

СИНТЕЗ НЕРЕКУРСИВНЫХ РЕЖЕКТОРНЫХ ФИЛЬТРОВ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru

SYNTHESIS OF NON-RECURSIVE REJECTION FILTERS HIGH ORDERS

Popov D.I.

A method for the synthesis of non-recursive rejection filters is considered, based on the separate formation of the cutting band and the passband and allowing, with a limited filter order, to provide the specified requirements for the cutting band, a given unevenness in the passband and the minimum possible width of the transition band of the frequency response. The formation of the cutting band is based on the placement of mutually displaced zeros of the system function on the unit circle. The formation of the bandwidth is based on the methods of linear programming from the condition of minimizing the transition bandwidth of the filter at a given value of the maximum error in the bandwidth. As a result, the proposed method for the synthesis of digital non-recursive rejection filters allows for a given filter range to obtain the specified parameters of passband and notch at the minimum possible width of the transition band. A comparative analysis of the quality of interference rejection by filters synthesized by the proposed and known methods according to the criteria of the interference transmission coefficient and the coefficient of subsurface visibility is carried out. The comparative analysis confirmed the possibilities of the proposed method to synthesize effective rejection filters with high indicators of the quality of Doppler signal isolation against the background of correlated interference. The simplest synthesis method based on the Fourier series expansion with the subsequent introduction of a weight function, due to its simplicity, can be used in the absence of strict requirements for filter parameters, while providing acceptable results.

Key words: sub-interference visibility coefficient, clutter transmission coefficient, quantization errors, clutter, rejection filter, synthesis.

Ключевые слова: коэффициент подпомеховой видимости, коэффициент прохождения помехи, ошибки квантования, пассивная помеха, режекторный фильтр, синтез.

Введение

В когерентно-импульсных радиолокационных системах высокой скважности при обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех, создаваемых мешающими отражениями от неподвижных или медленно перемещающихся объектов, основной операцией является режектирование спектральных составляющих помехи [1-4]. Априорная неопределенность спектрально-корреляционных характеристик помехи, а также их неоднородность и нестационарность в зоне обзора дополнительно затрудняют реализацию эффективной защиты от пассивных помех. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на методах адаптации к неизвестным корреляционным параметрам помехи, что приводит, в частности, к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работе [6] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и

Рассмотрен метод синтеза нерекурсивных режекторных фильтров, основанный на раздельном формировании полосы режекции и полосы пропускания и позволяющий при ограниченном порядке фильтра обеспечить заданные требования к полосе режекции, заданную неравномерность в полосе пропускания и минимально возможную ширину переходной полосы частотной характеристики. Формирование полосы режекции основывается на размещении на единичной окружности взаимно смещенных нулей системной функции. Формирование полосы пропускания основывается на методах линейного программирования из условия минимизации ширины переходной полосы фильтра при заданной величине максимальной ошибки в полосе пропускания. В итоге предложенный метод синтеза цифровых нерекурсивных режекторных фильтров позволяет при заданном порядке фильтра получить заданные показатели полос пропускания и режекции при минимально возможной ширине переходной полосы. Проведен сравнительный анализ качества режектирования помехи фильтрами, синтезированными предложенным и известными методами по критериям коэффициента прохождения помехи и коэффициента подпомеховой видимости. Сравнительный анализ подтвердил возможности предложенного метода синтезировать эффективные режекторные фильтры, обладающие высокими показателями качества выделения доплеровских сигналов на фоне коррелированных помех. Простейший метод синтеза на основе разложения в ряд Фурье с последующим введением весовой функции в силу своей простоты может найти применение при отсутствии жестких требований к показателям фильтра, обеспечивая при этом приемлемые результаты.

обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе

[7]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [8]. Другим вариантом упрощения процедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [9]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [10]. Повышение эффективности режекторных фильтров высоких порядков достигается при оптимизации их параметров по вероятностному критерию [11].

Требования сочетания высокого качества режектирования с равномерным пропусканием в полосе доплеровских частот приводят к необходимости поиска цифровых режекторных фильтров (РФ) с более совершенными характеристиками. При этом соответствующий фильтр должен реализовывать требуемое затухание в полосе режекции, равномерное пропускание в полосе доплеровских частот и минимальную область перехода. Широкие возможности формирования таких характеристик открываются при использовании цифровых фильтров высоких порядков. Ниже рассмотрены синтез и анализ нерекурсивных режекторных фильтров, удовлетворяющих поставленным требованиям.

Постановка задачи

Синтез нерекурсивного РФ сводится к определению его системной функции

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k z^{-k}.$$

Простейший метод расчёта весовых коэффициентов a_k основан на разложении требуемой АЧХ в усеченный ряд Фурье, что приводит к минимальной среднеквадратичной ошибке между требуемой и синтезированной характеристиками [12]. Для снижения величины максимальной абсолютной ошибки (т.е. ошибки в чебышевском смысле), обусловленной явлениями Гиббса, обычно вводится весовая функция. При этом для фильтра с линейной ФЧХ и идеальной формой заданной АЧХ имеем

$$a_k = a_{N-1-k} = \frac{\sin[(k-L)\theta_{rp}]}{(k-L)\pi} w(k-L) \text{ при } k < L = \frac{N-1}{2},$$

$$a_L = -2 \sum_{k=0}^{L-1} a_k,$$

где $\theta_{rp} = \omega_{rp}T$ – граница полосы режекции; T – интервал дискретизации; $w(k-L)$ – весовая функция.

Рассмотренный метод не позволяет синтезировать эффективный режекторный фильтр, поскольку по существу он основан на формировании полосы пропускания, оставляя открытым вопрос о затухании в полосе режекции. Для обеспечения заданных требований к полосе режекции и к полосе пропускания следует воспользоваться чебышевской аппроксимацией искомой частотной

характеристики. Рассмотрим вначале формирование полосы режекции.

Формирование полосы режекции

В общем случае полосе режекции фильтра соответствует системная функция

$$H_r(z) = \prod_{k=1}^m \frac{z - z_{0k}}{z} = \sum_{k=0}^m b_k z^{-k}, \quad (1)$$

нули которой z_{0k} располагаются на единичной окружности z -плоскости.

Выбор величины m зависит от ширины полосы режекции $\theta_r = \omega_r T$, требуемого затухания и расположения нулей на единичной окружности. В простейшем случае все нули располагаются в точке $z = 1$, что соответствует классической схеме m -кратной череспериодной компенсации. АЧХ при этом имеет вид

$$H_r(\omega T) = |H_r(e^{i\omega T})| = 2^m \left| \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right|^m.$$

Для реализации минимального затухания E в полосе режекции $(0 \dots \theta_r)$ достаточно выбрать m в соответствии с формулой

$$E = \left[\sin\left(\frac{\theta_r}{2}\right) \right]^{-m}.$$

Для увеличения затухания при том же значении m или уменьшении m при этом же затухании расположим нули на единичной окружности в точках $z_{0k} = e^{i\theta_k}$, где $-\theta_r \leq \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_m \leq \theta_r$. Тогда АЧХ примет вид

$$H_r(\omega T) = 2^m \prod_{k=1}^m \left| \sin\left(\frac{\omega T - \theta_k}{2}\right) \right|. \quad (2)$$

Полоса режекции теперь оказывается разбитой на $m-1$ участков и величина минимального затухания зависит от расположения нулей в пределах этой полосы. При равномерном расположении нулей

$$\theta_k = \frac{2\theta_r}{m-1} \left(k - \frac{m+1}{2} \right),$$

а минимальное в пределах каждого участка затухание оказывается различным и для n -го участка определяется по формуле

$$E_n = \left\{ \prod_{k=1}^m \left| \sin\left[\frac{\theta_r(2n-2k+1)}{2(m-1)} \right] \right| \right\}^{-1}.$$

Минимальное в полосе режекции затухание соответствует граничным участкам ($n = 1, m-1$) и равно

$$E = \left\{ \prod_{k=0}^{m-1} \left| \sin\left[\frac{\theta_r(2k-1)}{2(m-1)} \right] \right| \right\}^{-1}.$$

Равномерное расположение нулей приводит, как видим, к неравномерности минимального затухания элементарных участков. Достичь равномерности минимального затухания всех участков можно при неравномерном расположении нулей в полосе режекции, что приводит к увеличению минимального затухания в полосе режекции. Однако при небольшой величине θ_r ,

что типично для рассматриваемых фильтров, это увеличение не существенно. При небольшой величине m фильтр с системной функцией (1) и АЧХ (2) представляет самостоятельный интерес; его можно использовать как отдельный режекторный фильтр.

Формирование полосы пропускания

При сформированной полосе режекции и заданном порядке фильтра $(N-1)$ возможности формирования полосы пропускания определяются величиной $N-m$, которая при заданной неравномерности в полосе пропускания обуславливает ширину переходной полосы. Задачу формирования полосы пропускания можно решить с помощью фильтра с линейной ФЧХ. При нечётном $N-m$ системная функция такого фильтра имеет вид

$$H_p(z) = \sum_{k=0}^{N-m-1} c_k z^{-k} = \frac{1}{2} z^{-\frac{N-m-1}{2}} \sum_{k=0}^{(N-m-1)/2} d_k (z^k + z^{-k}),$$

что приводит к АЧХ

$$H_p(\omega T) = \sum_{k=0}^{(N-m-1)/2} d_k \cos k\omega T,$$

где $d_0 = c_{\frac{N-m-1}{2}}$ и $d_k = 2c_{\frac{N-m-1}{2}-k}$ при $k = 1, \overline{(N-m-1)/2}$.

При чётном $N-m$ системная функция имеет вид

$$H_p(z) = \sum_{k=0}^{N-m-1} c_k z^{-k} = \frac{1}{2} z^{-\frac{N-m-1}{2}} \sum_{k=1}^{(N-m)/2} d_k \left(z^{k-\frac{1}{2}} + z^{-\left(k-\frac{1}{2}\right)} \right),$$

а АЧХ

$$H_p(\omega T) = \sum_{k=1}^{(N-m)/2} d_k \cos \left(k - \frac{1}{2} \right) \omega T,$$

где $d_k = 2c_{\frac{N-m}{2}-k}$ при $k = 1, \overline{(N-m)/2}$.

Расчёт весовых коэффициентов d_k основывается на аппроксимации в пределах полосы пропускания характеристики $1/H_r(\omega T)$. При критерии равномерной близости искомой и заданной характеристик аппроксимационная задача записывается в виде неравенства

$$\left| H_p(\omega T) - \frac{1}{H_r(\omega T)} \right| \leq \Delta(\omega T), \quad (3)$$

где $\Delta(\omega T)$ – заданная функция ошибки аппроксимации.

Поскольку решение задачи (3) аналитическими методами не представляется возможным, перейдём к конечной сетке частот, расположенной в пределах полосы пропускания $\Delta\omega$. Полагая, что максимальная величина ошибки в полосе пропускания равна Δ , получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \left| H_p(\omega_l T) - \frac{1}{H_r(\omega_l T)} \right| \leq \Delta, \quad \omega_l \in \Delta\omega, \\ H_p(\omega_l T) = 0, \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где последнее уравнение определяет положение переходной полосы. При этом в зависимости от величины

ω_l можно дополнительно увеличить затухание в полосе режекции.

Для формирования полосы пропускания $\Delta\omega$ необходимо иметь как минимум две точки, соответствующие ее границам. Отсюда следует, что минимальная величина $N-m=5$. Поскольку частота среза полосы пропускания ω_c не определена, решение системы уравнений (4) относительно коэффициентов d_k находим из условия максимизации величины $\Delta\omega$, что минимизирует ширину переходной полосы фильтра и приводит к конкретизации частоты ω_c . Для решения этой задачи воспользуемся методами линейного программирования. В качестве исходной можно выбрать частоту $\omega_l = \omega_r$. Результирующая системная функция искомого фильтра $H(z) = H_r(z)H_p(z)$. Для реализации в цифровом виде коэффициенты a_k необходимо округлить в соответствии с выбранной длиной разрядной сетки и допустимыми при этом деформациями АЧХ.

В качестве примера рассмотрим синтез нерекурсивного режекторного фильтра с неравномерностью в полосе пропускания ± 2 дБ, $\theta_r = 0,09\pi$ и $N=10$. При минимальном затухании в полосе режекции $E = 60$ дБ достаточно выбрать $m=3$, а выбрав $m=5$, можно, как видно из приведенной на рис. 1 АЧХ синтезированного фильтра (кривая 1), увеличить минимальное затухание до 76 дБ. Кривая 2 соответствует фильтру, синтезированному методом разложения в ряд Фурье при $\theta_{rp} = 0,4\pi$, $N=11$ и весовой функции Хемминга $w(k-L) = 0,54 + 0,46 \cos[\pi(k-L)/L]$. Как видим, оба фильтра обладают практически одинаковой полосой пропускания, однако фильтр, синтезированный предложенным методом, обладает существенно лучшими показателями полосы режекции и области перехода.

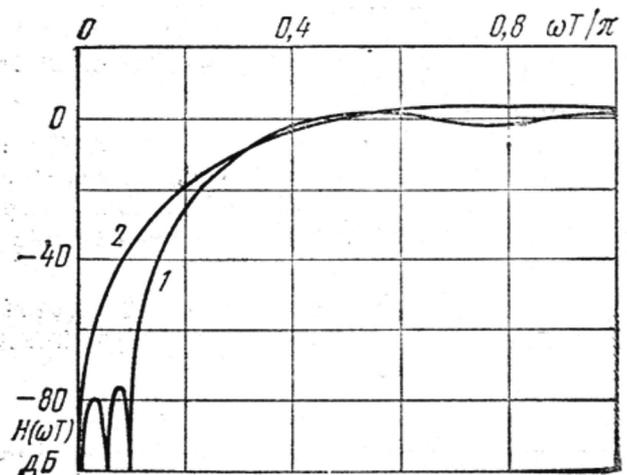


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики режекторных фильтров

Эффективность режекторных фильтров

Решение вопроса практического использования того или иного фильтра требует определения его эффективности и необходимой разрядности представления входных колебаний.

Качество режектирования помехи удобно характеризовать нормированным по отношению к белому шуму коэффициентом прохождения помехи

$$\mu_{\text{н}} = \left(\frac{\sigma_{\Phi}^2}{\sigma^2} \right)_{\text{п}} / \left(\frac{\sigma_{\Phi}^2}{\sigma^2} \right)_{\text{ш}} = \sum_{j,k=0}^{N-1} a_j a_k \rho(j,k) / \sum_{j=0}^{N-1} a_j^2, \quad (5)$$

где $\rho(j,k)$ – межпериодные коэффициенты корреляции помехи.

Прохождение через РФ сигнала от цели и помехи характеризуется коэффициентом подпомеховой видимости [4]

$$\mu_{\text{п.в}} = H^2(\omega T) / \sum_{j,k=0}^{N-1} a_j a_k \rho(j,k). \quad (6)$$

Оба коэффициента характеризуют предельные возможности фильтра, поскольку не учитывают ошибок квантования по уровню. Ошибки квантования входного процесса при аналого-цифровом преобразовании и результатов перемножений в РФ при их округлении учитываются введением дискретного белого шума с дисперсией в каждом источнике $\delta^2/12$, где δ – шаг квантования. Округление весовых коэффициентов a_k учитывается непосредственно при вычислении величин (5) и (6). Дисперсия результирующих ошибок квантования на выходе РФ определяется выражением

$$\sigma_{\Phi, \text{кв}}^2 = \frac{\delta^2}{12} \sum_{j=0}^{N-1} a_j^2 + \frac{\delta^2}{12} n = \frac{\delta^2}{12} (c+n),$$

где n – число дробных весовых коэффициентов a_k .

Обусловленные ошибками квантования потери в коэффициенте прохождения помехи

$$\Delta\mu_{\text{н}} = 1 + \frac{\delta^2 (c+n)}{12\sigma_{\Phi, \text{п}}^2}.$$

Заметим, что потери в коэффициенте подпомеховой видимости $\Delta\mu_{\text{п.в}} = 1/\Delta\mu_{\text{н}}$.

Величину потерь можно ограничить наперед заданным уровнем соответствующим выбором разрядности представления входного процесса. Если ширина линейного участка аналого-цифрового преобразователя (АЦП) выбирается в соответствии с динамическим диапазоном помехи и равна $\pm s\sigma_{\text{п}}$, то шаг квантования

$$\delta = s\sigma_{\text{п}} / (2^{\nu-1} - 1) \approx s\sigma_{\text{п}} / 2^{\nu-1}, \text{ где } \nu \text{ – число разрядов АЦП. Тогда}$$

$$\nu = \frac{1}{2} \log_2 \frac{s^2 (c+n)}{3(\Delta\mu_{\text{н}} - 1)(\sigma_{\Phi}^2 / \sigma^2)_{\text{п}}}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что на длину разрядной сетки помимо заданной величины потерь влияют: параметры фильтра, качество режектирования помехи и величина s . Обычно выбирают $s = 3-5$, что позволяет по сравнению с шумом квантования пренебречь шумом насыщения, обусловленным выходом квантуемого процесса за пределы линейного участка АЦП.

Вначале рассмотрим эффективность фильтров, синтезированных методом разложения в ряд Фурье. На рис. 2 приведены зависимости нормированного коэффициента прохождения помех для таких фильтров с

весовой функцией Хемминга (сплошные кривые) и без нее (штриховые кривые) при $N = 11$ и гауссовом спектре флуктуаций помехи с нормированной шириной на уровне $0,5 \Delta f_{\text{п}} T = 0,05$ (кривые 1) и $\Delta f_{\text{п}} T = 0,1$ (кривые 2). Как видим, введение весовой функции позволяет существенно повысить эффективность режектирования помехи, особенно при $\theta_{\text{гр}} \geq (0,4 \dots 0,5)\pi$, однако при таких значениях $\theta_{\text{гр}}$ сужается полоса пропускания фильтра, что не всегда приемлемо.

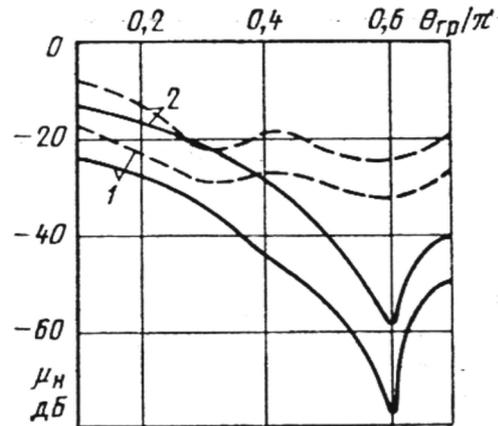


Рис. 2. Зависимости нормированного коэффициента прохождения помехи режекторных фильтров

Рассмотрим теперь эффективность фильтров, синтезированных рассмотренным выше методом, т. е. в соответствии с требованиями к полосам режекции и пропускания. Полоса режекции формируется на основе системной функции

$$H_r(z) = \prod_{k=1}^m (1 - z^{-1} e^{i\theta_k}),$$

что соответствует РФ с комплексно-сопряженными нулями. При минимальной величине $m = 3$, $\theta_1 = 0$, $\theta_{2,3} = \pm\theta_r$, а сам фильтр представляет самостоятельный интерес и описан в работе [10].

На основе данного РФ можно построить фильтр с максимально возможной (при заданном его порядке) шириной полосы пропускания. Рассмотрим результаты синтеза режекторного фильтра предложенным методом с неравномерностью в полосе пропускания ± 2 дБ, $\theta_r = 0,09\pi$ и $N = 10$. Для такого фильтра с весовыми коэффициентами, округленными до шести двоичных разрядов ($a_{0,9} = \mp 0,109375$; $a_{1,8} = \pm 0,171875$; $a_{2,7} = \pm 0,15625$; $a_{3,6} = 0$; $a_{4,5} = \mp 1$) при $\Delta f_{\text{п}} T = 0,05$ имеем $\mu_{\text{н}} = -62,6$ дБ. Для реализации потерь (обусловленных ошибками квантования) $\Delta\mu_{\text{н}} = 3$ дБ при $s = 5$ число разрядов АЦП $\nu = 13$. Наличие некоррелированного шума ухудшает качество режектирования помехи и снижает требования к разрядности АЦП. В частности, при отношении шум/помеха $\lambda = 10^{-6}$ коэффициент $\mu_{\text{н}} = -58,3$ дБ, а число разрядов $\nu \approx 12$.

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента подпомеховой видимости при $\Delta f_{\text{п}} T = 0,05$. Кривая 1



соответствует фильтру, синтезированному предложенным методом; кривые 2, 3 – фильтрам, синтезированным методом разложения в ряд Фурье с весовой функцией Хемминга при $N = 11$ и соответственно $\theta_{гр} = 0,4\pi$ и $0,6\pi$; кривая 4 – фильтру, синтезированному также методом разложения в ряд Фурье при $N = 5$. Пунктирная кривая соответствует флюктуирующему сигналу с экспоненциальной функцией корреляции и $\Delta f_c T = 0,015$. Как видим, предложенный фильтр (кривая 1) обладает высокими показателями эффективности – достаточно высоким $\mu_{п.в}$ при широкой полосе пропускания. По коэффициенту подпомеховой видимости он превосходит одинаковый с ним по полосе пропускания фильтр с $\theta_{гр} = 0,4\pi$ (кривая 2) и по обоим показателям – фильтр с $\theta_{гр} = 0,5\pi$. Фильтр с $\theta_{гр} = 0,6\pi$ (кривая 3) обладает большим коэффициентом подпомеховой видимости, однако в меньшей полосе пропускания.

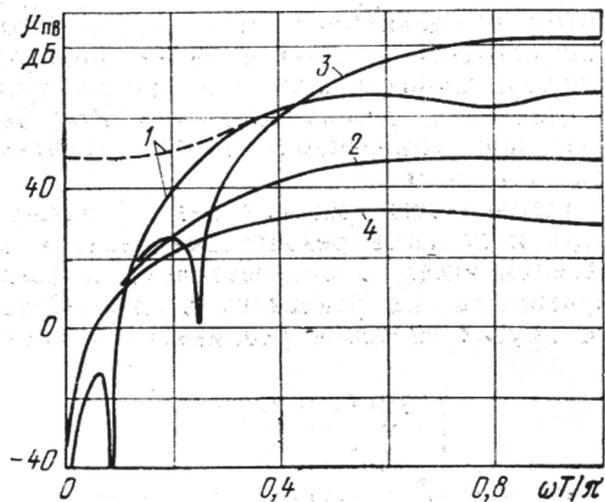


Рис. 3. Зависимости коэффициента подпомеховой видимости режекторных фильтров

Заключение

Предложенный метод синтеза цифровых нерекурсивных режекторных фильтров позволяет при заданном порядке фильтра получить заданные показатели полос пропускания и режекции при минимально возможной ширине переходной полосы.

Проведенный сравнительный анализ подтвердил возможности предложенного метода синтезировать эффективные режекторные фильтры, обладающие высокими показателями качества выделения доплеровских сигналов на фоне коррелированных помех. Простейший метод синтеза на основе разложения в ряд Фурье с последующим введением весовой функции в силу своей простоты может найти применение при отсутствии жестких требований к показателям фильтра, обеспечивая при этом приемлемые результаты

Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. 924 p.
3. Melvin W. L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. 846 p.
4. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Скольника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 672 с.
5. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с комплексными весовыми коэффициентами. Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей». 2015. № 2 (14). С. 21-26.
6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 30-33.
7. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32-37.
8. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа. Цифровая обработка сигналов. 2016. № 2. С. 53-56.
9. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами. Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 22-26.
10. Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режекторных фильтров с частичной адаптацией. Цифровая обработка сигналов. 2018. № 1. С. 28-32.
11. Попов Д.И. Оптимизация режекторных фильтров по вероятностному критерию. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 1. С. 55-58.
12. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.