношении модулятора и демодулятора, а также кодера и декодера.

Литература

1. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. BellSystemTechn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
2. Shannon C. Communication in the presence of noise, Proc. IRE, № 1, 1949. (Перевод на русский язык статьи «Связь при наличии шума», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы/под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
3. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Госэнергоиздат, 1956.
4. Прокис Дж. Цифровая связь // Перевод с английского под ред. Д.Д. Кловского // М.: Советское радио, 2000.
5. Варгуаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХБ-Петербург, 2013.
6. Зюко А.Г., Фалько И.П., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации // Под. ред. А.Г. Зюко. М.: Радио и связь, 1985.
7. Зяблов В.В., Коробков Д.Л., Портой С.Л. Высокоскоростная передача сообщений в реальных каналах связи. М.: Радио и связь, 1991.
8. Быховский М.А. Вероятность ошибки для оптимальных многомерных кодов в гауссовом канале связи и их основные характеристики // Электросвязь № 2, 2016.
9. Быховский М.А. Помехоустойчивость приема оптимальных сигналов, расположенных на поверхности N-мерного шара // Электросвязь № 3, 2016.
10. Быховский М.А. Пропускная способность канала связи при передаче сигналов ограниченной длительности // Электросвязь № 8, 2016.
11. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. М.: Финансы и статистика, 1983.
12. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.