

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХКАСКАДНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ УЗКОПОЛОСНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА В КЛАССЕ БИХ-ЦЕПЕЙ

*Витязев В.В., д.т.н., зав. кафедрой телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ), e-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru;*

*Горюшкин Р.С., н.с., аспирант кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники РГРТУ, e-mail: rus.gorushkin@gmail.com.*

### STABILITY ANALYSIS OF TWO-STAGE DIGITAL IIR-FILTER REALIZATION

*Vityazev V.V., Goriushkin R.S.*

*This article is devoted to the stability problem of filters with infinity impulse response (IIR-filters). The goal of this research is to analyze the dependence of IIR-filters two-staged realization stability on the narrowband coefficient and squareness ratio. And also comparison of cascade structure with non-cascade. The results of modeling in Matlab+Simulink are also considered.*

**Key words:** digital signal processing, multirate signal processing, narrowband IIR-filter, forming filter, modeling.

**Ключевые слова:** узкополосный БИХ-фильтр, децимация, интерполяция, импульсная характеристика, гребенчатый фильтр, сглаживающий фильтр, устойчивость.

#### Введение

Известно, что основным недостатком и ограничивающим фактором широкого применения цифровых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтров) является проблема неустойчивости их работы, которая проявляется в значительной степени при проектировании узкополосных фильтров. С приближением полюсов передаточной функции фильтра к единичной окружности  $Z$ -области и уменьшением расстояния между ними многократно возрастает их чувствительность к неточному представлению коэффициентов фильтра. В результате, в лучшем случае, в значительной степени ухудшаются свойства частотной избирательности, а в худшем – полюсы выходят из единичного круга, и фильтр становится неустойчивым. Традиционный путь решения этой проблемы – переход к каскадной реализации, в форме последовательного соединения БИХ-звеньев первого и второго порядков. Но он не всегда дает желаемый результат и требует пересчета коэффициентов передаточной функции цифрового фильтра заданного семейства (Баттерворта, Чебышева, Золоторева и др.) на множество звеньев малого порядка.

В начале 80-х прошлого столетия был предложен новый подход [1] к решению данной проблемы, который предполагал использование цифровых гребенчатых фильтров (ЦГФ), отличающихся (как было установлено теоретически) высокой степенью устойчивости и стабильности частотных характеристик к ошибкам квантования коэффициентов.

Целью настоящих исследований является экспериментальное подтверждение установленных ранее теоретических выводов и заключений путем моделирования поведения полюсов передаточной функции ЦГФ при

*Проводится анализ устойчивости двухкаскадной реализации узкополосного цифрового БИХ-фильтра, построенного с применением децимации и интерполяции импульсной характеристики, в зависимости от показателей узкополосности и прямоугольности его амплитудно-частотной характеристики. Приводятся результаты моделирования в среде MATLAB.*

различной разрядности представления коэффициентов. Ставится и решается задача анализа устойчивости двухкаскадной структуры, включающей в себя цифровой гребенчатый и сглаживающий БИХ-фильтры. Производится анализ устойчивости структуры при изменяющихся показателях узкополосности и прямоугольности реализуемой АЧХ. А также сравнение последовательного соединения ЦГФ и цифрового сглаживающего фильтра (ЦСФ) с некаскадным представлением БИХ фильтра с аналогичными частотными характеристиками.

#### Цифровые гребенчатые БИХ-фильтры

Для гребенчатого фильтра  $M$ -го порядка ( $M$  – целое число, кратное коэффициенту прореживания импульсной характеристики  $\nu$ ), синтезируемого в классе БИХ-цепей по некаскадной форме, последовательность выходных данных вычисляется по алгоритму

$$y(nT) = \sum_{r=0}^{N_1=N/\nu} b_r x[(n-\nu r)T] - \sum_{k=1}^{M_1=M/\nu} a_k y[(n-\nu k)T],$$

графически отображенному в виде структурной схемы фильтра, представленной на рис. 1. Здесь  $a_k$ ,  $b_r$  – коэффициенты фильтра, определяемые из синтеза базового НЧ фильтра  $M_1$ -го порядка по заданным свойствам частотной избирательности гребенчатого фильтра.

Переход к другим формам построения структуры ЦГФ выполняется по структуре базового НЧ фильтра путем простой замены элементов задержки  $z^{-1}$  на элементы задержки  $z^{-\nu}$ . При этом емкость памяти данных увеличивается в  $\nu$  раз. Это определяет «плату» за возможность одновременной фильтрации  $\nu$  полос входно-

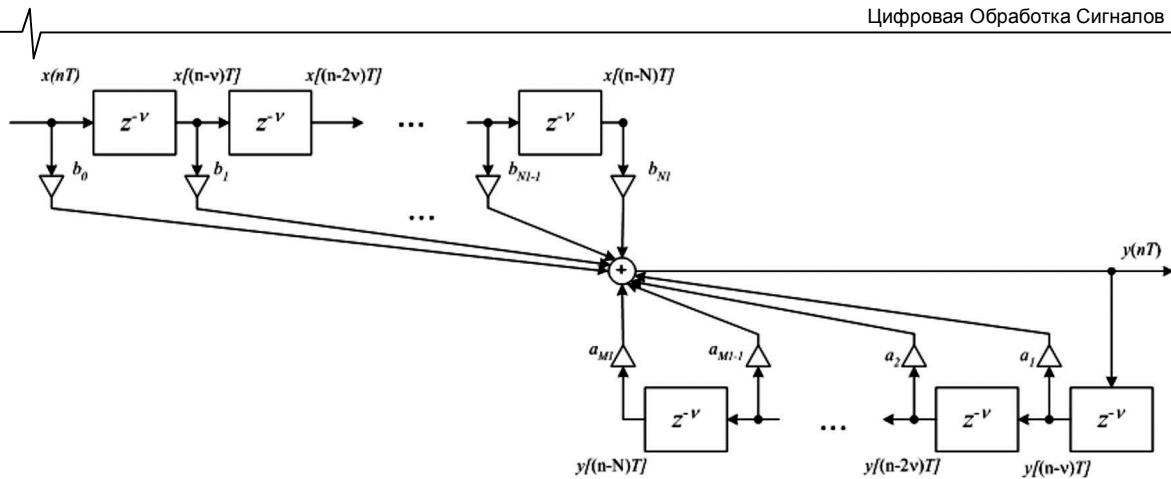


Рис. 1. Некаскадная форма гребчатого БИХ-фильтра

го сигнала с шириной полосы пропускания, в  $v$  раз меньшей по отношению к полосе пропускания базового НЧ фильтра. Покажем, что  $v$ -кратное сужение полосы пропускания гребчатого фильтра вместе с тем не приводит к дополнительным потерям по отношению к базовому НЧ фильтру, связанным с эффектами конечной разрядности представления чисел, что является определяющим фактором при построении узкополосных фильтров в классе БИХ-цепей.

свойства соответствующего ЦГФ, выполняется с помощью подстановки  $w = z^v$ . При этом полюсы  $z_{k,l}$ ,  $k = \overline{1, M_1}$ ;  $l = \overline{0, (v-1)}$ , передаточной функции проектируемого ЦГФ связаны с полюсами  $w_k$ ,  $k = \overline{1, M_1}$ , передаточной функции базового НЧ фильтра  $M_1$ -го порядка соотношением (рис. 2)

$$z_{k,l} = \omega_k^{1/v} e^{j \frac{2\pi l}{v}} \tag{1}$$

или с учетом представлений

$$z_{k,l} = r_{k,l} e^{j\omega_{k,l}}; \quad \omega_{k,l} = R_k e^{j\Omega_k}$$

совокупностью выражений

$$r_{k,l} = R_k^{1/v}; \quad \omega_{k,l} = \Omega_k / v + 2\pi l / v, \quad l = \overline{0, (v-1)},$$

где  $(r_{k,l}, \omega_{k,l})$  и  $(R_k, \Omega_k)$  – полярные координаты  $k$ -го полюса соответственно ЦГФ и базового НЧ фильтра;  $l$  – порядковый номер периодической последовательности полюсов ЦГФ.

Таким образом, плотность полюсов ЦГФ в области частот  $l$ -й полосы пропускания увеличивается в  $v$  раз по отношению к базовому НЧ фильтру. Пропорционально значению параметра  $v$  увеличивается и смещение полюсов ЦГФ к единичной окружности  $Z$ -области. Однако, как было показано в [2], чувствительность полюсов к изменению коэффициентов гребчатого фильтра приблизительно в  $v^{M_1}$  раз меньше чувствительности полюсов узкополосного фильтра  $M_1$ -го порядка, проектируемого по обычной некаскадной структуре. При этом обеспечивается равенство относительного смещения полюсов базового НЧ фильтра и ЦГФ.

**Моделирование «нуль-полюсных» диаграмм цифровых БИХ-фильтров**

Исследование устойчивости работы БИХ-фильтров проводилось на частных примерах, путем построения и анализа «нуль-полюсных» диаграмм базового НЧ фильтра, гребчатого фильтра и соответствующего однополосного фильтра, реализуемого по канонической некаскадной форме [3].

**Пример 1.** Пусть проектируется фильтр Баттерворта со следующими параметрами частотной избирательности. Частота среза полосы пропускания  $f_{pass} = 1000$  Гц, частота среза полосы непропускания (заграждения)

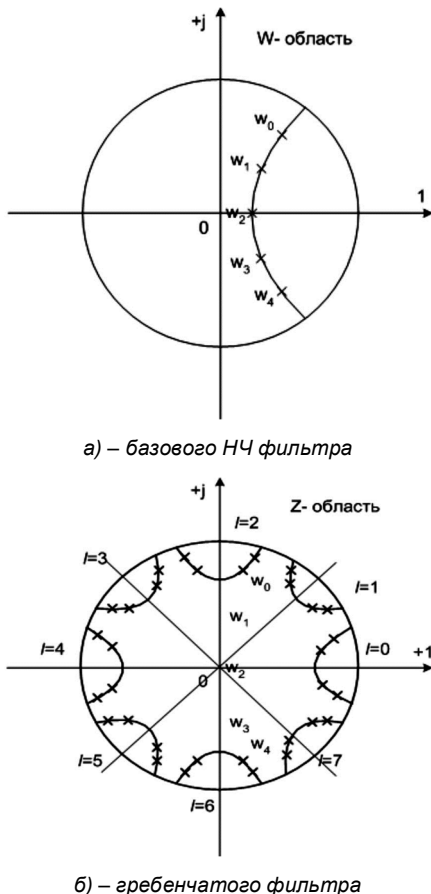
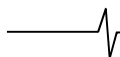


Рис. 2. Положение полюсов передаточной функции

Пусть  $H^*(w^{-1})$  – передаточная функция базового НЧ фильтра, синтезируемого в  $W$ -области, связанной с  $Z$ -областью отображением  $w = z^v$ . Переход от передаточной функции  $H^*(w^{-1})$  к передаточной функции  $H_{Г.Ф.}(z^{-1})$ , описывающей в  $Z$ -области динамические



$f_{stop} = 2000$  Гц, значение спада частотной характеристики в полосе пропускания (на частоте среза полосы пропускания) – 3 дБ, допустимый уровень затухания в зоне заграждения не менее 40 дБ, частота дискретизации входного сигнала  $f_s = 10$  кГц. Как показал расчет порядка и коэффициентов БИХ-фильтра Баттерворта в пакете MATLAB, минимально достаточный порядок фильтра  $M = 6$ .

Фильтр не является узкополосным и в дальнейшем используется как базовый НЧ. Цель исследований – экспериментальное подтверждение прямой зависимости устойчивости гребенчатых фильтров от устойчивости соответствующего базового НЧ фильтра.

На рис. 3 представлена карта нулей и полюсов базового НЧ фильтра с неквантованными значениями коэффициентов (полюсы обозначены косыми крестиками) и квантованными 16-ю битами (прямые крестики) и 8-ю битами (звездочки). Рис. 4. и рис. 5, а иллюстрирует устойчивую работу гребенчатого фильтра с коэффициентом децимации  $\nu = 5$  при точном и 16-битовом представлении весовых коэффициентов, а рис. 5, б – неустойчивую работу при 8-битовом ограничении.

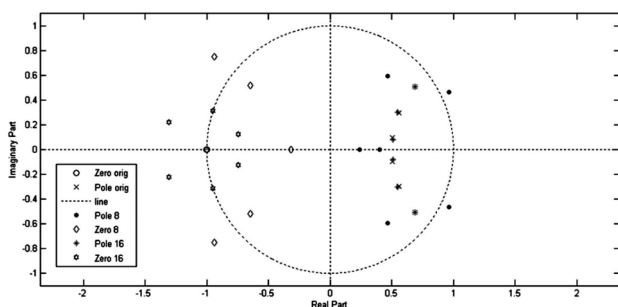


Рис. 3. Карта нулей и полюсов базового НЧ фильтра

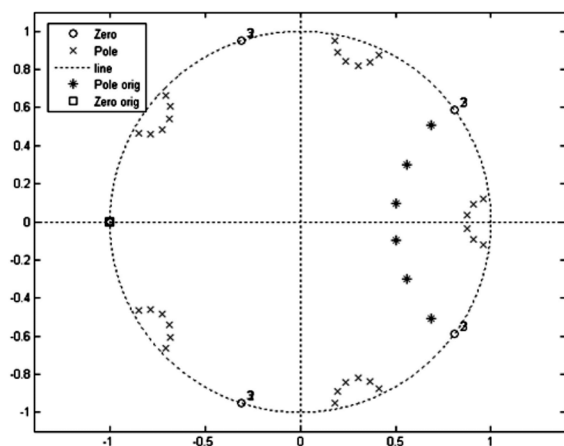
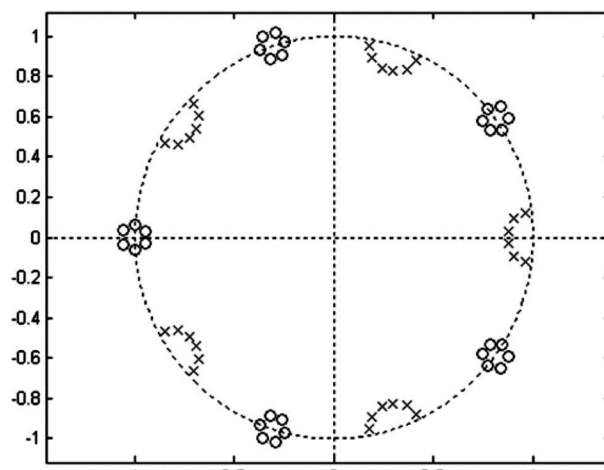


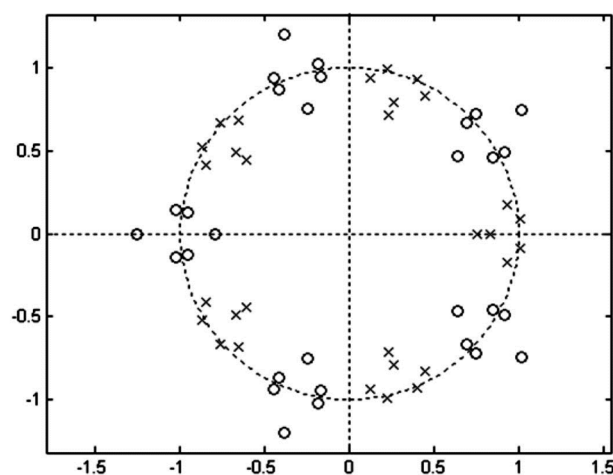
Рис. 4. Карта нулей и полюсов базового НЧ фильтра и гребенчатого фильтра с коэффициентом децимации  $\nu = 5$

**Пример 2.** Пусть проектируется фильтр Баттерворта со следующими параметрами частотной избирательности. Частота среза полосы пропускания  $f_{pass} = 200$  Гц, частота среза полосы непропускания (заграждения)  $f_{stop} = 400$  Гц, значение спада частотной характеристики в полосе пропускания (на частоте среза полосы пропускания) – 3 дБ, допустимый уровень затухания в зоне заграждения не менее 40 дБ, частота дискретизации входного сигнала  $f_s = 10$  кГц. Как показал расчет порядка и коэффициентов БИХ-фильтра Баттерворта в пакете MATLAB, минимально

достаточный порядок фильтра  $M = 7$ .



а) квантованный коэффициент – 16 бит

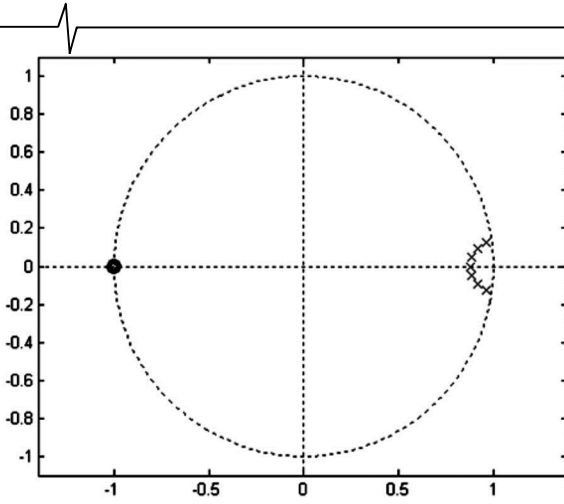


б) квантованный коэффициент – 8 бит

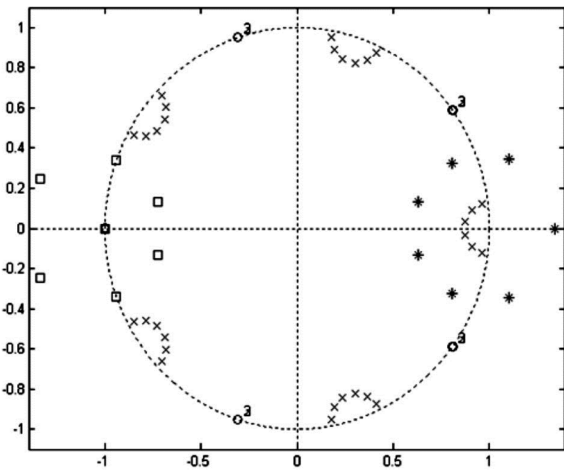
Рис. 5. Карта нулей и полюсов гребенчатого фильтра  $\nu = 5$

Фильтр является узкополосным: ширина полосы пропускания в 25 раз меньше всей полосы рабочих частот от нуля до 5 кГц. Поэтому полюсы передаточной функции однополосного фильтра, строго занимающие свое фиксированное положение на малом эллипсе внутри единичного круга, при точных значениях коэффициентов (рис. 6, а, крестики), «рассыпаются» уже при 16-разрядном представлении (рис. 6, б, звездочки). В тоже время, использование ЦГФ с теми же параметрами частотной избирательности в основной полосе пропускания (в окрестности нулевой частоты), но имеющего дополнительно 4 боковых полосы, обусловленные периодичностью частотных характеристик и самой передаточной функции гребенчатого фильтра кратности  $\nu = 5$ , сохраняет устойчивое фиксированное положение полюсов при 16-разрядном представлении коэффициентов (рис. 6, б).

Представленные примеры носят частный характер и лишь частично подтверждают выдвинутые ранее теоретические положения. В рассмотренных примерах задавались относительно нестрогие требования к частной избирательности узкополосного фильтра: подавление в зоне непрозрачности всего 40 дБ, а, следовательно, и требования к точности представления весовых коэффициентов не столь значительны.



а) – передаточной функции однополюсного фильтра (точное представление)



б) – передаточной функции однополюсного (звездочки) и гребенчатого (крестики) фильтров

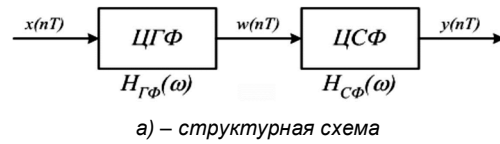
Рис. 6. «Нуль-диаграмма»

Проведенный анализ чувствительности полюсов гребенчатого фильтра к уходу коэффициентов показывает, что проявление эффектов конечной разрядности чисел может быть полностью описано по аналогичным эффектам, возникающим в структуре базового НЧ фильтра. Плотность полюсов базового НЧ фильтра в  $\nu$  раз меньше по отношению к плотности полюсов узкополосного фильтра при одновременном увеличении их удаленности от единичной окружности. Следовательно, многократно уменьшается влияние эффектов конечной разрядности чисел на точность воспроизведения частотных характеристик гребенчатого фильтра по отношению к однополюсному фильтру. Именно это замечательное свойство гребенчатых фильтров является определяющим фактором с позиции построения малозагрязненных структур узкополосных фильтров в классе БИХ-цепей на основе каскадного соединения ЦГФ и сглаживающих фильтров [1, 2].

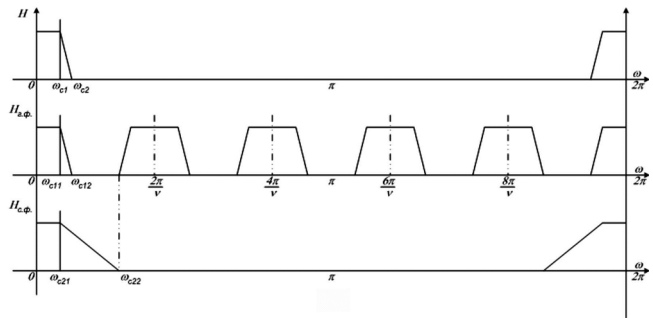
**Двухкаскадная реализация узкополосного БИХ-фильтра**

Структуру проектируемого НЧ фильтра с желаемой характеристикой  $H(\omega)$  представим в виде последовательного соединения гребенчатого фильтра ЦГФ с периодической частотной характеристикой  $H_{ГФ}(\omega)$ , составляющие которой в диапазоне рабочих частот

$0 \leq \omega \leq 2\pi$  повторяют  $\nu$  раз свойства частотной избирательности узкополосного НЧ фильтра, и сглаживающего фильтра ЦСФ с функцией передачи  $H_{СФ}(\omega)$ , который выделяет основной лепесток, расположенный в окрестности нулевой частоты из совокупности боковых составляющих на выходе ЦГФ (рис. 7).



а) – структурная схема



б) – частотные характеристики отдельных каскадов

Рис. 7. Двухкаскадная реализация НЧ фильтра

Синтез двухкаскадной структуры, представленной на рис. 7, прежде всего связан с реализацией гребенчатого фильтра. Построение гребенчатого БИХ-фильтра с требуемыми характеристиками частотной избирательности начинается с синтеза базового НЧ фильтра, частота дискретизации сигнала, на входе которого равна интервалу периодичности частотной характеристики проектируемого ЦГФ, и последующей замены элементов задержки  $z^{-1}$  на  $z^{-\nu}$  [2, 4]. Как было сказано выше, чувствительность полюсов цифрового гребенчатого фильтра, уход которых от расчётного положения в конечном итоге определяет точность воспроизведения желаемых частотных характеристик приблизительно в  $\nu^{M-1}$  раз меньше, чем чувствительность полюсов фильтра, построенного по некаскадной схеме.

В то же время чувствительность полюсов сглаживающего фильтра также значительно меньше, чем чувствительность полюсов БИХ-фильтра, реализующего требуемые свойства частотной избирательности по некаскадной структуре. Это происходит из-за того, что мера чувствительности полюсов в значительной степени зависит от порядка  $M$  проектируемого БИХ-фильтра, а порядок ЦСФ заметно уменьшается с расширением переходной зоны амплитудно-частотной характеристики.

**Экспериментальные исследования**

Анализ устойчивости двухкаскадной реализации производился путём построения связки из двух БИХ-фильтров (гребенчатого и сглаживающего) и эквивалентного НЧ-фильтра с аналогичными частотными характеристиками и их последующего сравнения.

Для сравнения строились фильтры с фиксированными значениями неравномерности АЧХ в полосе пропускания исследуемых фильтров, значением подавления в полосе непропускания и коэффициента прямоугольности АЧХ, которая может быть представлена следующим выражением

$$\alpha = \frac{f_{c1}}{f_{c2} - f_{c1}},$$

где  $f_{c1}$  – частота среза полосы пропускания,  $f_{c2}$  – частота среза зоны непрозрачности.

Для анализируемых структур менялось значение коэффициента узкополосности:

$$\beta = \frac{f_d}{f_{c1}},$$

где  $f_d$  – частота дискретизации входного сигнала.

Построение каждого отдельного фильтра проводилось в среде Matlab.

Рассмотрим НЧ-фильтр Баттерворта со следующими параметрами: частота дискретизации входного сигнала  $f_d = 10$  кГц, подавление в полосе непропускания  $A_{stop} = 80$ дБ, уровень неравномерности в зоне пропускания  $A_{pass} = 0,01$  и показатель прямоугольности АЧХ  $\alpha = 1$ .

Были спроектированы фильтры Баттерворта с различными значениями коэффициента узкополосности:  $\beta = 10 \dots 1000$ . Значения частот среза и порядки полупропускания НЧ-фильтров приведены в табл. 1.

Таблица 1.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40
$f_{c2}$	2000	1000	500	400	200	100	80
$M$	16	18	×	×	×	×	×
$c_{16}$	×	×	×	×	×	×	×
$c_{32}$	✓	×	×	×	×	×	×

Здесь  $M$  – требуемый порядок фильтра Баттерворта. Знаками «×» обозначена невозможность построения устойчивого фильтра при заданных характеристиках, а знаками «✓» – успешная реализация фильтра. В данном случае максимальный коэффициент узкополосности, при котором возможно построение БИХ-фильтра по прямой форме реализации  $\beta_{max} = 20$ . В этом случае коэффициенты фильтра представлены в формате с плавающей точкой и с использованием максимально возможной в пакете Matlab разрядностью. Однако, при ограничении точности представления коэффициентов до 32 бит (с32) расчёт устойчивого фильтра с заданными характеристиками возможен только до значения  $\beta_{max} = 10$ , а при ограничении до 16 бит ( $c_{16}$ ) – невозможен (табл. 1).

В табл. 2 приведены результаты реализации фильтров Баттерворта с теми же параметрами по двухкаскадной форме структуре, которая включает в себя гребенчатый и сглаживающий фильтры Баттерворта. При этом показатель периодичности АЧХ цифрового гребенчатого фильтра  $\nu$  изменялся исходя из условия минимизации порядка сглаживающего фильтра.

Таблица 2.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40
$f_{c2}$	2000	1000	500	400	200	100	80
$N$	2	4	5	10	10	20	40
$M_{\text{сгп}}$	9	9	14	9	9	11	12
$c_{16}$	✓	✓	×	×	×	×	×

В табл. 2 приведены порядки базовых фильтров. При этом значения порядков сглаживающих фильтров находятся в пределах  $N = 9 \dots 12$ . Можно видеть, что вплоть до значения показателя узкополосности  $\beta = 250$  сохраняется возможность построения устойчивого фильтра с бесконечной импульсной характеристикой даже при ограничении разрядности коэффициентов фильтра до 32 бит. При ограничении до 16 бит возможна реализация вплоть до  $\beta = 20$ .

На рис. 8 представлен пример АЧХ гребенчатого фильтра Баттерворта, а на рис. 9 – АЧХ связи гребенчатого и сглаживающего фильтров для  $\beta = 100$ .

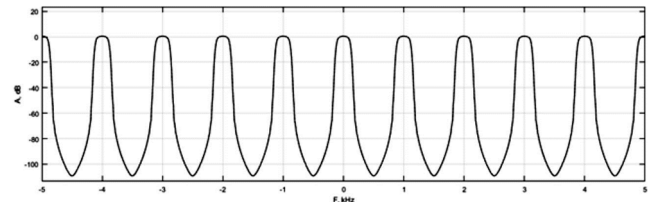


Рис. 8. Частотная характеристика ЦГФ Баттерворта

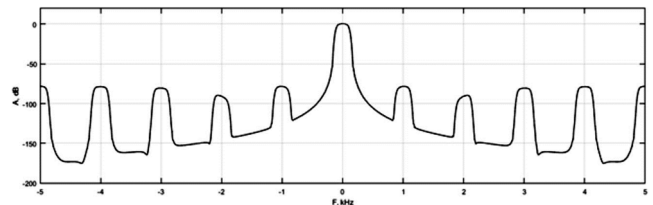


Рис. 9. Частотная характеристика связи ЦГФ и ЦСФ

Аналогичным образом были проанализированы свойства устойчивости эллиптических НЧ-фильтров. Произведён расчёт фильтров с теми же характеристиками, которые использовались для построения фильтров Баттерворта: частота дискретизации входного сигнала  $f_d = 10$  кГц, подавление в полосе непропускания  $A_{stop} = 80$ дБ, уровень неравномерности АЧХ в полосе пропускания  $A_{pass} = 0,01$  и показатель прямоугольности АЧХ  $\alpha = 1$ . Результаты анализа сведены в табл. 3.

Таблица 3.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250	400
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40	25
$f_{c2}$	2000	1000	500	400	200	100	80	50
$M$	7	7	7	7	7	7	7	×
$c_{16}$	✓	×	×	×	×	×	×	×
$c_{32}$	✓	✓	×	×	×	×	×	×

Как можно заметить, эллиптический фильтр позволяет реализовать фильтры с показателем узкополосности  $\beta < 250$ , однако при значениях выше 250 – реализация устойчивого фильтра становится невозможной. При ограничении разрядности представления коэффициентов реализации устойчивого БИХ-фильтра с заданными параметрами частотной избирательности сокращается до значений показателя узкополосности  $\beta = 20$  при 32 битах и  $\beta = 10$  – при 16 битах.

В табл. 4 представлены результаты анализа устойчивости двухкаскадной структуры эллиптического фильтра.

Как видно из таблицы, двухкаскадная реализация эллиптического фильтра позволяет построить более узкополосную структуру. Значение порядков сглаживающих фильтров при этом не превышает 7.

На рис. 10 представлен пример АЧХ эллиптического гребенчатого фильтра, а на рис. 11 – АЧХ связки гребенчатого и сглаживающего фильтров для  $\beta < 400$ .

Таблица 4.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250	400
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40	25
$f_{c2}$	2000	1000	500	400	200	100	80	50
$\nu$	2	4	4	4	4	4	4	4
$M_{\phi}$	5	5	7	5	5	5	5	7
$c_{16}$	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗
$c_{32}$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗

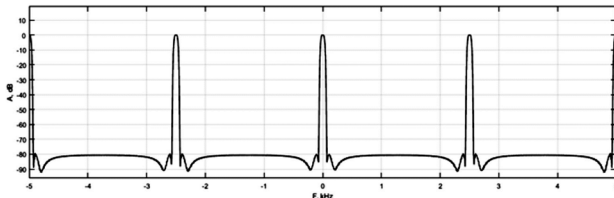


Рис. 10. Частотная характеристика эллиптического ЦГФ

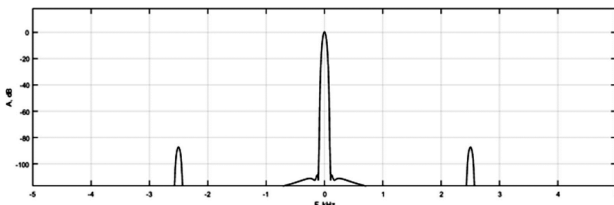


Рис. 11. Частотная характеристика связки ЦГФ и ЦСФ

Эллиптический фильтр позволяет достичь устойчивой работы даже при высоких значениях показателя узкополосности  $\beta$ . При расчётах использовалось достаточно низкое значение коэффициента прямоугольности частотной характеристики  $\alpha = 1$ . При увеличении показателя прямоугольности  $\alpha$  до значения 10, при неизменных остальных параметрах, максимально достижимое значение  $\beta_{max} = 20$  для прямой формы реализации эллиптического фильтра (табл. 5).

Таблица 5.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250	400
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40	25
$f_{c2}$	1100	550	275	220	110	55	44	27
$M$	13	13	✗	✗	✗	✗	✗	✗
$c_{16}$	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
$c_{32}$	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗

В данном случае ограничение разрядности коэффициентов до 32 бит не позволяет реализовать устойчивый фильтр при заданных параметрах частотной избирательности.

Структура из гребенчатого и сглаживающих фильтров аналогично предыдущим случаям позволяет по-

строить устойчивую систему для показателя узкополосности  $\beta < 400$  (табл. 6), однако ограничение точности представления коэффициентов до 32 бит позволяет реализовать систему с показателем узкополосности  $\beta$  только до 50. Ограничение до 16 бит – не позволяет создать устойчивую связку из гребенчатого и сглаживающих фильтров с бесконечной импульсной характеристикой.

Таблица 6.

$\beta$	10	20	40	50	100	200	250	400
$f_{c1}$	1000	500	250	200	100	50	40	25
$f_{c2}$	1100	550	275	220	110	55	44	27
$\nu$	12	12	12	12	13	13	13	13
$M_{\phi}$	2	4	5	10	20	20	20	40
$c_{16}$	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
$c_{32}$	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗

### Заключение

Проведённые исследования показывают, что использование двухкаскадного соединения гребенчатого и сглаживающих фильтров позволяет реализовать гораздо более узкополосные системы фильтрации и уменьшить чувствительность их частотных характеристик к неточности представления коэффициентов. Однако достигается это путём увеличения затрачиваемых ресурсов памяти для построения гребенчатого фильтра. При невысоких значениях показателя узкополосности фильтра и достаточной разрядности представления коэффициентов заметного выигрыша от использования двухкаскадной структуры нет. В тоже время, реализация устойчивого НЧ-фильтра с высоким показателем узкополосности при прямой однокаскадной реализации становится невозможной, даже в условиях относительно точного представления коэффициентов в формате с плавающей точкой.

### Литература

1. Витязев В.В., Муравьев С.И., Степашкин А.И. Метод проектирования цифровых полосовых фильтров с бесконечной памятью // Радиотехника. – 1984. – № 2. – с. 19-23.
2. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.
3. Витязев В.В., Горюшкин Р.С. Исследование устойчивости цифровых гребенчатых фильтров // Труды 17-й МНТК «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA 2015», Москва, ИПУ РАН, Т.1
4. Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2017. – 336 с.: ил.