

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НИЗКИХ ОРБИТ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ НЕСКОЛЬКИХ ТЕЛЕСКОПОВ

Коlessa E.A., аспирант Московского физико-технического института (национального исследовательского университета), инженер ПАО «МАК «Вымпел», e-mail: kolessa.ea@phystech.edu

DETERMINATION OF LOW ORBITS FROM MEASUREMENTS OF SEVERAL TELESCOPES

Kolessa E.A.

This article is devoted to the analysis of the possibilities of a radical increase in the accuracy of determining the parameters of orbits in the first session of observation of low-orbit space objects in the absence of a priori data due to the use of two telescopes with a small triangulation base and corresponding data processing algorithms.

Key words: space objects observation by several telescopes, triangulation base, orbit estimation algorithms.

Ключевые слова: наблюдение космических объектов несколькими телескопами, триангуляционная база, алгоритмы оценивания параметров орбиты.

Введение

Существующие технологии мониторинга околоземного космического пространства оптическими телескопами ориентированы, в основном, на наблюдение космических объектов с хорошо известными орбитами, информация о которых содержится в открытых источниках, таких как, например, space-track.org.

Однако актуальной является проблема обнаружения новых космических объектов и дальнейшего уточнения их орбит.

Оценивание параметров движения таких объектов по угловым измерениям, полученным в текущем сеансе наблюдения одним телескопом [1], как правило, даёт неприемлемо большие ошибки прогноза положения, не позволяющие обнаружить этот объект в следующем сеансе наблюдения для уточнения его орбиты.

Целью данной работы является исследование возможности радикального увеличения точности, достигаемой в первом сеансе наблюдения, за счёт применения для первоначального обнаружения КО двухпозиционной оптической системы и соответствующего комплекса алгоритмов обработки данных. Применительно к геостационарным КО возможности увеличения точности измерения за счёт наблюдения двумя телескопами исследовались в [2]. Организация одновременного наблюдения геостационарных объектов двумя телескопами с произвольным расстоянием между ними (базой) не представляет трудностей. В общем случае (особенно для низкоорбитальных КО) проблема одновременного наблюдения КО с двух позиций требует организации процедуры «подхвата» КО вторым телескопом сразу после обнаружения КО первым телескопом. Такая процедура требует последовательного просмотра вторым телескопом доверительной области положения КО, построенной по первым измерениям его угловых координат. При этом время поиска КО может оказаться доста-

Анализируются возможности радикального повышения точности определения параметров орбит в первом сеансе наблюдения за низкоорбитальными космическими объектами при отсутствии априорных данных с помощью использования двух телескопов с малой триангуляционной базой и соответствующих алгоритмов обработки данных.

точно большим, и на его сопровождение двумя телескопами времени может не хватить из-за выхода объекта из зоны видимости.

В данной статье исследуется возможность преодоления этой проблемы с помощью использования для обнаружения низкоорбитальных КО двух одинаково направленных телескопов с малой базой (10-50 км), что обеспечивает обзор пространства двумя полями зрения одновременно и автоматически решает проблему баланса времени, требуемого на «подхват» КО второму телескопу. Рассматриваемый метод может быть применён для обнаружения околоземных КО с произвольными орбитами, включая высокоэллиптические, с помощью выбора соответствующей триангуляционной базы.

Постановка задачи

Предполагается, что наблюдение околоземного космического пространства осуществляется двумя (или более) телескопами, оптические оси которых в процессе обзора космического пространства ориентированы параллельно. Расстояние D между телескопами по поверхности Земли (триангуляционная база) выбирается таким образом, что, начиная с некоторой дальности h , возникает наложение их полей зрения, и образуется «стерео-зона», в которой оба телескопа могут совместно (но не обязательно синхронно) наблюдать космические объекты (рис. 1).

Для случая, когда оптические оси телескопов ориентированы вертикально, зависимость дальности h от триангуляционной базы D для типовых размеров полей зрения приведена на рис. 2.

Из рис. 2 видно, например, что при ширине поля зрения телескопов $6^\circ \times 6^\circ$ в стерео-зону попадают космические объекты с высотой более 500 км.

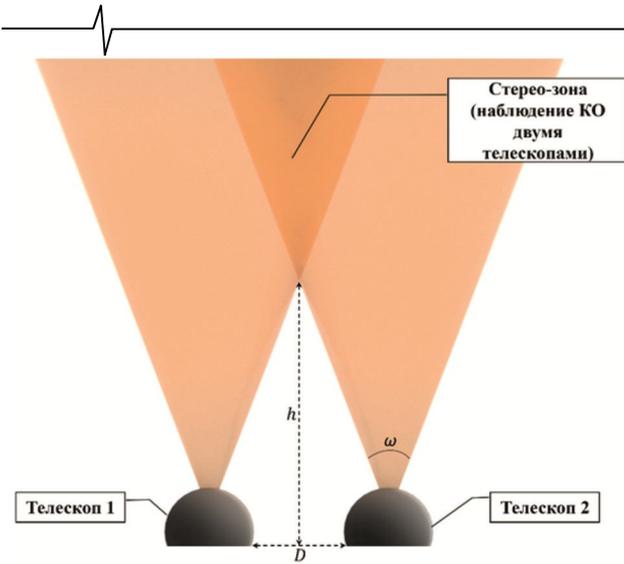


Рис. 1. Геометрия стереонаблюдения

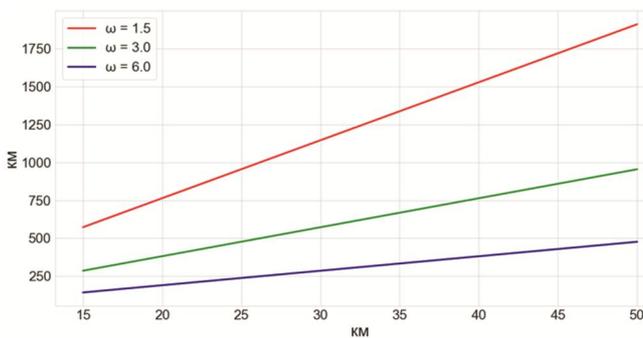


Рис. 2. Зависимость дальности h от триангуляционной базы D и ширины поля зрения ω

Пусть $X_0 = X(\tau_0) = \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$, где $p_0 = p(\tau_0)$, $v_0 = v(\tau_0)$ – трёхмерные вектора положения и скорости КО в абсолютной декартовой системе координат с началом в центре Земли. Закон движения КО задаётся процедурой прогноза $X(\tau) = f(X(\tau_0), \tau - \tau_0)$, которая связывает вектора состояния $X(\tau)$ и $X(\tau_0)$, соответствующие произвольным моментам времени τ и τ_0 . Измеряемые текущие угловые координаты КО – прямое восхождение $\alpha_t = \alpha(\tau_t)$ и склонение $\delta_t = \delta(\tau_t)$, связаны с вектором состояния X_0 функциями пересчёта $\alpha_t = \varphi_t(X_0)$, $\delta_t = \varphi_t(X_0)$. Измерение $y_t = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_t \\ \hat{\delta}_t \end{bmatrix}$ неизвестных угловых координат α_t, δ_t , ($t=1, \dots, n$) является реализацией случайной величины Y_t , подчиняющейся уравнению наблюдения:

$$Y_t = h_t(X_0) + G_t \varepsilon_t \quad (1)$$

в котором $h_t = \begin{bmatrix} \varphi_t(X_0) \\ \psi_t(X_0) \end{bmatrix}$, $\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\alpha \\ \varepsilon_t^\delta \end{bmatrix}$, $t=1, \dots, n$ – последовательность некоррелированных нормально распределённых векторов нормированных ошибок измерения с нулевым средним и единичной ковариационной матрицей, $W_t = G_t G_t^T$ – [2×2]-ковариационная матрица ошибки

измерения $\tilde{\varepsilon}_t = G_t \varepsilon_t$ (здесь G_t^T – транспонированная матрица G_t).

Оценку текущего направления от телескопа на объект (пеленг) определим вектором \hat{e}_t , который вычисляется на основе измерения $(\hat{\alpha}_t, \hat{\delta}_t | s_t)$ и положения $p_t^{s_t}$ телескопа с номером s_t , который произвёл это измерение.

При одновременном наблюдении нескольких КО возникает задача идентификации относящихся к одному и тому же объекту измерений, полученных разными телескопами стерео-комплекса. Рассмотрение алгоритма решения этой задачи выходит за рамки данной работы. Будем считать, что такая идентификация проведена и ограничимся рассмотрением задачи определения оценки \hat{x}_0 вектора состояния X_0 вместе с апостериорной ковариационной матрицей ошибок оценивания $\Gamma = M\{(X_0 - \hat{x}_0)(X_0 - \hat{x}_0)^T | Y = y\}$ по реализации $y = [y_1, \dots, y_n]$ случайной последовательности $Y = [Y_1, \dots, Y_n]$. Предполагается, что $\tau_1 \leq \tau_0 \leq \tau_n$.

Поскольку рассматривается случай, когда априорные данные о векторе состояния X_0 отсутствуют, для построения оценки используется критерий наименьших квадратов:

$$\hat{x}_0 = \arg \min_{x_0} J(x_0), \quad (2)$$

$$J(x_0) = \sum_{t=1}^n [y_t - h_t(\hat{x}_0)]^T W_t^{-1} [y_t - h_t(\hat{x}_0)]. \quad (3)$$

В принципе, построить оценку можно с помощью вычисления оценок вектора состояния, каждая из которых использует измерения, полученные только одним телескопом, и затем объединить эти оценки и ковариационные матрицы ошибок оценивания. Однако реализация такого способа (см., например, [3], [4]) требует значительных вычислительных затрат. Поэтому в данной работе предлагается значительно более простой алгоритм решения рассматриваемой задачи.

Алгоритм вычисления оптимальной по критерию наименьших квадратов оценки

Для вычисления оценки (2) используется итеративный алгоритм наименьших квадратов [1]:

$$\hat{x}_0^{(i+1)} = \hat{x}_0^{(i)} + \Gamma_i \sum_{t=1}^n F_t^T W_t^{-1} (y_t - h_t(\hat{x}_0^{(i)})), \quad (4)$$

$$\Gamma_i^{-1} = \sum_{t=1}^n F_t^T W_t^{-1} F_t, \quad (5)$$

в котором $F_t(\hat{x}_0^{(i)}) = \frac{\partial f_t(\hat{x}_0^{(i)})}{\partial x}$. Итерации прекращаются

при выполнении неравенства $(\hat{x}_0^{(i+1)} - \hat{x}_0^{(i)})^T \times (\hat{x}_0^{(i+1)} - \hat{x}_0^{(i)}) \leq \delta$, в котором величина δ выбирается из условия обеспечения конечной точности итеративного вычисления оптимальной оценки. После прекращения итераций фиксируются оценка \hat{x}_0 и ковариационная матрица ошибок оценивания $\Gamma : \hat{x}_0 = \hat{x}_0^{(i+1)}$, $\Gamma = \Gamma_{i+1}$.

Построение начального приближения

Для инициализации алгоритма (4), (5) и обеспечения его сходимости требуется достаточно точное начальное приближение $\hat{x}_0^{(0)}$. Для его построения предлагается приближённая модель движения КО с дискретным переключением силы притяжения. Опишем следующими уравнениями изменение положения p_t и скорости v_t КО на интервале времени $[\tau_1, \tau_n]$, разбитом на короткие под-интервалы $[\tau_{t-1}, \tau_t]$, $t = 2, \dots, n$:

$$p_t = p_{t-1} + v_{t-1}(\tau_t - \tau_{t-1}) + \frac{1}{2} g_{t-1}(\tau_t - \tau_{t-1})^2, \quad (6)$$

$$v_t = v_{t-1} + g_{t-1}(\tau_t - \tau_{t-1}), \quad (7)$$

где вектор ускорения свободного падения

$$g_t = -\frac{g_E R_E^2 p_t}{(p_t^T p_t)^{3/2}} \quad (8)$$

остаётся постоянным на интервале времени $[\tau_{t-1}, \tau_t]$ и скачком переключается в момент времени τ_t , R_E – средний радиус Земли, g_E – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Неизвестное текущее положение p_t в формуле (8) заменяется его оценкой \tilde{p}_t , которая определяется из условия

$$\rho_{t-}^2(\tilde{p}_t) + \rho_{t+}^2(\tilde{p}_t) = \min_{p_t} [\rho_{t-}^2(p_t) + \rho_{t+}^2(p_t)], \quad (9)$$

в котором τ_{t-}, τ_{t+} – два ближайших к τ_t момента времени получения разными телескопами угловых измерений, $\rho_i^2(p_t) = (p_t - p_i^s)^T \Pi_i (p_t - p_i^s)$, ($i = t_-, t_+$) – расстояние между точкой p_t и лучом пеленга, определённым единичным направляющим вектором \hat{e}_i и положением p_i^s телескопа с номером s_i , $\Pi_i = E - \hat{e}_i \hat{e}_i^T$, E – единичная матрица. Можно показать, что \tilde{p}_t вычисляется как решение линейного уравнения

$$(\Pi_{t-} + \Pi_{t+}) \tilde{p}_t = (\Pi_{t-} p_{t-}^s + \Pi_{t+} p_{t+}^s). \quad (10)$$

Решение рекуррентных уравнений (6), (7) даёт следующую связь текущих положения p_t и скорости v_t с их начальными значениями p_0 и v_0 :

$$p_t = p_0 + v_0(\tau_t - \tau_0) + a_t, \quad (11)$$

$$v_t = v_0 + b_t, \quad (12)$$

и, соответственно, текущего вектора $x_t = \begin{bmatrix} p_t \\ v_t \end{bmatrix}$ с

начальным вектором $x_0 = \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$:

$$x_t = \begin{bmatrix} E & (\tau_t - \tau_0) \\ 0 & E \end{bmatrix} x_0 + \begin{bmatrix} a_t \\ b_t \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $a_t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t g_{i-1}(\tau_i - \tau_{i-1})^2 + \sum_{i=1}^{t-1} g_{i-1}(\tau_i - \tau_{i-1})(\tau_t - \tau_i)$,

$$b_t = \sum_{i=1}^t g_{i-1}(\tau_i - \tau_{i-1}).$$

Подстановка соотношений (11), (12) в формулу $\rho_t^2 = (p_t - p_i^s)^T \Pi_i (p_t - p_i^s)$ для минимального расстояния ρ_t между точкой p_t и лучом, выходящим из точки p_i^s расположения телескопа s_i вдоль направления, определённого единичным направляющим вектором $\hat{e}_i = e(\hat{\alpha}_i, \hat{\delta}_i)$, даёт:

$$\begin{aligned} \rho_t^2 &= \rho_t^2(p_0, v_0) = \\ &= [p_0 + v_0(\tau_t - \tau_0) + a_t - p_i^s]^T \times \\ &\times \Pi_i [p_0 + v_0(\tau_t - \tau_0) + a_t - p_i^s]. \end{aligned} \quad (14)$$

Можно показать, что оценка $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} \hat{p}_0 \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix}$ вектора

$x_0 = \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$, доставляющая минимум по p_0, v_0 критерию

$J = \sum_{t=1}^n \rho_t^2(p_0, v_0)$, является решением линейной системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T \Pi_t & \sum_{t=1}^n \Pi_t(\tau_t - \tau_0) \\ \sum_{t=1}^n \Pi_t(\tau_t - \tau_0) & \sum_{t=1}^n \Pi_t(\tau_t - \tau_0)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^n \Pi_t(p_i^s - a_t) \\ \sum_{t=1}^n (\tau_t - \tau_0) \Pi_t(p_i^s - a_t) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

После получения оценки \hat{x}_0 описанную последовательность операций можно повторить с использованием в формуле (8) вместо $p_t = \tilde{p}_t$ оценки текущего положения КО, полученной на предыдущей итерации.

Анализ результатов моделирования

Возможности стереонаблюдения исследовались с помощью моделирования процесса наблюдения спутников OFEQ7, TECSAR, OFEQ16, OFEQ11, FIA Radar 4, OFEQ10, FIA Radar 3 и обработки стереоизмерений с помощью предлагаемого комплекса алгоритмов. Ошибки измерения имитировались в виде последовательности некоррелированных нормальных случайных величин с одинаковой по двум угловым координатам дисперсией. При формировании измерений учитывались условия физической видимости КО. Исследования проводились для различных величин стереобазы D в пределах от 10 до 50 км., стандартного отклонения σ ошибок измерения угловых координат в пределах от 1" до 10", и продолжительности наблюдения КО от 30 сек. до 180 сек. при периоде получения измерений 1 сек. Было установлено, что в пределах указанного множества условий наблюдения эмпирические дисперсии ошибок оценивания компонентов шестимерного вектора положения и скорости КО, полученные усреднением по 1000 опытам, близки к значениям, определяемым нижним пределом неравенства Крамера-Рао. Это свидетельствует о том, что принятые при разработке рассматриваемого комплекса алгоритмов допущения и приближения являются

корректными, и предлагаемая обработка обеспечивает качество, близкое к оптимальному в смысле критерия наименьших квадратов, по крайней мере, в пределах исследованных типовых условий наблюдения. В качестве примера на рис. 3, 4 представлены полученные при моделировании зависимости стандартного отклонения ошибок оценивания положения и скорости КО от величины стерео-базы при $\sigma = 1''$ для спутников: TECSAR, OFEQ11 и FIA Radar 3. Зелёным цветом отображены зависимости эмпирических дисперсий, синим – их теоретически возможный нижний предел.

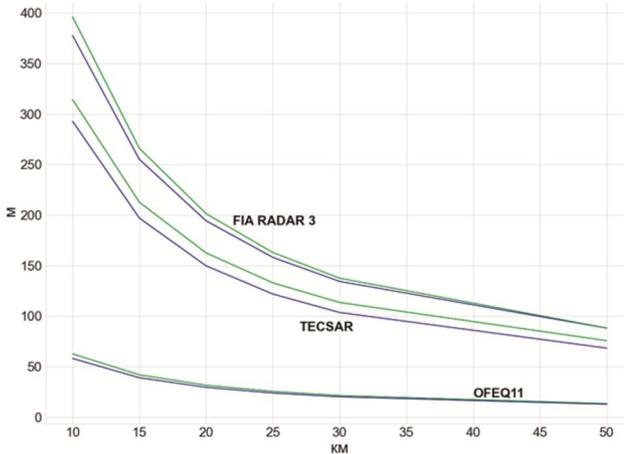


Рис. 3. Зависимости стандартного отклонения ошибок оценивания положения КО от величины стерео-базы

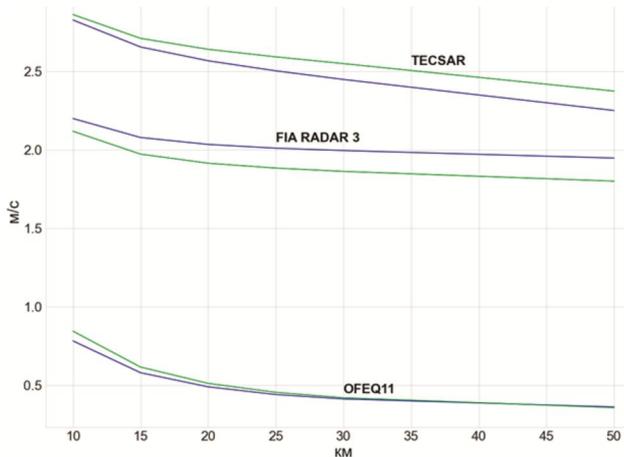


Рис. 4. Зависимости стандартного отклонения ошибок оценивания скорости КО от величины стерео-базы

При моделировании также исследовались вид и размеры области поиска КО, под которой понималась доверительная (по уровню вероятности 0,9) область угловых координат КО на момент начала следующего сеанса наблюдения. Область поиска рассчитывалась следующим образом. В каждом модельном эксперименте с помощью предложенного в статье комплекса алгоритмов обработки измерений, полученных в первом сеансе наблюдения, рассчитывались среднее \hat{x}_0 и ковариационная матрица Γ нормальной апостериорной плотности вероятности вектора положения и скорости КО. В соответствии с этой плотностью генерировалось 10^5 шести-мерных векторов положения и скорости, лежащих в доверительном эллипсоиде, построенном по уровню доверительной вероятности 0,9. Эти вектора экстраполировались на момент начала следующего сеанса наблюдения КО и пересчитывались в систему измеряемых угловых координат. Таким образом строился «точный портрет» двумерной области поиска КО.

Типовые примеры точечных портретов области поиска приведены на рис. 5, 6, на которых красным цветом показана область поиска КО, построенная по измерениям стерео-комплекса, а для сравнения зелёным цветом показана область поиска, построенная по измерениям только одного из телескопов стерео-комплекса. Чёрная точка указывает действительное положение КО. Ось абсцисс соответствует прямому восхождению, ось ординат – склонению.

На рис. 5 показана область поиска OFEQ16 в следующем сеансе наблюдения на очередном витке. При наблюдении КО стерео-комплексом в течение 30 сек. продольный размер области поиска составил 2.5^0 , что сопоставимо с размерами полей зрения существующих телескопов, применяемых для наблюдения КО. Таким образом, в этом случае КО может быть обнаружен в экстраполированной точке пространства без проведения поиска. Из рисунка видно, что при наблюдении КО одним телескопом в тех же условиях продольный размер области поиска катастрофически возрастает, что чрезвычайно увеличивает время поиска КО и делает его повторное обнаружение проблематичным. Такой же эффект радикального сокращения продольного размера области поиска за счёт применения стерео-наблюдения можно видеть на рис. 6, на котором для OFEQ16 показаны области поиска КО через сутки. В этом сценарии продольный

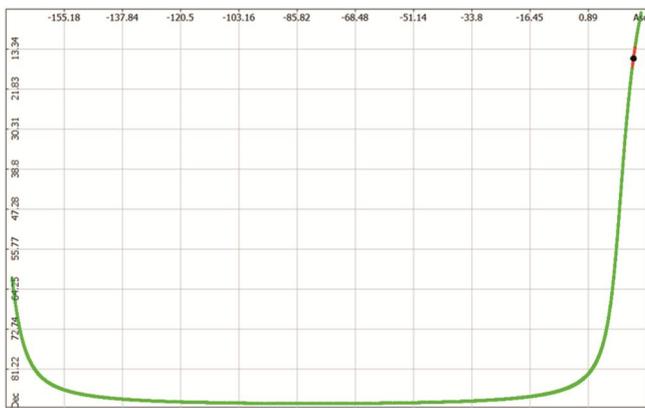


Рис. 5. Область поиска OFEQ16 на следующем витке

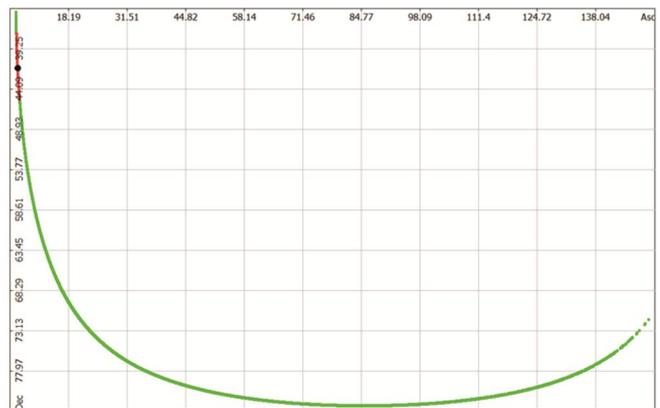
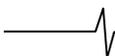


Рис. 6. Область поиска OFEQ16 через сутки



размер области поиска, построенный для варианта стереонаблюдения в течение 100 сек. составил 4.0° , что позволяет повторно обнаружить КО без проведения поиска. В варианте наблюдения КО в первом сеансе одним телескопом область поиска в следующем сеансе наблюдения следующей ночью опять оказывается недопустимо длинной.

В целом, проведённые исследования позволяют сделать вывод о том, что применение стереонаблюдения для обнаружения КО, по которому отсутствует априорная информация, позволяет радикально уменьшить размер области его поиска в следующем сеансе наблюдения по сравнению со случаем его наблюдения одним телескопом.

Литература

1. Chang C.B. Ballistic Trajectory Estimation with Angle-Only Measurements.
2. Jin Choi, Y.-J. Choi, Hong-Suh Yim, Wonyong Han. Two-Site Optical Observation and Initial Orbit Determination for Geostationary Earth Orbit Satellites, Journal of Astronomy & Space Sciences 27(4):337-343, December 2010.
3. Kolessa A.E., Ivanov V.N., Radchenko V.A. Searching of Unknown Earth-Orbiting Object in the Next Observation Session. International Conference Engineering & Telecommunication (En&T), Proceedings, November 26-28, 2014, MIPT, Moscow, Russia. Published by the IEEE Computer Society.
4. Alexei E. Kolessa, Alexander G. Tartakovsky, Atner P. Ivanov, Vasily A. Radchenko. Nonlinear Estimation and Decision-making Methods in Short Track Identification and Orbit Determination Problem. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 2019.



**Всероссийская конференция
«Радиоэлектронные устройства и системы
для инфокоммуникационных технологий»
(«РЕУС – 2023»)**

06 – 08 июня 2023 г. Россия, Москва

*THE ALL-RUSSIAN CONFERENCE
(WITH THE INTERNATIONAL PARTICIPATION)*

**"THE RADIO-ELECTRONIC DEVICES AND SYSTEMS FOR
THE INFOCOMMUNICATION TECHNOLOGIES" ("REDS-2023")**

Конференция посвящена «Дню Радио»



ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПРИНЯТЬ УЧАСТИЕ В РАБОТЕ КОНФЕРЕНЦИИ

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
- Московский технический университет связи и информатики
- Отделение РАН

ПРИ УЧАСТИИ:

- ОАО «Концерн радиостроения «Вега»
- ФГУП «НИИР»
- Балтийский федеральный университет им. И. Канта
- Владимирский государственный университет
- Московский авиационный институт
- Московский энергетический институт
- Московский институт электронной техники
- Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
- Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского
- Министерство высшего образования и науки РФ
- Нижегородский технический госуниверситет им. Р.Е. Алексеева
- Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Ульяновский государственный технический университет
- Ярославский государственный университет

ВСЕРОССИЙСКИЙ ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель: академик РАН **Никитов Сергей Аполлонович**

Заместитель Председателя: академик РАН **Панченко Владислав Яковлевич**

Сопредседатели: д.т.н. **Ашурбейли И.Р.**, академик РАН **Бугаев А.С.**, академик РАН **Кузнецов Н.А.**

Члены Оргкомитета: проф. **Бартенев В.Г.**, проф. **Дроздов Б.В.**, проф. **Калошин В.А.**, проф. **Поборчая Н.Е.**, проф. **Постников И.И.**, доц. **Самсонов Г.А.**, проф. **Сергеев В.А.**, проф. **Степанов С.Н.**, проф. **Хорев А.А.**, проф. **Чиров Д.С.**, проф. **Шорин О.А.**

ВСЕРОССИЙСКИЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Председатель: академик РАН **Чаплыгин Юрий Александрович**

Заместитель Председателя: академик РАН **Кузнецов Николай Александрович**

Члены Программного комитета: проф. **Аджемов А.С.**, д.т.н. **Борисов В.П.**, д.т.н. **Бутенко В.В.**, член-корр. РАН **Верба В.С.**, проф. **Витязев В.В.**, проф. **Петровский А.А.** (Беларусь), д.э.н. **Сеилов Ш.Ж.** (Казахстан), проф. **Скородумов А.И.**, проф. **Ямпурин Н.П.**