

УДК 004.932

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗА РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЕЦИМЕТРОВОГО РАЗРЕШЕНИЯ ИЗ РАДИОГОЛОГРАММ ОТ КОСМИЧЕСКИХ РСА

Ушенкин В.А., с.н.с. НИИ «Фотон» РГРТУ, к.т.н., foton@rsreu.ru.

DECIMETER-RESOLUTION SPACEBORNE SAR RAW DATA FOCUSING MODEL

Ushenkin V.A.

The new factors, which have to be taken into account in spaceborne SAR raw data focusing, when SAR image spatial resolution becomes sub-meter and approaches to decimeter, are considered in the paper. The mathematical model of focusing, that provides higher quality in this case, is proposed. It is confirmed by the results of simulation modeling.

Key words: SAR, raw data, focusing, SAR image.

Ключевые слова: РСА, радиоголограмма, фокусировка, радиолокационное изображение.

Введение

Радиолокаторы с синтезированной апертурой антенны в ходе съемки формируют не детальное изображение, а специфический сигнал – радиоголограмму, содержащую пространственно протяженные отклики на точечные объекты. Детальное радиолокационное изображение с компактными откликами на точечные цели получают путем цифровой обработки радиоголограммы в ходе ее фокусировки.

Фокусировка радиоголограммы заключается в согласованной фильтрации ее сигнала и состоит из трех основных этапов:

- 1) сжатия импульсного отклика РСА по дальности (первичного и вторичного);
- 2) устранения миграции импульсного отклика РСА по отсчетам дальности (выпрямления отклика);
- 3) сжатия импульсного отклика РСА по азимуту.

Указанная декомпозиция на этапы позволяет эффективно реализовать согласованную двумерную фильтрацию за счет разделения ее по измерениям и выполнения путем умножения спектров сигнала и фильтра.

Если параметры фильтра первичного сжатия по дальности определяются лишь модуляцией излучаемых радиоимпульсов, то параметры остальных фильтров зависят от модели относительного движения фазового центра антенны РСА и наблюдаемой точечной цели.

При формировании изображений с разрешением 1–10 м традиционно применяется модель на основе аппроксимации реального движения космического РСА на интервале синтеза апертуры прямолинейным равномерным движением, при котором зависимость наклонной дальности цели R от азимутального времени η имеет вид:

$$R(\eta) = \sqrt{R_{\perp}^2 + V_{\perp}^2 (\eta - \eta_{\perp})^2}, \quad (1)$$

где R_{\perp} – дальность на траверзе, η_{\perp} – время максимального сближения РСА и цели, V_{\perp} – линейная эквивалентная скорость (параметр модели, вычисляемый по

Анализируются новые факторы, которые необходимо учитывать при фокусировке радиоголограмм от космических радиолокаторов с синтезированной апертурой, когда пространственное разрешение получаемых радиолокационных изображений становится субметровым и приближается к дециметру. Предлагается математическая модель, обеспечивающая в этом случае более высокое качество фокусировки, что подтверждается результатами моделирования.

методу наименьших квадратов (МНК)).

Основным достоинством указанной модели является возможность с помощью метода стационарной фазы [1] аналитически получить простые приближенные выражения для построения фильтров в частотной области, что позволяет относительно быстро выполнить фокусировку. Однако в случае получения изображений субметрового разрешения длина синтезируемой апертуры становится настолько большой, что в ее пределах аппроксимация (1) начинает отклоняться от реального закона изменения наклонной дальности на единицы миллиметров. Таким образом, ошибка приближается по величине к длине волны РСА и начинает оказывать существенное влияние на фазовую составляющую комплексного сигнала радиолокационного изображения.

Цель настоящей работы – разработка новой модели изменения наклонной дальности, на основе которой можно все так же эффективно построить в частотной области фильтры фокусировки и которая обеспечивает субмиллиметровую точность аппроксимации $R(\eta)$.

Анализ существующих подходов к формированию высокодетальных изображений из радиоголограмм от космических РСА

Вид ошибки аппроксимации (1) на временном интервале синтеза апертуры в 8 с, соответствующем разрешению изображения 0,2 м, при высоте РСА 700 км и наклонной дальности на траверзе 830 км, полученный для реальной орбиты космического аппарата «Sentinel-1А», показан на рис. 1.

В первом приближении ошибка аппроксимации похожа на кубическую параболу с вершиной в точке η_{\perp} , поэтому в работе [2] предложено в (1) ввести дополни-

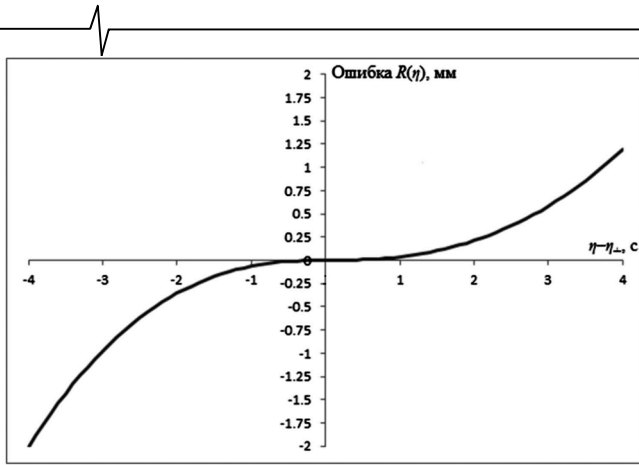


Рис. 1. Изменение погрешности аппроксимации (1) с азимутальным временем

тельный член, пропорциональный $(\eta - \eta_{\perp})^3$. Однако к такому закону изменения наклонной дальности крайне затруднительно строго аналитически применить метод стационарной фазы, т.к. он требует решения уравнения шестой степени. Поэтому в [2] найден лишь весьма приближенный результат этого метода, что негативно сказывается на точности фокусировки. Кроме того, из рис. 1 видно, что ошибка аппроксимации не является нечетной функцией, как кубическая параболa. Для указанных значений высоты орбиты и дальности на траверзе в отрицательной области модуль ошибки аппроксимации оказывается в среднем в 2 раза больше, чем в положительной области. Это означает, что введение члена, пропорционального $(\eta - \eta_{\perp})^3$, даже в случае строгого применения метода стационарной фазы уменьшит максимальную ошибку аппроксимации не более чем в 4 раза.

Учтя все трудности аналитического описания ошибки аппроксимации (1), в работе [3] предложили численно находить и ошибку аппроксимации, и изменения в частотных фильтрах, которые она вносит. Однако параметры частотных фильтров изменяются по полю радиоголограммы, а нахождение поправки для каждого пикселя требует чрезвычайно много времени. Поэтому поправка к частотным фильтрам находится лишь для центрального пикселя, а затем предполагается, что она слабо изменяется по полю радиоголограммы. Это негативно отражается на точности такого подхода, когда съемка ведется в широкой полосе. На краях полосы съемки шириной 50 км максимальная ошибка в законе изменения наклонной дальности приближается к миллиметру.

Кусочная модель изменения наклонной дальности

Чтобы обеспечить приемлемую точность аппроксимации временной зависимости наклонной дальности без введения в (1) каких-либо дополнительных членов и без выполнения численных расчетов спектра, в настоящей работе предлагается рассмотреть ошибку аппроксимации как кусочную функцию, состоящую из состыкованных ветвей двух парабол: с положительным и отрицательным старшим коэффициентом. При этом вершина обеих парабол приходится на точку η_{\perp} максимального сближения PCA и цели. Модули старшего коэффициента парабол выбираются различными, чтобы учесть

нестрогую нечетность ошибки аппроксимации (1). Стыковка двух фрагментов кусочной функции в точке η_{\perp} позволяет элементарно найти точку их стыка в спектральной области: она приходится на нулевую доплеровскую частоту. При этом положительные доплеровские частоты соответствуют левой параболе, а отрицательные частоты – правой.

Как известно, аппроксимирующее выражение (1) само является квазипараболой с вершиной в точке максимального сближения. Поэтому уменьшить ошибку аппроксимации можно простой коррекцией параметра $V_{\text{лэ}}$, который теперь будет иметь различные значения до и после прохождения точки максимального сближения PCA и цели:

$$V_{\text{лэ}}(\eta) = \begin{cases} V_{\text{лэ}1}, & \eta - \eta_{\perp} \leq 0, \\ V_{\text{лэ}2}, & \eta - \eta_{\perp} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

или в частотной области по азимуту:

$$V_{\text{лэ}}(f_{\eta}) = \begin{cases} V_{\text{лэ}2}, & f_{\eta} < 0, \\ V_{\text{лэ}1}, & f_{\eta} \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где f_{η} – доплеровская частота.

Значения $V_{\text{лэ}1}$ и $V_{\text{лэ}2}$ находятся по МНК для соответствующих частей интервала синтеза апертуры. В результате ошибка аппроксимации уменьшается практически на порядок, что иллюстрирует рис. 2, и в пределе составляет десятые доли миллиметра. Таким образом, при доступном в настоящее время разрешении 2 дециметра и хуже предложенная кусочная аппроксимация вполне применима, в том числе при широкой полосе съемки, в отличие от подхода [3]. При дальнейшем же улучшении детальности радиолокационной съемки предложенная аппроксимация окажется недостаточно точной, но, если ее скомбинировать с подходом [3], необходимая точность будет обеспечиваться в широкой полосе съемки.

Основным преимуществом предлагаемой кусочной аппроксимации является сохранение неизменными всех частотных фильтров фокусировки и выражений для оценки миграции по отсчетам дальности. Единственное отличие фокусировки будет в том, что в положительной и отрицательной областях азимутального спектра в указанные выражения будут подставляться разные значения линейной эквивалентной скорости.

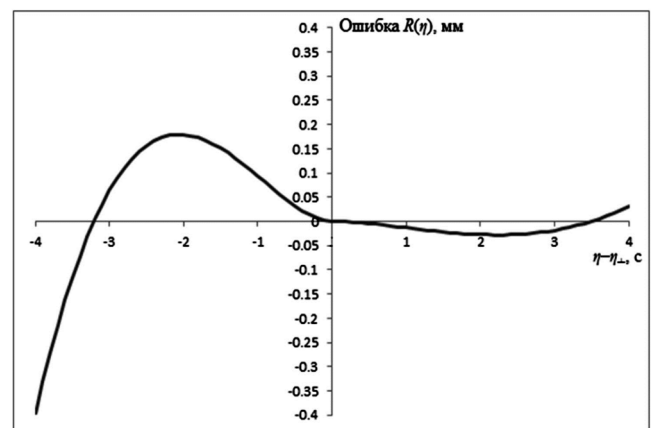


Рис. 2. Изменение погрешности кусочной аппроксимации с азимутальным временем

Учет движения РСА между излучением и приемом зондирующего сигнала

При синтезе радиолокационных изображений разрешением 1 м и хуже дальность наблюдаемой цели традиционно считалась одинаковой при излучении радиоимпульса и приеме эхо-сигнала, а пространственно протяженный импульсный отклик РСА на радиоголограмме представлялся как [4]

$$s_u(\tau, \eta) \approx w_\tau \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right) w_\eta(\eta - \eta_c) \times \exp \left(j\pi K_\tau \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \right) \exp \left(-j \cdot 2\pi f_0 \frac{2R(\eta)}{c} \right), \quad (4)$$

где w_τ – огибающая сигнала по дальности, w_η – огибающая сигнала по азимуту, η_c – азимутальное время, когда антенна РСА направлена строго на цель, τ – быстрое время, K_τ – скорость изменения частоты излученного радиоимпульса, f_0 – несущая частота, c – скорость света.

Именно из (4) и аппроксимации (1) выводились выражения для частотных фильтров, традиционно используемых при фокусировке. Однако при субметровом разрешении синтезируемых изображений аппроксимация (4) становится недопустимой, поэтому $R(\eta)$ в ней необходимо заменить на среднее арифметическое дальностей в моменты излучения и приема:

$$\bar{R}(\eta) = \frac{R(\eta) + R \left(\eta - \frac{2\bar{R}(\eta)}{c} \right)}{2}. \quad (5)$$

В (5) подразумевается, что шкала азимутального времени η соответствует приему сигнала.

В результате замены $R(\eta)$ на $\bar{R}(\eta)$ импульсный отклик РСА приобретает вид:

$$(\tau, \eta) \approx w_\tau \left(\tau - \frac{2\bar{R}(\eta)}{c} \right) w_\eta(\eta - \eta_c) \times \exp \left(j\pi K_\tau \left(\tau - \frac{2\bar{R}(\eta)}{c} \right)^2 \right) \times \exp \left(-j \cdot 2\pi f_0 \frac{2\bar{R}(\eta)}{c} \right), \quad (6)$$

Разность величин $R(\eta)$ и $\bar{R}(\eta)$ квазилинейно зависит от η , однако обращается в нуль не строго в момент максимального сближения РСА и цели, хотя и недалеко от него. Это приводит к азимутальному смещению и некоторому расширению сжатого отклика РСА на изображении, если строить фильтры фокусировки на базе (4), а не (6).

Выведем аналитическое выражение для зависимости $\bar{R}(\eta)$ в случае, когда исходная зависимость $R(\eta)$ аппроксимируется предложенной кусочной моделью.

Поскольку выражение (5) определяет $\bar{R}(\eta)$ рекурсивно, модифицируем его:

$$\bar{R}(\eta) \approx \frac{R(\eta) + R \left(\eta - \frac{2R(\eta)}{c} \right)}{2}. \quad (7)$$

Погрешность аппроксимации (7) не превышает единиц микронов и на несколько порядков меньше длины волны РСА.

Для начала запишем выражение для $\bar{R}(\eta)$, если $R(\eta)$ изменяется по закону (1):

$$\begin{aligned} \bar{R}(\eta) &= 0,5 \left(\sqrt{R_\perp^2 + V_{\text{лэ}}^2 (\eta - \eta_\perp)^2} + \sqrt{R_\perp^2 + V_{\text{лэ}}^2 \left(\eta - \frac{2\sqrt{R_\perp^2 + V_{\text{лэ}}^2 (\eta - \eta_\perp)^2}}{c} - \eta_\perp \right)^2} \right) = \\ &= \frac{R_\perp}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{R_\perp^2} (\eta - \eta_\perp)^2} + \left(1 + \frac{4V_{\text{лэ}}^2}{c^2} - \frac{4V_{\text{лэ}}^2}{cR_\perp} \sqrt{1 + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{R_\perp^2} (\eta - \eta_\perp)^2} (\eta - \eta_\perp) + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{R_\perp^2} \left(1 + \frac{4V_{\text{лэ}}^2}{c^2} \right) (\eta - \eta_\perp)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Приближенно просуммируем квадратные корни, разложив их в ряд Маклорена и отбросив все члены ряда, кроме нулевого и первого:

$$\begin{aligned} \bar{R}(\eta) &\approx \frac{R_\perp}{2} \left[1 + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{2R_\perp^2} (\eta - \eta_\perp)^2 + 1 + \frac{2V_{\text{лэ}}^2}{c^2} - \frac{2V_{\text{лэ}}^2}{cR_\perp} (\eta - \eta_\perp) - \frac{V_{\text{лэ}}^4}{cR_\perp^3} (\eta - \eta_\perp)^3 + \right. \\ &+ \left. \frac{V_{\text{лэ}}^2}{2R_\perp^2} \left(1 + \frac{4V_{\text{лэ}}^2}{c^2} \right) (\eta - \eta_\perp)^2 \right] = \\ &= R_\perp \left[1 + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{c^2} - \frac{V_{\text{лэ}}^2}{cR_\perp} (\eta - \eta_\perp) + \frac{V_{\text{лэ}}^2}{2R_\perp^2} \left(1 + \frac{2V_{\text{лэ}}^2}{c^2} \right) (\eta - \eta_\perp)^2 - \right. \\ &\left. - \frac{V_{\text{лэ}}^4}{2cR_\perp^3} (\eta - \eta_\perp)^3 \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Дополним (9) недостающими членами до ряда Маклорена, перейдем от него обратно к квадратному корню и внесем множитель R_\perp под знак корня:

$$\begin{aligned} \bar{R}(\eta) &\approx \left(R_\perp^2 - \frac{2V_{\text{лэ}}^2 R_\perp}{c} \left(\eta - \eta_\perp - \frac{R_\perp}{c} \right) + \right. \\ &\left. + V_{\text{лэ}}^2 \left(1 + \frac{2V_{\text{лэ}}^2}{c^2} \right) (\eta - \eta_\perp)^2 - \frac{V_{\text{лэ}}^4}{cR_\perp} (\eta - \eta_\perp)^3 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Погрешность полученной аппроксимации (10) составляет десятые доли микрона. Аналогичный вклад в значение $\bar{R}(\eta)$ вносит множитель $(1 + 2V_{\text{лэ}}^2 / c^2)$, поэтому его вполне можно опустить.

Следующим по малости является кубический член подкоренного выражения в (10). Его вклад в значение $\bar{R}(\eta)$ составляет десятые доли миллиметра. Следовательно, пренебрегать им нежелательно. Однако, если его оставить, к выражению (10) не удастся строго применить метод стационарной фазы. Поэтому заменим указанный

кубический член близким по значению квадратичным членом, коэффициент которого найдем по МНК:

$$\bar{R}(\eta) \approx \left(R_{\perp}^2 - \frac{2V_{\text{л3}}^2 R_{\perp}}{c} \left(\eta - \eta_{\perp} - \frac{R_{\perp}}{c} \right) + V_{\text{л3}}^2 \left(1 \pm \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}} \right) (\eta - \eta_{\perp})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

где $\Delta \eta = T_a / 2$ – половина временного интервала синтеза апертуры T_a . Знак « \pm » раскрывается в плюс при отрицательных значениях $(\eta - \eta_{\perp})$ и в минус – при положительных.

Ошибка аппроксимации (11) не превышает десятой доли миллиметра (при разрешении 2 дециметра и хуже).

Выражение (11) отличается от (1) наличием линейного члена, влияющего лишь на положение сжатого импульсного отклика РСА, а также наличием множителя $\left(1 \pm \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}} \right)$, изменяющего частотную модуляцию сигнала по азимуту, а следовательно, и выражения для построения фильтров фокусировки.

По аналогии с предложенной кусочной аппроксимацией для $R(\eta)$ можно ввести кусочную аппроксимацию для $\bar{R}(\eta)$. При этом точка стыка сместится в положение

$$\operatorname{argmin}_{\eta} \bar{R}(\eta) = \eta_{\perp} + \frac{R}{c}. \text{ Одновременно учтем множитель}$$

$$\left(1 \pm \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}} \right), \text{ сместив для него точку перемены знака с}$$

η_{\perp} на $\eta_{\perp} + R/c$. Такое смещение не приводит к значительной погрешности, поскольку при η , близких к η_{\perp} ,

влияние множителя $\left(1 \pm \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}} \right)$ пренебрежимо мало.

Введем заданное кусочно скорректированное значение линейной эквивалентной скорости:

$$\tilde{V}_{\text{л3}}(\eta) = \begin{cases} V_{\text{л3}1} \sqrt{1 + \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}}}, & \eta - \eta_{\perp} - \frac{R}{c} \leq 0, \\ V_{\text{л3}2} \sqrt{1 - \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}}}, & \eta - \eta_{\perp} - \frac{R}{c} > 0. \end{cases} \quad (12)$$

В частотной же области точка стыка останется на нуле Доплера:

$$\tilde{V}_{\text{л3}}(f_{\eta}) = \begin{cases} V_{\text{л3}2} \sqrt{1 - \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}}}, & f_{\eta} < 0, \\ V_{\text{л3}1} \sqrt{1 + \frac{5V_{\text{л3}}^2 \Delta \eta}{6cR_{\perp}}}, & f_{\eta} \geq 0. \end{cases} \quad (13)$$

Отличие $\tilde{V}_{\text{л3}}(\eta)$ от $V_{\text{л3}}(\eta)$ составляет тысячные доли метра в секунду и имеет значение только для квадратичного члена.

Перепишем (11) с учетом (12), для удобства заменив в линейном члене $V_{\text{л3}}$ на $\tilde{V}_{\text{л3}}$:

$$\bar{R}(\eta) \approx \sqrt{R_{\perp}^2 - \frac{2\tilde{V}_{\text{л3}}^2(\eta)R_{\perp}}{c} \times \left(\eta - \eta_{\perp} - \frac{R_{\perp}}{c} \right) + \tilde{V}_{\text{л3}}^2(\eta)(\eta - \eta_{\perp})^2}. \quad (14)$$

К выражению (14) применим метод стационарной фазы, с помощью которого можно найти выражения для частотных фильтров фокусировки. Рассматриваемые в настоящей работе эффекты практические не отражаются на сжатии по дальности и устранении ее миграции, а существенны лишь при сжатии по азимуту. Частотный фильтр сжатия по азимуту, полученный по методу стационарной фазы с учетом (6) и (14), имеет вид:

$$H_a(f_{\eta}) = \frac{1}{T_a \sqrt{|K_a|}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \Pi\left(\frac{f_{\eta} - f_{\text{оц}}}{K_a T_a}\right) \times \exp\left[j \cdot 4\pi \frac{R_{\perp} \sqrt{c^2 + \tilde{V}_{\text{л3}}^2(f_{\eta})} f_0 \sqrt{1 - \left(\frac{cf_{\eta}}{2f_0 \tilde{V}_{\text{л3}}(f_{\eta})} \right)^2}}{c^2} \right] \times \exp\left(j \cdot 2\pi \frac{R_{\perp}}{c} f_{\eta} \right), \quad (15)$$

где K_a – средняя доплеровская скорость (первая производная доплеровской частоты по времени), $f_{\text{оц}}$ – доплеровский центроид (средняя доплеровская частота).

Экспериментальные исследования

В настоящее время радиолокационные изображения с разрешением 2 дециметра позволяют получать только космический аппарат «TerraSAR-X». Исходные радиолограммы для таких изображений не распространяются, поэтому экспериментальные исследования в настоящей работе выполняются на модельных данных. Поскольку эффекты миллиметровой погрешности $R(\eta)$ отражаются лишь на сжатии по азимуту, исследуется лишь этот этап фокусировки. Таким образом, исходными данными выступают модельные импульсные отклики РСА, прошедшие процедуры сжатия по дальности и устранения ее миграции.

Сжатие по азимуту выполнялось:

- с использованием классической модели (1);
- с использованием точных фильтров, полученных численно;
- с использованием фильтров, численная поправка к которым получена для точки, смещенной на 25 км по дальности;
- с использованием предложенной модели.

Исходное положение модельного отклика выбиралось таким образом, чтобы после фокусировки он оказался в нулевом отсчете получаемого изображения. В этом случае фазовая составляющая азимутального спектра идеально сжатого отклика должна быть постоянной. Вариации фазы в азимутальном спектре говорят о неточной фокусировке.

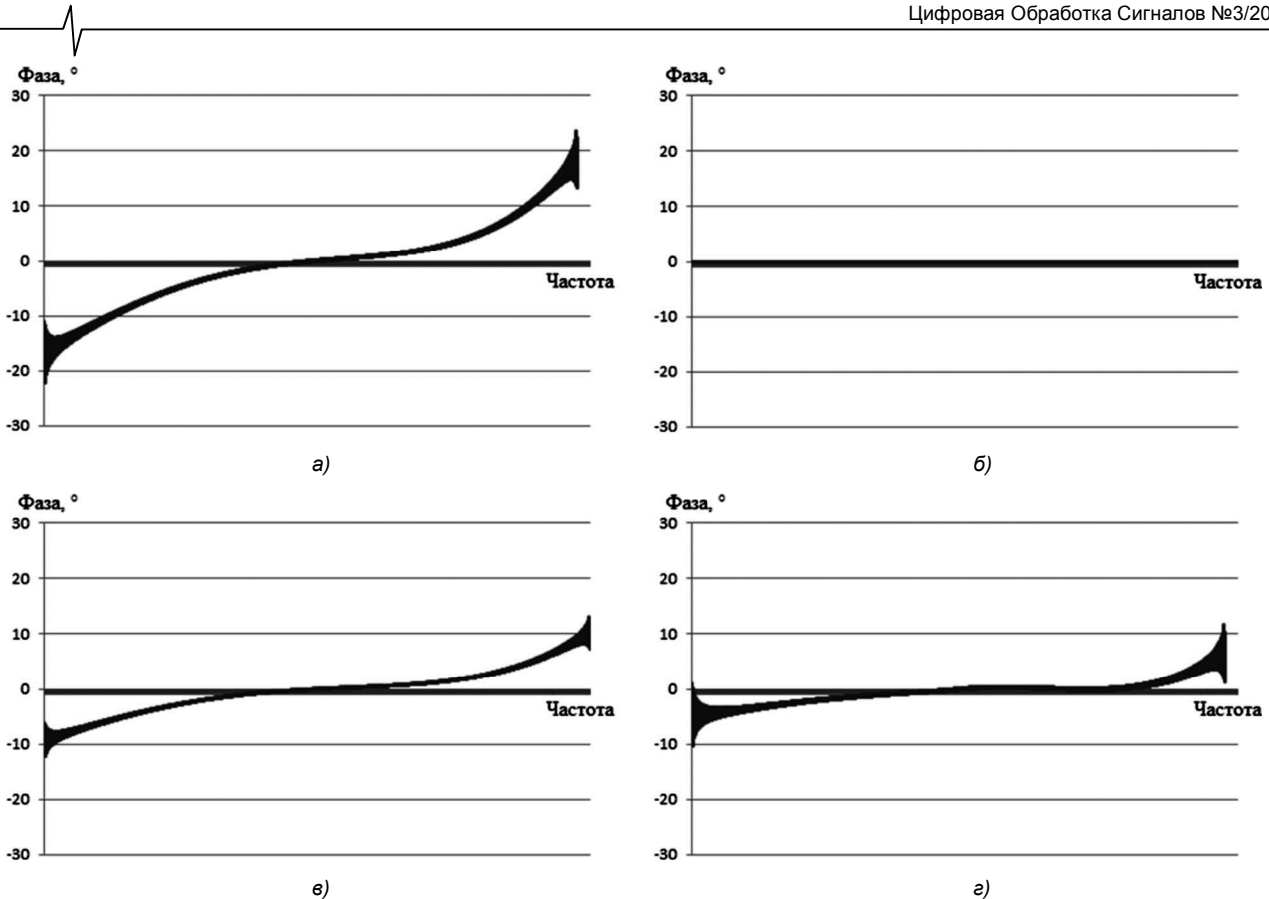


Рис. 3. Графики фазы азимутального спектра импульсного отклика PCA, сжатого различными фильтрами

Графики фазы азимутального спектра импульсных откликов PCA, сжатых по азимуту с помощью исследуемых моделей представлены на рис. 1, буквенные обозначения на котором соответствуют списку моделей фокусировки, приведенному выше. Среднеквадратичные отклонения фазы от нуля, соответствующие графикам, следующие:

- а) для классической модели (1) – $7,47^\circ$;
- б) для точных фильтров, полученных численно, – 0° ;
- в) для фильтров, численная поправка к которым получена для точки, смещенной на 25 км по дальности, – $4,15^\circ$;
- г) для предложенной модели – $2,22^\circ$.

Заключение

Таким образом, предложенная модель, оставаясь аппроксимационной, вносит небольшую ошибку в результат фокусировки, но эта ошибка оказывается в несколько раз меньше, чем для классической модели и для подхода [3] на краях широкой полосы съемки. Это позволяет ее применять для более точной фокусировки радиолограмм с получением радиолокационных изоб-

ражений дециметрового разрешения в случае съемки в широкой полосе захвата.

Литература

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 712 с.
2. Kuang H., Chen J., Yang W., Zhu Y., Zhou J., Li Ch. Accurate compensation of stop-go approximation for high resolution spaceborne SAR using modified hyperbolic range equation // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2014. Pp. 462–465.
3. Prats-Iraola P., Scheiber R., Rodriguez-Cassola M., Wollstadt S., Mittermayer J., Brautigam B., Schwerdt M., Reig-ber A., Moreira A. High precision SAR focusing of TerraSAR-X experimental staring spotlight data // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2012. Pp. 3576-3579.
4. Cumming I.G., Wong F.H. Digital processing of synthetic aperture radar data: algorithms and implementation. Artech House, 2005. 660 p.