

УДК 621.391.13

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И ИХ СВОЙСТВА

Быховский М.А., д.т.н., профессор, e-mail: bykhmark@gmail.com

THE METHOD OF FORMING OPTIMAL MULTIDIMENSIONAL SIGNAL STRUCTURES AND THEIR PROPERTIES

Bykhovskiy M.A.

The article proposes a method of forming ensembles of multidimensional signals with hyperphase modulation (HPPM) for transmitting messages with a certain number. The dependence of the specific rate of transmission of messages with HPPM on the value of the minimum distance between the signals, as well as issues related to the structure of this ensemble are investigated. A method for estimating the energy losses of communication systems using two-dimensional signal ensembles and error-correcting codes for the transmission of messages is considered, in comparison with systems in which HPPM are used for this.

Formulas are obtained that make it possible to determine the dependence of the specific signal transmission rate on the normalized value of the minimum distance between the signals belonging to the HPPM, and the issues of the formation of signal modulation indices when transmitting messages with a certain number are considered. It is shown that, using HPPM, it is possible to ensure high reliability of message reception without the use of error-correcting codes (ECC). Estimates of the energy losses of communication systems with a ECC are given in comparison with systems in which signals from HPPM are used, as well as an increase in the duration of signals in them to ensure the required communication reliability. The results of the article show that it is advisable to use ensembles of signals with HPPM in new systems that must ensure the transmission of messages over communication channels at a high speed.

Key words: Formation of optimal multidimensional signals, error-correcting codes, message transmission rate, energy efficiency, noise immunity of signal reception.

Ключевые слова: формирования оптимальных многомерных сигналов, помехоустойчивые коды, скорость передачи сообщений, энергетическая эффективность, помехоустойчивость приема сигналов.

Введение

Развитие телекоммуникаций сопровождало всю человеческую историю и за последние примерно 200...250 лет, начиная с создания первых линий электросвязи, телекоммуникации превратились в мощнейший катализатор развития нашей цивилизации. Основной задачей совершенствования телекоммуникационных систем всегда являлось повышение эффективности использования телекоммуникационной инфраструктуры – каналов наземных и беспроводных линий и сетей связи, с целью передачи по ним с возможно наименьшими энергетическими затратами сообщений с наибольшей скоростью.

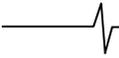
Американский ученый Клод Шеннон внес огромный вклад в открытие основных законов теории связи, устанавливающих пределы повышения скорости передачи сообщений по каналам связи, для которых выделена определенная полоса частот (F), и уменьшения энергетики линии связи, позволяющей обеспечить необходимое отношение сигнал/помеха (ρ_s) на входе демодулятора принимаемых сигналов. Согласно его знаменитой теореме, пропускная способность канала связи (максимально возможная скорость передачи сообщений) в условиях

Предложен метод формирования ансамблей многомерных сигналов с гиперфазовой модуляцией (ГПФМ) для передачи сообщений, имеющих определенный номер. Исследуются зависимость удельной скорости передачи сообщений при ГПФМ от величины минимального расстояния между сигналами, а также вопросы, связанные со структурой этого ансамбля. Рассмотрен метод оценки энергетических потерь, которые имеют системы связи, использующие для передачи сообщений двумерные ансамбли сигналов и помехоустойчивые коды, по сравнению с системами, в которых для этого применяются ГПФМ.

Получены формулы, позволяющие определять зависимость удельной скорости передачи сигналов от нормированного значения минимального расстояния между сигналами, принадлежащими ГПФМ, и рассмотрены вопросы формирования индексов модуляции сигналов при передаче сообщений с определенным номером. Показано, что, применяя ГПФМ, можно обеспечить высокую достоверность приема сообщений без применения помехоустойчивых кодов (ПК). Даны оценки энергетических потерь систем связи с ПК по сравнению с системами, в которых применяются сигналы с ГПФМ, а также увеличение в них длительности сигналов для обеспечения требуемой надежности связи. Результаты статьи показывают, что ансамбли сигналов с ГПФМ целесообразно применять в новых системах, которые должны обеспечивать передачу сообщений по каналам связи с высокой скоростью.

действия в нем гауссовского шума определяется соотношением [1]

$$R_{\max} = F \log_2(1 + \rho_s) \text{ или } \rho_s = (2^{R_f} - 1), \quad (1)$$



где $R_f = (R_{max} / F)$ бит/сек·Гц – удельная скорость передачи сообщений, а параметр ρ_s представляет собой предел Шеннона и определяет минимальную энергетику линии связи, при которой, передавая сообщения с удельной скоростью R_f , можно, в принципе, обеспечить абсолютную надежность связи – передавать сообщения по каналу связи без ошибок. В работе [2] было показано, что приблизится к предельным характеристикам (1) возможно в системах связи, в которых для передачи сообщений используются многомерные ансамбли сигналов (АС) большой длительности.

В середине XX столетия К. Шенноном [1, 2] и В.А. Котельниковым [3] в теорию связи была введена чрезвычайно полезная интерпретация процессов передачи и приема сообщений, основанная на использовании понятий, связанных с N -мерным сигнальным евклидовым пространством. Эта интерпретация позволяет находить решения ряда сложных проблем, связанных с формированием оптимальных сигналов и, основываясь на наглядных геометрических представлениях, определять пропускную способность каналов связи и выбирать сигналы, с помощью которых можно передавать по каналу связи сообщения с максимально высокой помехоустойчивостью.

Представление сигналов в виде сигнальных точек в N -мерном сигнальном пространстве основано на теореме Найквиста-Котельникова-Шеннона, согласно которой в канале связи, имеющем полосу частот, равную F , любые сигналы длительностью T могут быть представлены в виде суммы $N = 2 \text{int}(FT)$ ($\text{int}(x)$ – целая часть числа x) элементарных сигналов. Полоса частот канала связи обычно является заданной и безразмерный параметр (FT) можно рассматривать как нормированную длительность сигналов, передаваемых по такому каналу. В дальнейшем будем считать, что FT является целым числом ($FT = 1, 2, \dots, N/2$).

Для геометрического представления сигналов можно использовать разложение передаваемых сигналов по базису ортогональных функций. В частности, при передаче сообщений по каналу связи с полосой F методом временного уплотнения (TDMA) интервал, равный длительности T , делится на подинтервалы, длительность каждого из которых составляет $\tau_T = 2(T/N) = 1/F$. В течение каждого подинтервала $t \in T_i = [(i-1)\tau_T, i\tau_T]$ ($i = 1 \dots FT$) в канал связи передаются элементарные сигналы, имеющие в вид $S_{2i-1,m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{si}^m \times \sin[\omega_0(t - (i-1)\tau_T)]$ и $S_{2i,m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{ci}^m \times \cos[\omega_0(t - (i-1)\tau_T)]$, за пределами которого они равны 0 (здесь P_s – средняя мощность сигнала, поступающего на вход демодулятора). Энергия таких сигналов равна, очевидно, $E_i = P_s(FT)[(x_{si}^m)^2 + (x_{ci}^m)^2]$. Параметры x_{si}^m и x_{ci}^m определяются передаваемой информационной цифровой последовательностью, поступающей на вход модулятора, зависящей только от номера передаваемого сообщения. Сигнал, поступающий на вход приемника по каналу связи за время T , может быть записан в виде

$$S_m(t) = \sum_{i=1}^{N/2} [S_{(2i-1),m}(t) + S_{2i,m}(t)]. \quad (2)$$

Его энергия равна $E = P_s(FT) \sum_{i=1}^{FT} \{(x_{si}^m)^2 + (x_{ci}^m)^2\}$. Отметим, что параметры x_{si}^m и x_{ci}^m в (2) определяют евклидовы координаты сигнальной точки (CT_m), соответствующей сигналу $S_m(t)$ в N -мерном пространстве.

Другим методом передачи является метод частотно-уплотнения канала связи с ортогональными поднесущими (OFDM). Длительность передачи каждой поднесущей равна полной длительности передаваемого сигнала T , а на каждой из поднесущих в течение указанного интервала времени передаются элементарные сигналы $S_{(2i-1),m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{si}^m \sin \omega_i t$ и $S_{2i,m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{ci}^m \times \cos \omega_i t$, частоты которых выбраны так, чтобы выпол-

нялись условия $\int_0^T S_{i,m}(t) S_{j,m}(t) dt = 0$ при $i \neq j$. Для этого

необходимо, чтобы $|\omega_i - \omega_j| = 2\pi |i - j| / T$ при $i \neq j$. В данном случае принятый сигнал за время T также может быть записан в виде (2).

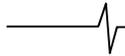
Отметим, что оба эти метода (TDMA и OFDM) передачи сообщений с точки зрения геометрической трактовки алгоритмов передачи и приема сигналов полностью эквивалентны. В работе [2] было показано, что сигнальные точки, соответствующие сигналам $S_m(t)$, принадлежащим оптимальному многомерному АС, с помощью которого можно создавать системы связи, энергетическая и спектральная эффективность которых близка к предельной по Шеннону, должны лежать на поверхности N -мерной сферы (такой АС принято называть поверхностно-сферическим – ПСАС, в [4], где был предложен конкретный метод построения ПСАС, такой метод передачи сообщений назван гиперфазовой модуляцией – ГПФМ), т.е., как следует из (2), координаты CT_m должны удовлетворять условию

$$\sum_{i=1}^{FT} (x_{si}^m)^2 + (x_{ci}^m)^2 = 1. \quad (3)$$

В [2] были получены важные результаты, позволяющие вычислить вероятность ошибки при демодуляции таких сигналов (P_{dem}) и показано, что $P_{dem} \rightarrow 0$ при $FT \rightarrow \infty$, если сообщения в системе связи передаются с удельной скоростью, меньшей пропускной способности канала связи. Отметим, при ГПФМ – минимальное евклидово расстояние между двумя сигналами ($S_{m1}(t)$ и $S_{m2}(t)$) в N -мерном евклидовом пространстве – равно

$$D_m(\Delta\varphi_1, FT) = \sqrt{\int_0^T [S_{m1}(t) - S_{m2}(t)]^2 dt} = \sqrt{P_s(FT)} \hat{d}_m(\Delta\varphi_1), \quad (4)$$

где $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2 \sin(\Delta\varphi_1/2)$ – нормированное значение минимального евклидова расстояния между CT_{m1} и CT_{m2} на поверхности N -мерной сферы с радиусом, равным 1, а $\Delta\varphi_1$ угловое расстояние между ними. Из (4)



следует, что $D_m(\Delta\varphi_1, FT) \rightarrow \infty$ при $(FT) \rightarrow \infty$ и $P_s = const$, т.е. расстояние $D_m(\Delta\varphi_1, FT)$ увеличивается с увеличением параметра (FT) и, соответственно, влияние шума на прием сообщений уменьшается. Важно также отметить, что в [2] рассматривался случай, когда все координаты сигналов $S_m(t)$ зависят только от информационных символов, определяющих номер (m) передаваемого сигнала. Передача в системе связи каких-либо избыточных символов не предусматривалась, т.е. результаты [2] относятся к системам связи, в которых помехоустойчивые коды для повышения помехоустойчивости приема сообщений не применяются. Отметим также, что в [2] не затрагивались важные вопросы, связанные с построением сигнальных конструкций ГПФМ. Эти вопросы, а также вопросы построения устройств для модуляции и демодуляции сигналов с ГПФМ, рассмотрены в [4].

В данной работе предложен метод формирования ансамблей многомерных сигналов с ГПФМ для передачи сообщений, имеющих определенный номер. Исследуются зависимость удельной скорости передачи сообщений при ГПФМ от величины $\Delta\varphi_1$ – минимального углового расстояния между сигналами в ПСАС, а также вопросы, связанные со структурой ПСАС. Рассмотрен метод оценки энергетических потерь, которые имеют системы связи, использующие для передачи сообщений двумерные ансамбли сигналов и помехоустойчивые коды, по сравнению с системами, в которых для этого применяются ПСАС.

Формирование оптимальных многомерных сигнальных конструкций

Рассмотрим метод построения оптимальных многомерных АС, с помощью которых может быть достигнута предельно высокая помехоустойчивость приема сигналов без применения помехоустойчивых кодов. Для этого определим класс сигналов, каждому из которых соответствуют определенные сигнальные точки, лежащие на поверхности N -мерной сферы. Если обозначить один из таких сигналов $S_m(t)$, то нормированные координаты соответствующей ему CT_m , лежащие на N -мерной сфере, радиус которой равен 1, как следует из (3), могут быть записаны в сферической системе координат следующим образом [5]:

$$\left. \begin{aligned} x_{s1}^m &= R_{0,m} \sin\varphi_{1,m}, x_{c1}^m = R_{1,m} \sin\varphi_{2,m}, x_{s2}^m = \\ &= R_{2,m} \sin\varphi_{3,m}, x_{c2}^m = R_{3,m} \sin\varphi_{4,m}, \dots, \\ x_{si}^m &= R_{2(i-1),m} \sin\varphi_{(2i-1),m}, x_{ci}^m = R_{(2i-1),m} \sin\varphi_{2i,m}, \dots, \\ x_{s,(2FT-1)}^m &= R_{2(FT-1),m} \sin\varphi_{(2FT-1),m}, x_{c,(2FT-1)}^m = \\ &= R_{2(FT-1),m} \cos\varphi_{(2FT-1),m}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В (5) обозначено: $R_{0,m} = 1, R_{1,m} = \cos\varphi_{1,m}, R_{2,m} = (\cos\varphi_{1,m} \cos\varphi_{2,m}), R_{2(i-1),m} = \left(\prod_{k=1}^{2(i-1)} \cos\varphi_{k,m}\right), R_{(2i-1),m} =$

$$= \left(\prod_{k=1}^{2i} \cos\varphi_{k,m}\right), \dots, R_{2(FT-1),m} = \left(\prod_{k=1}^{2(FT-1)} \cos\varphi_{k,m}\right). \text{ В (5) } \varphi_{l,m} - \text{ сферические координаты } CT_m, \text{ лежащей на поверхности } N\text{-мерной сферы, радиус которой равен 1. Параметры } \varphi_{l,m} \text{ при } l = 1 \dots (N-1) \text{ являются информационными и используются для передачи в системе связи полезных сообщений. Эти параметры при } l = 1 \dots 2(FT-1) \text{ изменяются в интервале } [-\pi/2 \dots \pi/2], \text{ а параметр } \varphi_{(2FT-1),m} - \text{ в интервале } [0 \dots 2\pi].$$

Из (5) следует, что при любых значениях φ_{im} справедливо соотношение $\sum_{i=1}^{FT} (x_{si}^m)^2 + (x_{ci}^m)^2 = 1$. При конструировании ПСАС будем считать, что угол $\varphi_{1,m}$ в (5) изменяется по закону $\varphi_{1,m} = I_1 \Delta\varphi_1$, где $I_1 \in [-M_1 \dots M_1]$ (параметр I_1 и введенные ниже параметры I_j – целые числа, будем называть индексами модуляции). При этом $M_1 = \text{int}(\pi/2\Delta\varphi_1)$, где $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2 \sin(\Delta\varphi_1 / 2)$. Величина $\Delta\varphi_1$ определяет не только минимальное нормированное евклидово расстояние между сигналами $S_m(t)$, принадлежащими ПСАС, но и общее количество входящих в него сигналов – общее количество M_N сигнальных точек, которые могут быть размещены на поверхности N -мерной сферы, радиус которой равен 1.

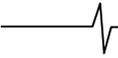
Будем считать, что угол $\varphi_{j,m} (j = 1 \dots 2(FT-1))$ в (5) изменяется по закону $\varphi_{j,m} = I_j \Delta\varphi_j$, и определим минимальное нормированное расстояние между любыми двумя CT_{m1} и CT_{m2} , расположенными на поверхности N -мерной сферы, сферические координаты которых отличаются только значениями одного j -го параметра $\varphi_{j,m1}$ и $\varphi_{j,m2}$ так, что $|\varphi_{j,m1} - \varphi_{j,m2}| = \Delta\varphi_j$. Из (5) следует, что

$$\hat{d}_j^2(m1, m2) = \sum_{k=j}^{(FT-1)} \left[(x_{sk}^{m1} - x_{sk}^{m2})^2 + (x_{ck}^{m1} - x_{ck}^{m2})^2 \right] = \{2R_{(j-1),m} [\sin(\Delta\varphi_j / 2)]\}^2, \quad (6)$$

где $R_{(j-1),m} = \prod_{k=1}^{(j-1)} \cos\varphi_{k,m}$. Так как в ПСАС значение минимального расстояния между любыми CT_{m1} и CT_{m2} не должно зависеть от значения j , то из (6) следует, что $\hat{d}_j^2(m1, m2) = \hat{d}_m^2$, т.е. параметры $\Delta\varphi_j$ и $\Delta\varphi_1$ при $j \geq 1$ связаны с друг с другом соотношением $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2R_{(j-1),m} \sin(\Delta\varphi_j / 2) = 2R_{2(FT-1),m} \sin(\Delta\varphi_{(2FT-1)} / 2)$, из которого следует, что:

$$\sin(\Delta\varphi_j / 2) = \sin(\Delta\varphi_1 / 2) / R_{(j-1),m} = \hat{d}_m / 2R_{(j-1),m}. \quad (7)$$

Из (7), в частности, следует, что так как $R_{(j-1),m} \leq 1$ и для высокоскоростных систем ($R_j \geq 3$ бит/сек/Гц)



всегда выполняется условие $\sin(\Delta\varphi_j/2) \cong \Delta\varphi_j/2$, то $\Delta\varphi_j \geq \hat{d}_m$. Используя соотношение (7), можно рекуррентно определять значения $\Delta\varphi_j$ и интервал чисел, к которому принадлежит индекс $I_j \in [-M_j \dots M_j]$. При этом $M_j = \text{int}(\pi/2\Delta\varphi_{j,m})$ при $1 \leq j \leq (2FT-2)$ и $M_{(2FT-1)} = \text{int}(\pi/\Delta\varphi_{(2FT-1)})$.

Для определения значения M_j следует учитывать, что в соотношении (7) должно соблюдаться условие $\hat{d}_m/2R_{(j-1),m} \leq 1$, откуда следует, что

$$M_j = \text{int} \left[\frac{\arccos \left(\frac{\hat{d}_m}{2R_{(j-1),m}} \right)}{\Delta\varphi_{j,m}} \right]. \quad (8)$$

Таким образом, из формулы (7) могут быть определены сферические координаты (фазы $\varphi_{j,m}$) всех возможных сигнальных точек CT_m для ПСАС. Отметим, что из (7) и (8) следует, что, если $j_1 < j_2$, то $\Delta\varphi_1 < \Delta\varphi_{j_1,m} < \Delta\varphi_{j_2,m}$, а также то, что каждая из указанных выше величин $\Delta\varphi_{j,m}$ и M_j зависят от значений всех индексов модуляции I_k при $k \leq (j-1)$.

Если известны значения I_k при $k \leq (2FT-2)$, то количество сигнальных точек в ПСАС определяется количеством значений координат, соответствующих параметру $\Delta\varphi_{(2FT-1)}$, которое равно $2(M_{(2FT-1)}+1)$. Таким образом, общее количество сигнальных точек, которое можно расположить в N -мерном евклидовом пространстве на поверхности сферы с радиусом, равным 1, так, чтобы минимальное расстояние между разными СТ превышало бы величину $\hat{d}_m(\varphi_1, FT) = 2\sin(\Delta\varphi_1/2)$, определяется следующей точной формулой:

$$M_N = \sum_{I_1=-M_1}^{M_1} \sum_{I_2=-M_2}^{M_2} \dots \sum_{I_{(2FT-2)}=-M_{(2FT-2)}}^{M_{(2FT-2)}} M_{(2FT-1)} = \sum_{I_1=-M_1}^{M_1} K_1(I_1), \quad (9)$$

где $K_1(I_1) = \sum_{I_2=-M_2(I_1)}^{M_2(I_1)} \dots \sum_{I_{(2FT-2)}=-M_{(2FT-2)}(I_1)}^{M_{(2FT-2)}(I_1)} M_{(2FT-1)}$. Опреде-

лив M_N – количество сигналов в ПСАС, по формуле

$$R_f(\Delta\varphi_1, FT) = 2\log_2(M_N)/N = \log_2(M_N)/(FT), \quad (10)$$

можно вычислить удельную скорость передачи сообщений с помощью сигналов с ГПФМ.

Как видно из (5), параметр I_1 определяет значение первой координаты (x_{s1}^m) сигнальных точек ПСАС. При этом остальные координаты СТ, нормированные к величине $\sqrt{1-(x_{s1}^m)^2} = \cos(I_1\Delta\varphi_1)$, при $I_1 = \text{const}$ оказываются связанными соотношением (3). Это означает, что эти координаты расположены на поверхности $(N-1)$ -мерной сферы, радиус которой равен 1, а мини-

мальное угловое расстояние ($\Delta\varphi_2$) между СТ, к которым относятся эти координаты, определяется формулой (7).

Представим следующую интерпретацию формулы (9). Эта формула показывает, что все множество СТ в ПСАС, состоящее из M_N элементов, может быть разбито на разные классы, определяемые индексами модуляции I_1, I_2 и т.д. Имеется $(2M_1+1)$ классов 1-го порядка, в каждом из которых содержится $K_1(I_1)$ СТ. Каждый класс 1-го порядка разбит на $(2M_2+1)$ классов 2-го порядка, каждый из которых соответствует значению индекса модуляции I_2 , причем $K_2(I_1, I_2) =$

$$= \sum_{I_3=-M_3}^{M_3} \sum_{I_4=-M_4}^{M_4} \dots \sum_{I_{(2FT-2)}=-M_{(2FT-2)}}^{M_{(2FT-2)}} M_{(2FT-1)} \quad \text{и} \quad K_1(I_1) =$$

$$= \sum_{I_2=-M_2}^{M_2} K_2(I_1, I_2).$$

Разбиение множества всех СТ в

ПСАС позволяет преобразовать m (номер передаваемого сообщения) в последовательность индексов модуляции I_k ($k=1 \dots 2FT-1$), с помощью которых, используя формулы (5), определяются евклидовы координаты соответствующей этому номеру СТ: если $K_1(I_1) \leq m < K_1(I_1+1)$, то этому номеру соответствует индекс I_1 , после определения индекса I_1 осуществляется определение второго индекса путем проверки выполнения условия $K_2(I_1, I_2) \leq m < K_2(I_1, I_2+1)$. Действуя подобным образом, для сообщения, имеющего номер m , последовательно за N шагов определяются все соответствующие ему индексы модуляции.

Приближенный достаточно простой метод вычисления величины M_N был предложен в работе Шеннона [2]. Этот метод основан на оценке размера зоны правильного приема каждого сигнала, входящего в ПСАС, определяемой телесным углом, равным площади, вырезаемой на единичной N -мерной сфере конусом, телесный угол которого равен $\Delta\varphi_1$. Шеннон показал, что

$$M_N \cong \text{int}[\mathcal{G}(\pi, N)/\mathcal{G}(\Delta\varphi_1, N)] =$$

$$= \text{int} \left[\frac{2 \int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta} \right],$$

$$R_f(\Delta\varphi_1, FT) = \log_2[M_N]/(FT), \quad (11)$$

где $\mathcal{G}(\Delta\varphi_1, N) = \frac{(N-1)\pi^{(N-1)/2}}{\Gamma[(N+1)/2]} \int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta$ (здесь

$\Gamma(x)$ – гамма-функция). Отметим, что, учитывая, что

$$\int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta \leq \frac{\sin^{N-1}(\Delta\varphi_1/2)}{(N-1)\cos(\Delta\varphi_1/2)} \quad \text{и}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta \cong \sqrt{\pi/2(N-2)},$$

можно записать следу-

ющее приближенное выражение для $R_f(\Delta\varphi_1, FT)$, дающее достаточно высокую точность при $FT \geq 6$:

$$R_f(\Delta\varphi_1, FT) \cong \left\{ 2 \log_2 \left[\frac{1}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi_1}{2}\right)} \right] - \frac{\log_2\left(\frac{\pi FT}{2}\right)}{2(FT)} \right\} \cong \cong 2 \log_2 \left[\frac{1}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi_1}{2}\right)} \right]. \quad (12)$$

Из (12) следует, что $R_f(\Delta\varphi_1, FT)$ и $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1)$ связаны при $(FT) \gg 1$ простым соотношением

$$\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2 \cdot 2^{-0.5R_f(\Delta\varphi_1, FT)}. \quad (13)$$

Из (7), (8) и (9) следует, что формулу (11) можно также записать в следующем виде:

$$M_N = \sum_{I_1=-M_1}^{M_1} \text{int}[\mathcal{G}(\pi, N-1) / \mathcal{G}(I_1 \cdot \Delta\varphi_1, N-1)]. \quad (14)$$

Отдельные слагаемые в формуле (14) представляют собой количество сигналов в ПСАС, в которых первая из угловых координат может принимать значения $\varphi_{1,m}(I_1) = I_1 \cdot \Delta\varphi_1$, где I_1 – любое целое число, лежащее в интервале $-M_1 \leq I_1 \leq M_1$.

Отметим, что вычисления M_N по точной формуле (9) при малых значениях $\Delta\varphi_1$ и больших (FT) занимают достаточно много машинного времени. Рассмотрим метод, позволяющий получить простую оценку для M_N , которая в тех случаях, когда $(FT) \geq 10$, имеет, как показывают результаты приведенных ниже расчетов, достаточно высокую точность, практически такую же как оценка Шеннона (11).

Введем классификацию СТ рассматриваемого ПСАС, которая учитывает количество у них координат, отличных от нуля. Будем называть сигнальными точками i -го порядка (СТ- i) те, которые лежат на поверхности N -мерной сферы единичного радиуса и у которых отличны от нуля только i координат. Отметим, элементы полного множества СТ могут быть разбиты на группы, отличающиеся номерами координат, которые равны 0. Количество таких групп равно, очевидно, $C_{2(FT-1)}^i$ – числу сочетаний из $2(FT-1)$ по i . В каждую группу входят сигнальные точки, отличающиеся друг от друга значениями своих координат, причем нормированное минимальное расстояние между этими СТ, равно \hat{d}_m . Количество СТ в каждой группе равно

$$G_i = \sum_{I_1=-M_1}^{M_1} \sum_{I_2=-M_2}^{M_2} \dots \sum_{I_{(i-1)}=-M_{(i-1)}}^{M_{(i-1)}} (2M_i + 1). \quad (15)$$

Учитывая, что для высокоскоростных систем ($R_f \geq 3$ бит/сек·Гц) всегда выполняются условия $\Delta\varphi_{j,m} \ll 1$, $\Delta\varphi_{j,m} \geq \hat{d}_m$, следовательно, $\sin(\Delta\varphi_{j,m}/2) \cong \cong \Delta\varphi_{j,m}/2$. При этом в (15), как следует из (5) и (7),

$$M_i \cong \left(\pi \prod_{l=1}^{(i-1)} \cos \varphi_{l,m} \right) / 2\hat{d}_m, \quad \varphi_{l,m} = I_l \Delta\varphi_l. \quad \text{Учитывая,}$$

что $\Delta\varphi_l \geq \hat{d}_m$, из (15) получим следующую оценку для величины G_i :

$$G_i \leq \frac{\pi}{(\hat{d}_m/2)^i} \prod_{l=1}^{i-1} \left\{ \sum_{I_l=-M_l}^{M_l} \cos(I_l \Delta\varphi_l) \Delta\varphi_l \right\}. \quad (16)$$

Для приближенного вычисления сумм в (16) воспользуемся формулой Эйлера-Маклорена [6]

$$\sum_{I_l=-M_l}^{M_l} \cos(I_l \Delta\varphi_l) \Delta\varphi_l \cong \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x) dx = 2. \quad \text{В результате}$$

приходим к следующей оценке количества СТ в ПСАС:

$$M_N \leq \pi \sum_{l=1}^{N-2} C_{N-2}^l (\hat{d}_m/2)^{-l} = \pi \{ [1 + (2/\hat{d}_m)]^{N-2} - 1 \} \approx \frac{\pi}{(\hat{d}_m/2)^{N-2}}. \quad (16)$$

При этом, с учетом (10), удельную скорость передачи сообщений при использовании сигналов с ГПФМ можно вычислить по формуле:

$$R_{fo}(\Delta\varphi_1, FT) \approx \approx 2 \left(1 - \frac{1}{(FT)} \right) \log_2 \left[\frac{1}{\sin(\Delta\varphi_1/2)} \right] + \frac{\log_2(\pi)}{(FT)}. \quad (17)$$

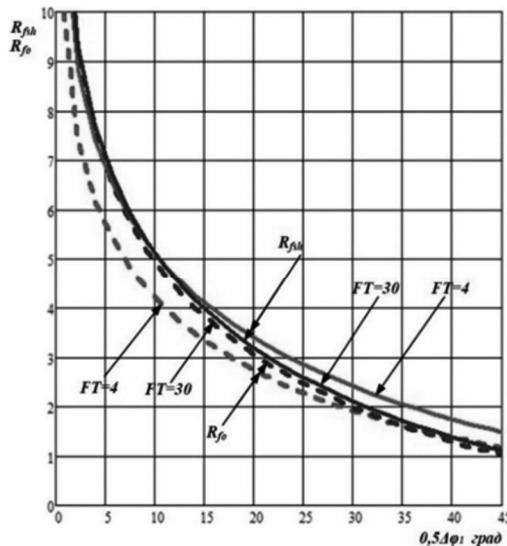
Отметим, что зависимость (17) при $(FT) \geq 10$ весьма близка к аналогичной зависимости (12). Из (16) видно, что при $\hat{d}_m \ll 1$ в сумме этой формулы значение M_N определяет ее последнее слагаемое. Таким образом, при высокой удельной скорости передачи сообщений с помощью сигналов исследуемой сигнальной конструкции целесообразно применять лишь сигналы, входящие в группу $(N-1)$ -го порядка, так как количество сигналов, входящих в группы меньшего порядка, невелико и, следовательно, их исключение из ПСАС эту скорость практически не уменьшит.

Анализ полученных результатов

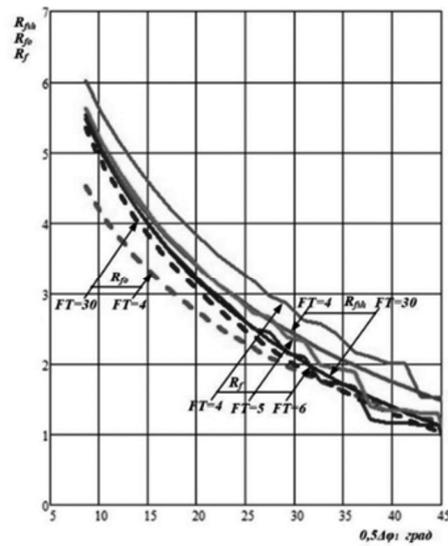
Сопоставим результаты зависимости удельной скорости передачи сообщений по каналу связи от параметров ПСАС $\Delta\varphi_1$ и (FT) , выполненные по приближенной формуле Шеннона (11) ($R_{fsh}(\Delta\varphi_1, FT)$) и по полученной выше формуле (17) ($R_{fo}(\Delta\varphi_1, FT)$), рассчитанных при $(FT) = 4$ и 30, а также по точной формуле (10) ($R_f(\Delta\varphi_1, FT)$), рассчитанной при небольших значениях $(FT) \leq 6$.

На рис. 1 а) представлены зависимости $R_{fsh}(\Delta\varphi_1, FT)$ (сплошные кривые) и $R_{fo}(\Delta\varphi_1, FT)$ (пунктирные кривые) от углового параметра $\Delta\varphi_1$, выраженного в градусах (при $\Delta\varphi_1 \geq 2^0$), при $(FT) = 4$ и $(FT) = 30$. Сравнение этих зависимостей показывает, что при небольших значениях $(FT) = 4$ эти зависимости несколько отличаются, однако при $(FT) \geq 10$ они практически совпадают друг с другом, отличаясь весьма незначительно уже при $(FT) = 30$.

Выше отмечалось, что при малых значениях пара-



a)



b)

Рис. 1. Зависимости удельной скорости передачи сообщений по каналу связи от параметров ПСАС $\Delta\varphi_1$ и (FT)

метра $\Delta\varphi_1$ расчеты $R_f(\Delta\varphi_1, FT)$ по точной формуле (10) занимают на компьютерах много машинного времени. Поэтому на рис. 1 б) представлены зависимости R_{fsh} , R_{fo} и R_f при $\Delta\varphi_1 \geq 16^\circ$, когда удельная скорость передачи сообщений с помощью ПСАС не превышает 6 бит/сек·Гц. Из рис. 1 б) при небольших значениях (FT) = 4 значения R_{fsh} и R_{fo} , вычисленные по приближенным формулам, дают несколько меньшие значения удельной скорости передачи сообщений, чем точная формула (10). Следует иметь в виду, что в системах связи, приближающихся по своей эффективности к пределу Шеннона, целесообразно использовать ПСАС при (FT) $\gg 1$. Как видно из рис. 1 б) расчеты по точной формуле при (FT) = 5 и 6 практически совпадают с зависимостями R_{fsh} , рассчитанными для (FT) = 4 и 30. Отсюда следует, что формулы для $R_{fsh}(\Delta\varphi_1, FT)$ и $R_{fo}(\Delta\varphi_1, FT)$ позволяют с достаточно высокой точностью определять удельную скорость передачи сообщений в системах связи, в которых применяются ПСАС.

Данные, позволяющие судить о структуре ПСАС при $N = 12$, $M_N = 6.453 \cdot 10^{14}$ и $R_f = 8,2$ бит/сек·Гц, представлены в табл.1. При обсуждении формулы (9) выше отмечалось, что все множество СТ для каждого N -мерного ПСАС может быть разбито на классы, каждый из которых соответствует определенному значению индекса модуляции I_i ($i = 1 \dots I_N$).

Эти данные позволяют судить об общем количестве СТ в ПСАС, а также о количестве СТ в нескольких подмножествах 1-го, 2-го, 3-го и 4-го порядков. Количество таких подмножеств определяется значениями $\Delta\varphi_i$ (в радианах), которые можно вычислить по формулам (7), и числами $(2M_j + 1)$, где $M_j = \text{int}(\pi 2 \Delta\varphi_{i,m})$ определены в пояснениях к (7). В рассматриваемом случае $(2M_1 + 1) = 63$, с увеличением i количество подмножеств уменьшается. В табл. 1 приведены данные только о количестве СТ в первых семи подмножествах указанных порядков. Причем количество СТ в подмножествах разного порядка указаны для двух случаев – когда $I_1 = I_2 = I_3 = 5$ (в верхней части таблицы) и $I_1 = I_2 = I_3 = 7$ (в нижней части таблицы).

Таблица. 1. Структура ПСАС при $N = 12$, $M_N = 6,453 \cdot 10^{14}$ и $R_f = 8,2$ бит/сек·Гц

$N = 12, \Delta\varphi_1 = 5^\circ, M_N = 6,453 \cdot 10^{14}, R_f = 8,2$ бит/сек·Гц							
		I_2	$K(I_1 = 5, I_2)$	I_3	$K(I_1 = 5, I_2 = 5, I_3)$	I_4	$K(I_1 = 5, I_2 = 5, I_3 = 5, I_4)$
		1	$1,717 \cdot 10^{12}$	1	$2,23 \cdot 10^{10}$	1	$5,476 \cdot 10^8$
		2	$1,022 \cdot 10^{12}$	2	$1,976 \cdot 10^{10}$	2	$4,925 \cdot 10^8$
		3	$8,119 \cdot 10^{11}$	3	$1,61 \cdot 10^{10}$	3	$4,118 \cdot 10^8$
I_1	$K(I_1)$	4	$5,843 \cdot 10^{11}$	4	$1,202 \cdot 10^{10}$	4	$3,188 \cdot 10^8$
1	$7,94 \cdot 10^{13}$	5	$3,781 \cdot 10^{11}$	5	$8,162 \cdot 10^9$	5	$2,272 \cdot 10^8$
2	$6,825 \cdot 10^{13}$	6	$2,176 \cdot 10^{11}$	6	$4,994 \cdot 10^9$	6	$1,478 \cdot 10^8$
3	$5,286 \cdot 10^{13}$	7	$1,096 \cdot 10^{11}$	7	$2,715 \cdot 10^9$	7	$8,67 \cdot 10^7$
4	$3,668 \cdot 10^{13}$	I_2	$K(I_1=7, I_2)$	I_3	$K(I_1=7, I_2=7, I_3)$	I_4	$K(I_1=7, I_2=7, I_3=7, I_4)$
5	$2,261 \cdot 10^{13}$	1	$3,396 \cdot 10^{11}$	1	$2,468 \cdot 10^9$	1	$3,042 \cdot 10^7$
6	$1,224 \cdot 10^{13}$	2	$2,963 \cdot 10^{11}$	2	$2,186 \cdot 10^9$	2	$2,736 \cdot 10^7$
7	$5,715 \cdot 10^{12}$	3	$2,354 \cdot 10^{11}$	3	$1,782 \cdot 10^9$	3	$2,287 \cdot 10^7$
		4	$1,694 \cdot 10^{11}$	4	$1,33 \cdot 10^9$	4	$1,771 \cdot 10^7$
		5	$1,096 \cdot 10^{11}$	5	$9,029 \cdot 10^8$	5	$1,261 \cdot 10^7$
		6	$6,307 \cdot 10^{10}$	6	$5,523 \cdot 10^8$	6	$8,201 \cdot 10^6$
		7	$3,178 \cdot 10^{10}$	7	$3,002 \cdot 10^8$	7	$4,808 \cdot 10^6$

Из табл. 1 видно, что с увеличением значений индексов I_i модуляции ($i = 1 \dots I_N$) количество СТ в подмножествах уменьшается. Поэтому при практическом построении ПСАС нет необходимости формировать сигналы для всех возможных значений индексов I_i . Можно ограничиться только теми подмножествами СТ, в которых содержится достаточно большое количество СТ, определяющее удельную скорость передачи сообщений, которая может быть обеспечена при использовании данного ПСАС. Это дает возможность упрощения модулятора в системе связи, в которой он применяется. Так, например, если ограничить возможные значения индексов модуляции ($|I_i| \leq 4$), то количество СТ в ПСАС в соответствии с данными, приведенными в первом столбце табл. 1, составит $M_{No} = 4 \cdot 10^{14}$. Для такого сокращенного ансамбля сигналов $R_f = 8$ бит/сек-Гц, что весьма близко к значению $R_f = 8,2$ бит/сек-Гц, указанному в табл. 1, которое относится к случаю, когда используется полный ансамбль. Таким образом, при реализации данного ПСАС значения $|I_i|$ можно ограничить указанным выше условием.

Минимальные расстояния между многомерными сигналами ПСАС и сигналами, соответствующими кодовым комбинациям ПК

В настоящее время при создании высокоскоростных систем связи с ПК применяются только ансамбли двумерных сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM – Quadrature Amplitude Modulation) и с амплитудно-фазовой модуляцией (APSK – Amplitude and Phase Modulation) [7], у которых минимальное расстояние между сигналами уменьшается с увеличением R_f – удельной скорости передачи сообщений. Поэтому для уменьшения энергетики линии связи в таких системах обеспечивают небольшое отношение сигнал/шум на входе демодулятора, а возникающие при этом ошибки принятых символов исправляют за счет применения помехоустойчивых кодов (ПК). Шенноном было установлено [1], что для обеспечения высокой надежности связи в системах связи целесообразно применять ПК, у которых кодовые комбинации (КК) имеют большую длину (N), а величина $d_H(R_c)$ – минимальное хэммингово расстояние между КК – пропорциональна их длине.

Отметим, что в системах связи, в которых применяются ПК с КК, имеющими длину N , в которых каждый из символов передается двумерными сигналами, например, с QAM или APSK, целесообразно рассматривать как отдельные N -мерные сигналы (МС) в евклидовом пространстве. Такой подход позволяет свести задачу оптимального приема принятой КК_г к приему по критерию максимального правдоподобия (МП), а также оценить потенциальную надежность связи при применении ПК. Процедура оптимального приема КК_г по критерию МП (мягкое декодирования) состоит в определении в N -мерном евклидовом пространстве МС, соответствующего одной из КК, для которого расстояние до принятого сигнала МС_г, соответствующего КК_г, имеет минимальное значение.

Евклидово расстояние между двумя МС (МС_к и МС_л) определяется следующей формулой:

$$D_{k,l} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (x_{1j}^k - x_{1j}^l)^2 + (x_{2j}^k - x_{2j}^l)^2}. \text{ Отметим, что в том}$$

случае, если хэммингово расстояние между этими КК в ПК равно $d_H(R_c)$, то в сумме, стоящей под знаком квадратного корня, только $d_H(R_c)$ слагаемых отличаются от нуля. В [8] приведены зависимости $d_H(R_c)$ для кодов Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ), кодов с максимально достижимым расстоянием (МДР) между КК, к которым относятся код Рида-Соломона (RS), для кодов с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) и кодов Рида-Маллера (RM), а также верхние и нижние границы области, в которой может находиться зависимость нормированного минимального кодового расстояния $\hat{d}_H(R_c) = d_H(R_c) / N$ ($0 \leq R_c \leq 1$) для оптимальных ПК, позволяющих исправлять максимально возможное число ошибок в последовательности из N символов, сформированных на выходе демодулятора и поступающих на вход декодера.

Отметим, что, если в N -мерном хэмминговом пространстве минимальное расстояние между двумя разными КК равно $(N/2)\hat{d}_H(R_c)$, а минимальное евклидовое расстояние между двумя разными сигналами двумерного ансамбля сигналов (АС) равно d_{QAM} , то минимальное евклидово расстояние между двумя разными МС в N -мерном евклидовом пространстве будет равно

$$D_{QAM} = d_{QAM} \sqrt{(FT)\hat{d}_H(R_c)}. \text{ Это расстояние пропорционально}$$

квадратному корню из хэммингова расстояния между КК, которым соответствуют эти МС. Расстояние

$$d_{QAM} \text{ для АС с QAM равно [7] } d_{QAM} = 2\sqrt{3\rho_s / (2^{R_f} - 1)} \text{ и}$$

$$D_{QAM}(\rho_s, FT) = 2\sqrt{3\rho_s (FT)\hat{d}_H(R_c) / (2^{R_f} - 1)}. \text{ Отметим,}$$

что системе связи с оптимальным ПСАС, в котором сообщения передаются с той же удельной скоростью, что и в системе связи с ПК, минимальное расстояние между сигналами равно, как показано в (4) и (13),

$$D_{min}(\rho_s, FT) = 2\sqrt{\rho_s (FT)2^{-R_c R_f}}. \text{ При приеме последо-}$$

вательности информационных символов, переданных с помощью ПСАС или ПК, значение вероятности ошибки определяется, соответственно, значением $D_m(\rho_s, FT)$

$$\text{или } D_{QAM}(\rho_s, FT). \text{ В обеих системах будет обеспечена}$$

одинаковая надежность связи, если выполняется условие $D_{QAM}(\rho_{QAM}, FT) = D_m(\rho_{sh}, FT)$. Учитывая его можно определить энергетические потери (ЭП – $\Delta\rho$ дБ) систем связи с ПК по отношению к системам связи с ПСАС в случае, когда многомерные сигналы в обеих системах имеют одинаковую длительность, т.е. $(FT)_{QAM} = (FT)_{sh}$:

$$\Delta\rho(R_c, R_f) = 10 \lg[3\hat{d}_H(R_c)2^{-0,5R_f(1-R_c)}]. \quad (18)$$

Если же энергетика линий связи с ПСАС и ПК одинакова ($\rho_{QAM} = \rho_{sh}$), то одинаковая надежность связи может быть обеспечена, если в системах связи с ПК при-

меняются многомерные сигналы большей длительности. Отношение длительностей этих сигналов равно

$$\gamma(R_c, R_f) = (FT)_{QAM} / (FT)_{sh} = 2^{0,5R_f(1-R_c)} / 3\hat{d}_H(R_c). \quad (19)$$

При помехоустойчивом кодировании могут быть использованы любые описанные в литературе коды [7, 8], составные коды, сигнально-кодовые конструкции [9...12], а также АС с QAM, APSK и др. Основные параметры этих конструкций, которые необходимы для оценки эффективности их применения в системах связи, это длина КК используемого в рассматриваемой конструкции кода, символы которого могут принимать 2^q значений, $\hat{d}_H(R_c)$ – минимальное нормированное кодовое расстояние между КК этих конструкций, а также минимальное расстояние между сигналами (d_{QAM} или d_{APSK}), принадлежащими к АС, который используется для передачи сообщений по каналу связи.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов по формулам (18) и (19) для случая, когда для передачи сообщений применяются сигналы с QAM и используется код, для которого зависимость $\hat{d}_H(R_c) = (1-R_c)$ лежит на границе Синглтона, имеющий при заданном значении R_c максимально возможное количество КК [8]. К классу таких кодов относятся коды RS.

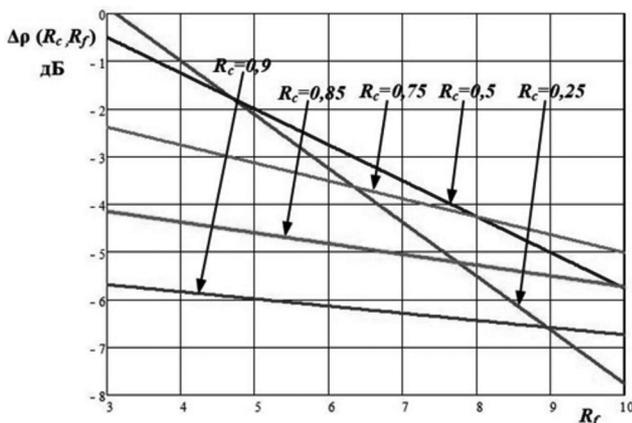


Рис. 2. Зависимости $\Delta\rho(R_c, R_f)$ при $R_c = \text{const}$

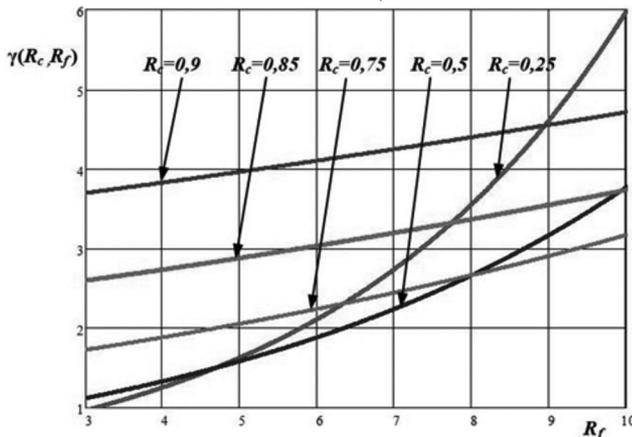


Рис. 3. Зависимости $\gamma(R_c, R_f)$ при $R_c = \text{const}$

Из рис. 2 видно, что, если длина КК в системах с ПК такая же, как и в системах, в которых для передачи сообщений применяются ПСАС, то в них ЭП по отношению к системам с ПСАС составляют 1...1,2 дБ только в том случае, если удельная скорость передачи сообще-

ний сравнительно невелика ($R_f \leq 4$ бит/сек·Гц). При этом в системах с ПК должны применяться коды с высокой избыточностью ($R_c = 0,25$ или $0,5$). Если же, например, по каналу связи требуется передавать сообщения с удельной скоростью, равной $R_f = 10$ бит/сек·Гц, то, как видно из рис. 2, в системе с ПК можно использовать код, у которого $R_c = 0,75$ и при этом минимальные ЭП по отношению к пределу Шеннона составят $\Delta\rho = 5$ дБ.

Обеспечить малые ЭП в системах связи с ПК при такой же надежности приема сообщений, как и в системах с ПСАС, можно, если применить в ней КК, длительность которых в несколько раз будет превосходить длительность сигналов, принадлежащих ПСАС. Из зависимостей, представленных на рис. 3, видно, что увеличение этой длительности при $R_f = 8$ бит/сек·Гц, составит 2,7 раза, если использовать для этого код, у которого $R_c = 0,5$ или $0,75$. Если же требуется передавать сообщения с удельной скоростью, равной $R_f = 10$ бит/сек·Гц в системе с ПК, то для обеспечения малых ЭП в такой системе можно следует применить код, у которого $R_c = 0,75$, и при этом длительность сигналов в такой системе увеличится в 3,2 раза по сравнению с системой с ПСАС.

Следует иметь в виду, что техническая реализация декодирования ПК по методу максимального правдоподобия весьма сложна. Существующие итерационные методы мягкого декодирования ПК [7, 9 и др.] уступают в надежности методу МП. Кроме того, для длинных ПК реализация итерационных методов также является весьма сложной.

Отметим, что техническая реализация модуляторов и демодуляторов сигналов, принадлежащих в ПСАС, по своей сложности сопоставима со сложностью реализации подобных устройств в системах связи, в которых сообщения передаются с помощью сигналов с QAM или APSK.

Результаты данного раздела статьи показывают, что для передачи сообщений по каналу связи с достаточно высокой скоростью в системах связи следует применять сигналы, принадлежащие к ПСАС. Применение для этого в системах связи ПК нецелесообразно. Отметим, что в отличие от сигналов с QAM или APSK в ПСАС индексы модуляции изменяются с изменением номера каждой передаваемой координаты многомерного сигнала. Поэтому в дальнейших исследованиях целесообразно рассмотреть возможность упрощения процедуры формирования сигналов ПСАС.

Заключение

Одним из важнейших результатов Шеннона [2] является установленная им важная закономерность, согласно которой в N -мерном пространстве в оптимальных поверхностно-сферическом (ПСАС), а также в объемно-сферическом ансамблях сигналов (ОСАС) минимальное евклидово расстояние между сигналами с увеличением N увеличивается по закону $\sim \sqrt{N}$. Из этого, в частности, следует, что при передаче сообщений по каналу

связи с гауссовским шумом, его пропускная способность ограничена соотношением (1), причем при заданном отношении сигнал/шум на входе демодулятора ($\rho_s = \text{const}$) можно сколь угодно повышать достоверность передачи сообщений, увеличивая значение $N = 2(FT)$. При использовании ПСАС или ОСАС по каналу связи передаются только информационные символы. Увеличение минимального евклидова расстояния между сигналами с увеличением N позволяет выбрать параметры ПСАС и ОСАС таким образом, чтобы при $\rho_s = \text{const}$ в системах связи была обеспечена высокая надежность передачи сообщений.

Недостатком систем связи с ПК является то, что наличие в КК избыточных символов снижает информационную скорость передачи сообщений, а также то, что на передачу таких символов затрачивается энергия передатчика. Если, например, в системе связи применяется код с кодовой скоростью, равной $R_c = 0,5$, то информационная скорость передачи в такой системе, равная $R_I = R_f R_c$, уменьшается в два раза по сравнению той, которую обеспечивает выбранный АС, и только половина энергии передатчика затрачивается на передачу информационных символов. Отсюда следует, что такая система, особенно, если она предназначена для передачи информации с высокой удельной скоростью, будет иметь значительные энергетические потери по отношению к пределу Шеннона. Расчеты, приведенные выше, а также в [4], подтверждают этот вывод.

Развитие цивилизации требует постоянного повышения скорости передачи сообщений по каналам связи. В документе Международного Союза Электросвязи (МСЭ) «Подготовка к внедрению 5G: возможности и проблемы», опубликованном в 2018 г., указывалось, что в создаваемых системах сотовой связи 5G для пользователей должна быть обеспечена в 2020 году скорость передачи данных, равная 100 Мбит/сек. За последние 30 лет скорость передачи данных пользователями сотовых сетей связи увеличилась примерно в 10^4 раз!

В данной работе описана процедура построения оптимального ПСАС, используя который в системах связи можно передавать сообщения с высокой энергетической и высокой спектральной эффективностью – высокой удельной скоростью. Исследованы свойства ПСАС и получены формулы, позволяющие определять зависимость удельной скорости передачи сигналов от нормированного значения минимального расстояния между сигналами, принадлежащими ПСАС. В статье рассмотрены вопросы формирования индексов модуляции сигналов при передаче сообщений с определенным номером. Показано, что, применяя ПСАС, можно обеспечить высокую достоверность приема сообщений без применения помехоустойчивых кодов (ПК). Даны оценки энергетических потерь систем связи с ПК по сравнению с

системами, в которых применяются ПСАС, а также оценено увеличение в таких системах длительности передаваемых сигналов для обеспечения требуемой надежности связи. Результаты статьи показывают, что ПСАС целесообразно применять в новых системах, которые должны обеспечивать передачу сообщений по каналам связи с высокой скоростью.

Автор признателен чл.-кор. РАН, профессору А.В. Дворковичу за обсуждение результатов и полезные замечания по данной работе.

Литература

1. Shannon C. Communication in the presence of noise, Proc. IRE, № 1, 1949. (Перевод на русский язык статьи «Связь при наличии шума», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы / под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова.
2. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. / Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова.
3. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Радио и связь, 1956 (Kotel'nikov V.A. The Theory of Optimum Noise Immunity. McGraw-Hill Book Co., 1959.
4. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовском канале связи. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018, стр. 310.
5. Корн Г.А., Корн Т. (1961). Справочник по математике для научных работников и инженеров. Нью-Йорк: McGraw-Hill. стр. 174-175.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1969.
7. Прокис Дж. Цифровая связь. Перевод с английского под ред. Д.Д. Кловского. М.: Советское радио, 2000.
8. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
9. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой связи. М.: БХВ-Петербург, 2013, 352 с.
10. Ungerboeck G. Channel coding with multilevel phase signals. IEEE Trans. Inf. Theory, 1982, vol. 28, no. 1, pp. 55-67
11. Caire G., Tarricco G., Biglieri E. Bit-Interleaved Coded Modulation. IEEE Trans. Inf. Theory, 1998, vol. 44, no. 5, pp. 927-946
12. Wachmann U., Fischer R.F., Huber J.B. Multilevel codes: Theoretical concepts and practical design rules. IEEE Trans. Inf. Theory, 1999, vol. 45, no. 5, pp. 1361-1391.