

УДК 621.391.13

ИССЛЕДОВАНИЕ НОВОГО МЕТОДА МЯГКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ

Быховский М. А., д.т.н., профессор МТУСИ, e-mail: bykhmark@gmail.com

ANALYSIS OF THE METHOD OF SOFT DECODING OF ERROR-CORRECTING CODES

Bykhovskiy M.

The paper proposes a new method of soft decoding of a code combination of an error-correcting code and a method for determining the reliability of communication with a hard (HDD) and soft (SDD) method for decoding an error-correcting code (ECC), which depends on the marginal speed of signal transmission (R_f) belonging to AS with QAM, and the code speed (R_c) of the ECC. It is demonstrated that for small values of R_c , application of the SDD method provides energy gain equal to 2 dB as compared to the HDD method. This gain diminishes to 1 dB at high R_c values. The author provides recommendations on how to choose energy parameters of the communication system that would allow to reduce the length of the code for a given reliability of message reception, essentially without increasing the energy power of the communication line.

Possible energy losses of communication systems with a ECC as compared to the Shannon limit are introduced. It is demonstrated that these losses can be insignificant only for low-speed communication systems. For high-speed communication systems, they turn out to be rather material, especially when using a ECC with a low code speed. It is noted that in promising communication systems intended for the transmission of messages with high speed and high energy efficiency, it is advisable to use multidimensional AS that are optimal according to Shannon, which make it possible to ensure high reliability of message reception without the application of error-correcting codes.

Key words: Error-correcting codes, hard decoding, soft decoding, Shannon's threshold, energy efficiency of communication systems, two-dimensional and multi-dimensional signal ensembles.

Ключевые слова: помехоустойчивые коды, жесткое декодирование, мягкое декодирование, порог Шеннона, энергетическая эффективность систем связи, двумерные и многомерные ансамбли сигналов.

Введение


Одним из важных направлений исследований, связанных с повышением надежности передачи сообщений в современных системах связи, является разработка методов построения помехоустойчивых кодов (ПК) и эффективных алгоритмов их декодирования. Шенноном было установлено [1], что одной из возможностей повышения помехоустойчивости приема в системах связи является применение ПК, имеющих большую длину кодовых комбинаций (КК), которые позволяют исправлять количество ошибок в КК, пропорциональное их длине. Создание эффективных алгоритмов декодирования длинных кодов, имеющих достаточно простую техническую реализацию является актуальной задачей.

В данной работе описан новый метод мягкого декодирования ПК и выполнен анализ надежности связи, которая может быть обеспечена при использовании методов жесткого декодирования и мягкого декодирования ПК. Кроме того, в ней разработана методика, позволяющая определить энергетику линии связи, в которой применяются определенные ансамбли сигналов (АС), а также помехоустойчивые коды с определенными параметрами: длиной кодовых комбинаций, кодовой скоростью и

Предложен новый метод мягкого декодирования кодовой комбинации помехоустойчивого кода и разработана методика определения надежности связи при жестком (HDD) и мягком (SDD) методе декодирования помехоустойчивого кода (ПК), зависящей от удельной скорости передачи сигналов (R_f), принадлежащих АС с QAM, и кодовой скорости (R_c) ПК. Показано, что при малых значениях R_c применение метода SDD обеспечивает энергетический выигрыш, равный 2 дБ, по отношению к методу HDD. Этот выигрыш уменьшается до 1 дБ при больших значениях R_c . Сформулированы рекомендации по выбору энергетических параметров системы связи, выбор которых позволяет уменьшить длину кодовой комбинации при заданной надежности приема сообщений, практически не повышая энергетику линии связи.

Определены возможные энергетические потери систем связи с ПК по отношению к пределу Шеннона. Показано, что эти потери могут быть незначительны только для низкоскоростных систем связи. Для высокоскоростных систем связи они оказываются значительными, особенно при применении ПК с небольшой кодовой скоростью. Отмечено, что в перспективных системах связи, предназначенных для передачи сообщений с высокой скоростью и высокой энергетической эффективностью целесообразно применять оптимальные по Шеннону многомерные АС, которые позволяют обеспечить высокую надежность приема сообщений без использования помехоустойчивых кодов.

способностью исправлять ошибки, возникающие при демодуляции принятого сигнала. Оценены энергетические потери (ЭП) рассмотренных систем связи с ПК по отношению к пределу Шеннона, который, как было им



установлено, может быть достигнут, если в системе связи для передачи сообщений применяются только оптимальные многомерные АС сигналов, а ПК не используются.

Многопозиционные ансамбли сигналов, используемые для передачи символов кодовых комбинаций помехоустойчивых кодов

В современных системах связи для передачи символов КК по каналу связи используются, как правило, двумерные ансамбли сигналов (АС), такие, например, как многопозиционные сигналы с квадратурно-амплитудной (M-QAM), амплитудно-фазовой (M-APSK) модуляцией и др. Такие сигналы могут быть представлены сигнальными точками в двумерном евклидовом пространстве [2]. Ансамбли сигналов M-QAM и M-APSK используются, в частности, в системах наземного и спутникового вещания, параметры которых определены международными стандартами DVB-T2 и DVB-S2. Ниже рассмотрен случай, когда каждый сигнал такого АС используется для передачи одного 2^q -ичного символа КК. Каждой КК длиной в n символов при использовании для передачи сообщений по каналу связи двумерных сигналов соответствует многомерный сигнал (МС), имеющий $2n$ координат. В $2n$ -мерном евклидовом пространстве такому сигналу соответствует одна сигнальная точка.

В теории связи для определения значений информационных символов в принятой КК разработаны две разные процедуры – алгоритм жесткого декодирования (HDD – Hard decision decoding) и мягкого декодирования (SDD – Soft decision decoding) [2, 3]. При процедуре HDD осуществляется полная посимвольная жесткая демодуляция принятого сигнала, входящего в АС, который используется для передачи символов, входящих в КК. При этом в демодуляторе выносится решение о значении каждого принимаемого символа, причем некоторые из таких решений могут оказаться ошибочными. В результате на входе декодера формируется последовательность символов принятой КК. В декодере эта последовательность обрабатывается с учетом известных соотношений между информационными и избыточными символами в ПК, и осуществляется исправление ошибок, возникших при демодуляции принимаемых символов. По сути HDD КК на приемной стороне линии связи представляет собой процедуру определения принадлежности ПК кодовой комбинации, которая в n -мерном хэмминговом пространстве расположена на минимальном расстоянии до последовательности символов, сформированных на выходе демодулятора. Установлено [2, 3], что из-за того, что решения в демодуляторе о значении каждого символа принимаются независимо, процедура HDD имеет ЭП по отношению к SDD – оптимальному методу декодированию методом максимального правдоподобия (МП), равные, примерно, 2 дБ, т.е. в системах связи, в которых применяется HDD, для обеспечения одной и той же надежности приема требуется обеспечить на входе демодулятора сигнал, уровень которого на 2 дБ выше, чем в системах связи, в которых применяется SDD.

Разработан ряд процедур SDD [2, 3], основанных на

поиске максимально правдоподобной КК. В настоящее время в системах связи часто используются итерационные методы декодирования, основанные на последовательном многократном уточнении значения апостериорной вероятности для каждого символа принятой КК. Окончательное решение о значении символов КК принимается на последнем шаге итерационной процедуры. Итерационные методы достаточно сложны, так как количество итераций для принятия надежного решения составляет, обычно, величину $N \approx 50$. Разработаны также эффективные процедуры декодирования по составленному определенным образом списку КК, в котором максимально правдоподобная КК находится путем перебора [3, 4].

Основные параметры помехоустойчивых кодов

Начиная с первого помехоустойчивого кода (ПК), предложенного в 1947 г. знаменитым американским ученым Ричардом Хэммингом, были созданы ряд эффективных линейных кодов, в которых символы кодовой комбинации (КК) представляют собой последовательность 2^q -ичных символов, имеющие длину n . В таких ПК каждый символ в КК может быть представлен последовательностью из q двоичных символов и, следовательно, может принимать 2^q значений. В этих ПК по определенному правилу из $M_n = 2^{qn}$ всех возможных последовательностей длины n , для передачи информационных сообщений в этих последовательностях выбирают k позиций, на которых передаются информационные символы, а на остальных $(n-k)$ позициях передаются проверочные символы, представляющие собой разные линейные суммы по модулю 2^q значений информационных символов, расположенных на различных позициях в КК [2, 3, 5]. Количество различных КК в таком коде равно, очевидно, $M_k = 2^{qk}$. Величина $R_c = (k/n)$ представляет собой кодовую скорость передачи сообщений по дискретному q -ичному каналу связи. При жесткой демодуляции сигналов на приеме с определенной вероятностью в КК появляются ошибки в оценке значений отдельных символов, которые должны быть исправлены при ее декодировании.

Код способен исправить тем больше ошибок в КК, чем большее значение имеет минимальное хэммингово расстояние (d_H) между двумя последовательностями 2^q -ичных символов в КК, однако при увеличении d_H кодовая скорость ПК уменьшается. Расстояние d_H равно количеству позиций, на которых в этих КК стоят разные символы. Те КК, расстояние между которыми равно d_H , называются соседними. Величина d_H связана с величиной t_H – количеством ошибок, которое ПК позволяет исправить в КК, соотношением $d_H = (2t_H + 1)$, а также с кодовой скоростью ПК. Если количество ошибок, возникших при демодуляции принимаемого сигнала, превышает t_H , то вместо переданной КК будет принята одна из других КК кода. Важной характеристикой ПК является величина $\hat{d}_H = (d_H / n)$ – относительная величина минимального кодового расстояния – чем она больше, тем большую надежность приема сообщений обеспечивает ПК, выбранный для системы связи [5], т.е. тем меньшее значение имеет вероятность ошибки декодирования КК

при заданном отношении сигнал/шум (ρ_s) на входе демодулятора. В [2, 3, 5 и др.] указаны конструкции эффективных ПК, позволяющие обеспечить высокую надежность связи при минимальном значении ρ_s . Важным свойством ПК является то [5], что, если расстояние Хэмминга между ближайшими его КК равно d_H , то такой код позволяет полностью восстановить любые стертые в КК комбинации символы, если количество позиций, на которых они расположены, не превышает (d_H-1) . Это свойство обусловлено тем, что все символы КК связаны друг с другом $(n-k)$ линейными уравнениями и неизвестные стертые символы, расположенные на известных позициях в КК, могут быть найдены при решении этих уравнений. Отметим, что, как будет показано в следующих разделах статьи, значения R_c и \hat{d}_H определяют важный параметр ρ_b – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, приходящееся на один бит принятого сигнала, которое определяет надежность системы связи – значение вероятности ошибки при декодировании принятой КК, от которого зависит энергетика линии связи.

Приведем формулы, определяющие R_c и \hat{d}_H для нескольких ПК [5]: для кода Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ), для кодов с максимально достижимым расстоянием (МДР) между КК, к которым относятся код Рида-Соломона (RS), для кодов с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) и кодов Рида-Маллера (RM).

Для кодов БЧХ – $\hat{d}_H = 2(1-R_c)/\log_2(n)$, для 2^q -ичных кодов RS с МДР – $\hat{d}_H = (1-R_c)$. Исследования зависимости $\hat{d}_H(R)$ для длинных двоичных кодов (LDPC) показало [6], что она незначительно отличается от границы Плоткина [5] для двоичных кодов, т.е. $\hat{d}_H(R) \approx 0,5(1-R_c)$. В [7] рассмотрены 2^q -ичные коды LDPC и получена зависимость $\hat{d}_H(R)$ для таких кодов с компонентным кодом RS при $q = 8$, которая оказалась весьма близка к границе Варшавова – Гилберта и может быть весьма точно аппроксимирована формулой $\hat{d}_H(R_c) = (1-R_c)(1-\beta_q R_c)$, где $\beta_6 = 0,57$; $\beta_8 = 0,45$ и $\beta_{10} = 0,371$.

Для двоичных кодов RM установлено [5], что длина КК, количество в ней информационных символов и минимальное хэммингово расстояние между КК определяются следующими уравнениями: $n = 2^m$, $k = \sum_{i=0}^r C_m^i$,

$\hat{d}_H = 2^{-r}$. Если учесть [5], что при $n \gg 1$, (и, следовательно, при $m \gg 1$), $k = nR_c = \sum_{i=0}^r C_m^i \cong \left(\frac{1-r/m}{r/m}\right)^r \times \left(\frac{1}{1-r/m}\right)^m \cong \left(\frac{me}{r}\right)^r$, то $r(R_c) \cong \frac{\log_2(nR_c)}{\beta - \log_2(nR_c)/\beta}$, где $\beta = \log_2[e(\log_2 n)]$, и $\hat{d}_H(R_c) = 2^{-r(R_c)}$. Сравнение исправляющих способностей кодов БЧХ и RM показывает, что коды RM при любой длине КК исправляют больше

ошибок, чем коды БЧХ. Так, например, при $R_c = 0,5$ и $n = 1000$ или 10000 для кода RM соответственно, $\hat{d}_H(10^3) = 0,115$ и $\hat{d}_H(10^3) = 0,048$, а для кода БЧХ – $\hat{d}_H(10^3) = 0,1$ и $\hat{d}_H(10^3) = 0,01$, т.е. исправляющая способность сравниваемых кодов при $n > 10000$ может отличаться более, чем в 5 раз. Отметим, что для длинных кодов параметры \hat{d}_H и \hat{t}_H связаны соотношением $\hat{d}_H = 2\hat{t}_H$.

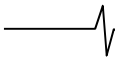
В данной работе предложен новый метод SDD, основанный на исследованиях Чейза [4], разработавшего несколько процедур составления ограниченного списка КК, перебором которых можно определить максимально правдоподобную КК_х, для которой многомерный сигнал МС_х находится на минимальном евклидовом расстоянии от принятого сигнала МС_т. Принятую кодовую комбинацию необходимо определить в результате обработки сигнала МС_т. Кроме того, в статье представлена методика оценки вероятностей ошибки декодирования ПК с кодовой скоростью R_c , у которого минимальное хэммингово расстояние между КК равно d_H , а длина КК равна n . Предполагается, что в системе связи для символов КК применяется АС с М-QAM. В такой системе обеспечивается удельная скорость передачи сообщений равна $R_f = q$ бит/сек·Гц. В статье получены формулы, позволяющие определить зависимости отношения сигнал/помеха на входе демодулятора, приходящегося на один бит принятого сообщения ($\rho_b = \rho_s/R_f$), от кодовой скорости R_c . Такие зависимости характеризуют энергетическую эффективность (ЭЭ) систем связи, в которых используются методы HDD и SDD.

В работе определены также ЭП рассмотренных в ней систем связи с ПК по отношению к пределу Шеннона [1]. Анализ показал, что даже при использовании SDD применение ПК приводит к большим ЭП, которые особенно значительны в высокоскоростных системах связи. Это соответствует результатам, полученным в книге [8], в которой рассматривались возможности создания систем связи, имеющих незначительные ЭП по отношению к пределу Шеннона. В таких системах высокая надежность приема сообщений и малые ЭП обеспечиваются за счет применения в них ансамблей многомерных объемно- или поверхностно-сферических сигналов, вследствие чего отпадает необходимость использования для этих целей ПК.

Алгоритм Чейза мягкого декодирования двоичных помехоустойчивых кодов

Для понимания процедуры мягкого декодирования (SDD) целесообразно рассматривать, как уже отмечалось, отдельные КК, символы которых передаются с помощью двумерных АС, как многомерные сигналы (МС) в $2n$ -мерном евклидовом пространстве. Такой подход позволяет свести задачу оптимального декодирования принятой КК по критерию МП в хэмминговом пространстве к задаче нахождения в евклидовом пространстве соответствующего ей МС, для которого расстояние от принятого МС_т имеет минимальное значение.

Если АС с М-QAM ($M = 2^q$) предназначен для пере-



дачи значений 2^q -значных символов, то возможные координаты сигналов АС (x_1 и x_2) могут принимать следующие $2^{0,5q}$ значений [2]: $x_1 = d_E(2m_1 - 1 - 2^{0,5q})$ и $x_2 = d_E(2m_2 - 1 - 2^{0,5q})$, где $1 \leq m_1$ и $m_2 \leq 2^{0,5q}$ [2], d_E – минимальное значение между сигналами в АС с М-QAM, равное $d_E = 2\sqrt{V}$, где V – энергетический параметр, равный $V = 3\rho_s / (2^{R_f} - 1) = 3R_f\rho_b / (2^{R_f} - 1)$ (здесь $\rho_s = R_f\rho_b$ – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, ρ_b – отношение сигнал/шум, приходящееся на один бит принятого сигнала). Значения евклидовых координат MC_i для i -й KK_i ($i = 1 \dots 2^{qk}$), состоящей из n символов, представляют собой последовательности чисел x_{1j}^i, x_{2j}^i ($j = 1 \dots n$).

При этом евклидово расстояние между двумя МС (MC_k и MC_l) определяется следующей формулой:

$$D_{k,l} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{1j}^k - x_{1j}^l)^2 + (x_{2j}^k - x_{2j}^l)^2}. \text{ Отметим, что в том}$$

случае, если хэммингово расстояние между этими КК равно d_H , то в сумме, стоящей под знаком квадратного корня, отличаются от нуля только d_H слагаемых. Поэтому, если в n -мерном хэмминговом пространстве минимальное расстояние между двумя разными КК равно d_H , а минимальное евклидово расстояние между двумя разными сигналами двумерного ансамбля сигналов (АС) равно d_E , то минимальное евклидово расстояние между двумя разными МС в $2n$ -мерном евклидовом пространстве будет равно $D_M = \sqrt{d_H} d_E$. Это расстояние пропорционально квадратному корню из хэммингова расстояния между КК, которым соответствуют эти МС.

Если по каналу связи была передана KK_r , а на вход демодулятора поступил соответствующий ей сигнал MC_r , то на выходе синхронных детекторов (CD_1 и CD_2) в демодуляторе будут действовать сигналы, равные $y_{1j}^r = x_{1j}^r + n_{1j}$ и $y_{2j}^r = x_{2j}^r + n_{2j}$, где n_{1j} и n_{2j} независимые гауссовские величины, у которых $\bar{n}_{1j} = \bar{n}_{2j} = 0$, и $\overline{n_{1j}^2} = \overline{n_{2j}^2} = 0,5$ (черта сверху означает статистическое усреднение и предполагается, что мощность шума на входе демодулятора, нормированная к мощности принимаемого сигнала, равна 1). В системах связи с SDD значения y_{1j}^r и y_{2j}^r запоминаются в блоке памяти и затем используются для вычисления расстояния между MC_r и MC_i по формуле

$$D_{r,i} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (y_{1j}^r - x_{1j}^i)^2 + (y_{2j}^r - x_{2j}^i)^2} \quad (1)$$

Отметим, что величина $D_{r,i}$ пропорциональна d_E и с увеличением отношения сигнал/шум (значений ρ_s или ρ_b) на входе демодулятора она увеличивается. При этом с увеличением d_E уменьшаются как вероятность ошибки при демодуляции отдельных символов KK_r , так

и ошибки при ее декодировании.

Для каждого МС, соответствующего одной из КК используемого кода, в $2n$ -мерном евклидовом пространстве существует зона правильного приема, представляющая собой $2n$ -мерный шар, радиус которого равен $D_z = \sqrt{d_{H1}} d_E$, где $d_{H1} = \text{int}(0,5d_H)$ (здесь $\text{int}(x)$ – целая часть числа x).

Если при передаче КК_r из-за действия шума, поступающего на вход демодулятора, координаты принятого МС_r не выйдут за пределы зоны правильного приема, то даже при жесткой демодуляции принятого сигнала МС_r он будет преобразован в последовательность КК_o, 2^q -значных символов, у которой хэммингово расстояние до переданной кодовой последовательности не превысит $t_H = d_{H1}$, т.е. количество ошибок при приеме отдельных символов не превысит t_H – исправляющей способности ПК. Эти ошибки будут устранены при декодировании и переданная КК_r будет принята правильно.

Оптимальным алгоритмом декодирования принятой КК_r является, как известно, метод МП [3, 4], в результате которого следует найти МС_x, соответствующий определенной КК_x, для которого принятый сигнал МС_r окажется в зоне правильного приема сигнала МС_x, т.е. евклидово расстояние $D_{r,x}$ между МС_r и МС_x не превысит D_z . В этом случае в результате декодирования можно будет принять, что $KK_r = KK_x$. При достаточно большом значении отношения сигнал/шум на входе демодулятора, использовании метода SDD в результате декодирования информационная последовательность символов принятой КК_r будет определена без ошибок.

Тривиальным алгоритмом оптимального декодирования является полный перебор всех возможных КК_i ($i = 1 \dots M_k$), где $M_k = 2^{qk}$ – количество кодовых комбинаций, принадлежащих используемому в системе связи ПК, с вычислением на каждом этапе перебора значений $D_{r,i}$ и выборе той МС_x, для которой $D_{r,x} = \min_i(D_{r,i})$. Реализовать такой подход к декодированию практически невозможно из-за технической сложности, так как для ПК, у которого $k \gg 1$, объем перебора всех возможных КК_i огромен.

В теории кодирования разработан ряд алгоритмов SDD, позволяющих сократить объем этого перебора. Одну из оригинальных и плодотворных идей SDD для двоичных кодов выдвинул в 1972 г. американский исследователь Д. Чейз [3, 4]. Она позволяет существенно сократить объем перебора и приблизиться по качеству приема сообщений к тому, который обеспечивает декодирование принимаемого МС_r методом МП. Идея Чейза состояла в составлении существенно ограниченного списка КК, в котором почти наверняка содержится кодовая комбинация КК_x, для которой соответствующей ей МС_x находился бы на минимальном евклидовом расстоянии от принятого МС_r. Ниже в этом разделе рассматривается применение идеи Чейза к декодированию 2^q -ичных ПК, символы которых передаются по каналу связи с помощью сигналов с М-QAM.

Для пояснения сути предложения Чейза рассмотрим

рис. 1. На этом рисунке представлена схема расположения зон правильного приема многомерных сигналов, соответствующих нескольким кодовым комбинациям KK_A, KK_B, KK_X и KK_D , а также MC_T , соответствующей принимаемой KK_T , и MC_0 – многомерного сигнала, соответствующего KK_0 – последовательности символов на выходе демодулятора, определявшего жесткие решения по каждому символу KK_T . Как показано на рис. 1, координаты MC_0 могут существенно отличаться при невысоком отношении сигнал/шум на входе демодулятора от координат MC_T . Может оказаться, что MC_0 попадет в зону правильного приема KK_A , тогда как MC_T находится в зоне правильного приема KK_X . Отметим, что при высоких отношениях сигнал/шум евклидово расстояние между MC_T и MC_0 может оказаться весьма незначительным. При этом оба эти сигнала могут оказаться в области правильного приема MC_X , соответствующего переданной KK_T . Для очень низкого значения отношения сигнал/шум MC_T может оказаться в зоне правильного приема MC , соответствующего KK , находящейся на значительном хэмминговом расстоянии от переданной. В этом случае при декодировании MC_T окажется невозможным исправить возникшие при демодуляции ошибки.

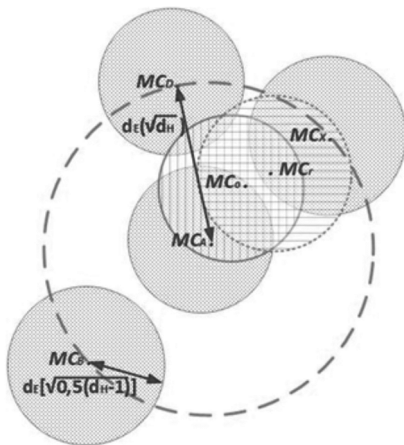


Рис. 1. Схема расположения зон правильного приема многомерных сигналов (MC), соответствующих нескольким кодовым комбинациям, а также MC_T и MC_0

Исследования Чейза показали [4], что, если в результате алгебраического декодирования MC_0 была получена KK_A и при этом расстояние между MC_A и MC_T превышает $(D_z(D_{r,A} > D_z))$, то с весьма большой вероятностью принятая KK_T будет находиться в списке тех, которые являются ближайшими к KK_A (на рис. 1 это KK_B, KK_X и KK_D и др.). Все такие KK находятся от KK_A на расстоянии Хэмминга, равном d_H . Чейз сделал важный вывод, что, если определить $(d_H - 1)$ позиций, на которых могут оказаться ошибочно принятые символы, то с помощью ПК правильные значения этих символов могут быть восстановлены.

Для того, чтобы найти в этом списке KK_T Чейз предложил использовать метод перебора для выполнения поэтапных изменений значений символов в KK_0 на d_H выбранных позициях. При этом, на каждом этапе перебора после внесения таких изменений в KK_0 , осуществ-

ляется алгебраическое декодирование полученной последовательности и находится определенная KK_X , расположенная на хэмминговом расстоянии d_H от KK_A . Затем для нее формируется соответствующая MC_X , вычисляется по формуле (1) величина $D_{r,X}$ – евклидово расстояние между MC_X и MC_T , и проверяется выполнение условия $D_{r,X} \leq D_z$. Если это условие не выполняется, то указанные выше операции повторяются при выборе других d_H позиций в KK_0 . Перебор возможных KK_X продолжается до тех пор, пока условие $D_{r,X} \leq D_z$ не будет выполнено. Тогда процедура декодирования завершается и принимается, что $KK_T = KK_X$.

Для того, чтобы оценить объем перебора, отметим, что в АС с M-QAM у каждого сигнала имеются четыре ближайших, расположенных от него на евклидовом расстоянии, равном d_E . Таким образом, на каждом этапе перебора для каждой выбранной в KK_0 позиции имеются пять возможных вариантов изменения в ней символа и, следовательно, соответствующих евклидовых координат MC_0 : эти координаты могут принять значение, равное $(x_{1j}^0 \pm d_E U)$ или $(x_{2j}^0 \pm d_E U)$, где $U = 1$, если один из символов x_{1j}^0 или x_{2j}^0 в KK_0 должен быть изменен, или же эти координаты не изменяются и тогда $U = 0$.

Первый алгоритм SDD Чейза предусматривает выбор любых d_H позиций в KK_0 , имеющей длину n . Количество вариантов такого выбора равно, очевидно, $C_n^{d_H}$ – числу сочетаний d_H из n . Так как на каждой из выбранных позиций в системах, в которых применяется АС с M-QAM, возможны пять вариантов выбора значений символов, то список для поиска KK_T , являющейся максимально правдоподобной, будет содержать $M_1 = 5^{d_H} C_n^{d_H}$ разных кодовых комбинаций.

Второй предложенный Чейзом алгоритм SDD, также весьма близкий по качеству приема сигналов к алгоритму МП, заключался в том, что в демодуляторе при жестких решениях о значениях символов в KK_0 оценивается также и надежность этих решений. Это позволяет выбрать в этой кодовой комбинации $(d_H - 1)$ позиций, на которых расположены наименее надежные символы, и составить список KK , в которых символы, расположенные на этих позициях, могут быть изменены. Такой список содержит $M_2 = 5^{d_H}$ разных кодовых комбинаций.

Отметим, что $M_2 \ll M_1 \ll 2^{qk}$. Алгоритмы Чейза существенно сокращают объем перебора по сравнению с полным перебором при поиске максимально правдоподобной KK_T , хотя он остается значительным. Существенным их недостатком является то, что в них не используются соотношения, которые связывают между собой все символы KK , принадлежащие ПК, выбранному для системы связи, а также то, что на каждом этапе перебора требуется осуществлять декодирование KK_0 в которой изменены значения символов на d_H определенных позициях. Отметим, что исследованиям второго алгоритма Чейза посвящены ряд исследований [9...12],

в которых рассматривались, в основном, методы упрощения процедуры перебора КК, внесенных в ограниченный список для поиска КК_х.

Новый алгоритм мягкого декодирования 2^q-ичных помехоустойчивых кодов

Предлагаемый в этом разделе метод SDD основан на важной закономерности появления определенного количества ошибок в принятой КК_r при демодуляции соответствующего ей МС_r в зависимости от n -длины КК_r и p_{er} – вероятности ошибки определения значения принимаемого символа при жесткой демодуляции сигналов M-QAM.

В КК₀ – последовательности из n символов, появляющейся на выходе демодулятора, количество t_{er} ошибочно принятых символов является случайным, имеющим при $n \gg 1$ гауссово распределение вероятностей. Среднее значение величины t_{er} равно, очевидно, $n_{er} = np_{er}$, а среднеквадратическое значение – $\sigma_{er} = \sqrt{np_{er}(1-p_{er})}$. Причем, так как $(\sigma_{er}/n_{er}) = \sqrt{(1-p_{er})/np_{er}} \ll 1$ при $n \gg 1$, то диапазон флуктуаций количества ошибок в КК существенно меньше их среднего значения. Это означает, что в КК_r с большой степенью вероятности практически только для n_{er} символов их значения определены с ошибкой, а значения остальных символов определены точно. Причем можно утверждать, что количество символов, значения которых определены с низкой надежностью в этой КК_r, с большой вероятностью не превышает $d_{er} = 2t_{er}$. Если для исправления ошибок в КК_r применить ПК, у которого минимальное хэммингово расстояние между разными КК равно $d_H \geq [d_{er} + 1]$, а длина КК имеет большое значение ($n \gg 1$), то, используя ПК, можно обеспечить высокую надежность связи, выбрав энергетику линии связи так, чтобы на входе демодулятора отношение сигнал/шум было бы таким, что $p_{er} < (\hat{d}_H / 2)$. При этом вероятность ошибки при декодировании КК (P_{dec}) будет весьма незначительна, так как с помощью ПК все ошибки в определении значений символов в демодуляторе будут устранены. Для выполнения условия $p_{er} < (\hat{d}_H / 2)$ следует значение p_{er} выбирать равным $p_{er} = \gamma(\hat{d}_H / 2)$, где величина γ , как показывают выполненные в последующих разделах статьи расчеты, может быть принимать значения $\gamma = 0,7 \dots 0,9$. При выборе параметра γ следует иметь ввиду, что при меньших значениях γ требуется на входе демодулятора обеспечить большее отношение сигнал/шум, т.е. необходимо увеличить энергетический потенциал линии связи.

Новый метод SDD имеет, как и алгоритм Чейза, два этапа. На первом этапе выполняется жесткая демодуляция сигналов M-QAM и формируется последовательность символов КК₀. Затем, в соответствии с отмеченными выше правилами, определяются евклидовы коор-

динаты x_{1j}^o и x_{2j}^o многомерного сигнала МС₀, с помощью которого символы переданной КК_r с использованием сигналов с M-QAM были переданы по каналу связи. На втором этапе находятся номера позиций символов в КК₀, на которых значения символов определены с низкой надежностью. Для этого, используя оценки координат y_{1j}^r и y_{2j}^r МС_r, значения которых получены в результате мягкой демодуляции МС_r и хранятся в памяти демодулятора, а также координаты x_{1j}^o и x_{2j}^o многомерного сигнала МС₀, вычисляются величины $\Delta_{1j} = |y_{1j}^r - x_{1j}^o|$ и $\Delta_{2j} = |y_{2j}^r - x_{2j}^o|$, с помощью которых вычисляется евклидово расстояние между МС₀ и МС_r,

равное $D_{r,A} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\Delta_{1j}^2 + \Delta_{2j}^2)}$. Если условие $D_{r,A} \leq D_z$

выполняется, то процедура декодирования считается завершенной и оценки значений всех символов, входящих в последовательность КК₀, сделаны без ошибок и равны символам принятой КК_r. Если же это условие не выполняется, то КК₀ содержит ряд ошибочно принятых символов, для исправления которых с помощью ПК требуется найти номера позиций, на которых они расположены. Выше было показано, что, определив энергетику линии связи так, чтобы выполнялось условие

$p_{er} < (\hat{d}_H / 2)$, можно с большой вероятностью гарантировать, что в КК₀ количество символов, значения которых в демодуляторе могли быть определены неверно, будет меньше, чем $(d_H - 1)$, а значения остальных $(n - d_H + 1)$ символов в КК₀ приняты без ошибок. Определить номера позиций символов, принятых с ошибкой, можно, вычисляя $D_{r,A}$ по формуле (1). Вклад символа, расположенного на j -й позиции в последовательности КК₀, в величину $D_{r,A}$ равен $\Delta_j^2 = (\Delta_{1j}^2 + \Delta_{2j}^2)$. Поэтому номера позиций, на которых расположены $(d_H - 1)$ самые большие значения величин Δ_j^2 в последовательности Δ_j^2 ($j = 1 \dots n$), дают номера всех позиций символов в КК₀, значения которых были, возможно, в демодуляторе определены с ошибкой. В последовательности КК₀ на этих позициях следует поставить знак стирания. Значения этих символов могут быть восстановлены, так как ПК, у которого хэммингово расстояние между КК равно d_H , позволяет, как уже отмечалось выше, восстановить значения $(d_H - 1)$ стертых символов.

Отметим преимущества данного метода по сравнению с методом Чейза. Описанный выше метод является универсальным и применим к любым 2^q-ичным ПК. В отличие от алгоритмов, предложенных Чейзом, этот метод не является переборным. Кроме того, он не требует исправления ошибок последовательности КК₀ символов и определения кодовой комбинации ПК, соответствующей этой последовательности. Он основан на определении $(d_H - 1)$ номеров позиций в КК₀, на которых расположены стертые символы, и нахождения их значений

путем решения системы линейных уравнений, представляющих собой суммы по модулю 2^q неизвестных значений стертых символов и значений других $(n - d_H + 1)$ известных информационных и проверочных символов в принятой кодовой комбинации. Поскольку положение стертых символов в KK_0 известны, то для декодирования линейных кодов может быть использован простой метод. Количество вычислений, которые необходимы для исправления $(d_H - 1)$ стираний в KK , пропорционально $G_{ser} = q^2(d_H - 1)^2$ [13, стр. 50]. Из оценки G_{ser} – сложности данного метода S_{0D} , видно, что с увеличением кодовой скорости (R_c), когда уменьшается количество ошибок (т.к. $\hat{d}_H \sim (1 - R_c)$), исправляемых ПК, количество вычислений для определения KK_r этим методом SDD также уменьшается.

Отметим, что во втором переборном алгоритме SDD Чейза количество вычислений, необходимых для определения наиболее правдоподобной KK , составляет $M_2 = 5^{d_{H1}} \gg G_{ser}$. Реализации SDD в системах связи, в которых применяются итерационные методы, также требует весьма большого объема вычислений, так как обработка принятой KK_r требует N -кратного определения апостериорных вероятностей символов принимаемой KK ($N \approx 50$).

Из приведенного анализа следует, что техническая реализация предлагаемого метода SDD является, по видимому, самой простой из тех, которые сегодня применяются в системах связи. Следует обратить внимание на еще одно преимущество предлагаемого этого метода – он обеспечивает минимальное время, необходимое для декодирования принятой кодовой комбинации, обеспечивая минимальную задержку между поступлением сигнала на вход демодулятора и появлением информационных символов на выходе декодера. В ряде случаев к системам связи предъявляются весьма жесткие требования к величине такой задержки.

Оценка надежности приема сообщений в системах с HDD и SDD

Получим оценки надежности приема сообщений в системах с HDD и SDD, в которых используется ПК, а для передачи сигналов – АС с M-QAM. Будем считать, что для передачи 2^q -ичных символов ПК применяются $M = 2^q$ -позиционные АС с M-QAM, обеспечивающие удельную скорость передачи сообщений по каналу связи, равную $R_f = q$ бит/сек·Гц. Известно [2], что для АС с M-QAM нормированное к мощности шума минимальное расстояние d_E разными сигналами равно $d_E = 2\sqrt{V}$, где $V = 3\rho_s / (2^{R_f} - 1) = 3R_f\rho_b / (2^{R_f} - 1)$ (здесь ρ_s – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, ρ_b – отношение сигнал/шум, приходящееся на один бит принятого сигнала).

В системах с HDD в демодуляторе сигналов с M-QAM имеются два квадратурных канала приема, в которых установлены синхронные детекторы (СД) [2]. При детектировании принятого сигнала на их выходах

появляются напряжения, определяющие координаты сигнальной точки принятого сигнала с M-QAM. Эти напряжения при отсутствии шума могут принимать $2^{q/2}$ разных опорных уровней, причем соседние уровни отличаются друг от друга на величину, равную d_E . Опорные уровни сигналов с M-QAM, определяющие двумерные координаты сигнальной точки, на выходах СД дают значения символов, которые могли быть переданы по каналу связи. Из-за действия шума при приеме конкретного сигнала уровни напряжения на выходах СД отличаются от опорных. В каждом канале приема в демодуляторе между уровнями устанавливаются пороги, равные $0,5d_E = \sqrt{V}$ – половине расстояния между соседними уровнями. Решение о том, какой символ был принят, выносится путем сравнения с порогом каждого из принятых уровней на выходе СД. Если из-за действия шума смещение координат сигнальной точки не превысило порога, ошибки в оценке значения символа в демодуляторе не произойдет, в противном случае, это значение будет определено с ошибкой. Так как в системах связи шум, действующий на входе демодулятора, распределен по гауссову закону, то вероятность ошибки при определении значения принятого символа определяется следующей формулой [2]:

$$p_{er} = 1 - [1 - \operatorname{erfc}(\sqrt{V/2})]^2, \quad (2)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) \int_x^\infty e^{-x^2} dx$ – функция Крампа. Из (2)

следует, что $\operatorname{erfc}(\sqrt{V/2}) = [1 - \sqrt{1 - p_{er}}]$. Для того, чтобы определить из (2) энергетический параметр V , при котором обеспечивается требуемое значение вероятности p_{er} , воспользуемся формулой для вычисления функции $\Psi(Z)$, обратной функции $Z = \operatorname{erfc}(x)$. Функцию $\Psi(Z)$ с высокой точностью можно рассчитать таким образом [8]:

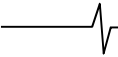
$$\Psi(Z) = u(Z) - \frac{c_0 + c_1 u(Z) + c_2 u(Z)^2}{1 + d_1 u(Z) + d_2 u(Z)^2 + d_3 u(Z)^3}, \quad (3)$$

где $u(Z) = \sqrt{2 \ln[(Z)^{-1}]}$, $c_0 = 2,525517$, $c_1 = 0,802853$, $c_2 = 0,010328$, $d_1 = 1,432788$, $d_2 = 0,189269$, $d_3 = 0,001308$. В рассматриваемом случае величина Z , как видно из (2), зависит от p_{er} : $Z(p_{er}) = 0,5 [1 - \sqrt{1 - p_{er}}]$. При этом, энергетический параметр V можно рассчитать по формуле $V = \{\Psi[Z(p_{er})]\}^2$.

Из (3) следует соотношение, по которому можно определить параметр ρ_{nb} – отношение сигнал/шум, приходящееся на один бит принятого сигнала при жестком декодировании KK помехоустойчивого кода:

$$\rho_b = \frac{(2^{R_f} - 1) \{\Psi[Z(p_{er})]\}^2}{3R_f}. \quad (4)$$

Величина p_{er} в (4) определяет значение энергетического параметра V – энергетику линии связи, которую при проектировании линии связи важно выбрать таким образом, чтобы ПК, который используется для передачи



сообщений, мог бы с большой вероятностью исправить те ошибки в определении значений символов КК, которые возникли при демодуляции принятых сигналов.

Последовательность 2^q -ичных символов, сформированных на выходе демодулятора, поступает на вход декодера. Для каждой КК эта последовательность имеет длину n , а распределение вероятностей количества ошибок в КК является биномиальным [2]. Вероятность P_{decH} – ошибки при HDD, равна вероятности того, что количество ошибок в этой последовательности окажется больше t_H – количества ошибок, которое может быть исправлено кодом. Эта вероятность определяется формулой:

$$P_{decH} = \sum_{i=t_H+1}^n C_n^i P_{er}^i (1-p_{er})^{n-i} \cong e^{-n \left[t_H \ln \left(\frac{t_H}{p_{er}} \right) + (1-t_H) \ln \left(\frac{1-t_H}{1-p_{er}} \right) \right]} \quad (5)$$

Приближенное соотношение в (5) получено в результате оценки суммы методом Чернова [2].

Метод SDD, предложенный Чейзом, основан на определении $(d_H - 1)$ позиций тех символов в КК, значения которых надежно оценить в жестком демодуляторе оказалось невозможно, и они оказались стертыми. Поэтому для нахождения значений этих символов он предложил использовать метод перебора. Однако, вместо перебора для этого можно использовать, как показано выше, гораздо более простую процедуру решения системы линейных уравнений, связывающих значения стертых символов в КК со значениями нестертых, которые с весьма высокой вероятностью являются достоверными. Известно [5], что ПК, у которого минимальное расстояние между КК в ПК равно d_H , способен полностью восстановить $d_{er} = 2t_{er} = (d_H - 1)$ стертых символов.

Если обозначить p_{esr} – вероятность появления в КК стертых символов, то вероятность ошибки декодирования при использовании метода SDD, предложенного Чейзом, может быть определена по формуле, аналогичной (4):

$$P_{decS} = \sum_{i=d_H}^n C_n^i P_{esr}^i (1-p_{esr})^{n-i} \cong e^{-n \left[\hat{d}_H \ln \left(\frac{\hat{d}_H}{p_{esr}} \right) + (1-\hat{d}_H) \ln \left(\frac{1-\hat{d}_H}{1-p_{esr}} \right) \right]}, \quad (6)$$

в которой $\hat{d}_H = (d_H/n)$. Величина p_{esr} в (6) определяет значение энергетического параметра V для метода SDD. Из рассуждений, аналогичных тем, которые были приведены после формулы (4), следует, что для того, чтобы обеспечить малое значение вероятности P_{decS} при использовании ПК с достаточно большой длиной КК, необходимо, чтобы при выборе энергетике линии связи было бы обеспечено выполнение условия $p_{esr} = \gamma \hat{d}_H$, где величина γ может быть выбрана равной $\gamma = 0,7 \dots 0,9$.

Таким образом, если применяются методы HDD или SDD, то значения ρ_{bH} и ρ_{bS} – отношений сигнал/шум, приходящихся на один бит принятого сигнала, можно

определить по формулам:

$$\rho_{bH} = \frac{(2^{R_f} - 1)}{3R_f} \{ \Psi[Z(p_{er})] \}^2 \text{ и}$$

$$\rho_{bS} = \frac{(2^{R_f} - 1)}{3R_f} \{ \Psi[Z(p_{esr})] \}^2. \quad (7)$$

При проектировании системы связи весьма важно знать насколько их ЭЭ к близка предельной, определяемой границей Шеннона [1]. В системах связи, в которых применяются ПК с кодовой скоростью R_c и АС, обеспечивающие передачу сигналов с удельной скоростью, равной R_f , удельная скорость передачи информационных символов по линии связи составляет $R_o = R_f R_c$ бит/сек·Гц. Предел Шеннона [1] для системы связи, обеспечивающей передачу сообщений с такой удельной скоростью, равен

$$\rho_{bsh} = (2^{R_o} - 1)/R_o. \quad (8)$$

Анализ полученных результатов

В этом разделе представлен анализ результатов расчетов по формулам (5...8) для кодов с МДР, для которых $\hat{d}_H = (1 - R_c)$. Аналогичные расчеты можно выполнить и для других видов ПК, используя для этого формулы, приведенные в предыдущем разделе. На рис. 2 представлены зависимости $\rho_{bH}(R_f, R_c)$, $\rho_{bS}(R_f, R_c)$ и $\rho_{bsh}(R_f, R_c)$, рассчитанные для ПК с большой длиной КК, которые позволяют обеспечить малые значения вероятностей ошибки при декодировании ПК методом HDD и SDD. Анализ этих зависимостей показывает, что для любых значений R_f и для сравнительно низких значениях кодовой скорости ($R_c \approx 0,5$) использование метода SDD позволяет получить энергетический выигрыш по отношению к методу HDD равный, примерно, 3 дБ. Этот результат соответствует общей теории кодирования [2, 3].

С увеличением R_c этот выигрыш уменьшается и при $R_c \approx 0,9$ он составляет величину ≈ 1 дБ. Такой характер изменения выигрыша с увеличением R_c естественен, так как при $R_c = 1$ (т.е. когда ПК не применяется) этот выигрыш вообще отсутствует (равен 0 дБ). Сравнение графиков, приведенных на рис. 2 а) и рис. 2 б), при разных значениях параметра γ , от которого зависят необходимые для обеспечения надежной связи вероятности p_{er} и p_{esr} , определяющие энергетику линии, показывает, что его уменьшение с $\gamma = 0,85$ до $\gamma = 0,75$, повышает ее примерно на $0 \dots 0,5$ дБ.

Сопоставление штрих-пунктирных зависимостей рис. 2 для систем с SDD и точечными, определяющими порог Шеннона, показывает, что для любых значениях R_f и R_c энергетические потери (ЭП) систем связи, в которых используются сигналы АС с М-QAM и ПК, значительны. При этом для высокоскоростных систем связи, когда R_f имеет большие значения, эти потери существенно выше, чем для систем, в которых сообщения

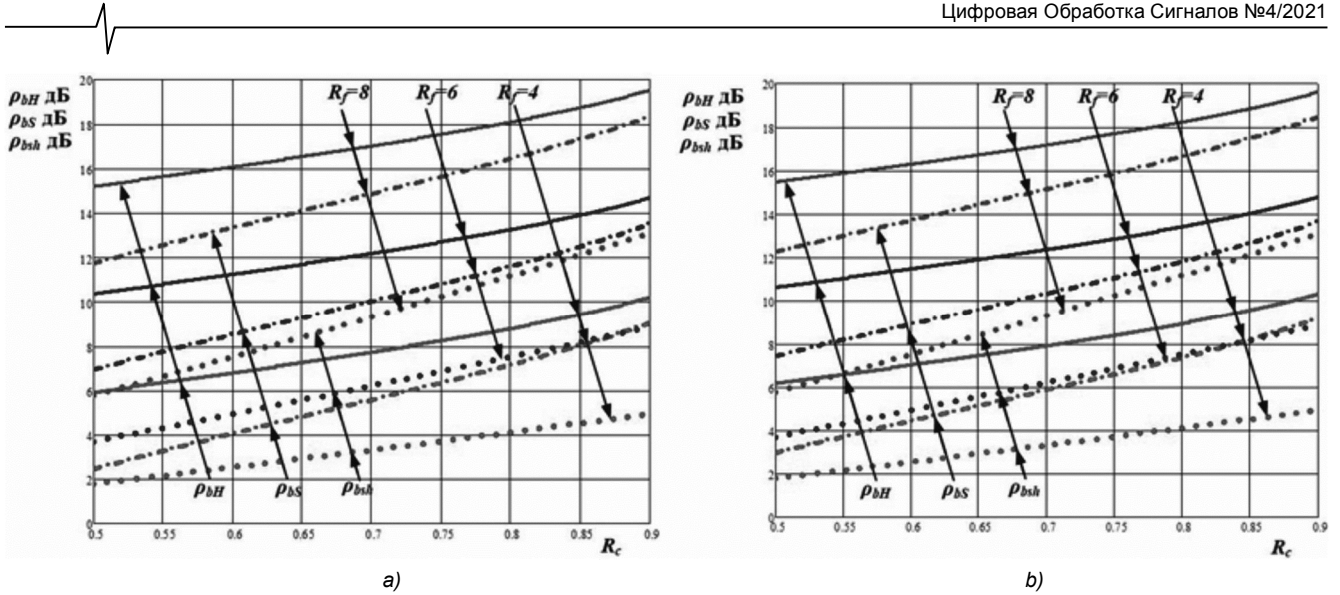


Рис. 2. Зависимости $\rho_{bH}(R_f, R_c)$, $\rho_{bS}(R_f, R_c)$ и $\rho_{bsh}(R_f, R_c)$, (рис. 2 а) – $\gamma = 0,85$; рис. 2 б) – $\gamma = 0,75$)

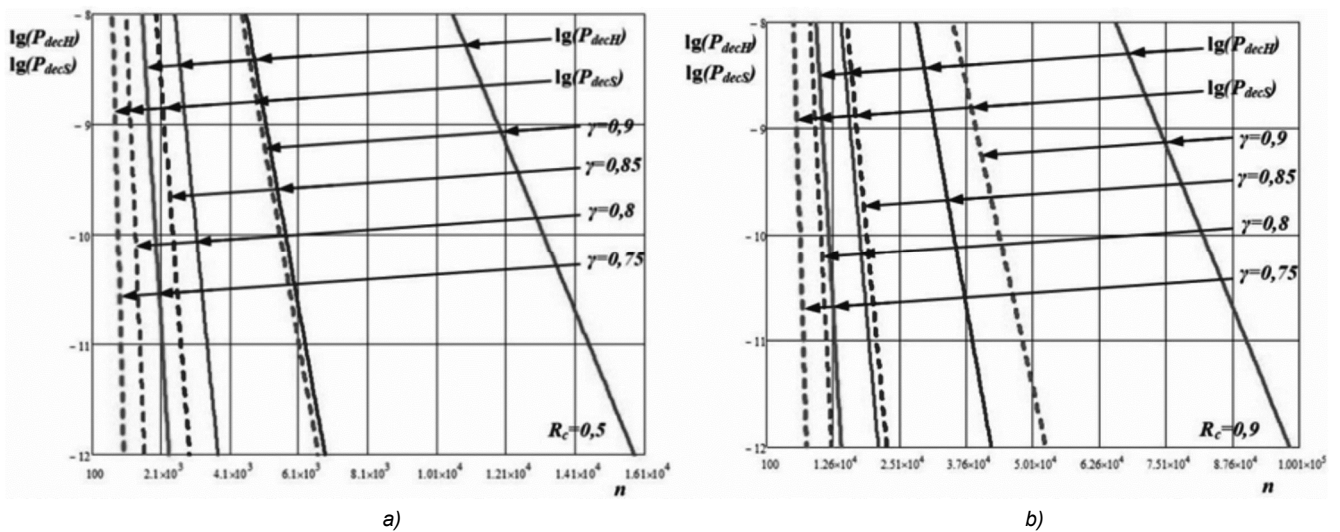


Рис. 3. Зависимости $\lg[P_{decH}(n, R_c)]$ и $\lg[P_{decS}(n, R_c)]$ от n – длины КК

передаются с меньшей скоростью. Следует также отметить, что особенно высоки ЭП в системах, в которых применяются ПК с небольшой кодовой скоростью R_c . Так, например, при $R_f = 8$ бит/сек·Гц ЭП систем с ПК составляют 5...6 дБ при любых значениях R_c ; если же $R_f = 4$ бит/сек·Гц, то ЭП систем с ПК составляют 0,5...1 дБ при $R_c = 0,5$ и ≈ 3 дБ при $R_c = 0,9$. Отсюда следует, что только в сравнительно низкоскоростных системах связи, в которых параметры АС (R_f) и ПК (R_c) имеют небольшие значения, можно обеспечить высокую надежность приема сообщений и малые ЭП по отношению к пределу Шеннона.

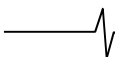
Отметим, что в первых публикациях, посвященных перспективам применения в системах связи новых турбокодов [14] и кодов LDPC [15], указывалось, что эти коды обеспечивают исключительно низкие ЭП по отношению к пределу Шеннона. Однако следует обратить внимание на то, что данные утверждения относились к системам связи, в которых для передачи сообщений использовались сигналы с простой фазовой модуляци-

ей (PSK) и ПК с $R_c = 0,5$. В технической литературе в ряде случаев утверждается, что применение таких кодов большой длины при любых значениях R_f и R_c позволяет обеспечить высокую надежность связи и низкие ЭП по отношению к пределу Шеннона. Это не соответствует действительности и результаты данной статьи показывают, что применение ПК в высокоскоростных системах связи всегда приводит к большим ЭП по отношению к пределу Шеннона. Это важное положение впервые было обосновано в [8].

Для надежной передачи сообщений в системах связи целесообразно, как было показано Шенноном [16], использовать оптимальные многомерные поверхностно- и объемно-сферических ансамбли сигналов, при применении которых отпадает необходимость применения ПК. В [8] предложена конкретная конструкция таких сигналов и рассмотрены вопросы построения для них модуляторов и демодуляторов.

На рис. 3 представлены зависимости вероятностей $P_{decH}(n, R_c)$ и $P_{decS}(n, R_c)$ от n – длины КК.

Сплошные кривые относятся к системам с HDD, а пунктирные – к системам с SDD. На рисунках указаны



значения параметров γ , от которых, как указывалось выше, зависит энергетика линии, обеспечивающая высокую надежность связи. Зависимости на рис. 3 а) построены при $R_c = 0,5$, а на рис. 3 б) – при $R_c = 0,9$. Из рис. 3 видно, что при декодировании ПК по методу HDD длина КК, необходимая для получения высокой надежности приема сообщений, почти в два раза больше, чем при декодировании ПК по методу SDD. Кроме того, из рис. 3 видно, что для ПК, у которых $R_c = 0,9$, длина КК почти в 10 раз больше, чем для ПК, у которых $R_c = 0,5$. Значительное влияние на длину КК при заданном значении P_{dec} оказывает параметр γ – при изменении его значения от $\gamma = 0,75$ до $\gamma = 0,9$ необходимая длина КК увеличивается примерно в 8 раз.

Отметим, что при применении ПК с длинными КК сложности технической реализации систем связи возрастают. Следует также иметь в виду, что в системах с ПК с длинными КК существенно увеличивается задержка при приеме сообщений, что является недопустимым в ряде специальных систем связи. Поэтому при проектировании системы связи значение параметра γ следует выбирать как можно меньшим. При обсуждении зависимостей, представленных на рис. 2, указывалось, что при уменьшении этого параметра с $\gamma = 0,85$ до $\gamma = 0,75$ энергетика линии связи увеличивается на небольшую величину – примерно на 0,5 дБ. Поэтому целесообразно значение параметра γ выбирать в этом интервале.

Заключение

В данной статье предложен новый метод мягкого декодирования кодовой комбинации помехоустойчивого кода и разработана методика определения надежности связи при жестком (HDD) и мягком (SDD) методе декодирования. Надежность связи зависит от удельной скорости передачи сигналов (R_f), принадлежащих АС с QAM, кодовой скорости (R_c) ПК и длины (n) КК. Показано, что при малых значениях R_c применение метода SDD обеспечивает по отношению к методу HDD энергетический выигрыш, равный 2 дБ. Этот выигрыш уменьшается до 1 дБ при больших значениях R_c . Сформулированы рекомендации по выбору энергетических параметров системы связи, выбор которых позволяет при заданной надежности приема сообщений уменьшить длину кодовой комбинации, практически не повышая энергетiku линии связи.

Определены возможные энергетические потери систем связи с ПК по отношению к пределу Шеннона. Показано, что эти потери могут быть незначительны только для низкоскоростных систем связи. Для высокоскоростных систем связи они оказываются значительными, особенно при применении ПК с небольшой кодовой скоростью.

Создание систем связи с характеристиками, близкими к предельным по Шеннону, имеет большое практическое значение. В 2017 г. в Международном Союзе Электросвязи были сформулированы требования к пер-

спективным системам беспроводного доступа, пользователи которой должны иметь возможность передачи сообщений в канале с ограниченной полосой частот до 100 Мбит/с. В статье отмечено, что в перспективных системах связи, предназначенных для передачи сообщений с высокой скоростью и высокой энергетической эффективностью целесообразно применять оптимальные многомерные АС, которые позволяют обеспечить высокую надежность приема сообщений без использования помехоустойчивых кодов.

Литература

1. Shannon C. Communication in the presence of noise, Proc. IRE, № 1, 1949. (Перевод на русский язык статьи «Связь при наличии шума», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы / под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
2. Прохис Дж. Цифровая связь // пер. с английского под ред. Д.Д. Кловского. М.: Советское радио, 2000.
3. Дж. Кларк мл., Дж. Кейн. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М.: Радио и связь, 1987.
4. D. Chase, A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-18, № 1, pp. 170-182, Jan. 1972.
5. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
6. Uryvsky L., Osypchuk S, The analytical description of regular LDPC codes correcting ability. Transport and Telecommunication, 2014, vol.15, № 3, С. 177-184.
7. Фролов А.А., Зяблов В.В., Границы минимального кодового расстояния для двоичных кодов на двудольных графах, Пробл. передачи информ., 2011, том 47, выпуск 4, 27-4.
8. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовских каналах связи. М.: Техносфера, 2018.
9. Vicente Torres 1, Javier Valls 1, Maria Jose Canet and Francisco García-Herrero, Soft-Decision, Low-Complexity Chase Decoders for the RS (255,239) Code. Electronics 2019, 8, 10 p.
10. Yingquan Wu, Fast Chase Decoding Algorithms and Architectures for Reed-Solomon Codes, IEEE Trans. Inf. Theory. Vol. 58, № 1, January 2012, pp. 109-129
11. Siyun Tang and Xiao Ma Member, IEEE A New Chase-type Soft-decision Decoding Algorithm for Reed-Solomon Codes. Electronics and Communication Engineering, Sun Yatsen University 2013 pp. 1-28
12. Немировский Э.Э., Романенко Г.В., Михайловская Л.Г. Аналитические оценки квазиоптимальных методов приема в целом блочных кодов. Проблемы передачи информации, вып. 4, 1981, с. 34-40.
13. Форни Д. Каскадные коды. М.: МИР, 1970, с. 205.
14. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. Proc. IEEE Int. Conf. Communications, Geneva, Switzerland, 1993, pp. 1064-1070.
15. MacKay D.J.C., Neal R.M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes. Electronics Letters, 13th March, Vol. 33, № 6, 1997.
16. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликована в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963).