

УДК 621.396.96

## РАНДОМИЗАЦИЯ ПРИЕМА, ОБРАБОТКИ И ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ В РАДИОКАНАЛАХ СИСТЕМ СВЯЗИ И ЛОКАЦИИ

*Горбунов Ю.Н., д.т.н., ведущий научный сотрудник Института радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН, (Фрязинский филиал), профессор МТУ МИРЭА, e-mail: gorbunov@ms.ire.rssi.ru*

## RANDOMIZATION OF RECEIVING, PROCESSING AND FORMING SIGNALS IN RADIO CHANNELS OF COMMUNICATIONS AND LOCATION SYSTEMS

*Gorbunov Y.N.*

*A stochastic approach to the construction of radio channels for communication and location systems is considered. Stochastic radio communication and radiolocation is based on the concept of introducing digital processing into the radio channels and the formation of signals of artificial stochasticity, which, along with the natural stochasticity caused by the random nature of the input signals, randomization of the conditions of the «receive-transmit» process. Examples include: the introduction of redundancy into signals by extending the spectrum of conventional (temporal) and spatial frequencies, the use of stochastic quantization and measurement scales, the use of tuning of carrier frequencies, mixing of controlled noise for linearization of the path, including allowing the use of coarse (binary, binary – Signed) statistics.*

Key words: randomization, randomized processing, stochastic quantization, coarse statistics, binary and binary - character quantization, amplitude limitation, throughput.

**Ключевые слова:** рандомизация, рандомизированная обработка, стохастическое квантование, грубые статистики, бинарное и бинарно – знаковое квантование, амплитудное ограничение, скорость передачи информации.

### Введение

В коллективной монографии [1] дан обзор развития стохастических когерентно – импульсных РЛС с СДЦ: от первого внедрения в них режимов псевдослучайной вобуляции частоты повторения зондирующих импульсов для устранения эффекта «слепых скоростей», поимпульсной рандомизации (перестройки по случайному закону) несущей частоты, до рандомизированной обработки (Р-обработке) сигналов: стохастической дискретизации и квантования сигналов, реализации принципов стохастического принятия решений и в перспективе – полномасштабного применения сверхширокополосной шумовой радиолокации, реализующей форму функции неопределенности, удовлетворяющей требованию круговой симметрии. В радиолокации не менее важна реализация мер по снижению заметности, интерференционных провалов в диаграмме направленности (ДН) приёмной ФАР и обеспечению линейности тракта обработки и формирования сигналов в радиотехнических системах с большим динамическим диапазоном. Нелинейности приёмного тракта сокращают информационные возможности и уменьшают пропускную способность приёмных радиоканалов связи и локации.

**Актуальность** настоящих исследований в значительной степени распространяется и на построение радиоканалов в системах радиосвязи [2], которые должны:

Обладать большой информационной ёмкостью и скоростью передачи информации. Несущие сигналы

*Рассматривается стохастический подход к построению радиоканалов систем связи и локации. Стохастическая радиосвязь и радиолокация базируется на концепции введения в радиоканалы цифровой обработки и формирования сигналов искусственной стохастичности, предполагающих наряду с естественной стохастичностью, обусловленной случайной природой входных сигналов, рандомизацию условий процесса «приём – передача». Примерами могут служить: введение избыточности в сигналы путём расширения спектра обычных (временных) и пространственных частот, использование стохастических шкал квантования и измерения, применение рандомизации несущих частот, подмешивание контролируемого шума для линейаризации прёмного тракта и допускающей использование нелинейных трактов и грубых текущих («бинарных», «бинарно – знаковых») статистик.*

должны иметь большую энтропию, т.е. быть стохастическими (шумоподобными) [3, 4].

Иметь избыточность за счёт расширения спектра как обычных, так и пространственных частот путём построения многоканальных МИМО (multiple input – multiple output – «много входов – много выходов») систем с пространственным разнесением передающих и приёмных каналов.

Обычная обработка сигналов имеет недостатки: погрешности дискретизации, шумы квантования и округления, стробоскопические и интерференционные эффекты («слепые скорости», «слепые направления»), нелинейности, демаскирующие пики и боковые лепестки, что не позволяет напрямую снять ограничения по достижимым пределам потенциальной точности измерения параметров сигналов. Прямой путь повышения эффективности обработки сигналов, приведения в соответствие потенциального и инструментального разрешения, точности измерения параметров сигналов приводит к увеличению разрядности, повышению частот пространственной и

временной дискретизации, увеличению числа независимых каналов приёма, что не всегда приемлемо – необходим альтернативный подход.

В [5, 6] и работах других российских и зарубежных авторов исследованы вопросы спектрального и пространственно-частотного анализа и синтеза систем обработки сигналов, фазированных антенных решеток (ФАР). Однако специальные разделы, относящиеся к реализации потенциальной точности в адаптивных ФАР с малым числом элементов и «грубыми статистиками» ГС («0/1»; «+1/-1») сигнала, в них не исследованы.

Малоразрядной цифровой обработке посвящена работа [7] сказано, что разрядность фазовращателей (ФВ), умножителей, процессоров (DSP), интерфейсов определяет сложность построения аппаратуры. Применительно к обработке сигналов в радиолокации [1, 5] и радиосвязи [2] вопросы использования ГС в условиях ограничений не в полной мере исследованы, а лишь обозначены.

**Цель статьи** – дать обзор направления приложений цифровой обработки к построению радиоканалов с рандомизацией (стохастических радиоканалов) при решении типовых задач обнаружения, оценивания, фильтрации сигналов и передачи информации, сделать некоторые обобщения и определить их место в системах связи и локации.

### Теория цифровой стохастической обработки и формирования сигналов

Исследуемая обработка сигналов базируется на идейной основе метода Монте-Карло [8], являющегося инструментом, разрешающим компромисс между «грубым квантованием» и размерами окна пространственно-временных (ПВ) выборок. При анализе эффективности обработки задача состоит в том, чтобы найти количественный ресурс обработки ПВ сигналов, достаточный

для получения заданной эффективности в условиях отсутствия априорных сведений о дисперсии уровня шума, уровня дискретизации и грубого квантования.

Эффекты дискретизации, шумы квантования, в условиях отсутствия априорных сведений о помехах и многокритериальности решения задачи, зачастую не поддаются учету, однако есть много примеров, когда Р – обработка является способом и альтернативой устранения априорной неопределённости, позволяет сократить энергетические потери сигналов, что является предметом анализа разнообразных технических приложений теории.

Структурная схема модели исследований Р – обработки приведена на рис. 1. Достигнутый научный уровень исследований в этой области – сформировавшаяся совокупность идей, способов, устройств, алгоритмов на идеологической основе метода Монте – Карло, подпитываемой растущими техническими приложениями.

При отсутствии априорных сведений применяют «эмпирический байесовый подход», но чаще априорные распределения заменяют на равномерные. В системах управления, статистической радиотехнике (Я.З. Цыпкин, Б.Р. Левин) используют обучающие выборки и «пробные возмущения» [9].

Некоторые способы реализации использовались ранее нами [10] и за рубежом (см. Стивен Смит [11], Ричард Лайонс [12] и др.). В области информационно – измерительной техники и систем управления, выходящих за рамки выстраиваемой ниже теории, следует отметить имена: В.Г. Гайсов, А.К. Микельсон, Р.Ф. Немировский, И.Я. Билинский, А.К. Микельсон, Э.И. Вологдин, Г.П. Вихров, О.Н. Граничин, В.С. Гладкий, В.Г. Стругач, Ю.Г. Полляк, Б.Т. Полляк, В.И. Фомин, И.С. Рыжак, Cheild P., Chen H.F., Spalt J.C, Suo L. и ряд других, известных в кругу специалистов, применяющих Р-обработку для решения разнообразных задач.

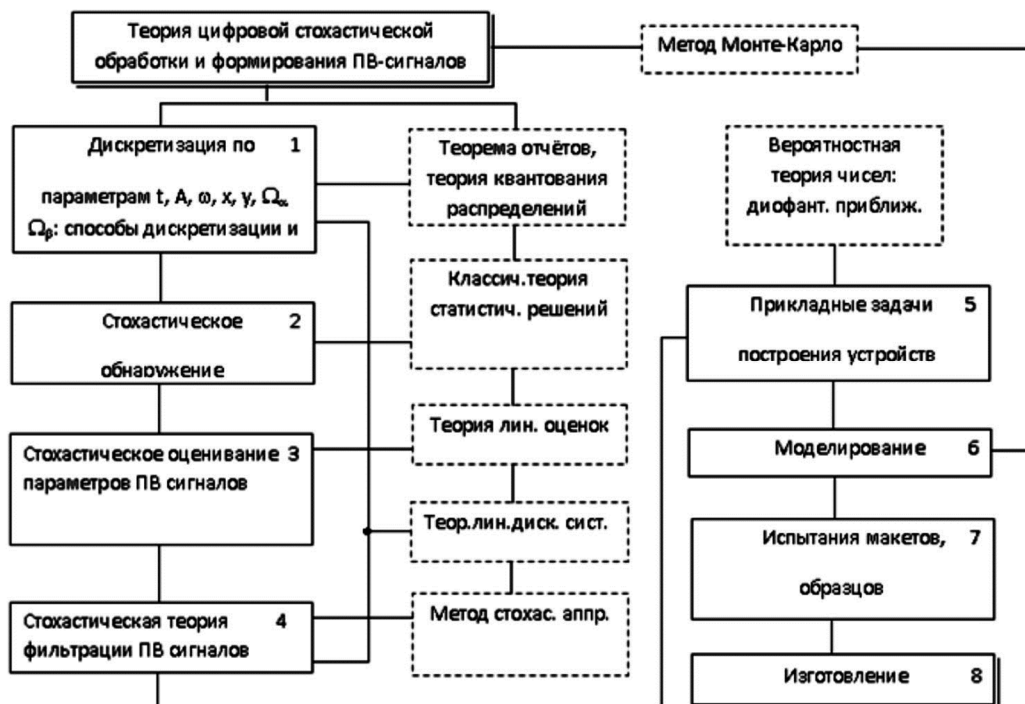


Рис. 1. Структурно-логический базис теории Р-обработки сигналов

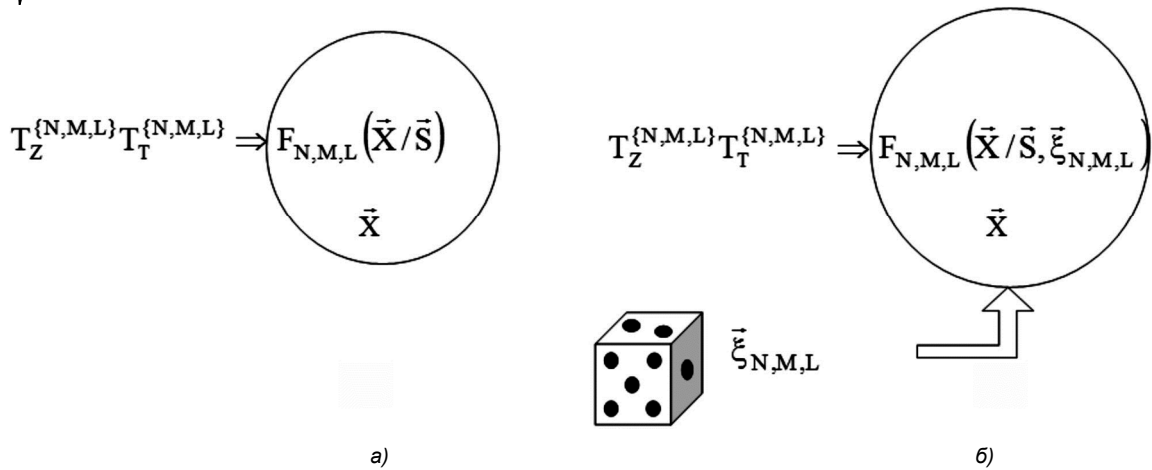


Рис. 2. Общая схема формирования пространства наблюдений:  
 а – классическая постановка задачи; б – задача с варьируемыми случайными параметрами

В качестве базовой теории, положенной в основу дальнейших разработок, была взята классическая теория радиолокационного обнаружения сигналов. В ней были учтены не только эффекты естественной стохастичности (тепловой шум, помехи), но и эффекты искусственной стохастической дискретизации и квантования. По терминологии Д. Миддлтона [13] была уточнена постановка задачи, сформулирован подкласс задач, который отличается тем, что в формировании пространства наблюдений принимает участие Наблюдатель. Наблюдатель в условиях априорной неопределённости варьирует условия наблюдения с целью минимизации возникающих при «грубой» ЦО ПВ сигналов потерь, которые компенсируются удлинением размеров ПВ – выборок (размеров окон усреднения).

Многие авторы для учета шума квантования увеличивают входной шум на величину эквивалентной по мощности дисперсии шума квантования  $D_{\Delta} = \Delta^2 / 12$ , что соответствует СКО  $\sigma_{\Delta} = \Delta / 2\sqrt{3}$ , где  $\Delta$  – цена младшего разряда АЦП, однако в общем случае это неверно.

В [1] сформулирован подкласс задач, который отличается тем, что в формировании пространства наблюдений принимает участие Наблюдатель, так что плотности вероятности выборки шума и смеси сигнала с шумом и помехами задаются в виде

$$F_{N,M,L}(\bar{X} / 0, \bar{\xi}_{N,M,L}) \text{ и } F_{N,M,L}(\bar{X} / \bar{S}, \bar{\xi}_{N,M,L}), \quad (1)$$

где  $\bar{X}$  и  $\bar{S}$  –  $N, M, L$  – мерные векторы пространства наблюдений и сигналов (заданы);  $\bar{\xi}_{N,M,L}$  – вектор рандомизирующего процесса параметров распределений, выбираемый Наблюдателем в пространстве параметров;  $N$  – размер временной выборки,  $M \times L$  – размеры пространственного окна наблюдений в ФАР.

Принадлежащие данному подклассу задачи названы задачами с варьируемыми случайными параметрами распределений, что показано на рис. 2.

В предлагаемом классе задач Наблюдатель получает дополнительную степень свободы помимо тех, которые имеются в задачах при классической постановке (назначение цен за ошибки при критерии среднего риска или назначение вероятности ложной тревоги при критерии Неймана-Пирсона).

Таким образом, отыскивается оптимальная операция приёма (обработки) данных для поставленного класса задач. Обозначим эту операцию по аналогии с операцией  $T_R^{\{N,M,L\}}$  как  $T_R^{\sim\{N,M,L\}}$ . Поскольку операция  $T_R^{\sim\{N,M,L\}}$  по определению является оптимальной, она должна переходить в операцию  $T_R^{\{N,M,L\}}$ , когда наблюдателем выбран вектор параметров  $\bar{\xi}_{N,M,L,opt} \in \{\in \{\bar{\xi}_{N,M,L}\}\}$ , т.е. когда распределения (2) переходят в распределения (1) и тем самым однозначно (в статистическом смысле) определяется пространство наблюдений

$$\tilde{T}_R^{\{N,M,L\}}\{\bar{X}\} = T_S^{\xi} T_R^{\{N,M,L\}}\{\bar{X}\}, \quad (3)$$

где  $T_S^{\xi}$  – операция выбора (select) оптимального вектора  $\bar{\xi}_{N,M,L}$ .

Таким образом, нахождение  $\tilde{T}_R^{\{N,M,L\}}$  сводится к отысканию операции  $T_S^{\xi}$ .

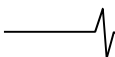
Строгое аналитическое доказательство существования оптимального вектора  $\bar{\xi}$  в общем виде затруднительно, однако при решении конкретных задач в работе найдено множество результатов (локальных оптимумов), достигаемых в конкретных устройствах, реализующих оригинальные процедуры устранения (уменьшения) эффектов дискретизации и квантования.

В [14] введено понятие – «Грубые статистики» (ГС), которое предполагает дискретизацию непрерывных множеств селектируемых, измеряемых и неизменяемых параметров ПВ сигнала, допуская на начальных этапах замену непрерывных множеств конечным множеством «грубых отсчетов» с последующей рандомизацией этих отсчетов путем задания вероятностной меры с помощью искусственной генерации случайных или псевдослучайных величин для уменьшения влияния эффектов дискретизации и квантования за счет удлинения размеров ПВ выборок.

### Методика и условия решения задачи

Обрабатываемый сигнал на входе приёмника РЛС представляет собой аддитивную сумму:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{s}(t, \alpha, \beta) + \mathbf{n}(t), \quad (4)$$



где  $\mathbf{s}(t, \alpha, \beta)$ ,  $\mathbf{n}(t)$  – векторные реализации сигнала и помехи соответственно;  $\alpha$  – вектор информативных (время запаздывания, доплеровская частота, угловые координаты), а  $\beta$  – неинформативных случайных параметров сигнала (начальная фаза, амплитуда и др.).

Для получения отношения правдоподобия при наличии в сигнале неинформативных параметров необходимо сформировать отношение правдоподобия в предположении, что эти параметры фиксированы и известны, т.е.  $\Lambda(\mathbf{x}|\beta)$ , а далее усреднить это условное отношение по случайным параметрам, т.е. найти

$$\tilde{\Lambda}(\mathbf{x}) = \int_{\beta} \Lambda(\mathbf{x}|\beta) w(\beta) d\beta.$$

Обобщение решения задачи в этом случае связано с искусственным введением в ЦО дополнительных неинформативных случайных параметров, т.е. увеличением размерности вектора  $\beta^T = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$  с  $n$  до  $n+r$ .

При этом считается, что новый вектор  $\beta_{n+r}$  имеет распределение  $w(\beta) = w(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n+r})$ . Целочисленный параметр  $r \geq 1$  – число варьируемых случайных параметров.

В схеме на рис.1 можно выделить блоки 1 – 5, которые тематически связаны с Р – обработкой.

Первая компонента – блок 1 «Дискретизация ...», это:

– квантование во времени  $t$  «медленное время» по пачке импульсов и отдельных реализаций эхо-сигналов «быстрое время» по одному периоду;

– квантование пространства по осям  $X$  и  $Y$  электромагнитного (ЭМ) поля в апертуре ФАР РЛС;

– квантование по уровню амплитуды сигналов  $A$  и фазы сигнала в каналах ПВ фильтрации (в квадратурных каналах);

– квантование координат и параметров движения цели, каковыми могут быть дальность  $D$ , пеленг  $\theta$ , скорость  $V$  (доплеровское смещение частоты  $f_d$ );

– квантование обычных  $w$  и пространственных частот в апертуре ФАР РЛС, что связано с квантованием угловых направлений по азимуту и углу места;

– квантование распределений, поскольку входной ПВ сигнал (поле) в процессе его наблюдения представляет собой случайный процесс, развивающийся во времени.

Теорема отчетов определяет условия, при которых такое квантование возможно и потери информации отсутствуют. При Р – обработке размеры ПВ выборки тесно связаны с процедурой дискретизации и квантования и порядком фильтра, определяющим число степеней свободы. Показана связь этого блока с блоками «Теорема отсчетов» и «Теория линейных дискретных систем».

В стохастических обнаружителях (блок 2) пространство наблюдений разбивается не на два (как это принято в классической теории), а на три множества [10] с образованием промежуточной зоны, в которой вероятность принятия решения назначается Наблюдателем. Отличие от процедур Вальда доказано ранее в [14]: объём испытаний фиксирован, но решение об обнаружении принимается с некоторой вероятностью. В процедуре Вальда имеются также трудности вычислительного и технического плана, состоящие в том, что в ме-

тоде последовательного анализа нужно было решить некоторую систему рекуррентных уравнений. Во многих подобных ситуациях решение этих уравнений удаётся получить только для небольшого числа шагов (ступеней).

Нормировка распределений достигается использованием непараметрической статистики сравнений Манна-Уитни [15] (булевой или ранговой), в результате чего процедуры обнаружения приобретают робастные (непараметрические) свойства, вероятностные характеристики эффективности РЛС становятся инвариантными к распределению шума и уменьшаются ошибки дискретности задания вероятности ложных тревог в текущих малоразмерных окнах анализа [16].

Возможности Р – обработки иллюстрируются на примере улучшения изображений [20] с грубым квантованием (блок 4). На рис. 3 показано 2-мерное амплитудное распределение сигнальной модели условного летательного аппарата (ЛА). Амплитуда максимального сигнала равна 1, хвоста – 0,3, помеха отсутствует (вид «а»). Та же модель с рандомизирующим гауссовым шумом при отношении сигнал/помеха 10:1 (вид «б») и 1:1 (вид «в»).

Обработанные изображения для трёх способов РО обработки с бинарным квантованием (БК):

А. пороговая обработка – БК;

Б. БК – спектральная обработка типа ДПФ;

В. БК – ДПФ – режекторная фильтрация РФ (РФ – ФВЧ высоких частот), при отношении помеха/сигнал «1:1»; «5:1» и «50:1» показаны на рис.4 а, б и в (соответственно моделям ЛА а, б, в – рис. 3).

Сравнение соответствующих рисунков в приведённых примерах подтверждают различные возможности обработки сигналов с использованием грубых статистик и цифровой фильтрации. Несмотря на то, что рисунки справа более контрастные, это лишь иллюстрирует кажущееся уменьшение потерь сигнала, при этом границы потенциальной помехоустойчивости В.А. Котельникова не нарушаются.

### Стохастическая дискретизация времени и пространства

По блоку 2 в [17, 18] сформулированы варианты теорем отсчетов, дающие возможность восстанавливать сигналы и поля в связи с необходимостью их фильтрации по обычным и пространственным частотам (угловым направлениям).

При стохастической дискретизации установлено, что функции отсчетов  $\varphi_i(t)$  могут быть случайными, так как это не противоречит условию независимости (ортogonalности), по крайней мере, для эргодических процессов. Придание «стохастичности» дискретизации, например, за счет введения случайной шкалы квантования  $t_i = i\Delta t + \Delta t_i$ , где  $\Delta t_i$  – случайная величина с нулевым средним и дисперсией  $D_i = \sigma_i^2$ ,  $\sigma_i$ , – среднеквадратическое отклонение  $\Delta t_i$ , позволяет задействовать резервы усреднения.

Анализ функции отсчетов (рис. 5) показал, что увеличение индекса модуляции  $\nu = \sigma_i / \Delta t$  приводит к незна-

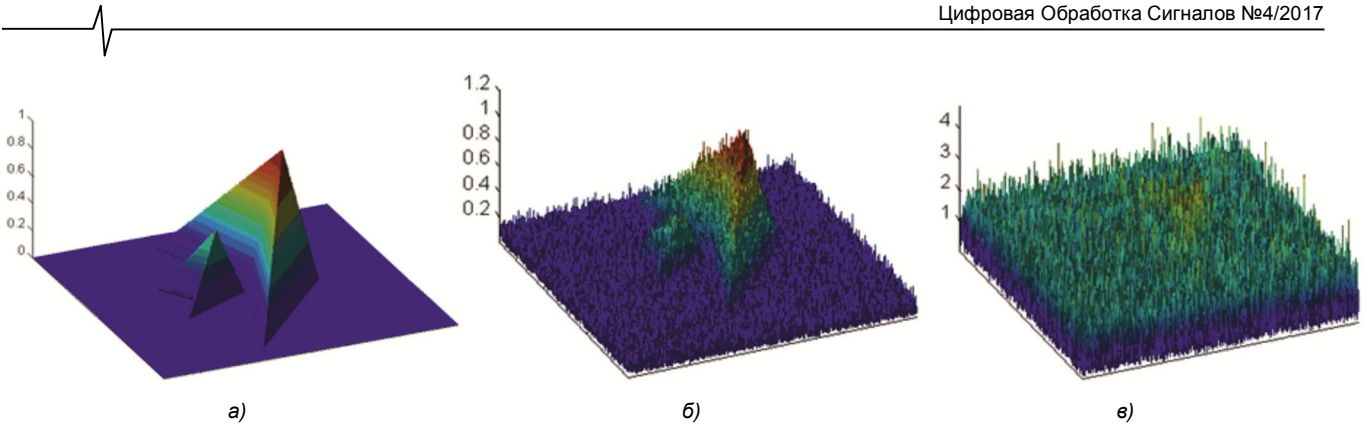


Рис.3. Двумерная сигнальная модель условного ЛА без помех (а) и с помехами (б, в)

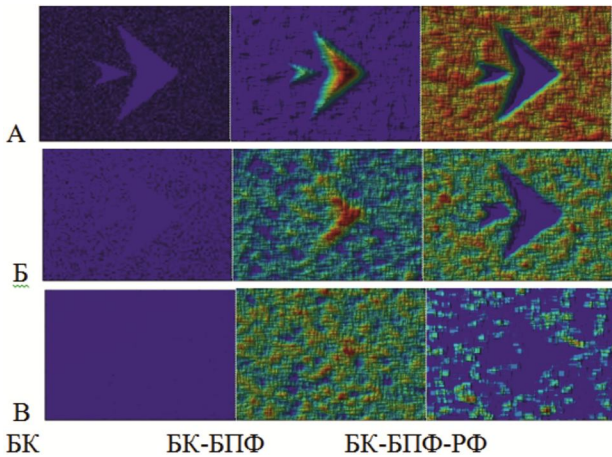


Рис. 4. Проекция изображения ЛА с различными способами обработки

чительным энергетическим потерям, расширяется главный лепесток, но существенно (с 13 до 26 дБ) уменьшается 1-й боковой лепесток, что позволяет сделать выводы об аналогии действия стохастических шкал квантования и весовых окон, уменьшающих эффект Гиббса.

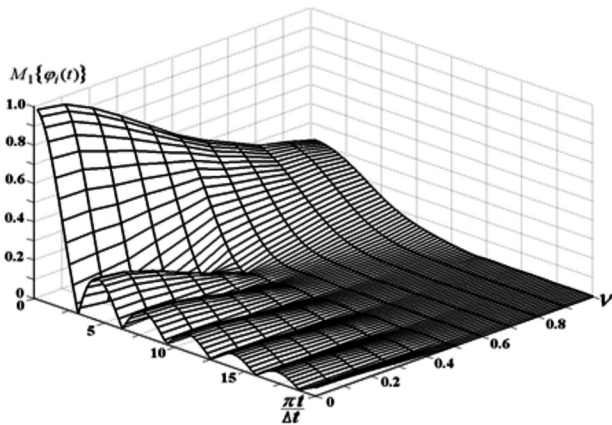


Рис. 5. Трехмерное изображение усредненной функции отсчетов  $\varphi_i(t)$

Новизна рассмотренной задачи состоит в использовании стохастических неэквидистантных шкал квантования, дающих эффект наложения весовых окон (уменьшение уровня боковых лепестков при некотором расширении главного). Практическая значимость результата состоит в устранении необходимости использования многоразрядных умножителей для реализации функции весового окна.

### Устранение стробоскопических эффектов

Аналогичный эффект, достигаемый применением стохастических неэквидистантных шкал квантования, наблюдается в задаче устранения «слепых» скоростей в когерентно – импульсных РЛС.

Фазовое состояние РЛС, задаваемое текущим значением интервала временного квантования  $\Delta t_i$ , соответствующим в медленном (по Доплеру) времени - периоду повторения зондирующих импульсов  $T_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , где  $N$  – число импульсов в пачке, для каждого  $T_i$  изменяет регулярное на оси скоростей положение «слепых» скоростей  $v_{сз} = kv_0$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $v_0 = \lambda / 2T_i$ ,  $\lambda$  – длина волны.

Желательно, чтобы  $T_i$  соответствовало «оптимальной» скорости, однако при неизвестной скорости цели обеспечить это невозможно.

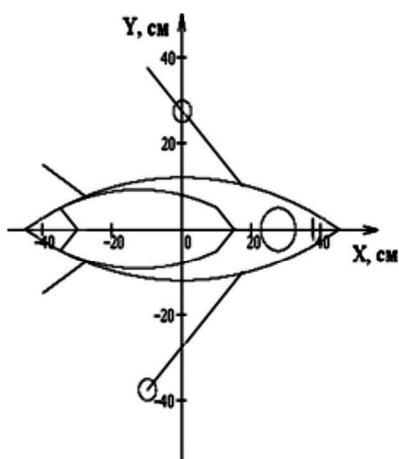
Для устранения неопределённости необходимо оптимизировать закон вобуляции частоты повторения (ВЧП) зондирований в РЛС с СДЦ, что с математической точки зрения эквивалентно решению классической вариационной задачи отыскания минимума определенного интеграла (интеграла Стильтьеса), задаваемого функцией  $N$  переменных,  $F(T_1, T_2, \dots, T_N; t_1, t_2, \dots, t_N)$ , удовлетворяющей по каждой переменной граничным условиям и условиям нормировки, для распределения доплеровских скоростей  $F(V)$ :

$$\Phi_N = \sum_{j=0}^s g_j \int_{L_T}^{1^*} \int_{L_V}^{2^*} (G^{(j)} - G_{жс}^{(j)})^2 dF(T_1, T_2, \dots, T_N; t_1, t_2, \dots, t_N), \quad (5)$$

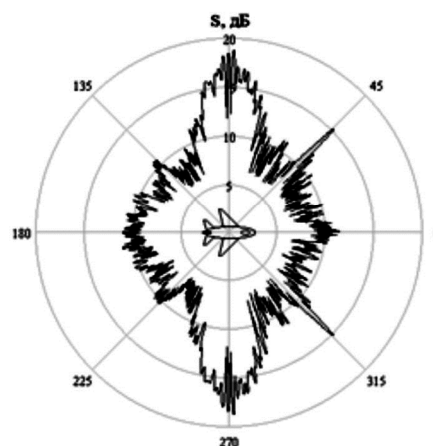
где в интеграле  $1^* - L_T - N$  – мерное множество решений по  $T$ ,  $G^{(j)}$ ,  $G_{жс}^{(j)}$  – варьируемые и желаемые скоростные характеристики системы СДЦ и их  $j$ -е производные, а в интеграле  $2^* - L_V$  – множество радиальных скоростей целей.

Совместная оптимизация алгоритма вобуляции достигается тем, что значения периодов зондирования  $T_1, T_2, \dots, T_N$  выбираются из условия получения требуемого распределения (хаотичности).

Типовые провалы неравномерной скоростной характеристики отнормированы ГОСТ-ом и составляют «минус 15 дБ», «минус 10 дБ» и «минус 3 дБ» для первой, второй и третьей «слепых скоростей» на скоростной характеристике обзорных РЛС.



а)



б)

Рис. 6. а – Модель объекта; б – его ДОР

При наличии активных помех схема обработки формирует ноль характеристики пространственного фильтра в направлении источника помехи. Таким образом, система ПВ обработки осуществляет пространственную согласованную фильтрацию по пространственным частотам.

### Рандомизация несущей частоты

В отличие от рассмотренного примера практического устранения «слепых» скоростей, где рандомизации (вобуляции) был подвергнут период повторения зондирующих импульсов в когерентно-импульсной РЛС, далее рассмотрим перестройку несущей частоты.

Перестройка несущей частоты (ПНЧ) от импульса к импульсу (быстрая) может уменьшить влияние упомянутого стробоскопического эффекта, однако основное назначение ПНЧ состоит в уменьшении интерференционных провалов в диаграмме обратного рассеяния (ДОР) цели при неопределенном положении ее ракурса во время наблюдения.

На рис. 6 представлены чертеж модели (а) и рассчитанная ДОР по мощности (б) на длине волны  $\lambda = 3$  см. (модель МАИ).

Двумерное панорамное радиолокационное изображение (РЛИ) модели, синтезированное по круговой многочастотной комплексной ДОР при девиации частоты зондирующих сигналов  $\Delta f = 2$  ГГц (центральная частота  $f_0 = 10$  ГГц), представлено на рис.7. На этом рисунке показана усреднённая совокупность парциальных изображений тестового объекта на азимутах  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$  и  $180^\circ$ , полученных в интервале синтеза  $\Delta\varphi = 12^\circ$ .

Полученное панорамное РЛИ объекта адекватно заданному распределению локальных отражателей на его поверхности и позволяет оценить усредненную яркость локальных отражателей в широком угловом секторе.

Дополнение панорамного РЛИ множеством частных повышает информативность портрета реальных объектов, однако при обработке сигналов в каждом конкретном случае приходится обнаруживать цель в условиях интерференции ограниченного числа точек (рис. 8). РЛИ

на рис. 8 изображениями назвать можно весьма условно, т.к. они малоинформативны.

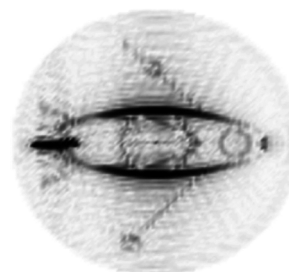


Рис. 7. Двумерное многочастотное РЛИ объекта



Рис. 8. РЛИ объекта для ракурсов  $0^\circ$  (а) и  $30^\circ$  (б)

Оптимизация интегрального распределения ПНЧ  $F(f_1, f_2, \dots, f_N; t_1, t_2, \dots, t_N)$  находится аналогично минимизации функционала (5). Провалы ДОР устраняются Р-обработкой.

### Стохастическая пеленгация и адаптация управляемого покрытия

По блокам 3, 4 в [18] анализируется построение системы обработки и формирования сигналов РЛС для космических аппаратов, в которых учитываются технические аппаратурные ограничения и ограничения ресурсов цифровой обработки. Для реализации этого применяется последовательное диаграммо – образование на базе усечённых (малоэлементных) апертур и робастных статистик сигнала на входе грубых («булевых», «бинарно-знаковых») отсчетов сигнала. Это особенно актуально для реализации аппаратуры РЛС в условиях ограничений по аппаратным и вычислительным ресурсам, мас-

со-габаритным ограничениям, ограничениям по разрядности, энергопотенциалу и стоимости. Для достижения преимуществ предлагается нетрадиционный подход, предполагающий в процессе адаптивного формирования результирующей многолучевой (многоотсегментной) диаграммы направленности фазированной антенной решетки осуществлять поэтапную стохастическую модуляцию положения фазового центра путём активизации малого числа передающих слабонаправленных элементов и использования грубых (малоразрядных) текущих отсчетов входных сигналов (последовательная MIMO).

В [19] рассматриваются теоретические основы и возможные пути использования частотно-временного и пространственно-частотного ресурса для расширения спектра псевдошумовых РЛС с СДЦ, в том числе за счёт рандомизации электродинамических параметров управляемого адаптивного покрытия, перестройки несущей частоты, многочастотного анализа, вобуляции периода повторения зондирующих импульсов, использования шумовых несущих и в перспективе – полномасштабного применения шумовой сверхширокополосной радиолокации, реализующей форму тела неопределенности удовлетворяющего требованию круговой симметрии, и обладающей повышенной скрытностью работы.

**Стохастическая линейаризация амплитудного тракта**

Модель амплитудного тракта с бинарно-знаковым квантованием сигнала в квадратурах (блок 4) приведена на рис. 9. Анализ модели проводился в [21]. Далее приведём основные результаты анализа, имеющие отношение к обсуждаемой теме при использовании терминологии систем радиосвязи.

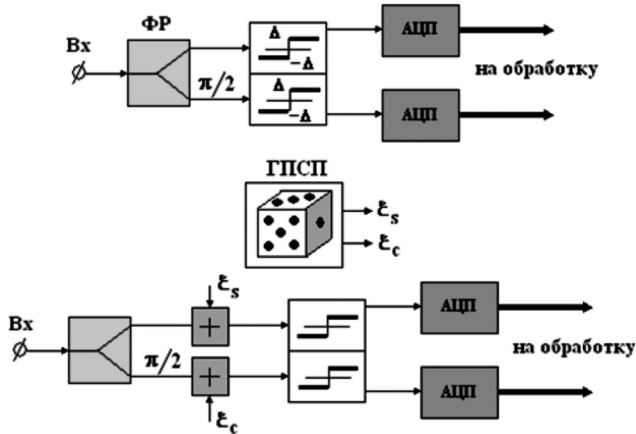


Рис. 9. Модель обрабатывающего тракта с ограничением сигналов

Мощность суммарного колебания  $P_{\Sigma} = P_C + P_{ш} + P_{PШ}$ . Если полоса пропускания системы  $\Delta f_{эфф}$  то согласно известной формуле Шеннона её пропускная способность

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left( 1 + \frac{P_C}{P_{ш}} \right). \quad (6)$$

Нетрудно показать, что в случае, если под пропускной способностью понимать разность энтропий полезного сигнала и шума приёмного устройства,

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left( 1 + \frac{P_C}{P_{ш}} + \nu \right), \quad (7)$$

где  $\nu = \frac{P_{PШ}}{P_{ш}}$  – индекс рандомизации, равный отношению мощности рандомизирующего шума  $P_{PШ}$  к мощности шума  $P_{ш}$ . Формально из (7) следует, что рандомизация увеличивает пропускную способность системы, однако это кажущееся явление, т.к. «прирост» пропускной способности «уходит» на передачу через систему информации РШ.

Под пропускной способностью системы примем разность энтропий сигнала и суммарного шума, в этом случае

$$C = \Delta f_{эфф} \log_2 \left( 1 + \frac{P_C}{P_{ш}} \frac{1}{1+\nu} \right), \quad (8)$$

т.е. пропускная способность при увеличении  $\nu$  падает.

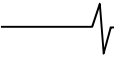
Анализ формулы (7) и (8) показывает, в обычном режиме (без ограничения сигналов) необходимость рандомизации условий радиоприёма не возникает. При наличии ограничения сигналов групповой сигнал подвергается жесткому ограничению, энтропия канальных сигналов, а следовательно и скорость передачи доплеровской информации в системе, падает до нуля. Для повышения информационных возможностей системы применим Р-обработку.

Ошибки дискретизации текущих (часто грубых) цифровых отсчётов в независимые отсчёты, которые в дальнейшем усредняются согласно метода Монте – Карло: результирующие потери полезного сигнала снижаются, а радиоканалы с ограничением («жесткими нелинейностями») линейризуются, приобретают ненулевую «энергетическую прозрачность» – скорость передачи информации в каналах (для констант, медленно меняющихся функций, изображений) зачастую становится минимально достаточной.

Формирование «бинарно – знаковой» статистики в условиях рандомизации при ограничении в тракте или бинарном квантовании происходит следующим образом. Аддитивная смесь  $u(t) = s(t, \alpha, \beta) + c(t)$  полезного сигнала  $s(t, \alpha, \beta)$  и коррелированной по времени пассивной помехи  $c(t)$  (уровень шума приёмника пренебрежимо мал) по каждой квадратуре при ограничении подвергается бинарно-знаковому квантованию, при этом на выходе имеем бинарно – знаковую ГС  $u_i^* = \text{sign}\{u_i\} \Delta = \mu_i \Delta$ , причем  $\Delta f_{эфф} \mu_i = 1$  при  $u_i > 0$  и  $\mu_i = -1$  при  $u_i \leq 0$  (здесь  $\Delta$  – масштабный коэффициент, равный максимальному напряжению на входе ограничителя).

При «жестком» ограничении входного сигнала амплитуда импульсов активной хаотической импульсной помехи подавляется, а слабый полезный сигнал после квантования подвергается когерентному накоплению в соответствующем канале многоканальной фильтрации. Мощная пассивная коррелированная помеха от неподвижных местных предметов сосредотачивается в 0-м канале ДПФ и подавляется схемой селекции системы СДЦ.

С целью стохастической линейаризации нелинейной характеристики ограничителя во входную смесь добавим



искусственный шум  $\beta$  каждая квадратурная компонента которого распределена по закону

$$\omega = (2\Delta)^{-1}, \text{ при } |\beta| \leq \Delta \quad (9)$$

В этом случае СВ

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p = 2^{-1} + u_i(2\Delta)^{-1}; \\ -1, & \text{с вероятностью } q = 1 - p. \end{cases} \quad (10)$$

а её моменты:

$$M_1\{\mu_i\} = u_i / \Delta; \quad M_1\{\mu_i^2\} = 1 \quad (11)$$

Поэтому  $M_1\{u_i^*\} = u_i$ , т.е. операция  $M\{\}$  линеаризует нелинейность  $\text{sign}$  (эффект «стохастической линеаризации»), а  $M_1\{u_i^{*2}\} = \Delta^2$ , что объясняет эффект «робастности» – нормирования мощности за счет характеристики жесткого симметричного ограничителя.

Для РО на выходе  $k$ -го канала системы «ограничитель – ДПФ»

$$P_{\text{вых}} = N(\Delta^2 - C^2) + S^2 N(N-1) = P_{C_{\text{вых}}} + P_{S_{\text{вых}}} \quad (12)$$

где  $P_{C_{\text{вых}}} = K(\Delta^2 - C^2)$  – мощность помехи;

$$P_{S_{\text{вых}}} = S^2 N(N-1).$$

Обозначим через  $q_0^2 = P_{S_{\text{вых}}} / P_{C_{\text{вых}}}$  пороговое отношение сигнал-помеха, тогда для  $N \gg 1$  требуемое значение амплитуды входного сигнала  $S_{\text{мин}} = \Delta q_0 / \sqrt{N}$ .

Предельно достижимый коэффициент подавления помехи при  $C = \Delta - S_{\text{мин}} : K_{n \text{ max}} = A / (1 - A^2)$ , где  $A = 1 - q_0 / \sqrt{N}$ .

Нормированный коэффициент передачи полезного сигнала

$$K_s = (P_{S_{\text{вых}}} / P_{C_{\text{вых}}}) (1/K) = S^2 N \cdot (N-1) / (S^2 N) \quad (13)$$

Для  $N=1$ , вследствие ограничения и невозможности выявления фазовых различий соседних отсчетов эхо-сигнала, наблюдается полная потеря полезного сигнала. В других случаях потери составляют  $10 \log(N-1)$  дБ и становятся пренебрежимо малыми при  $N \gg 1$ , поэтому максимальный коэффициент улучшения  $K_y = K_n K_s$  при  $N \rightarrow \infty \quad N \rightarrow \infty$

$$K_y \rightarrow \frac{1}{2q_0} N \sqrt{N}.$$

Анализ полученных значений  $K_y$  показывает, что рандомизация системы улучшается с ростом  $N$ . Абсолютные значения  $K_y$  для  $N = 2^r$  – точечных БПФ составляют 33 дБ, 37 дБ, 42 дБ для  $r = 8, 9$  и  $10$ , соответственно.

Для числа элементов  $N = 31$  коэффициент усиления доплеровского канала системы обработки составил 18 дБ при потерях пороговой чувствительности менее 1,5 дБ.

### Моделирование многосигнальных режимов

Цель моделирования состояла в том, чтобы проверить линейные свойства данного способа обработки. Проявление линейных свойств в первую очередь связано с таким понятием, как «многосигнальное разрешение». На рис. 10-13 представлены результаты моделирования прохождения суммы двух гармонических сиг-

налов на частотах  $\omega_i$  и  $\omega_j$  через систему обработки типа

« $\text{sign}\{\}$  -ДПФ» для случаев отсутствия шума  $q_0^{-1} = 0$  (рис. 6, 7) и с рандомизацией (рис. 8, 9).

На рис. 10, 11  $A(f)$  – амплитудный спектр выходной смеси сигналов, амплитуды которых на входе соотносились как 1 и 0.5. Частотный разнос сигналов  $\Delta f$  линейно изменялся от 1 до 40 % от частоты Найквиста.

Комбинации возможных частот входных сигналов представлены рис. 10, 11, из которых видно, что при малой разнице частот входных сигналов  $\omega_i$  и  $\omega_j$ , когда

$$\Delta\omega_{ij} = 2\pi\Delta f_{ij} \ll \frac{2\pi}{T}, \text{ независимо от положения медианы}$$

$\frac{\omega_i + \omega_j}{2}$  внутри интервала однозначного отсчета частоты

$\left[-\frac{\pi}{T}, \frac{\pi}{T}\right]$  или  $\left[0, \frac{2\pi}{T}\right]$  наблюдается удовлетвори-

тельное разрешение сигналов в условиях появления разностных гармоник («биений»).

Эти же рисунки иллюстрируют случаи, когда разность частот  $\Delta\omega_{ij}$  соизмерима с  $\pi/T$ , где  $T$  – интервал временной дискретизации.

На всех рисунках  $K$  – число уровней квантования,  $q_0$  – отношение «сигнал/шум»,  $N$  – размер массива, который был выбран равным 1024.

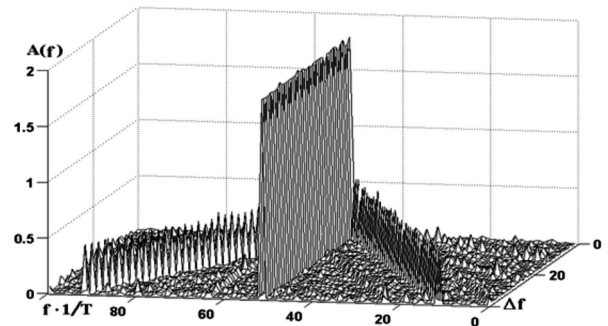


Рис. 10. Амплитуда сигнала с выходом спектроанализатора:  $K=1, q_0^{-1}=0$

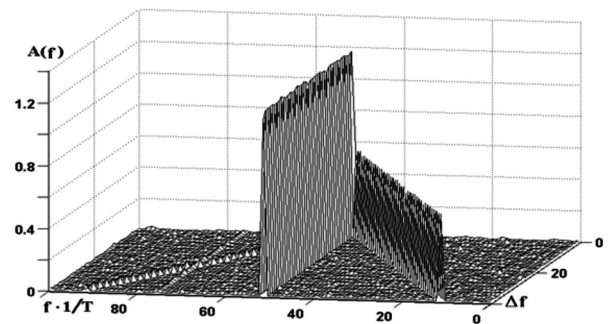


Рис. 11. Амплитуда сигнала с выхода спектроанализатора:  $K=5, q_0^{-1}=0$

На рис. 10. рассмотрено взаимодействие уменьшенного в два раза сигнала с более «сильным». Рандомизирующий процесс фильтрации подтвердил линеаризующее действие шумового рандомизирующего напряжения. В исходном варианте наблюдались следующие эффекты:



- а) наличие потерь, обусловленных «грубостью» квантования  $K = 1$  порядка  $1 \div 2$  дБ;
  - б) подавление слабого сигнала сильным в условиях отсутствия рандомизации;
  - в) большая «засорённость» спектра комбинированными составляющими в условиях детерминированного квантования в этих же условиях;
- На рис. 12, 13 – соотношение амплитуд как 1:1 и 1:0,1.

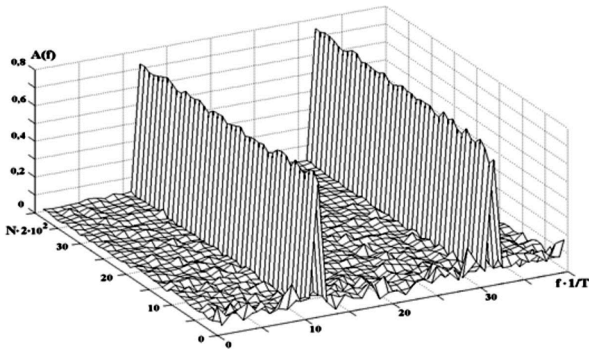


Рис. 12. Разрешение 2-х сигналов одинаковой амплитуды,  $K = 1$  для  $N \gg 1$

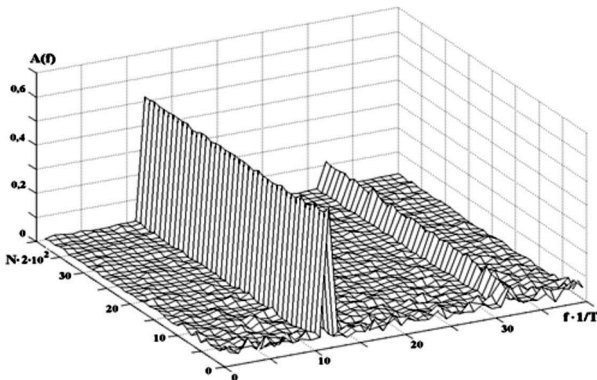


Рис. 13. Разрешение 2-х сигналов с амплитудным соотношением «1:0,1» для  $N \gg 1$

Из рис.13 видно, что ослабленный в 10 раз сигнал не подавляется.

**Стохастический ЦФ, обнаружение слабых сигналов (блок 4)**

Среди большого многообразия известных способов компенсации помех и выделении полезного сигнала наибольшее распространение получили системы ПВ – обработки типа «режекторный фильтр – когерентный накопитель» (РФ – КН) [22]. При большой разрядности АЦП ( $L > 8$ ) указанный способ является простым способом квазиоптимальной фильтрации сигналов на фоне коррелированных помех, осуществляющим «обеление» пассивных помех в РФ и накопление сигналов в КН, не используя при этом общепринятые вычисления обратной матрицы и умножения входной выборки на обратную матрицу помех, а также последующие умножения результата на вектор полезного сигнала, преобразованного в матричном обеляющем фильтре. Идея исследуемого метода может быть использована и при оптимальной обработке. В нашем случае она заключается во введении на вход АЦП шумового напряжения смещения, рандомизирующего процесс квантования. В результате, квантова-

ние входного сигнала осуществляется с помощью случайной шкалы, при этом сам сигнал не изменяется (Наблюдатель изменяет условия наблюдения).

Алгоритм фильтрации РФ – КН был конкретизирован следующим образом: в качестве РФ применялся нерекурсивный фильтр  $r$ -го порядка, а в качестве КН – алгоритм дискретного преобразования Фурье (ДПФ) размерностью  $N$ .

Рассматривается процедура цифровой когерентной фильтрации применительно к задаче СДЦ по обычным частотам, но сделано обобщение на случай пространственных частот. В первом случае формируются провалы (нули) по оси доплеровских частот, а во втором – формируются нули по оси пространственных частот – угловым направлениям.

Для коэффициента улучшения в схеме «РФ-КН» с рандомизацией АЦП имеем

$$J = r_{\text{вых}} / r_{\text{вх}} = K_{\Pi} K_C, \tag{14}$$

где  $r_{\text{вых}} = P_{C_{\text{вых}}} / P_{\Pi_{\text{вых}}}$ ,  $r_{\text{вх}} = P_{C_{\text{вх}}} / P_{\Pi_{\text{вх}}}$  – отношения мощностей полезного сигнала к мощности пассивных помех на выходе и входе соответственно;

$K_{\Pi} = P_{\Pi_{\text{вх}}} / P_{\Pi_{\text{вых}}}$  – коэффициент подавления помех;

$K_C = P_{C_{\text{вх}}} / P_{C_{\text{вых}}}$  – коэффициент передачи полезного сигнала. Прохождение помехи через РФ и КН рассматривается для РФ  $r$ -го порядка, когда текущие отсчеты взвешиваются весовыми коэффициентами

$$a_i = (-1)^i C_r^i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, r),$$

где  $C_r^i$  – число сочетаний из  $r$  по  $i$ , тождественная схеме  $r$  – кратного ЧПК.

При детерминированном квантовании текущий цифровой отсчет  $X$  (в каком-либо из квадратурных каналов) связан с уровнем  $C$  компенсируемой помехи соотношением:

$$C = X\Delta + \Delta_C,$$

где  $X = E\{C/\Delta\}$  – функция целой части отношения  $C/\Delta$ ;  $\Delta_C = R\{C/\Delta\}$  – дробная доля отношения  $C/\Delta$ .

При рандомизированном квантовании ( $\xi \in [0, \Delta]$ ) на выходе АЦП вырабатываются цифровые отсчеты  $X + \mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , где

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p = \Delta_C / \Delta, \text{ при } \xi > \Delta - \Delta_C; \\ 0, & \text{с вероятностью } q = 1 - p, \text{ при } \xi \leq \Delta - \Delta_C \end{cases}$$

Используя принятые обозначения, мощность помехи  $P_{\Pi}$  на выходе РФ представим в виде

$$P_{\Pi} = M \left\{ \left[ \Delta \sum_{i=0}^r (-1)^i C_r^i \left( \frac{C - \Delta_C + \mu_i}{\Delta} \right) \right]^2 \right\}, \tag{15}$$

где  $M\{\}$  – оператор математического ожидания от  $\{\}$ .

При независимых испытаниях на выходе РФ

$$P_{\Pi} = \Delta^2 pq \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2 = P_{\Pi 0}, \tag{16}$$

а на выходе КН  $P_{\Pi_{\text{вых}}} = \Delta^2 Npq \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2 = NP_{\Pi 0}$ .

Учитывая далее, что максимальное значение помехи при «дребезге» на границах шкалы квантования

$C = \Delta 2^{L-1}$ , а также то, что амплитуда сигнала от цели, летящей с «оптимальной» скоростью ( $d_k = \pi$ ), после прохождения через РФ и КН увеличивается в  $2^r N$  раз, целесообразно степень подавления помех для РО охарактеризовать нормированным коэффициентом подавления помехи, минимальное значение которого достигается для помех, лежащих посередине кванта  $\Delta$  (для них  $p = q = 1/2$ ) (формируются «пучности»):

$$K_{П.Н.Р.М.} = 2^{2L} \frac{2^{2r} N}{\sum_{i=0}^r (C_r^i)^2} = 2^{2L} \eta. \quad (17)$$

При детерминированном квантовании полностью подавляются помехи, лежащие внутри кванта  $\Delta$ , а помехи, лежащие на его границах, подавляются в меньшей степени, так как уровень нескомпенсированных остатков помехи на выходе РФ и КН может достигать величины  $T 2^{r-1} \Delta$ . В связи с этим значение нормированного коэффициента подавления для детерминированной обработки

$$K_{П.Н.Д.М.} = \frac{\Delta^2 2^{2(L-1)} (2^r N)^2}{N^2 2^{2(r-1)} \Delta^2} = 2^{2L}. \quad (18)$$

В выражении (8) коэффициент  $\eta > 1$ , т.е. РО имеет преимущества перед детерминированной обработкой. Действительно, принимая во внимание, что

$$\left( \sum_{i=0}^r C_r^i \right)^2 > \sum_{i=0}^r (C_r^i)^2, \text{ а } \sum_{i=0}^r C_r^i = 2^r,$$

получаем

$$\eta = \frac{2^{2r} N}{\sum_{i=0}^r (C_r^i)^2} > \frac{2^{2r}}{\sum_{i=0}^r C_r^i} = \frac{2^{2r} N}{2^{2r}} = N \geq 1.$$

Анализ выражения показывает, что степень подавления коррелированных помех в случае рандомизированной обработки определяется не только разрядностью  $L$  АЦП, но и порядком  $r$  режекторного фильтра, а также числом анализируемых отсчетов в блоке ДПФ. Выбирая соответствующим образом параметры  $N$  и  $r$ , можно существенно сократить число уровней квантования  $M = 2^L$  для достижения требуемого подавления. При детерминированной обработке, степень подавления определяется разрядностью  $L$  АЦП, при этом удельное подавление в расчете на один двоичный разряд не превышает 6 дБ.

Если амплитуда полезного сигнала не слишком мала по сравнению с  $\Delta$ , то его мощность на выходе устройства

$$P_{c \text{ вых}} = \frac{(N 2^r S)^2}{2} = N^2 2^{2r-1} S^2.$$

Учитывая, что  $P_{c \text{ вх}} = S^2 / 2$ , коэффициент усиления полезного сигнала представим в виде

$$K_C = P_{c \text{ вых}} / P_{c \text{ вх}} = N^2 2^{2r}. \quad (19)$$

Из полученных формул следует, что заданный коэффициент улучшения фильтра СДЦ при соответствующем выборе параметров  $N$  и  $r$  РФ и КН может быть достигнут при меньшем, чем при детерминированной обработке числе уровней квантования во входном АЦП. Стохастическая линеаризация малых амплитуд рас-

смотрена в [22].

На рис. 14 построены зависимости  $P_{c \text{ вых}}$  от амплитуды сигнала  $S$  при  $K_C \Delta_C = 0$  (кривая 1) и  $\Delta_C = \Delta/2$  (кривая 3). На этом же рисунке приведены соответствующие зависимости при детерминированной обработке (кривые 2 и 4). Линеаризация нелинейности типа «зоны нечувствительности» позволяет повысить обнаруживаемость слабых сигналов, амплитуда которых соизмерима с квантом  $\Delta$  АЦП.

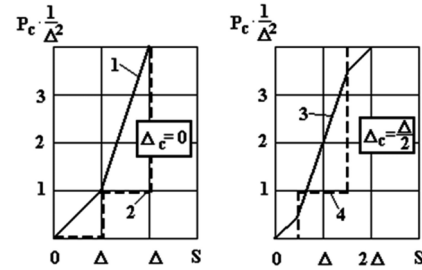


Рис. 14. Зависимости нормированной мощности выходного сигнала  $S$ , соизмеримого с размером кванта  $\Delta$  для сравниваемых методов обработки

Если амплитуда полезного сигнала не слишком мала по сравнению с  $\Delta$ , то его мощность на выходе устройства

$$P_{c \text{ вых}} = \frac{(N 2^r S)^2}{2} = N^2 2^{2r-1} S^2.$$

Учитывая, что  $P_{c \text{ вх}} = S^2 / 2$ , коэффициент усиления полезного сигнала представим в виде

$$K_C = P_{c \text{ вых}} / P_{c \text{ вх}} = N^2 2^{2r}. \quad (20)$$

Из полученных формул следует, что заданный коэффициент улучшения рандомизированного фильтра СДЦ при соответствующем выборе параметров  $N$  и  $r$  РФ и КН может быть достигнут при меньшем, чем при детерминированной обработке числе уровней квантования во входном АЦП. Без рандомизации сигналы цели малой амплитуды в приёмном устройстве «с ограничением», лежащие внутри кванта  $\Delta$ , терялись полностью. Для повышения информационных возможностей применялась Р-обработка.

В качественном плане результаты проведенного анализа справедливы для построения систем ПВ-обработки, где с помощью пространственного РФ формируются провалы в диаграмме направленности ФАР радара, а КН типа ДПФ осуществляет когерентное накопление сигнала с  $k$ -ого углового направления. В то же время фильтрация сигналов и помех по угловым направлениям имеет свои особенности, которые мы рассмотрим ниже.

В качественном плане результаты проведенного анализа справедливы для построения систем ПВ-обработки, использующих понятие пространственных частот  $\Omega_\alpha, \Omega_\beta$  (1), что связано с угловыми направлениями азимута  $\alpha$  и угла места  $\beta$ . С помощью пространственного РФ формируются провалы в диаграмме направленности ФАР радара, а КН типа ДПФ (матрица Бартлетта) осуществляет когерентное суммирование сигнала с  $k$ -ого углового направления. Фильтрация сигналов и помех по угловым направлениям имеет свои особенности, которые обусловлены тригонометрическими членами в выражении (1), а также зависит от выбранного шага пространственного квантования в ФАР.

## Резюме

Использование энергетических критериев эффективности РО ПВ - сигналов в виде коэффициентов «подавления», «улучшения» позволяет получить количественные значения прироста этой эффективности в зависимости от решаемой задачи. В частности – рандомизация ПВ – фильтрации обеспечивает совместимость использования таких ПВ-ресурсов как порядок  $r$  – режекторного фильтра ПП, число  $N$  когерентно накапливаемых фильтров, число  $M$ ,  $L$  – пространственных каналов, используемых для сглаживания шумов квантования. Из-за наличия элементов случайности и худших результатов классификации по сравнению с байесовским правилом использовать  $P$  – правила на первый взгляд не имеет смысла. Однако данное правило и подобные ему представляют значительный интерес при работе с грубыми статистиками и в условиях отсутствия априорных сведений о помехах.

Почти всегда имеет место естественная  $P$  за счет собственного шума приемника, однако статистические характеристики входного шума не всегда могут обеспечить гарантированную скорость сходимости измерений после закругления квантования, дающего максимальную ошибку  $\pm \Delta$ , т.к. ошибки отдельных грубых отсчетов имеют одинаковый знак (+ или -) и при накоплении суммируются и не компенсируют друг друга, т.е. не сглаживаются. Разрушить корреляцию текущих грубых отсчетов когерентной ЦО позволяют алгоритмы РО. В стохастическом смысле нелинейности линеаризуются.

## Заключение

Установлено, что круг вопросов построения радиоканалов систем связи и локации может базироваться на концепции стохастической радиосвязи и радиолокации, т.е. введении в радиоканалы цифровой обработки и формирования сигналов искусственной стохастичности, предполагающих наряду с естественной стохастичностью, обусловленной случайной природой входных сигналов, рандомизацию условий процесса «приём – передача». Примерами могут служить: введение избыточности в сигналы путём расширения спектра обычных (временных) и пространственных частот, использование стохастических шкал квантования и измерения, применение перестройки несущих частот, подмешивание контролируемого шума для линеаризации прёмного тракта, допускающей использование грубых («0/1»; «+1/-1») текущих отсчетов, энергетическая и информационная ущербность которых компенсируется (нивелируется) изначальным заданием размера пачки сигналов, что не противоречит пределу потенциальной помехоустойчивости В.А. Котельникова, предполагающего использование всей энергии сигнала, независимо от алгоритмов ЦО ПВ сигналов.

## Литература

1. Горбунов Ю.Н., Куликов Г.В., Шлак А.В. Радиолокация: стохастический подход. Монография. – М.: Горячая линия – Телеком, 2016, 576 с.: ил.
2. Горбунов Ю.Н. Рандомизированная обработка сигналов в радиолокации и связи ISBN 978-3-659-37797-6, Издательство «LAP LAMBERT Academic Publishing», 66121, Saarbrücken, Germany, 2015. 150 с.
3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Ин. лит., 1963.

4. Борисов Ю.П., Пенин П.И. Основы многоканальной передачи информации. М.: Связь. – 1967. 435 с.
5. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
6. R. Klemm. Space-Time Detection Theory // The material in this publication was assembled to support a lecture series under the sponsorship of the sensor and electronics Technology Panel (SET) and the Consultant and Exchange Programmer of RTO presented on 23-24 september 2002 in Moscow, Russia.
7. Горбунов Ю.Н. Цифровая обработка радиолокационных сигналов в условиях использования грубого (малоразрядного) квантования: Монография // Федеральное космическое агентство, ФГУП «ЦНИРТИ им. А.И. Бегра» – М., 2007. – 87 с. <http://www.cnirti.ru/pdf/d260109.doc>.
8. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method // J. Amer. Statistical Assoc. 1949. V. 44, №247. P. 335 – 341.
9. Граничин О.Н., Поляк Б.Т. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. – М.: Наука, 2003. – 393 с.
10. Горбунов Ю.Н., Бондарев А.В. Алгоритмы и устройства цифровой стохастической обработки сигналов в радиолокации: Монография – Учебное пособие. – М.: НИЦЭВТ, ИПК МРП, 1990. – 144 с.
11. Steve Smith (Стивен В. Смит). Научно-техническое руководство по Цифровой Обработке Сигналов. – Калифорния, Калифорнийское техническое издательство Сан Диего, 1999, перевод АВТОЭКС, Санкт-Петербург. 2001, <http://www.autex.spb.ru>.
12. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006г. – 656с., ил.
13. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. // В 2-х томах. – Т. 1,2. Пер.с англ. под ред. Б.Р. Левина. – М., «Сов. Радио», 1961, 1962.
14. Горбунов Ю.Н. Цифровые стохастические радары: принятие решений, стохастическое обеление помех, рандомизация измерений параметров, применение. // Труды VIII МНТК «Кибернетика и высокие технологии XXI века». – Воронеж: НПФ «Саквоее», 2007, т. I.-С. 446-455.
15. Томас. Непараметрические методы обнаружения сигналов. // ТИИЭР. – 1970. – т. 58. – №5. – с. 23 – 31.
16. Горбунов Ю.Н. Стохастические критерии обнаружения сигналов. Изд. «Радиотехника», журнал «Нелинейный мир», 2016, Том, № 6, с.3 – 13.
17. Горбунов Ю.Н. Стохастическое временное и пространственное квантование в плоских апертурах фазированных антенных решеток. // Труды X МНТК «Радиолокация, радионавигация и связь». – Воронеж: Изд. НПФ «Саквоее», 2005, т. III. – с. 1790 - 1798.
18. Горбунов Ю.Н. Стохастическая интерполяция пеленга в адаптивных антенных решетках с последовательным диаграммообразованием на базе усечённых (малозлементных) апертур и робастных статистик сигнала на входе // Издательство «Радиотехника», Журнал «Антенны», 2015, №6, с. 18-26.
19. Горбунов Ю.Н. Снижение радиолокационной заметности объектов методами рандомизации параметров сигнала и управляемого антенного покрытия многофункциональных адаптивных РЛС. Изд. «Радиотехника», журнал «Антенны», 2016, №11, с. 42 – 50.
20. Горбунов Ю.Н. Теорема о стохастической дискретизации изображений в радиолокации и связи. // Труды 18-й Международной Конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение». – М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2016 г., с. 225-230.
21. Горбунов Ю.Н. Рандомизация условий приёма и формирования сигналов в многоканальных доплеровских информационных системах с амплитудным ограничением // В кн.: Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – REDS-2014». – М.: 2015. с. 144 – 147.
22. Горбунов Ю.Н. О возможности уменьшения числа уровней квантования в цифровых фильтрах СДЦ путем применения рандомизированных алгоритмов. // Радиотехника. 1983, № 6. – с. 45 – 47.