

УДК 528.8

## ОБРАБОТКА БОРТОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОЙ ОПЕРАТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Егошкин Н.А., к.т.н., в.н.с. НИИ «Фотон» РГРТУ, e-mail: foton@rsreu.ru.*

### PROCESSING SATELLITE NAVIGATION INFORMATION FOR HIGH-SPEED OPERATIONAL CORRECTION OF REMOTE SENSING IMAGES

*Egoshkin N.A.*

*The problem of information processing from satellite navigation devices for high-precision determination of its linear and angular motion is considered at the operational ground-based geometric correction of space images. The optimal combination of data from duplicated instruments is performed and the angular dynamics are corrected using the angular velocity sensor. To clarify the position and speed of the satellite, dynamic filtering based on perturbed orbit models is used. The orbits of GLONASS navigation satellites are also promptly specified. Optimization of filtering parameters and accuracy estimation are performed with a delay in the non-operative high-precision solution. The proposed approaches have been tested on the basis of data from the Resurs-P spacecraft No. 3.*

**Key words:** satellite, navigation, disturbed orbit, dynamic filtration, angles of orientation, spatial position.

**Ключевые слова:** спутник, навигация, возмущенная орбита, динамическая фильтрация, углы ориентации, пространственное положение.

#### Введение

Для обработки изображений от систем дистанционного зондирования земли (ДЗЗ) необходимо для каждого момента времени съёмки с достаточной точностью знать пространственное положение и угловую ориентацию спутника. На спутнике установлено навигационное оборудование (приёмники ГЛОНАСС/GPS, звездные датчики), которое формирует исходную навигационную измерительную информацию (ИИ). Эта информация обрабатывается на борту для решения задач управления движением, планирования и организации съёмки. Также измерительная информация и/или результаты её бортовой обработки передаются на землю для использования при геометрических преобразованиях изображений.

Положения и ориентации космического аппарата (КА) всегда измеряется с погрешностями, которые часто ограничивают качество обработки изображений на Земле [1]. Поэтому актуальна задача повышения точности этих данных путем соответствующей обработки. При бортовой обработке ИИ качество ограничено относительно скромными вычислительными ресурсами борта и необходимостью решения навигационной задачи в реальном времени. Также бортовые алгоритмы сложнее обновлять и настраивать. В [2] предложена концепция максимально полного сбора ИИ от навигационных приборов на борту и передачи её на землю для последующей обработки. Эта концепция реализована в спутниках «Ресурс-П» № 1-№ 3 и ряде других.

Возникает задача оптимальной обработки ИИ на земле для получения максимально точных сведений о положении и ориентации спутника. Эта обработка должна

*Рассмотрена задача обработки информации от навигационных приборов спутника для высокоточного определения его линейного и углового движения при оперативной наземной геометрической коррекции космических изображений. Выполняется оптимальное объединение данных от дублирующих приборов и уточнение динамики углов с использованием датчика угловой скорости. Для уточнения положения и скорости спутника используется динамическая фильтрация на основе моделей возмущенной орбиты. Оперативно уточняются орбиты навигационных спутников ГЛОНАСС. Оптимизация параметров фильтрации и оценка точности выполняются с задержкой по не оперативному высокоточному решению. Предложенные подходы апробированы на данных от КА «Ресурс-П» № 3, достигнута субметровая точность определения пространственных координат.*

выполняться с достаточной степенью оперативности, соответствуя скорости геометрической коррекции космических изображений. Учитывая значительные объемы последних, обработка в жестком реальном времени обычно не требуется, но максимальная задержка нормирована. Например, наивысшая точность измерения координат КА (сантиметры) достигается при пост-обработке фазовых радионавигационных измерений [3, 4]. Однако такое решение не удовлетворительно по оперативности, а также требует организации регулярной доставки дополнительной информации с серверов ГЛОНАСС. Если потребителей изображений устраивает меньшая точность знания пространственного положения, то возможно применение более оперативных подходов. Для их обоснованного выбора необходимы оценка и контроль реальной точности исходной и обработанной ИИ.

Ниже с общих позиций рассматривается задача получения максимально качественных оценок положения и ориентации спутника за счет обработки ИИ на земле. При этом отдельно акцентируются вопросы оценивания точности, оперативности и требования к дополнительной внешней информации.

## Использование избыточности по числу измерений

Первый путь увеличения точности – совместная обработка данных от нескольких однотипных навигационных приборов. Такие приборы обычно отличаются параметрами установки, чтобы при вариациях положения и ориентации КА хотя бы один прибор оказался работоспособным. Тем не менее, информация частично существенно дублируется.

Пусть эпоха фиксирована. Обозначим  $\mathbf{I}_p$  вектор измерения  $p$ -прибора. Полагая, что ошибки измерений достаточно малы, запишем модель измерений в виде:

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{U}_p \Theta + \mathbf{Z}_p + \mathbf{W}_p \mathbf{e}_p, \quad \mathbf{K}_p = \text{cov}[\mathbf{e}_p], \quad (1)$$

где  $\Theta$  – «истинное» значение измеряемой величины;  $\mathbf{U}_p$  – линейный оператор измерения,  $\mathbf{Z}_p$  – аддитивная составляющая оператора измерения;  $\mathbf{W}_p$  – ортогональный оператор,  $\mathbf{e}_p$  – случайная величина с нулевым средним и диагональной матрицей ковариации  $\mathbf{K}_p$ .

Линейное описание (1) адекватно для разнообразной бортовой аппаратуры:

А) Для датчиков угловой скорости (ДУС)  $\Theta$  – вектор скоростей,  $\mathbf{U}_p$  – матрица установки ДУС,  $\mathbf{Z}_p$  – смещение нуля. В идеале матрица  $\mathbf{U}_p$  – ортогональная, но может потребоваться рассмотреть более широкий класс матриц. При отсутствии дополнительной информации об ошибках измерений можно считать,  $\mathbf{K}_p = \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{W}_p = \mathbf{O}$ , где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица,  $\mathbf{O}$  – тождественный оператор.

Б) Для звездных датчиков  $\Theta$  – кватернион параметризации вращений Родрига – Гамильтона,  $\mathbf{Z}_p = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{U}_p \Theta = \Theta \cdot \mathbf{u}_p$ , где  $\Theta \cdot \mathbf{u}_p$  – произведение кватернионов с нормами  $\|\Theta\| = \|\mathbf{u}_p\| = 1$ ;  $\mathbf{u}_p$  – установочный кватернион датчика  $p$ . Для шума  $\mathbf{W}_p = \mathbf{I}_p$ , и диагональная матрица  $\mathbf{K}_p = \text{diag}(\beta, 1, 1, \alpha)$ , где  $\alpha > 1$  описывает большую ошибку звездного датчика в направлении оси  $z$  по сравнению с осями  $x, y$ . Параметр  $\beta$  описывает «шум» нормы кватерниона: вообще  $\|\mathbf{I}_p\| = 1$ , но из-за эффектов квантования ИИ это равенство может нарушаться.

В) Для измерений координат  $\Theta$  центра масс (ЦМ) КА в гринвичской системе координат (ГСК) имеем  $\mathbf{U}_p = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{Z}_p = \mathbf{M}_{\text{ССК} \rightarrow \text{ГСК}} \mathbf{p}_p$ , где  $\mathbf{M}_{\text{ССК} \rightarrow \text{ГСК}}$  – матрица ориентации связанной с КА системы координат (ССК) относительно ГСК [1],  $\mathbf{p}_p$  – вектор положения фазового центра антенны ГЛОНАСС относительно ЦМ КА в ССК. Если аппаратура ГЛОНАСС формирует оценку точности решения навигационной задачи, можно принять  $\mathbf{W}_p = \mathbf{O}$  и взять в качестве  $\mathbf{K}_p$  соответствующую оценку матрицы ковариации. Иначе примем  $\mathbf{W}_p =$

$\mathbf{M}_{\text{ОСК} \rightarrow \text{ГСК}}$ ,  $\mathbf{K}_p = \text{diag}(1, 1, \alpha)$ , где  $\mathbf{M}_{\text{ОСК} \rightarrow \text{ГСК}}$  – матрица ориентации орбитально-динамической СК (ОСК) от ГСК [1],  $\alpha > 1$  описывает повышенную ошибку измерения для высоты.

Г) Измерения радионавигационных параметров (РНП) – для фиксированного навигационного КА (НКА) вектор  $\Theta = (R, \Phi)^T$  описывает псевдодальность (ПД)  $R$  и псевдофазу (ПФ)  $\Phi$  для ЦМ. При этом  $\mathbf{U}_p = \mathbf{I}$ ,

$$\mathbf{Z}_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/\lambda \end{pmatrix} (\mathbf{r}_{\text{НКА}}^{\text{иск}})^T \mathbf{M}_{\text{ССК} \rightarrow \text{ИСК}} \mathbf{p}_p + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/\lambda & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta t_p \\ N_p \end{pmatrix}, \quad \text{где}$$

$\lambda$  – длина волны излучения,  $\mathbf{r}_{\text{НКА}}^{\text{иск}}$  – единичный вектор, направленный из центра антенны на НКА,  $\Delta t_p$  – расхождение шкал времени,  $N_p$  – целочисленная неопределенность фазы. Если опорные генераторы ГЛОНАСС-приёмников разные, то  $\Delta t_p$  – случайная величина, иначе  $\Delta t_p$  известна и равна целому числу тактов опорной частоты.

Для решения задачи повышения точности умножим обе части (1) на  $\mathbf{W}_p^{-1}$  и перепишем (1) в виде  $\mathbf{W}_p^{-1} \mathbf{I}_p = \mathbf{W}_p^{-1} \mathbf{U}_p \Theta + \mathbf{W}_p^{-1} \mathbf{Z}_p + \mathbf{e}_p$  или, вводя соответствующие новые обозначения, в виде

$$\mathbf{I}'_p = \mathbf{U}'_p \Theta + \mathbf{Z}'_p + \mathbf{e}_p. \quad (2)$$

Составим целевую функцию (ЦФ) правдоподобия:

$$\Lambda(\Theta) = \sum_p (\mathbf{U}'_p \Theta + \mathbf{Z}'_p - \mathbf{I}'_p)^T \mathbf{K}_p^{-1} (\mathbf{U}'_p \Theta + \mathbf{Z}'_p - \mathbf{I}'_p). \quad (3)$$

Наилучшая оценка  $\Theta$  по данным нескольких приборов имеет вид  $\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \Lambda(\Theta)$ . Обозначим

$$\mathbf{A} = \left( \sum_p \mathbf{U}'_p{}^T \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{U}'_p \right)^{-1}, \quad \mathbf{B} = \sum_p \mathbf{U}'_p{}^T \mathbf{K}_p^{-1} (\mathbf{I}'_p - \mathbf{Z}'_p).$$

при отсутствии ограничений на  $\Theta$  по МНК получаем решение  $\hat{\Theta} = \mathbf{A} \mathbf{B}$ .

При наличии ограничений на  $\Theta$  минимизация (2) выполняется численно с учетом этих ограничений. В отдельных случаях возможно сведение к известным задачам. Если, например,  $\|\Theta\| = 1$ ,  $\mathbf{Z}'_p = \mathbf{0}$ , то задача минимизации квадратичной формы (3) сводится к задаче на максимальное собственное значение соответствующей матрицы.

Априорное качество оценки  $\hat{\Theta}$  характеризует соответствующая ковариационная матрица  $\mathbf{A}$ . Также полезно изучение поведения невязок  $\hat{\mathbf{e}}_p = \mathbf{U}'_p \hat{\Theta} + \mathbf{Z}'_p - \mathbf{I}'_p$  во времени. Например, оценивается  $\hat{\mathbf{K}}_p = \sum_t \hat{\mathbf{e}}_p(t) \hat{\mathbf{e}}_p^T(t) / \sum_t 1$ , где суммирование идет по всем доступным эпохам  $t$ . Высокие невязки  $\hat{\mathbf{K}}_p$ , превышающие априорные оценки  $\mathbf{K}_p$ , могут свидетельство-

вать о плохом качестве работы аппаратуры или о недостаточно точном знании конструктивных параметров.

Можно оценить конструктивные параметры путем обобщения целевой функции (3). При этом  $\Lambda$  становится функцией не только  $\Theta$ , но и конструктивных параметров  $U'_p, Z'_p$ , а суммирование в (3) осуществляется также по всем эпохам (и по всем НКА при обработке РНП). Оценка конструктивных параметров осуществляется из условия  $\Lambda = \min$ . При этом на  $U'_p, Z'_p$  могут быть наложены ограничения: ортогональность матриц или целочисленность аддитивных параметров.

Зачастую при таком подходе конструктивные параметры определяются не однозначно, так как существенны только параметры взаимной установки. Тогда можно зафиксировать параметры одного из приборов. Более сбалансированный вариант – добавить в (3) слагаемое вида  $\varepsilon \sum_p |U'_p - U_p^0|^2 + |Z'_p - Z_p^0|^2$ , где  $U_p^0, Z_p^0$  – соответ-

ствуют априорным (номинальным) конструктивным параметрам;  $\varepsilon$  – достаточно малый весовой коэффициент.

За счет оценивания конструктивных параметров оценка  $\hat{K}_p$  уменьшается; она по-прежнему характеризует точность приборов, но уже излишне оптимистично. Что касается оценок конструктивных параметров, то их точность существенно зависит от закона изменения во времени других параметров, с которыми они перемножаются. Например, если угловая скорость нулевая, то оценка матрицы установки ДУС невозможна. Если ориентация ССК относительно ИСК изменяется мало, оценка конструктивных матриц, кватернионов и вектора установки  $p_p$  становится не устойчивой. Конкретно качество оценивания дает матрица ковариации  $\Lambda$  из МНК, в которую входят компоненты не только  $\Theta$ , но и конструктивных параметров. На практике для адекватной оценки конструктивных параметров необходимо длительное наблюдение за спутником. Особенно ценны моменты активной работы по нацеливанию на объекты, которые следует брать с большим весом в ЦФ (3).

Для иллюстрации рассмотрим пример объединения РНП от пары антенн с общим опорным генератором. Для фиксированного НКА можно считать, что  $\Phi_1 = \Phi + e_1$ ,  $\Phi_2 = \Phi + (r_{\text{ИСК}}^{\text{НКА}})^T M_{\text{ССК} \rightarrow \text{ИСК}} p_2 / \lambda + N_2 + e_2$ . Отсюда для множества эпох целочисленную неопределенность  $N_2$  легко оценить простым округлением. Такой метод устранения целочисленной неопределенности фазы между антенной несравненно проще, чем обычно применяемые в рамках решения навигационной задачи [5] (для оценки  $r_{\text{НКА}}^{\text{ИСК}}$  достаточно приблизительного знания координат КА и НКА). Также, используя множество НКА, легко уточнить параметр  $p_2$ .

Остаточные невязки характеризуют качество работы навигационного приемника. На рис. 1 показан пример зависимости невязок от времени для ПД (сверху) и ПФ (снизу) в в метрах для различных НКА (которые выделены разными цветами) для навигационной аппаратуры КА «Ресурс-П» № 3.

Наблюдаются систематические смещения ПД, зависящие от НКА. Дополнительный анализ показывает, что эти смещения коррелируют с  $\lambda$ . Можно предположить, что эта проблема связана с особенностями приёма сигнала с частотным разделением каналов, принятым в системе ГЛОНАСС. Это порождает также случайные разбросы для ПФ, превышающие период, что заведомо не позволяет обеспечить сантиметровую точность измерения ПФ для данного навигационного приёмника.

#### Использование избыточности во времени измерений положения и скорости спутника

Хорошая предсказуемость движения ЦМ КА по орбите может быть использована для увеличения точности знания пространственного положения и скоростей КА. Такая динамическая фильтрация не зависит от типа навигационной системы и может применяться вплоть до реального времени. Для КА на высоких эллиптических орбитах дополнительно появляется уникальная возможность орбитального прогноза положения на высоком участке по измерениям на низком.

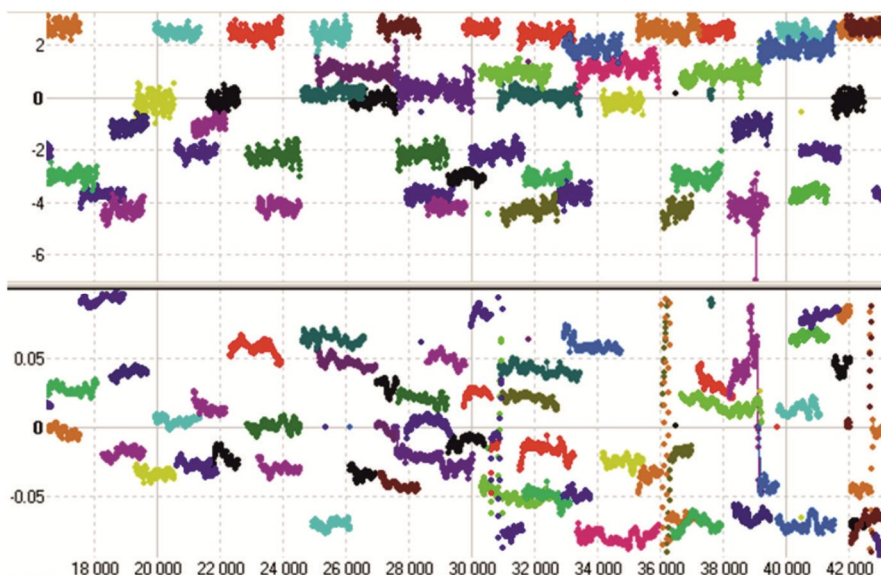
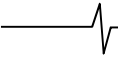


Рис. 1. Невязки ПД и ПФ между антеннами № 1 и № 4, КА «Ресурс-П» № 3



Предсказуемость движения ЦМ описывается функцией  $\Theta(\Omega, t)$ , которая позволяет определить составной вектор координат и скоростей  $\Theta = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix}$  на произвольный момент времени  $t$  в зависимости от вектора параметров орбиты  $\Omega$ . Соответственно, модель измерений имеет вид

$$\mathbf{I}(t_i) = \Theta(\Omega_0, t_i) + \mathbf{e}(t_i), \quad \text{cov}[\mathbf{e}(t_i)] = \mathbf{K}_i, \quad (4)$$

где  $t_i$  – дискретные моменты измерений,  $\mathbf{e}(t_i)$  – погрешности с нулевым средним и ковариацией  $\mathbf{K}_i$ ,  $\Omega_0$  – параметры «истинной» орбиты.

Введем целевую функцию

$$\Lambda(\Omega) = \sum_i (\Theta(\Omega, t_i) - \mathbf{I}(t_i))^T \mathbf{K}_i^{-1} (\Theta(\Omega, t_i) - \mathbf{I}(t_i)). \quad (5)$$

Для независимых ошибок  $\mathbf{e}(t_i)$  наилучшая оценка  $\hat{\Omega}_0 = \arg \min_{\Omega} \Lambda(\Omega)$ . Для практической минимизации (4) линеаризуем его в окрестности некоего начального приближения  $\Omega_n$ :

$$\Lambda(\Omega_n + \Delta) = \sum_i (\Theta(\Omega_n, t_i) + \mathbf{J}(\Omega_n, t_i)\Delta - \mathbf{I}_i)^T \times \\ \times \mathbf{K}_i^{-1} (\Theta(\Omega_n, t_i) + \mathbf{J}(\Omega_n, t_i)\Delta - \mathbf{I}_i), \quad (6)$$

где  $\mathbf{J}(\Omega, t_i)$  – матрица Якоби для  $\Theta(\Omega, t_i)$  как функции  $\Omega$ ,  $\Delta$  – поправка к начальному приближению. Минимум (5) находится по МНК, после чего осуществляется замена  $\Omega_n = \Omega_n + \Delta$  и процесс повторяется, пока не будет достигнута заданная точность приближения.

Рассмотрим вопрос точности оценки  $\Omega_0$ . Во-первых, точность оценки  $\Omega_0$  зависит от погрешностей аппаратуры и адекватности их описания через  $\mathbf{K}_i$ . Зачастую оценки  $\mathbf{K}_i$ , формируемые навигационной аппаратурой, не учитывают всех искажающих факторов и не передают адекватно корреляций между компонентами вектора ошибок. Также, ошибки зачастую сильно коррелированы во времени.

Во-вторых, (4) предполагает, что  $\Theta(\Omega_0, t)$  для всех рассматриваемых эпох адекватно описывает движение КА по реальной возмущенной орбите (ВО). В ИСК  $\Theta(\Omega, t)$  определяется как решение системы дифференциальных уравнений  $\partial \mathbf{P} / \partial t = \mathbf{V}(t)$ ,  $\partial \mathbf{V} / \partial t = \mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$ , с начальными условиями  $\mathbf{P}(t_n) = \mathbf{P}_n$ ,  $\mathbf{V}(t_n) = \mathbf{V}_n$ , где  $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$  вектор-функция ускорения ЦМ КА,  $t_n$  – фиксированный момент времени. Начальные условия  $\mathbf{R}_n$ ,  $\mathbf{V}_n$  входят в вектор  $\Omega$ .

Известны описания  $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$  различной сложности в зависимости от количества учитываемых возмущений [5]. Они опираются на различные модели: геопотенциала, вращения земли [6], приливов в земной коре и океанах, плотности атмосферы, движения планет, давления света. Эти модели постоянно совершенствуются. Некоторые параметры моделей (координаты полюса Земли, индексы активности Солнца) можно получить только из наблю-

дений, что является функцией соответствующих служб. Поэтому не целесообразно строить полностью изолированную от внешнего мира систему обработки ИИ.

Дополнительно необходимы модели спутника, описывающие его геометрию с точки зрения торможения атмосферой и действия светового давления. Соответствующие параметры редко измеряются на земле с требуемой точностью, поэтому они включаются в вектор параметров орбиты  $\Omega$ . Также в  $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$  могут быть добавлены «не моделируемые» ускорения, происхождение которых не установлено, например, в виде аддитивного параметра, также включаемого в  $\Omega$ . Использование таких параметров может в какой то мере снизить требования к качеству описания  $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$ . Однако увеличение количества параметров  $\Omega$  ухудшает точность его оценивания из условия  $\Lambda(\Omega) = \min$ .

Таким образом, вместо изолированной системы определения орбиты целесообразно строить открытую, но требующую минимума внешней информации и не критичную к её оперативности. Для организации соответствующей обратной связи используем формируемые с задержкой высокоточные измерения координат КА, полученные при пост-обработке фазовых радионавигационных измерений [3, 4]. Эти данные хороши для оценки реальной точности динамической фильтрации, а также пригодятся для повышения её точности.

Пусть  $\mathbf{I}^p(t_i)$  – эталонные высокоточные решения навигационной задачи (НЗ). Тогда ошибки исходных измерений  $\mathbf{e}_i = \mathbf{I}(t_i) - \mathbf{I}^p(t_i)$ . Пересчитаем эти ошибки в ОСК,  $\mathbf{e}_i^{\text{СК}} = \mathbf{M}_{\text{СК} \rightarrow \text{ГСК}}^T(t_i) \mathbf{e}_i$ . В СК можно допустить стационарность ошибок и оценить ковариацию как  $\hat{\mathbf{K}} = \sum_i \mathbf{e}_i^{\text{СК}} (\mathbf{e}_i^{\text{СК}})^T / \sum_i 1$ . Соответственно, в (4) для последующих оперативных расчетов используются  $\mathbf{K}_i = \mathbf{M}_{\text{СК} \rightarrow \text{ГСК}}^T(t_i) \hat{\mathbf{K}} \mathbf{M}_{\text{СК} \rightarrow \text{ГСК}}(t_i)$ .

Подстановкой точного решения  $\mathbf{I}^p(t_i)$  в (5) находят точные параметры орбиты  $\Omega_0$ . При этом мало меняющиеся параметры из  $\Omega_0$  запоминаются для дальнейшего использования, что позволяет снизить размерность  $\Omega$  в (5) и повысить точность оценки.

Также можно повысить автономность системы обработки ИИ и увеличить скорость работы, если упростить задание  $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, t)$ . Это можно сделать, заменяя точные расчеты модели аппроксимируемыми коэффициентами. Главное, чтобы упрощенная модель обеспечивала невязки  $\mathbf{I}(t_i) - \Theta(\hat{\Omega}_0, t_i)$  намного меньшие, чем ошибки измерений.

Для компенсации эффекта коррелированности ошибок во времени используем «обесцвечивающий» фильтр. Для этого построим предсказатель вида  $\mathbf{p}_i^{\text{СК}} = \Psi \mathbf{e}_{i-1}^{\text{СК}}$ , матрица которого находится по МНК из условия  $\sum_i \left| \Psi \mathbf{e}_{i-1}^{\text{СК}} - \mathbf{e}_i^{\text{СК}} \right|^2 = \min$ . Тогда в целевой функции (5) разности  $\Theta(\Omega, t_i) - \mathbf{I}(t_i)$  заменяется на  $\Theta(\Omega, t_i) - \mathbf{I}(t_i) - \Psi(\Theta(\Omega, t_{i-1}) - \mathbf{I}(t_{i-1}))$ .

В табл. 1 показаны результаты экспериментального применения предложенных подходов на реальных данных КА «Ресурс-П» № 3.

При этом рассматривались упрощенные модели ВО с различной размерностью вектора параметров  $\Omega$ , а также высокоточная модель ВО (отмечена \*). Можно видеть, что использование (5) с бортовыми оценками погрешностей аппаратуры обеспечивает меньшую точность, чем с оценкой по реальным данным. Это свидетельствует о не учете бортом реальной коррелированности компонент  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{V}$ . В итоге достигнута субметровая точность измерения координат при ошибках в исходных измерениях 4,8 м всего и 2,4 м в плане. Также вполне может быть использована упрощенная ВО вместо точной, но выбор упрощения необходимо согласовывать с длиной интервала накопления ИИ.

**Динамическая фильтрация бортовых эфемерид НКА**

Навигация современных КА строится на основе глобальных систем геопозиционирования типа ГЛОНАСС / GPS. Если с борта передаются РНП, то НЗ может быть решена на Земле. Качество тут должно быть выше, особенно если сочетать решение НЗ с динамической фильтрацией бортовых эфемерид НКА.

Запишем модель двухчастотных ГЛОНАСС наблюдений в виде

$$\mathbf{D}_i^v = (R_1, \Phi_1, R_2, \Phi_2)_i^v = (1, 1/\lambda_1, 1, 1/\lambda_2)^T \times (L_i^v + \Delta t_i + \Delta T_i^v) + (1, -1/\lambda_1, \lambda_2^2/\lambda_1^2, -\lambda_2/\lambda_1^2)^T \Delta_i^{\text{ион}} + (0, N_1^v, 0, N_2^v)^T, \tag{7}$$

где  $i$  – номер эпохи;  $v$  – номер НКА;  $R_d, \Phi_d, d = \overline{1,2}$  – псевдодальность и псевдофаза для длины волны  $\lambda_d$ ;  $L_i^v$  – геометрическая дальность;  $\Delta t_i, \Delta T_i^v$  – поправки к шкалам времени КА и НКА;  $\Delta_i^{\text{ион}}$  – ионосферная задержка,  $N_d^v$  – целочисленная неопределенность фазы.

Выразим  $L_i^v$  через модели ВО:

$$L_i^v = \left| \mathbf{P}(t_i) - \mathbf{P}^v(t_i - L_i^v/c) \right|, \tag{8}$$

$$\mathbf{P}^v(t) = \mathbf{\Theta}(\Omega^v, t) + \mathbf{M}_{\text{сск} \rightarrow \text{иск}}^v(t) \rho^v,$$

где  $c$  – скорость света.

Запишем целевую функцию, аргументами которой являются параметры орбит КА и каждого НКА, поправки к шкале времени КА и ионосферные задержки для каждой эпохи, целочисленные неопределенности фазы для каждого НКА:

$$\Lambda(\Omega, \{\Omega^v\}, \{\Delta t_i, \Delta_i^{\text{ион}}\}, \{N_1^v, N_2^v\}) = \sum_i \sum_v (\mathbf{D}_i^v - \mathbf{I}_i^v) \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{D}_i^v - \mathbf{I}_i^v)^T + \gamma \sum_v \sum_j \left| \mathbf{P}^v(t_j) - \mathbf{B}^v(t_j) \right|^2, \tag{9}$$

где суммирование осуществляется по всем эпохам и НКА,  $\mathbf{B}^v(t_j)$  и  $\mathbf{I}_i^v$  – полученные навигационным приёмником бортовые эфемериды НКА и измерения РНП,  $\gamma$  – весовой коэффициент,  $\mathbf{K}$  – ковариационная матрица ошибок измерения РНП приёмником:  $\mathbf{K} = \text{diag}(1, \alpha, 1, \alpha)$ , где  $\alpha \ll 1$  характеризует значительно меньшую погрешность фазовых измерений.

Коэффициент  $\gamma$  управляет способом фильтрации бортовых эфемерид. Если  $\gamma$  велик, то бортовые эфемериды фактически фильтруют по модели ВО независимо от решения НЗ. Из-за систематических ошибок в  $\mathbf{B}^v(t_j)$  такой подход не даёт существенного повышения точности. При малых  $\gamma$  орбиты НКА уточняются с учетом взаимных фазовых измерений между КА и НКА, а второе слагаемое в (9) играет роль регуляризирующего члена для некорректно поставленной задачи. От  $\gamma$  зависит не столько точность, сколько устойчивость; оптимальное значения  $\gamma$  находится путем сравнения решения НЗ с максимально точным решением по точным эфемеридам.

Таблица 1. Оценки точности динамической фильтрации координат для КА «Ресурс-П» №3

Размерность $\Omega$	Погрешность модели ВО	Погрешность оценки орбиты по сравнению с высокоточным решением НЗ, общая / в плане, м		
		Бортовые оценки $\mathbf{K}_i$ , решение по (5)	С оценкой $\hat{\mathbf{K}}$ и предсказателя $\Psi$ по не оперативной информации	
			Анализ только координат $\mathbf{P}$	Анализ координат $\mathbf{P}$ и скоростей $\mathbf{V}$
Обработка на данных на интервале 1 витка				
6	0.25 / 0.13	1.34 / 1.26	0.85 / 0.81	0.76 / 0.72
7	0.24 / 0.09	1.64 / 1.29	1.64 / 0.96	1.13 / 0.78
9	0.15 / 0.06	3.29 / 1.49	3.50 / 1.58	1.41 / 1.00
6*	0	1.32 / 1.20	0.81 / 0.79	0.75 / 0.71
Обработка на данных на интервале 6 витков				
6	2.76 / 2.71	2.99 / 2.94	2.76 / 2.71	2.81 / 2.76
7	0.47 / 0.39	1.24 / 1.20	0.76 / 0.69	0.48 / 0.40
9	0.43 / 0.35	3.77 / 1.68	3.78 / 1.74	1.65 / 1.11
6*	0	1.14 / 1.13	0.60 / 0.58	0.46 / 0.40

Таблица 2. Оценки точности координат КА при совместной динамической фильтрации орбит КА и НКА

Интервал РНП, витков	Интервал бортовых эфемерид относительно РНП	Погрешность оценки орбиты по сравнению с высокоточным решением НЗ, общая / в плане, м	
		$\gamma \rightarrow \infty$	$\gamma \rightarrow 0$
1,5	$\pm 1$ ч	2,17 / 1,58	0,88 / 0,57
1,5	-6 ч, +0 ч	2,01 / 1,41	0,84 / 0,51
1,5	-12 ч, +0 ч	1,91 / 1,39	0,73 / 0,47
5	$\pm 1$ ч	1,89 / 1,01	0,49 / 0,38
5	$\pm 3$ ч	1,80 / 0,95	0,43 / 0,33

На практике решение  $\Lambda(\dots) = \min$  осуществляется итерационно по МНК на основе линеаризации (8). При этом для сокращения размерности задачи переменные  $\Delta t_i, \Delta_i^{\text{ион}}$  исключаются из каждой эпохи стандартным образом [5]. В целочисленном разрешении фазовых неопределенностей нет нужды, так как погрешности бортовых поправок к шкалам времени НКА  $\Delta T_i^v$  слишком велики.

В табл. 2 показаны результаты экспериментальной апробации данного подхода на реальных данных низкоорбитального КА «Ресурс-П» № 3.

Как видно из эксперимента, с запасом достигается субметровая точность знания координат.

#### Динамическая фильтрация угловой ориентации

По сравнению с пространственным положением, угловое движение КА плохо предсказуемо. Оно определяется работой замкнутой системы автоматического регулирования, обеспечивающей заданную ориентацию или движение КА. Поэтому динамическая фильтрация углов предполагает использование дополнительных датчиков, например, ДУС. Соответствующая задача известна и обычно решается в реальном времени с использованием методов Кальмановской фильтрации. Однако для наземной обработки изображений жесткое требования реального времени ослаблено, поэтому целесообразно оптимальное решение по МНК, ориентированное на наиболее полное использование всех доступных измерений.

Пусть изменение ориентации КА описывается кватернион-функцией  $\mathbf{Q}(t)$ ,  $\|\mathbf{Q}(t)\|=1$ . Вращение твердого тела описывается уравнением:  $\partial \mathbf{Q}(t) / \partial t = 0,5 \mathbf{Q}(t) \boldsymbol{\omega}(t)$ , где  $\boldsymbol{\omega}(t)$  – угловая скорость, представленная чисто векторным кватернионом. Для дискретных измерений в моменты времени  $t_i$ , удобно переписать динамическое уравнение в виде  $\mathbf{Q}(t_i) = \mathbf{Q}(t_{i-1}) \mathbf{S}_i$ , где  $\mathbf{S}_i$  – «приращения», зависящие только от угловой скорости:  $\mathbf{S}_i = \mathbf{s}_i(t_i)$ , где  $\mathbf{s}_i(t)$  определено как решение уравнения  $\partial \mathbf{s}_i(t) / \partial t = 0,5 \mathbf{s}_i(t) \boldsymbol{\omega}(t)$  при начальном условии  $\mathbf{s}_i(t_{i-1}) = 1$ .

Измерения звездного датчика имеют вид:  $\mathbf{I}_i = \mathbf{Q}(t_i) \mathbf{U} + \mathbf{I}_i \mathbf{e}$ , где  $\mathbf{U}$  – параметр установки датчика с  $\|\mathbf{U}\|=1$ ;  $\mathbf{e}$  – случайна величина с нулевым средним и матрицей ковариации  $\text{cov}[\mathbf{e}] = \mathbf{K}$ .

Измерения ДУС можно представить в виде набора

измерений  $t_j, \mathbf{w}_j, \mathbf{w}_j = \mathbf{Y} \boldsymbol{\omega}(t_j) + \mathbf{Z} + \varepsilon$ , где  $\mathbf{Z}$  – смещение ноля,  $\varepsilon$  – случайный шум ДУС с нулевым средним,  $\mathbf{Y}$  – диагональная матрица, описывающая систематические мультиплекативные искажения ДУС, например, отклонения чувствительностей ДУС от номинальной.

Оценим в дискретных точках  $\hat{\boldsymbol{\omega}}(t_j) = \mathbf{Y}^{-1}(\mathbf{w}_j - \mathbf{Z})$  и восстановим непрерывную функцию  $\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) = \mathfrak{R}(\{t_j, \mathbf{w}_j\})$ , где  $\mathfrak{R}$  – некий интерполяционный оператор. Оценим приращения:  $\hat{\mathbf{S}}_i = \hat{\mathbf{s}}_i(t_i)$ , где  $\hat{\mathbf{s}}_i(t)$  определено как решение дифференциального уравнения  $\partial \hat{\mathbf{s}}_i(t) / \partial t = 0,5 \hat{\mathbf{s}}_i(t) \hat{\boldsymbol{\omega}}(t)$  при начальном условии  $\hat{\mathbf{s}}_i(t_{i-1}) = 1$ . Из-за шума ДУС  $\hat{\mathbf{S}}_i = \mathbf{S}_i \Delta \mathbf{S}_i$ , где  $\Delta \mathbf{S}_i$  – случайная шумовая составляющая. Если интервал времени  $t_i - t_{i-1}$  достаточно мал, то векторная составляющая  $\Delta \mathbf{S}_i$  имеет нулевое среднее и дисперсию длины  $K_S = |t_i - t_{i-1}|^2 K_{\text{ДУС}}$ , где  $K_{\text{ДУС}}$  пропорциональна шуму ДУС.

$$\begin{aligned} \text{Из определения } \mathbf{S}_i = \overline{\mathbf{Q}(t_{i-1})} \mathbf{Q}(t_i), \quad \Rightarrow \\ \Delta \mathbf{S}_i = \overline{\mathbf{Q}(t_i)} \mathbf{Q}(t_{i-1}) \hat{\mathbf{S}}_i. \text{ Составим целевую функцию} \\ \Lambda(\{\mathbf{Q}_i\}) = \sum_i (\mathbf{I}_i^{-1} \mathbf{Q}_i \mathbf{U})^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{I}_i^{-1} \mathbf{Q}_i \mathbf{U}) + \\ + \sum_{i \neq 0} |\overline{\mathbf{Q}_i} \mathbf{Q}_{i-1} \hat{\mathbf{S}}_i|_B^2 / |t_i - t_{i-1}|^2 / K_{\text{ДУС}}, \quad (10) \end{aligned}$$

где  $|\mathbf{Q}|_B^2$  – длина векторной части кватерниона. Минимуму  $\Lambda = \min$  соответствуют наилучшие оценки  $\hat{\mathbf{Q}}_i$  истинной ориентации  $\mathbf{Q}(t_i)$ , причем должны выполняться ограничения  $\|\hat{\mathbf{Q}}_i\|=1$ . Решение  $\Lambda(\{\mathbf{Q}_i\}) = \min$  при ограничениях удобно выполнять итерационно, представляя  $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_i^0 (1 + \Delta \mathbf{Q}_i)$ , где  $\mathbf{Q}_i^0$  – начальное приближение (например,  $\mathbf{Q}_i^0 = \mathbf{I}_i \overline{\mathbf{U}}$ ), а  $\Delta \mathbf{Q}_i$  – оцениваемая чисто векторная поправка. После оценивания  $\mathbf{Q}_i$  нормируются на каждой итерации.

Уравнение  $\Lambda(\{\Delta \mathbf{Q}_i\}) = \min$  по МНК сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с блочно-трехдиагональной матрицей. Можно показать, что эффективный метод прогонки для решения трехдиагональных СЛАУ обобщается на блочно-трехдиагональные. Достаточно рассматривать блоки как элементы некоторого тела, и учитывать, что умно-

жение блоков не коммутативно. В результате появляется важная возможность обработки длительных массивов ИИ.

Поскольку истинные шумы ДУС известны не достоверно, то необходим подбор оптимального значения параметра  $K_{ИУС}$ . Для этого анализируется зависимость от  $K_{ИУС}$  остаточных невязок в первом слагаемом (10). При слишком малом  $K_{ИУС}$  шумы ДУС могут накапливаться при интегрировании и при обработке длительных массивов невязки могут быть аномально высоки. По мере увеличения  $K_{ИУС}$  невязки снижаются, достигая уровня реального шума звездного датчика (который можно оценить по нескольким приборам, как это было описано выше). Дальнейшее увеличение  $K_{ИУС}$  приводит к ухудшению общей точности оценки ориентации.

Дополнительно можно оценить параметр установки  $U$ , смещение нуля ДУС  $Z$  и матрицу  $Y$ . Для этого они рассматриваются как неизвестные и оцениваются из условия  $\Lambda(U, Z, Y, \{Q_i\}) = \min$ . Для получения устойчивого решения следует использовать длительные интервалы наблюдения.

## Заключение

По результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Целесообразна максимально полная передача на Землю и наземная обработка исходной измерительной информации с навигационных приборов спутника для повышения и оценки точности знания положения и ориентации.

2. Построены алгоритмы оптимального объединения информации от дублирующихся приборов, позволяющие повысить точность и уточнить параметры взаимной установки, в том числе установочные матрицы и вектора, смещения нуля ДУС, между антенные целочисленные неопределенности фазы.

3. Для оперативного уточнения координат и скорости спутника предложено использовать динамическую фильтрацию измерений на основе модели возмущенной орбиты с учетом коррелированности ошибок во времени и между компонентами векторов. При этом привлекаются высокоточные не оперативные решения для контроля

точности и настройки алгоритмов. Рассмотрены подходы к упрощению моделей возмущенной орбиты.

4. Предложен и исследован алгоритм оперативной навигации спутника по данным ГЛОНАСС с уточнением орбит навигационных спутников ГЛОНАСС совместно с орбитой КА по фазовым измерениям.

5. Предложен алгоритм фильтрации ориентации по данным измерителя угловой скорости, основанный на решении блочно-ленточной системы уравнений и эмпирической оценке параметров шумов измерителей. В результате появляется возможность обработки длительных массивов данных и высокоточного уточнения параметров установки приборов.

6. Предложенные подходы апробированы на данных от спутника «Ресурс-П» № 3. В результате при оперативной обработке с использованием только бортовой навигационной информации достигнута субметровая точность знания положения спутника.

## Литература

1. Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли / Под. ред. В.В. Еремеева. М.: Физматлит. 2015. 460 с.
2. Егошкин Н.А., Еремеев В.В., Зинина И.И., Скимунт В.К. Концепция уточнения элементов внешнего ориентирования КА и её апробация на натурной информации от КА «Ресурс-ДК1» // Материалы II Всеросс. НТК «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» («II Козловские чтения») 12-16 сентября 2011 г., г. Самара/СамНЦ РАН – Самара, 2011. С. 216-217.
3. Rim H.J., Yoon S.P., Schutz B.E. The GLAS Algorithm Theoretical Basis Document for Precision Orbit Determination (POD). Center for Space Research The University of Texas at Austin. October 2002. 111p.
4. Kyohei Akiyama, Shinichi Nakamura, Ryo Nakamura, and Sachiyo Kasho. GPS-Based Precise Orbit Determination for LEO Satellites with Carrier-Phase Integer Ambiguity Resolution, 2012. Электронный ресурс [http://issfd.org/ISSFD\_2014/ISSFD24\_Paper\_S3-3\_akiyama.pdf]
5. Guochang Xu. GPS: Theory, Algorithms and Applications. New York: Springer, 2016. 508p.
6. Petit G., Luzum B. IERS Conventions (2010). IERS technical note no. 36, Verlag des bundesamts für Kartographie und geodäsie, Frankfurt am main, 2010. 179p.

## Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

### 1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст - текстовый редактор Microsoft Word.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (ширифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

### 2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) - желателен использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.