

## МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ И ДЕМОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ МНОГОМЕРНЫХ АНСАМБЛЕЙ

*Быховский М.А., доктор технических наук, профессор, e-mail: bykhmark@gmail.com*

### METHODS FOR MODULATION AND DEMODULATION OF MULTIDIMENSIONAL ENSEMBLE SIGNALS

*Bykhovskiy M.A.*

*The paper presents an algorithm for converting the specific number of a transmitted message modulation indices necessary for generating signals belonging to surface-spherical signal ensembles (SSAS). Functional diagrams of modulators and optimal demodulators of SSAS are also discussed.*

*It is noted that the SSAS generation procedure is similar to the convolutional code generation procedure, and the demodulation procedure is similar to the sequential decoding procedure of a convolutional code using the Viterbi algorithm. It is shown that the number of operations required to generate SSAS signals in modulators and processing operations of these signals in demodulators increases linearly with an increase in the duration of signals in SSAS. Therefore, the complexity of the technical implementation of communication systems with SSAS turns out to be comparable to the complexity of the implementation of communication systems which use two-dimensional signal ensembles such as QAM and APSK to increase the reliability of message reception. It is noted that the use of SSAS allows the creation of communication systems with high energy and spectral efficiency.*

**Key words:** Formation of optimal multidimensional signals, demodulation of optimal multidimensional signals, energy efficiency, spectral efficiency, noise immunity of signal reception.

**Ключевые слова** Формирования оптимальных многомерных сигналов, демодуляция оптимальных многомерных сигналов, энергетическая эффективность, спектральная эффективность, помехоустойчивость приема сигналов.

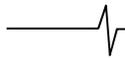
#### Введение

В [1] и [2] рассмотрены вопросы построения оптимальных многомерных поверхностно-сферических ансамблей сигналов (ПСАС). Применение таких ансамблей (АС), как показано К. Шенноном, позволяет достичь установленных им пределов для энергетической и спектральной эффективностей (ЭЭ и СЭ) систем связи [3-5]. Системы связи, в которых для передачи сообщений используются ПСАС, обеспечивают высокую надежность связи (малое значение вероятности ошибки при передаче сообщений по каналу связи при минимальной мощности передатчика), а также позволяют с максимально возможной удельной скоростью (с максимальным количеством бит/сек, приходящихся на единицу выделенной полосы частот), передавать сообщения по каналу связи, для которого выделена полоса частот, равная  $F$ . Показатели ЭЭ и СЭ характеризуют качество созданной системы, показывая, насколько экономично в ней используется как энергетический, так и частотный ресурс. Внедрение систем связи с пониженной энергетикой существенно облегчает обеспечение электромагнитной совместимости разных систем связи, которые работают в одном регионе и в одном и том же частотном канале, обслуживая разных пользователей. Применение таких систем повышает эффективность исполь-

*Представлен алгоритм преобразования номера передаваемого сообщения в индексы модуляции, необходимые для формирования сигналов, принадлежащих к поверхностно-сферическим ансамблям сигналов (ПСАС). Описаны функциональные схемы модуляторов и оптимальных демодуляторов ПСАС. Отмечается, что процедура формирования ПСАС подобна процедуре формирования сверточного кода, а процедура демодуляции подобна процедуре последовательного декодирования сверточного кода с помощью алгоритма Витерби. Показано, что количество операций, необходимых для формирования сигналов ПСАС в модуляторах, и операций обработки этих сигналов в демодуляторах, растет линейно с увеличением длительности сигналов в ПСАС. Поэтому сложность технической реализации систем связи с ПСАС оказывается сопоставимой со сложностью реализации систем связи, в которых для повышения надежности приема сообщений применяются двумерные ансамбли сигналов, такие как QAM и APSK. Отмечается, что применение ПСАС позволяет создавать системы связи с высокой энергетической и спектральной эффективностью.*

зования весьма дефицитного частотного ресурса, за право на использование которого операторские компании платят государству миллиарды долларов.

Целесообразно отметить, что, как следует из работ Шеннона [3, 4], при применении для передачи сообщений ПСАС отпадает необходимость использования помехоустойчивых кодов (ПК), которые в современных системах связи широко применяются для повышения надежности передачи сообщений. Применение ПК диктуется тем, что в этих системах для передачи символов, входящих в состав кодовых комбинаций (КК), использу-



ются двумерные ансамбли сигналов (АС) с квадратурно-амплитудной (QAM – Quadrature Amplitude Modulation) или амплитудно-фазовой (APSK – Amplitude and Phase Modulation) модуляцией. Такие АС, в отличие от ПСАС, не позволяют при их демодуляции обеспечить надежный прием КК и часть символов при демодуляции сигналов QAM или APSK оказывается принятой с ошибкой. Исправление этих ошибок осуществляется с помощью ПК. В [1] и [6] представлены оценки, показывающие, что снижение ЭЭ и СЭ систем связи с ПК по сравнению с системами связи, в которых для передачи сообщений применяются ПСАС, оказывается значительным.

Шенноном [3] было показано, что многомерные сигналы  $S_m(t)$ , принадлежащие ПСАС, для наглядности целесообразно представлять сигнальными точками ( $CT_s$ ) в  $N$ -мерном евклидовом пространстве. Здесь  $N = 2int(FT)$ , где  $F$  – полоса частот канала связи,  $T$  – длительность сигналов  $S_m(t)$ ,  $int(x)$  – целая часть числа  $x$ , в дальнейшем нормированную длительность сигналов, равную  $(FT)$ , будем считать целым числом. В ПСАС все  $CT_s$  лежат на поверхности  $N$ -мерной сферы единичного радиуса.

Как показано в [1] и [6] одна из возможностей создания  $N$ -мерных сигналов ПСАС длительности  $T$  является формирование их из элементарных ортогональных сигналов (ЭОС), каждый из которых передается течение интервала времени, равного  $\tau_T = (2T / N)$ . В течение интервала времени  $t \in T_k = [(k-1)\tau_T, k\tau_T]$ , ( $k = 1..FT$ ) в канал связи передаются элементарные сигналы, вида  $S_{2k-1,m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{sk}^m \sin[\omega_0(t - (k-1)\tau_T)]$  и  $S_{2k,m}(t) = \sqrt{2P_s} x_{ck}^m \cos[\omega_0(t - (k-1)\tau_T)]$ , за пределами которого они равны 0. Для того, чтобы упростить приводимые ниже формулы и не рассматривать энергетические потери сигнала на трассе распространении радиоволн в канале связи, в этих формулах фигурирует запись сигналов, поступающих на вход демодулятора, при этом обозначено  $P_s$  – средняя мощность сигнала, поступающего на его вход. Энергия таких сигналов равна, очевидно,  $E_i = P_s(FT)[(x_{si}^m)^2 + (x_{ci}^m)^2]$ . Параметры  $x_{si}^m$  и  $x_{ci}^m$  являются информационными и определяются передаваемой цифровой последовательностью, поступающей на вход модулятора. Эта последовательность представляет собой номер передаваемого сообщения. Сигнал, поступающий на вход приемника по каналу связи за время  $T$ , может быть записан в виде

$$S_m(t) = \sum_{k=1}^{FT} [S_{(2k-1),m}(t) + S_{2k,m}(t)]. \quad (1)$$

В [1] и [6] дано описание процедуры построения ПСАС, предназначенного для передачи сообщений с заданным значением удельной скорости передачи сообщений  $R_f$  (бит/сек·Гц). Эта процедура представляет собой алгоритм определения евклидовых координат  $CT_m$  ПСАС таким образом, чтобы минимальное евклидово расстояние между  $CT_{m1}$  и  $CT_{m2}$ , соответствующими разным сигналам  $S_{m1}(t)$  и  $S_{m2}(t)$ , было бы равно

величине  $D_m = \sqrt{\int_0^T [S_{m1}(t) - S_{m2}(t)]^2 dt} = \sqrt{(FT)\rho_s \hat{d}_m}$ ,  $\rho_s$  – отношение сигнал/шум на входе демодулятора,  $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2\sin(0,5\Delta\varphi_1)$  нормированное значение минимального евклидового расстояния между сигналами ПСАС. Параметр  $\Delta\varphi_1$  – один из основных параметров ПСАС, представляет собой минимально возможной угловое расстояние между близкими  $CT_{m1}$  и  $CT_{m2}$  для двух сигналов  $S_{m1}(t)$  и  $S_{m2}(t)$ , определяющий как величину  $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1)$ , так и удельную скорость передачи сообщений ( $R_f$  бит/сек·Гц), которую может обеспечить этот ансамбль сигналов (АС) [4].

В [1] и [6] показано, что евклидовы координаты сигналов  $S_m(t)$  в ПСАС должны определяться следующими формулами:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{s1}^m &= R_{0,m} \sin \varphi_{1,m}, x_{c1}^m = R_{1,m} \sin \varphi_{2,m}, x_{s2}^m = \\ &= R_{2,m} \sin \varphi_{3,m}, x_{c2}^m = R_{3,m} \sin \varphi_{4,m}, \dots, \\ x_{si}^m &= R_{2(i-1),m} \sin \varphi_{(2i-1),m}, x_{ci}^m = R_{(2i-1),m} \sin \varphi_{2i,m}, \dots, \\ x_{s,(2FT-1)}^m &= R_{2(FT-1),m} \sin \varphi_{(2FT-1),m}, x_{c,(2FT-1)}^m = \\ &= R_{2(FT-1),m} \cos \varphi_{(2FT-1),m} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

В (2) обозначено:  $R_{0,m} = 1, R_{1,m} = \cos \varphi_{1,m}$ ,

$$R_{2,m} = (\cos \varphi_{1,m} \cos \varphi_{2,m}), \dots, R_{2(i-1),m} = \left( \prod_{k=1}^{2(i-1)} \cos \varphi_{k,m} \right),$$

$$R_{(2i-1),m} = \left( \prod_{k=1}^{2i} \cos \varphi_{k,m} \right), \dots, R_{2(FT-1),m} = \left( \prod_{k=1}^{2(FT-1)} \cos \varphi_{k,m} \right). \quad (2)$$

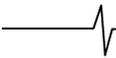
$\varphi_{k,m} = I_{mk} \Delta\varphi_k$  – сферические координаты  $CT_m$ , лежащей на поверхности  $N$ -мерной сферы, радиус которой равен 1, а  $I_{mk}$  – индексы модуляции – целые числа, значения которых однозначно определяются номером передаваемого сообщения. Номер сообщения представляет собой информационную цифровую последовательность, которая должна быть передана по каналу связи. Эта последовательность на передаче преобразуется в последовательность из  $(N-1)$  целых чисел  $I_{mk}$  ( $k = 1..N-1$ ), которые могут иметь как положительные, так и отрицательные значения [2], и передаваться по каналу связи с помощью сигналов  $S_m(t)$ .

Отметим, что параметры  $\varphi_{k,m} = I_{mk} \Delta\varphi_k$  – сферические координаты ПСАС, при  $k = 1..2(FT-1)$  могут принимать значения в интервале  $[-\pi/2.. \pi/2]$ , а параметр  $\varphi_{(2FT-1),m}$  – в интервале  $[0..2\pi]$ . В [1] и [6] показано, что величины  $\Delta\varphi_k$  определяются параметром  $\Delta\varphi_1$  и значениями индексов модуляции  $I_{ml}$  при  $l < k$  и их можно вычислить по формулам:

$$\Delta\varphi_k = 2 \arcsin[\sin(\Delta\varphi_1 / 2) / R_{(k-1),m}], \quad (3)$$

а индексы модуляции могут иметь любые целые значения в интервале  $-K_k \leq I_{mk} \leq K_k$ , где

$$K_k = int[\arccos(\hat{d}_m / 2R_{(k-1),m}) / \Delta\varphi_k]. \quad (4)$$



Индексы  $I_{mk}$  определяют, как показано в [1] и [6], евклидовы координаты  $CT_m$  на поверхности  $N$ -мерной сферы, которые с помощью сигналов  $S_m(t)$  передаются по линии связи. При демодуляции сигналов  $S_m(t)$  находят их индексы модуляции и их совокупность  $I_{mk} (k = 1 \dots N-1)$  с помощью определенного алгоритма преобразуется в номер принятого сообщения  $m$  – в цифровую информационную последовательность, которая направляется пользователю системы связи.

В данной статье рассмотрены вопросы, связанные с алгоритмами преобразования  $m \rightarrow (I_{m1}, I_{m2}, \dots, I_{m(N-1)})$  на передающем конце линии связи и  $(I_{m1}, I_{m2}, \dots, I_{m(N-1)}) \rightarrow m$  на приемном конце. В ней, а также в [1] и [2], представлены алгоритмы модуляции, используемые при формировании сигналов ПСАС, позволяющие осуществлять передачу сообщений с заданной удельной скоростью  $R_f$ , а также алгоритмы их демодуляции. Показано, что алгоритмы их модуляции и оптимальной демодуляции имеют сложность (оцениваемую числом операций, необходимых для формирования сигналов  $S_m(t)$  на передаче, и определение номера  $m$  принятого сигнала), увеличивающуюся линейно с увеличением размерности ПСАС. В [1] и [2], а также в этой работе получены результаты, на основании которых могут быть определены основные параметры ПСАС:  $(FT)$  – нормированная длительность сигналов и  $\rho_s$  – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, при которых можно обеспечить требуемую надежность приема сообщений, зависящую от вероятности ошибки при их демодуляции. Применение оптимальных многомерных ПСАС позволяет создавать системы связи с наибольшей энергетической и спектральной эффективностью.

Алгоритм преобразования номера сообщения в индексы модуляции ПСАС

При рассмотрении вопросов передачи сообщений с помощью ПСАС ниже используется термин – индекс модуляции, связанный с номером сообщения, передаваемого по каналу связи. По сути, при применении в системах связи двумерных сигналов QAM или APSK также осуществляется преобразование номера передаваемого сообщения в индексы модуляции. Для многомерных ПСАС это делается аналогично, но несколько более сложным способом, который описан ниже. Для пояснения сути термина «индекс модуляции», рассмотрим сперва вопросы, связанные с преобразованием номера передаваемого сообщения в индексы модуляции на примере известных двумерных АС с QAM и APSK. Сигнальные точки ( $CT_s$ ) в этих АС расположены на двумерной плоскости [7].

Для QAM каждая точка может быть задана двумя координатами по оси ординат ( $x_1$ ) и оси абсцисс ( $x_2$ ), представляющих собой целые числа. Если, например, позиционность этого сигнала равна  $M = 25 = 5 \times 5$ , то  $x_1$  и  $x_2$  могут независимо принимать любые значения из ряда чисел -2, -1, 0, 1, 2. Можно сказать, что множество

всех  $CT_s$  данного АС разбито на пять подмножеств в соответствии со значением координаты  $x_1$  – первым индексом модуляции; в каждом таком подмножестве имеется по пять  $CT_s$ , соответствующих значению координаты  $x_2$  – второму индексу модуляции. Евклидово расстояние между ближайшими  $CT_s$  равно в данном случае 1.

Для АС с APSK  $CT_s$  располагаются на нескольких окружностях, имеющих разные радиусы, причем на окружностях большего радиуса расположено большее количество  $CT_s$ . Этот АС строится таким образом, чтобы расстояния между ближайшими  $CT_s$ , расположенными на одной окружности, были бы равны 1, а между любыми двумя ближайшими  $CT_s$ , расположенными на разных окружностях, были бы равны или немного больше 1, причем номер окружности является первым индексом модуляции. В данном случае все множество  $CT_s$  может быть представлено как сумма подмножеств  $CT_s$ , расположенных на одной и той же окружности, и номер  $CT_s$  на каждой окружности является вторым индексом модуляции.

Рассмотрим процедуру определения индексов модуляции для  $N$ -мерных ПСАС. При построении как самих АС, так и алгоритмов их модуляции и демодуляции необходимо знать основные их характеристики. Для АС с QAM и APSK такой характеристикой является параметр  $M$  – позиционность АС, определяющая число возможных сигналов, входящих в эти АС, а также удельную скорость передачи сообщений, равную  $R_f = \log_2(M)$ . Этот параметр определяет в 2-мерном евклидовом пространстве также минимальное расстояние между  $CT_s$ , соответствующими разным сигналам [7].

Для  $N$ -мерных ПСАС аналогом позиционности двумерных сигналов является величина  $M_N$  – количество сигналов в этом ансамбле, которое также связано, согласно работе Шеннона [4], с нормированным значением  $\hat{d}_m(\Delta\varphi_1)$  минимального евклидова расстояния между разными  $CT_s$ , расположенными на поверхности  $N$ -мерной сферы. В [4] показано, что оценка величины  $M_N$  может быть вычислена по следующей формуле:

$$M_N \cong \text{int}[\mathcal{G}(\pi, N) / \mathcal{G}(\Delta\varphi_1, N)] = \text{int} \left[ \frac{2 \int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta} \right],$$

$$R_f(\Delta\varphi_1, N) = \log_2[M_N] / (FT), \quad (5)$$

где  $\mathcal{G}(\Delta\varphi_1, N) = \frac{(N-1)\pi^{(N-1)/2}}{\Gamma[(N+1)/2]} \int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta$  (здесь

$\Gamma(x)$  – гамма-функция). Входящий в (5) параметр  $\Delta\varphi_1$  представляет собой телесный угол конусной зоны правильного приема (ЗП), в которой расположена каждая  $CT_m$ , соответствующая сигналу  $S_m(t)$  из ПСАС [4]. Как показано в [2], ошибки при приеме сигналов ПСАС происходят в тех случаях, когда из-за действия шума ( $n(t)$ )

сигнальная точка, соответствующая принятому сигналу  $W(t) = S_m(t) + n(t)$ , окажется за пределами ЗП. Отметим, что из (5) следует [4], что

$$\hat{d}_m(\Delta\varphi_1) = 2^{-0,5[R_f(\Delta\varphi_1, FT)-1]} \quad (6)$$

На рис. 1 представлен график зависимости  $R_f(\Delta\varphi_1, N)$  от  $\Delta\varphi_1$  (при  $FT \geq 6$ , как показано в [6], величина удельной скорости от  $FT$  практически не зависит).

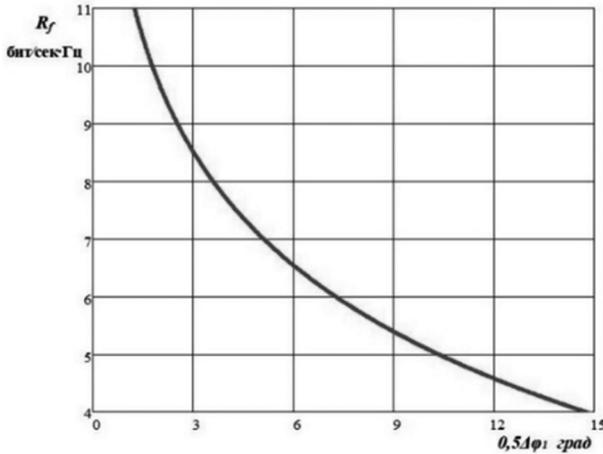


Рис. 1. Зависимость  $R_f(\Delta\varphi_1, N)$  от  $\Delta\varphi_1$

Формирование индексов модуляции для сигнала  $S_m(t)$  основано на разбиении всего множества  $CT_s$  ПСАС на подмножества 1-го, 2-го, ...  $(N-2)$ -го порядка, которые обозначим  $A_{I_1}, A_{I_1, I_2}, \dots, A_{I_1, I_2, \dots, I_{N-2}}$ , определении количества содержащихся в них  $CT_s$  и в выборе процедуры нумерации всех сигнальных точек, принадлежащих ПСАС. При этом все  $CT_s$ , у которых первый индекс модуляции равен  $I_1$ , войдут в одно и тоже подмножество  $A_{I_1}$ . Так как этот индекс, как показано в [1], может принимать значения  $-K_1 \leq I_1 \leq K_1$ , где  $K_1 = \text{int}\{\arccos[\sin(0,5\Delta\varphi_1) / R_2(I_1)]\}$ , то полное множество сигналов ПСАС в  $N$ -мерном пространстве можно разбить на  $(2K_1 + 1)$  подмножеств  $A_{I_1}$ . Геометрическим образом каждого из этих подмножеств может служить  $(N-1)$ -мерная сфера, радиус которой равен  $R_1(I_1) = \cos(I_1\Delta\varphi_1)$ . На ее поверхности расположены все  $CT_s$  с одним и тем же значением первого индекса модуляции. Из (5) следует, что формулу для вычисления величины  $M_N$  можно также записать в следующем виде:

$$M_N = \sum_{I_1=-K_1}^{K_1} M_{N, A_{I_1}}, \quad (7)$$

где  $M_{N, A_{I_1}} = \text{int}[\mathcal{G}(\pi, N-1) / \mathcal{G}(I_1\Delta\varphi_1, N-1)]$  – количество сигналов, которое содержит каждое из подмножеств  $A_{I_1}$ . Кроме того, так как величина  $R_1(I_1)$  не зависит от знака индекса модуляции  $I_1$ , то в подмножествах  $A_{I_1}$  и  $A_{-I_1}$  имеется одинаковое количество  $CT_s$ , т.е. справедливо равенство  $M_{N, A_{I_1}} = M_{N, A_{-I_1}}$ . Каждое из подмножеств  $A_{I_1}$

при  $I_1 = \text{const}$  в свою очередь может быть разбито на подмножества 2-го порядка –  $A_{I_1, I_2}$ . В каждое из этих подмножеств входят  $CT_s$ , у которых как первая, так и вторая евклидовы координаты имеют одно и тоже значение (т.е. у всех  $CT_s \in A_{I_1, I_2}$  индексы модуляции  $I_1$  и  $I_2$  одинаковы). Евклидовы координаты  $CT_s$ , входящих в одну подгруппу  $A_{I_1}$ , но в разные подгруппы  $A_{I_1, I_2}$ , имеют разные значения индексов  $I_2$ , т.е. отличаются значением второй координаты. Геометрическим образом каждого из этих подмножеств может служить  $(N-2)$ -мерная сфера, радиус которой, как показано в [1], в соответствии с (1) равен  $R_3(I_1, I_1) = \cos(I_1\Delta\varphi_1)\cos(I_2\Delta\varphi_2)$ . Для определения количества элементов, входящих в каждое из подмножеств  $A_{I_1, I_2}$ , можно использовать формулу

$$M_{N, A_{I_1}} = \sum_{I_2=-K_2}^{K_2} M_{N, A_{I_1, I_2}}, \quad (8)$$

в которой  $M_{N, A_{I_1, I_2}} = \text{int}[\mathcal{G}(\pi, N-1) / \mathcal{G}(I_2\Delta\varphi_2, N-1)]$  – количество сигналов, которое содержит каждое из подмножеств  $A_{I_1, I_2}$ , а  $\Delta\varphi_2 = 2\arcsin[\sin(\Delta\varphi_1) / R_2(I_1)]$ . Как видно, величина  $M_{N, A_{I_1}}$  зависит от индекса модуляции  $I_1$ . Из (8) следует, что в данном случае выполняется соотношение  $M_{N, A_{I_1, I_2}} = M_{N, A_{-I_1, I_2}} = M_{N, A_{I_1, -I_2}} = M_{N, A_{-I_1, -I_2}}$ . В общем случае количество  $CT_s$  в каждом из подмножеств  $A_{I_1, I_2, \dots, I_k}$ , равное  $M_{N, A_{I_1, I_2, \dots, I_k}}$ , зависит только от абсолютных значений индексов модуляции  $|I_k|$ .

Важные особенности распределения  $CT_s$  по поверхности  $N$ -мерной сферы в ПСАС являются следствием отмеченного в [8] общего принципа концентрации, согласно которому при  $N \gg 1$  объем этой сферы сосредоточен в весьма малой окрестности ее границы, а подавляющая часть ее площади сосредоточена в малой окрестности экватора. Из принципа концентрации следует, что подавляющая часть  $CT_s$  должна быть расположена в окрестности экватора  $N$ -мерной сферы, поскольку оптимальные АС, позволяющие обеспечить высокую надежность передачи сообщений в гауссовых каналах связи должны иметь, как показано в [4], а также в [2], большую нормированную длительность  $-(FT)$ . Для таких  $CT_s$  абсолютные значения их индексов модуляции  $|I_k| (k=1..N-1)$  должны иметь небольшие значения, т.е.  $|I_k| K_k$ . Значения  $K_k$ , определяющие возможные границы изменения индексов модуляции  $CT_s$ , принадлежащих ПСАС, определены в [1] и могут быть вычислены по формуле (4). Это обстоятельство позволяет упростить алгоритмы формирования сигналов ПСАС и их демодуляции за счет того, что в ПСАС включаются только те сигналы, расположенные в окрестности экватора  $N$ -мерной сферы, у которых индексы модуляции  $|I_k|$  имеют сравнительно небольшие значения.

В табл. 1 приведены рассчитанные по формулам (7) и (8) данные, которые показывают, как изменяются величины  $M_{N,A_{I_1}}$  и  $M_{N,A_{I_1,I_2}}$  с изменением индексов модуляции  $|I_1|$  и  $|I_2|$ , иллюстрирующие закономерности изменения количества  $CT_s$  в подмножествах  $A_{I_1}$  и  $A_{I_1,I_2}$  с изменением индексов модуляции  $|I_k|$ . Расчеты выполнены для ПСАС, параметры которого указаны в первой строке табл. 1. Для него  $\Delta\varphi_1 = 13,8^\circ$ , что позволяет передавать сообщения с удельной скоростью, равной  $R_f = 6,08$  бит/сек·Гц, если  $(FT) = 30$  ( $N = 60$ ), и  $R_f = 6,1$  бит/сек·Гц, если  $(FT) = 60$  ( $N = 120$ ). В этой же строке при двух значениях  $(FT) = 30$  и  $60$  указано количество  $CT_s$  в этих ансамблях. Во 2-м столбце приведены значения  $|I_1|$  – первого индекса модуляции; в 3-м столбце –  $M_{N,A_{I_1}}$  – количество  $CT_s$  в подмножествах  $A_{I_1}$  при  $(FT) = 30$  и  $60$  и разных значениях  $|I_1|$ ; в 4-м столбце приведены значения  $R_{N,A_{I_1}} = \frac{\log_2(M_{N,A_{I_1}})}{(FT)}$ .

Анализ этих данных показывает:

1) при увеличении  $(FT)$  – нормированной длительности сигналов в два раза количество  $CT_s$  увеличивается примерно по закону  $M_{120,A_{I_1}} \approx (M_{60,A_{I_1}})^2$ ;

2) значения  $R_{N,A_{I_1}}$  практически не зависят от параметра  $(FT)$ ;

3) при  $\Delta\varphi_1 = 13,8^\circ$  индекс  $I_1$  может принимать 13 разных значений в интервале  $-6 \leq I_1 \leq 6$ , а из данных, приведенных в табл. 1, видно, что, например, в том случае, когда  $(FT) = 30$  в ПСАС основное количество  $CT_s$  принадлежат всего трем подмножествам 1-го порядка, в которых имеется следующее число  $CT_s$ :  $M_{60,A_{I_1=0}} = 5,6 \cdot 10^{54}$ ,  $M_{60,A_{I_1=1}} = M_{60,A_{I_1=-1}} = 1,03 \cdot 10^{54}$ . Общее количество  $CT_s$  в этих подмножествах (вблизи экватора шара при  $N = 2(FT) = 60$ ) равно  $7,66 \cdot 10^{54}$ . В подмножествах, соответствующих  $|I_1| \geq 2$ , количество

$CT_s$  весьма незначительно по сравнению с количеством  $CT_s$  в подмножествах  $A_{I_1=0}$ ,  $A_{I_1=-1}$  и  $A_{I_1=1}$  и их можно не включать в ПСАС, так как это практически не отразится на обеспечиваемой им удельной скорости передачи сообщений.

В 4-м столбце приведены значения  $|I_2|$  – второго индекса модуляции; в 5-м столбце –  $M_{N,A_{I_1,I_2}}$  – количество  $CT_s$  в подмножествах  $A_{I_1,I_2}$  при  $(FT) = 30$  и разных значениях  $|I_1| = 1$  и  $2$ ; в 6-м столбце приведены значения

$$R_{N,A_{I_1}} = \frac{\log_2(M_{N,A_{I_1,I_2}})}{(FT)}$$

Один из выводов, аналогичный тому, который был отмечен выше при обсуждении данных, приведенных в столбце 3, касающихся количества  $CT_s$ , входящих в соответствующие подмножества 2-го порядка при  $|I_1| = 1$  и  $2$ , состоит в том, что подавляющая часть  $CT_s$  принадлежит всего трем таким подмножествам, соответствующим индексам модуляции, равным  $|I_2| = 0$  и  $|I_2| = 1$ .

Формирование сигналов ПСАС связано с нумерацией их  $CT_s$  – присвоением каждой  $CT_s$  номера одного из сообщений, который может быть передан по каналу связи. Присвоение номеров  $CT_s$  может быть осуществлено, например, таким образом: меньшие номера следует присваивать тем  $CT_s$ , которые относятся к индексам модуляции, имеющим, во-первых, отрицательные значения, а, во-вторых, имеющие большие абсолютные значения индексов модуляции. В рассматриваемом примере все  $CT_s$  оказываются разбиты на три группы:  $CT_s$ , номера которых лежат в интервале  $1 \leq m \leq \varepsilon_{11}$ , относятся к первой группе,  $CT_s$  с номерами  $\varepsilon_{11} + 1 \leq m \leq \varepsilon_{12}$  – ко второй, и  $CT_s$  с номерами  $\varepsilon_{12} + 1 \leq m \leq \varepsilon_{13}$  – к третьей (здесь границы номеров  $CT_s$ , входящих в разные подгруппы 1-го порядка, равны  $\varepsilon_{11} = M_{60,A_{I_1=-1}}$ ,  $N\varepsilon_{12} = M_{60,A_{I_1=-1}} + M_{60,A_{I_1=1}}$  и  $\varepsilon_{12} = M_{60,A_{I_1=0}} + M_{60,A_{I_1=-1}} + M_{60,A_{I_1=1}}$ ). Таким образом сравнение номера передаваемого сообщения с границами номеров, которые могут иметь  $CT_s$ ,

Таблица 1. Изменения количества  $CT_s$  в подмножествах  $A_{I_1}$  и  $A_{I_1,I_2}$  с изменением индексов модуляции  $|I_1|$  и  $|I_2|$

№ / 1	$\Delta\varphi_1 = 13,8^\circ$	$M_{30}/M_{60} \rightarrow 7,7 \cdot 10^{54}/1,7 \cdot 10^{110}$		-	$R_{30,f}/R_{60,f} \rightarrow 6,08/6,1$	
		$M_{60,A_{I_1}} / M_{120,A_{I_1}}$	$R_{60,A_{I_1}} / R_{120,A_{I_1}}$		$I_2$	$I_1 = 1 / I_1 = 2$ $M_{60,A_{I_1,I_2}} / M_{60,A_{I_1,I_2}}$
2	$I_1$			$I_2$		
3	0	$5,6 \cdot 10^{54}/1,6 \cdot 10^{110}$	6,06/6,1	0	$1,26 \cdot 10^{53}/7,1 \cdot 10^{50}$	5,96/6,05
4	1	$1,03 \cdot 10^{54}/5,2 \cdot 10^{108}$	5,98/6,02	1	$2,4 \cdot 10^{52}/1,4 \cdot 10^{50}$	5,88/5,97
5	2	$5,3 \cdot 10^{51}/1,1 \cdot 10^{104}$	5,72/5,76	2	$1,36 \cdot 10^{50}/7,6 \cdot 10^{47}$	5,65/5,7
6	3	$3,6 \cdot 10^{47}/3,9 \cdot 10^{95}$	5,25/5,3	3	$1,1 \cdot 10^{46}/6,1 \cdot 10^{43}$	5,18/5,2

принадлежащие каждому их трех подмножеств 1-го порядка, позволяет определять первый индекс модуляции при передаче сигнала  $S_m(t)$ . Аналогичным образом следует определять второй и последующие индексы модуляции для этого сигнала.

Проиллюстрируем определение второго индекса модуляции для сигнала  $S_m(t)$ , используя данные таблицы 1, приведенные для случая, когда  $(FT) = 30$ . Рассмотрим случай, когда  $m = 10,6 \cdot 1053$ . Изложенная выше процедура определения первого индекса модуляции для сигнала  $S_m(t)$  дает  $I_1 = 1$ . В пятом столбце табл. 1 приведены данные о количестве  $CT_s$ , которые имеются в подмножествах 2-го порядка при  $I_1 = 1$  и  $|I_2| = 0 \dots 3$ . Как и в рассмотренном выше случае, относившимся к подмножествам 1-го порядка, из табл. 1 видно, что основное количество  $CT_s$  при  $I_1 = 1$  содержится в подмножествах 2-го порядка при  $I_2 = 0$  и  $|I_2| = 1$ . При  $|I_2| \geq 2$ , количество  $CT_s$  весьма незначительно и их можно не включать в ПСАС. В данном случае, границы номеров  $CT_s$ , входящих в разные подмножества 2-го порядка при  $I_1 = 1$  определяются следующим образом  $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{11} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=0}}$ ,  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{11} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=1}} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=2}}$  и  $\varepsilon_{23} = \varepsilon_{11} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=0}} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=1}} + M_{60, A_{I_1=1, I_2=2}}$ . Используя данные, приведенные в табл. 1, нетрудно видеть, что в рассматриваемом случае  $\varepsilon_{22} \leq m = 10,6 \cdot 1053 \leq \varepsilon_{23}$  и, следовательно, второй индекс модуляции для сигнала  $S_m(t)$  равен  $I_2 = 0$ .

Рассмотренный пример показывает, что для ПСАС, с помощью которого можно передавать сообщения с удельной скоростью передачи сообщений, равной  $R_f \cong 6$  бит/сек·Гц, индексы модуляции могут принимать, как отмечалось выше, 13 разных значений, однако, если в этот АС включать только те  $CT_s$ , которые расположены в окрестности экватора  $N$ -мерной сферы, то для них индексы модуляции будут изменяться только в диапазоне  $(-1 \dots 1)$ , причем удельная скорость передачи сообщений с помощью такого ПСАС практически не изменится. Отметим, что расчеты, подобные приведенным выше, для ПСАС, который позволяет передавать сообщения с удельной скоростью, равной  $R_f \cong 10$  бит/сек·Гц, показывают, что для передачи сигналов полного ПСАС, включающего все возможные  $CT_s$ , требуется обеспечивать изменение индексов модуляции в диапазоне  $(-25 \dots 25)$ , тогда как при включении в ПСАС только тех  $CT_s$ , которые расположены в окрестности экватора  $N$ -мерной сферы, их индексы модуляции будут изменяться только в диапазоне  $(-3 \dots 3)$ .

На рис. 2 показаны зависимости  $\xi(I_1, R_f, FT) = (M_{N, A_{I_1}} / M_{N, A_{I_1=0}})$  – количества  $CT_s$  в подмножестве  $A_{I_1}$ , где  $|I_1| \geq 1$ , относительно количества  $CT_s$  в подмножестве, в котором первый индекс модуляции равен

$I_1 = 0$ . Эти зависимости построены для случаев, когда  $R_f = 4, 6, 8$  и  $10$  бит/сек·Гц и  $(FT) = 30$  и  $60$ .

Анализ зависимостей на рис. 2 показывает, что в ПСАС при сравнительно низких удельных скоростях передачи сообщений ( $R_f = 4$  или  $6$  бит/сек·Гц) основное количество  $CT_s$  принадлежит всего трем подмножествам 1-го порядка, у которых первый индекс модуляции может быть равен  $I_1 = 0$  или  $|I_1| = 1$ . Этот вывод согласуется с данными табл. 1, которые обсуждались выше. Если удельные скорости передачи сообщений имеют достаточно высокое значение ( $R_f = 8$  или  $10$  бит/сек·Гц), то основное количество  $CT_s$  такого ПСАС может принадлежать большему числу подмножеств 1-го порядка, у которых первый индекс модуляции может быть равен  $|I_1| = 0 \dots 3$ . Из зависимостей рис. 2 также видно, что с увеличением параметра  $(FT)$  – нормированной длительности сигналов ПСАС, количество подмножеств 1-го порядка, соответствующих определенным значениям индексов модуляции, уменьшается, т.е. с увеличением параметра  $(FT)$  степень концентрации  $CT_s$  у экватора многомерной сферы возрастает.

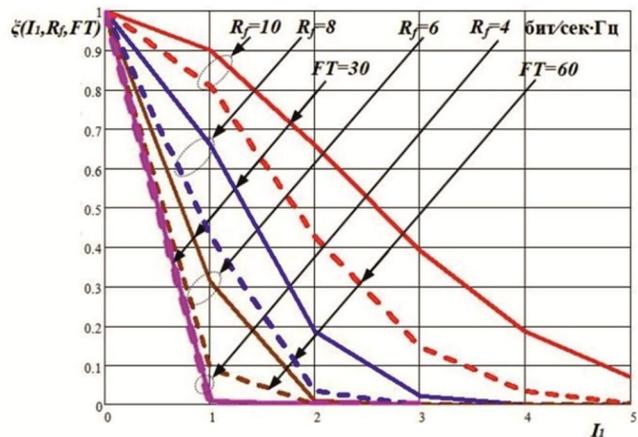


Рис. 2. Зависимости  $\xi(I_1, R_f, FT)$  от индекса модуляции  $|I_1|$

Например, из рис. 2 видно, что при  $R_f = 10$  бит/сек·Гц и  $(FT) = 30$  максимальное значение индекса модуляции у  $CT_s$  может быть равно  $|I_1| = 3$ , тогда как при  $(FT) = 60 - |I_1| = 2$ . Такая структурная особенность ПСАС следует из отмеченного в [8], а также в этом разделе, принципа концентрации  $CT_s$  в окрестности поверхности  $N$ -мерного шара.

### Алгоритмы модуляции сигналов с ПСАС

Описанную в предыдущем разделе процедуру формирования ПСАС можно представить в виде древовидной диаграммы, показанной на рис. 3 и иллюстрирующей алгоритм определения индекса модуляции сигнала  $S_m(t)$ , принадлежащего ПСАС и предназначенного для передачи сообщения с номером  $m$ . Эта диаграмма подобна диаграмме, иллюстрирующей процедуру формирования сверточного кода [5, 7].

На вход системы связи поступает информационная

последовательность цифр, представляющая номер  $m$ . Количество всех  $CT_s$ , а также параметр  $R_f$  могут быть определены по формулам (4). Как пояснялось выше, полное множество всех  $CT_s$  из  $M_N$  элементов, принадлежащих ПСАС, предназначенному для передачи сообщений с удельной скоростью, равной  $R_f$ , в который входят сигналы с известной нормированной скоростью, равной  $(FT)$ , разделяются на подмножества 1-го, 2-го и т.д. порядка. Подмножества 1-го порядка, каждое из которых соответствует определенному значению индекса модуляции  $I_1$ , обозначены на рис. 3 вписанными в прямоугольники буквами  $A_{I_1}$ . Количество подмножеств любого порядка может быть определено по формуле (4), а количество  $CT_s$ , которое входит в подмножество 1-го, 2-го и т.д. порядка ( $M_{N,A_{I_1}}, M_{N,A_{I_1,I_2}}$  и т.д.), можно найти по формулам (7) и (8). В предыдущем разделе было показано, что только в нескольких подмножествах  $A_{I_1}$ , у которых модуль первого индекса модуляции  $|I_1|$  имеет сравнительно небольшое значение, содержится основная часть  $CT_s$  ПСАС.

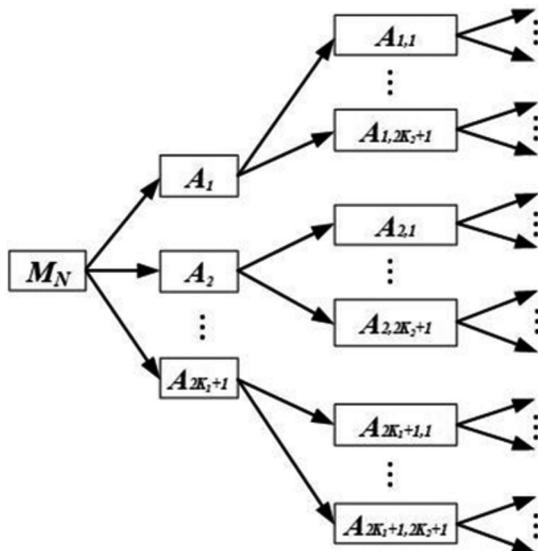


Рис. 3. Древоидная диаграмма ПСАС, иллюстрирующая алгоритм определения индексов модуляции для сообщения с номером  $m$

Учитывая сформулированные выше правила нумерации  $CT_s$  в ПСАС, и количество  $CT_s$  в этих подмножествах, определяем границы значений номеров  $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}$  и т.д. номеров этих  $CT_s$ . Далее, сравнивая номер передаваемого сообщения  $m$  с указанными границами, находим подмножество 1-го порядка ( $A_{I_1}$ ), содержащее  $CT_m$ , соответствующую передаваемому сигналу  $S_m(t)$ . Первый индекс модуляции для этого сигнала равен индексу модуляции, который имеют все  $CT_s$ , включенные в подмножество  $A_{I_1}$ . Для определения второго индекса модуляции  $I_2$ , осуществляем разделение этого подмножества на подмножества 2-го порядка, как это пока-

зано на рис. 3, и определяем также, как было только что описано, количество  $CT_s(M_{N,A_{I_1,I_2}})$  в каждом из этих подмножеств ( $A_{I_1,I_2}$ ). Величины  $m M_{N,A_{I_1,I_2}}$  позволяют определить границы  $\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}$  и т.д. номеров  $CT_s$ , которые принадлежат подмножествам  $A_{I_1,I_2}$ . Сравнение номера  $m$  с этими границами позволяет определить то подмножество 2-го порядка, в котором находятся все  $CT_s$ , имеющие первый и второй индексы модуляции, совпадающие с индексами модуляции сигнала  $S_m(t)$ . Последовательно выполняя описанные операции, определяем все  $(N-1)$  индексов модуляции при передаче любого сигнала из ПСАС. Количество операций, которые необходимо при этом выполнить при формировании передаваемого сигнала, пропорционально величине  $N$ , т.е. возрастает линейно с увеличением нормированной длины сигналов ПСАС.

Выше был описан алгоритм работы блока формирования индексов модуляции (БФИМ), на вход которого поступает номер сообщения, которое с помощью сигнала  $S_m(t)$  с ПСАС должно быть передано по каналу связи. Этот блок входит в состав функциональной схемы модулятора сигналов  $S_m(t)$ , показанной на рис. 4:

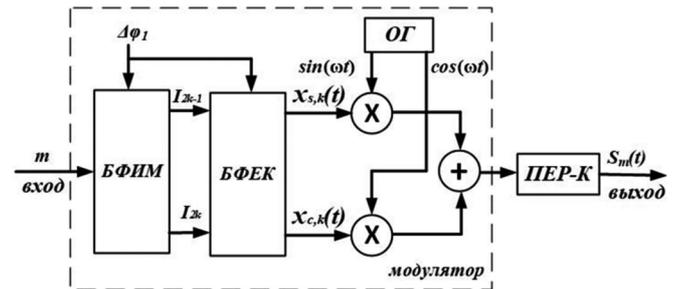


Рис. 4. Функциональная схема модулятора ПСАС

На вход БФИМ поступает последовательность чисел, определяющих номер передаваемого сообщения, а на его выходах последовательно появляются сформированные в нем индексы модуляции  $I_{2k-1}$  и  $I_{2k}$  ( $k = 1 \dots FT - 1$ ). Эти индексы являются информационными параметрами передаваемого сообщения и определяют сферические координаты  $\varphi_k = (I_{m,k} \Delta \varphi_k)$  сигнала  $S_m(t)$ . В блоке формирования евклидовых координат (БФЕК) осуществляется преобразование сферических координат  $\varphi_k$  сигнала  $S_m(t)$  в его евклидовы координаты  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$  в соответствии с формулами (1). С выходов БФЕК эти параметры поступают на блок, представляющий, по сути, модулятор сигналов QAM. В нем имеются два квадратурных канала, в каждом из которых есть перемножитель. На один из входов каждого перемножителя от опорного генератора (ОГ) поступают гармонические напряжения  $\sin(\omega_0 t)$  и  $\cos(\omega_0 t)$ , которые модулируются по амплитуде параметрами  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$  и затем складываются в сумматоре. Сигнал, сформированный на его выходе, поступает на вход передатчика (ПЕР-К), выполняющего функцию мощного усилителя. В результате на выходе ПЕР-К формируется сигнал  $S_m(t)$ , кото-

рый передается по каналу связи.

Целесообразно отметить, что в обычных системах с QAM модулятор не имеет памяти и модуляция по амплитуде гармонических сигналов  $\sin(\omega_0 t)$  и  $\cos(\omega_0 t)$  осуществляется последовательно и независимо информационными индексами, определяемыми номером передаваемого сообщений. При ПСАС информационные параметры  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$  могут быть записаны с помощью формул  $x_{sk} = R_{2k-1}(\vec{I}_{m,2k-2}) \sin \varphi_{(2k-1)}$  и  $x_{ck} = R_{2k}(\vec{I}_{m,2k-1}) \sin \varphi_{2k}$ . Эти формулы показывают, что величины  $R_{2k-1}(\vec{I}_{m,2k-2})$  и  $R_{2k}(\vec{I}_{m,2k-1})$ , а также сферические координаты  $CT_m$  зависят от  $\vec{I}_{m,2k} = (I_1, I_2, \dots, I_{2k-2})$  и  $\vec{I}_{m,2k} = (I_1, I_2, \dots, I_{2k-1})$  – совокупности индексов модуляции, стоящих в скобках. Из записи этих формул видно, что модулятор ПСАС имеет память, так как евклидовы координаты  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$ , представляющие информационные параметры, передаваемые сигналами ПСАС, зависят от индексов модуляции, определяющих параметры  $x_{sj}$  и  $x_{cj}$  при  $j < k$ . Это важное свойство многомерных поверхностно-сферических АС позволяет увеличить минимальное евклидово расстояние между разными сигналами ПСАС при увеличении его размерности, определяемой нормированной длительностью этих сигналов, что позволяет повысить энергетическую эффективность систем связи по отношению к двумерным АС и обеспечить высокую надежность приема сообщений без использования ПК.

**Алгоритм демодуляции сигналов с ПСАС**

В [2] был выполнен анализ помехоустойчивости демодулятора сигналов  $S_m(t)$  сигналов с ПСАС, в котором осуществляется оптимальная по критерию максимального правдоподобия оценка значений  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$  их евклидовых координат. На рис. 5 показана функциональная схема такого демодулятора. На вход этого демодулятора поступает сигнал  $W(t) = S_m(t) + n(t)$ , где  $n(t)$  – гауссовский шум. В демодуляторе рис. 5 осуществляется не только оценка координат  $x_{sk}$  и  $x_{ck}$  принимаемого сигнала  $S_m(t)$ , но и преобразование их в оценки значений сферических координат этого сигнала. Каждая из оценок сферических координат зависит от индексов модуляции  $I_{2k-1}$  и  $I_{2k}$  и в демодуляторе принимаются решения о том, какие целые значения имеют эти индексы у сигнала  $S_m(t)$ . В результате полной обработки этого сигнала в демодуляторе осуществляется определение всех его индексов модуляции и преобразование их в номер принятого сообщения.

Структура демодулятора сигналов с ПСАС подобна структуре демодулятора АС с QAM. Для наглядности на рис. 5 показаны результаты выполнения операций, которые осуществляются в разных блоках демодулятора. Модулированные по амплитуде информационными параметрами  $x_{s,2k-1}$  и  $x_{c,2k}$  ЭОС – составляющие сигнала  $S_m(t)$  в (1), последовательно поступают на вход демо-

дулятора принимаемого сигнала  $W(t)$ . В демодуляторе сигналов с ПСАС, как и в демодуляторе АС с QAM, на входе установлены два синхронных детектора (СД). На опорные входы СД с выхода устройства синхронизации подаются гармонические сигналы  $\sin(\omega_0 t)$  и  $\cos(\omega_0 t)$ , с помощью которых осуществляется синхронное детектирование сигнала  $W(t)$ . Как следует из (2), оценки значений евклидовых координат  $x_{s,2k-1}$  и  $x_{c,2k}$  сигнала  $S_m(t)$  имеют вид  $x_{s,2k-1} = R_{2k-2} \sin(I_{(2k-1)} \Delta \varphi_{(2k-1)})$  и  $x_{c,2k-1} = R_{2k-1} \sin(I_{2k} \Delta \varphi_{2k})$ . Эти оценки образуются на выходах интеграторов, подключенных к СД и осуществляющих интегрирование результатов синхронного детектирования на интервалах времени  $t \in T_k = [(k-1)\tau_T, k\tau_T]$ .

Оценки  $x_{s,2k-1}$  и  $x_{c,2k}$  поступают на входы блоков оценки индексов модуляции (БОИМ). Эти оценки определяются с учетом связи между значениями евклидовыми и сферическими координатами сигналов ПСАС следующим образом:

$$I_{(2k-1),e} = \left[ \arcsin \left( \frac{x_{s,2k-1}}{R_{2k-2}} \right) / \Delta \varphi_{(2k-1)} \right],$$

$$I_{2k,e} = \left[ \arcsin \left( \frac{x_{c,2k-1}}{R_{2k-1}} \right) / \Delta \varphi_{2k} \right]. \tag{9}$$

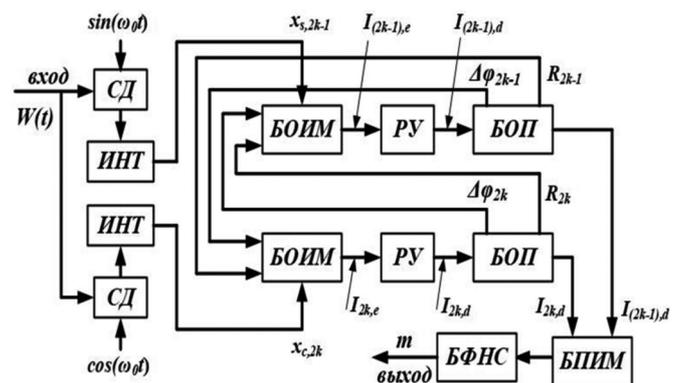


Рис. 5. Синхронный демодулятор сигналов с ПСАС

Отметим, что при определении первого индекса модуляции по формуле  $I_{1,e} = \left[ \arcsin \left( \frac{x_{s,1}}{R_0} \right) / \Delta \varphi_1 \right]$  следует учитывать, что, согласно (2),  $R_0 = 1$ , а параметр  $\Delta \varphi_1$  – один из основных параметров ПСАС, известен заранее, так как он определяется удельной скоростью, которая должна быть обеспечена при применении этого ансамбля сигналов. Следует отметить, что из-за действия шума оценка  $I_{1,e}$  отличается от целого числа, которому должен быть равен индекс модуляции. Эта оценка поступает на вход решающего устройства (РУ). В РУ производится сравнение оценки  $I_{1,e}$  с порогами, определяющими те целые значения, которые может принимать 1-й индекс модуляции. В РУ определяется то целое значение индекса ( $I_{1,d}$ ) сигнала  $S_m(t)$ , для которого выполняются условия  $|I_{1,e} - I_{1,d}| \leq 0,5$ , т.е.  $I_{1,d} = \text{int}[I_{1,e}]$ . Принятое в РУ решение о величине  $I_{1,d}$  поступает на вход

блока оценки параметров (БОП) ПСАС, установленного в первом (синусном) квадратурном канале демодулятора. Знание этих параметров  $R_1 = \cos(I_{1,d}\Delta\varphi_1)$  и

$$\Delta\varphi_2 = 2\arcsin\left[\frac{\sin(\Delta\varphi_1/2)}{\cos(I_{1,d}\Delta\varphi_1)}\right]$$

необходимо для определения оценки второго индекса модуляции  $I_{2,e}$  принимаемого сигнала  $S_m(t)$ .

Эти параметры поступают на вход БОИМ, установленного во втором (косинусном) квадратурном канале демодулятора, и используются для оценки величины

$$I_{2,e} = \left[ \arcsin\left(\frac{x_{c,1}}{R_1}\right) / \Delta\varphi_2 \right],$$

а также принятия в РУ решения о его целом значении  $I_{2,d} = \text{int}[I_{2,e}]$ . Значение этого индекса, как видно из

рис. 5, передается в БОП второго канала, в котором в соответствии с (2) используется для определения параметров  $R_2 = \cos(I_{1,d}\Delta\varphi_1)\cos(I_{2,d}\Delta\varphi_2)$  и  $\Delta\varphi_3 =$

$$= 2\arcsin\left[\frac{\sin(\Delta\varphi_1/2)}{R_2}\right].$$

Эти параметры передаются в первый квадратурный канал демодулятора, в котором определяется третий индекс модуляции  $I_{3,d}$ . Процесс

оценки индексов модуляции  $I_{(2k-1),e}$  и  $I_{2k,e}$  в соответствии с формулами (9) осуществляется рекуррентно и продолжается до тех пор, пока не будут определены все  $(N-1)$  индексов модуляции принимаемого сигнала  $S_m(t)$ .

С выходов БОП все индексы модуляции  $I_{k,d}$  поступают в блок памяти индексов модуляции (БПИМ) сигнала  $S_m(t)$ , из которого они подаются в блок формирования номера  $m$  принимаемого сигнала (БФНС). Номер  $m$  в виде цифровой информационной последовательности поступает на выход демодулятора и направляется потребителю.

Операции формирования номера принимаемого сигнала обратны тем, которые выполняются в БФИМ в модуляторе. В БФИМ индексы модуляции определялись путем последовательного определения подмножеств  $CT_s$  разного порядка и, следовательно, соответствующих им индексов модуляции, входящих в ПСАС, к которым относится  $CT_m$  передаваемого сигнала. В БФНС множество принятых индексов модуляции позволяет последовательно уточнять границы целых чисел, в которых может находиться номер принятого сообщения, так как индексы модуляции определяют соответствующие подмножества  $CT_s$ , номера которых также, как и номер  $CT_m$  лежат в определенных границах. С увеличением номера  $k$  принятого индекса модуляции  $I_{k,d}$  границы целых чисел, внутри которых лежит номер принятого сообщения, сближаются и значение последнего принятого индекса модуляции  $I_{(2FT-1),d}$  позволяет определить точный номер принятого сообщения.

В предыдущем разделе отмечалось, что последовательный алгоритм определения индексов модуляции при ПСАС аналогичен алгоритму формирования кодо-

вой комбинации сверточного кода. Алгоритм оптимальной демодуляции сигналов ПСАС в демодуляторе рис. 5 аналогичен оптимальному последовательному декодированию сверточного кода с помощью алгоритма Витерби [5, 7]. Этот алгоритм позволяет обеспечивать высокую надежность передачи сообщений и высокую ЭЭ и СЭ в системах связи, в которых используются ПСАС.

### Заключение

В [1], [2] и в данной работе рассмотрены возможности создания систем связи для передачи сообщений в гауссовых каналах связи с высокой надежностью, а также с высокой энергетической (ЭЭ) и спектральной (СЭ) эффективностью. Такая проблема была поставлена более полувека тому назад в работах Шеннона. В [3] и [4] он показал, что оптимальным методом передачи сообщений в таких системах является применение многомерных поверхностно-сферических ансамблей сигналов (ПСАС), разработал методы оценки надежности передачи сообщений в таких системах и установил, как изменяется надежность приема сообщений в зависимости от отношения сигнала/помеха на входе демодулятора и нормированной длительности передаваемых по каналу связи сигналов. Шеннон также показал, что в состав ПСАС могут быть включены сигналы, представляющие собой отрезки конечной длительности гауссовского шума, и такой ансамбль сигналов с весьма большой вероятностью окажется оптимальным.

Свою фундаментальную работу [4] Шеннон назвал «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовом канале». Важно отметить, что это название не соответствует современной терминологии, согласно которой помехоустойчивые коды (ПК) представляют собой кодовые комбинации (КК) – последовательности длины  $n$  цифровых символов, определенная часть которых ( $k$ ) являются информационными, а часть –  $(n-k)$  проверочными, связанными с информационными определенными соотношениями. Информационные символы могут принимать произвольные целые  $q$  значения и, таким образом, с помощью КК по каналу связи можно передавать  $q^k$  разных сообщений. В современных системах связи ПК нашли широкое применение, где для передачи их КК применяются, как правило, двумерные АС, такие, например, как QAM и APSK. Исследованные позднее в многочисленных работах вопросы построения систем связи с ПК, в том числе и тех, в которых применялись оригинальные сигнально-кодовые конструкции [5], в работах Шеннона не затрагивались.

Причиной, по которой многомерные ПСАС, исследованные в [4], до сего времени не нашли практического применения, несмотря на то что они позволяют достичь предельно возможных характеристик систем связи, является то, многомерные оптимальные ПСАС включают в себя громадное количество сигналов. Поэтому при применении ПСАС, состоящих из случайно выбранных сигналов (а именно такие ансамбли рассматривались в [4]), требуется выполнение громадного количества операций при демодуляции сигналов ПСАС по методу максимального правдоподобия. Возможности построения многомерных ПСАС, используя регулярные алгоритмы построения псевдослучайных сигналов рассматривались

в [9], однако, практических методов построения ПСАС таким образом предложено не было. Таким образом, проблема создания систем связи с характеристиками, близкими к предельным, установленным Шенноном, остается актуальной и в настоящее время.

Исследования, представленные в [6], [1], [2], и в данной работе являются развитием идей Шеннона [4], показавшего, что с помощью ПСАС, имеющих большую длительность, можно в принципе создать системы связи с высокой ЭЭ и СЭ без применения ПК. В указанных выше исследованиях предложен регулярный метод построения ПСАС, позволяющих достичь тех характеристик систем связи, которые были определены в [4]. При этом количество операций, необходимых для формирования сигналов ПСАС в модуляторах, и при оптимальном приеме этих сигналов в демодуляторах растет линейно с увеличением длительности применяемых в системах связи ПСАС. Поэтому сложность реализации таких систем оказывается сопоставимой со сложностью реализации систем связи, в которых для повышения надежности приема сообщений применяются ПК и двумерные АС.

В [6, 10, 11 и 12] выполнено сравнение характеристик (ЭЭ и СЭ) систем связи, в которых для передачи сообщений с высокой надежностью применяются ПСАС, и современных систем, использующих для этого двумерные АС и ПК, а также сигнально-кодовые конструкции. Результаты сравнения показали, что при применении ПСАС энергетический выигрыш в высокоскоростных системах связи может составить 2 и более дБ, спектральная эффективность приближается к предельно возможной, а длительность сигналов, позволяющая достичь необходимой надежности приема сообщений, составляет от  $1/100$  до  $1/10$  от длительности КК или сигнально-кодовых конструкций, используемых в системах связи с ПК.

Таким образом, применение многомерных ПСАС позволяет существенно повысить характеристики систем связи по сравнению с теми, в которых для передачи сообщений используются двумерные АС, а для обеспечения надежности их приема применяются помехоустойчивые коды.

## Литература

1. Быховский М.А. Метод формирования оптимальных многомерных сигнальных конструкций и их свойства. Цифровая обработка сигналов. № 3, 2022, с. 63-71.
2. Быховский М.А. Структура многомерных ансамблей сигналов и методы их оптимального приема. Цифровая обработка сигналов. № 4, 2022, с. 22-33.
3. Shannon C. Communication in the presence of noise, Proc. IRE, № 1, 1949. (Перевод на русский язык статьи «Связь при наличии шума», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
4. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
5. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой связи. М.: БХВ-Петербург, 2013, с. 352.
6. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовском канале связи. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018, с. 310.
7. Прокис Дж. Цифровая связь. // Пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского. М.: Советское радио, 2000.
8. Зорич В.А. Математический анализ задач естествознания. М.: Из-во МЦНМО, 2008, с. 136.
9. Флейшман Б.С. Конструктивные методы оптимального кодирования для каналов с шумами. М.: Из-во АН СССР, 1963, с. 225.
10. Быховский М.А. Теоретические основы проектирования систем связи с высокой энергетической эффективностью. Цифровая обработка сигналов. № 2, 2017, с. 3-8.
11. Быховский М.А. Новый метод передачи сообщений в системах связи с высокой помехоустойчивостью и энергетической эффективностью. Труды XX-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение», Москва, 2018, с. 6-11.
12. Быховский М.А. Эффективные методы передачи сигналов в спутниковых системах связи. Цифровая обработка сигналов. № 2, 2020, с. 27-33.

## НОВЫЕ КНИГИ

Воскресенский Д.И., Добычина Е.М.  
**Цифровые антенные решетки: Монография**  
 М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 240 с.: ил.

Рассмотрен новый класс антенных систем – цифровых антенных решеток бортовых радиолокационных комплексов, позволяющих повысить энергетический потенциал за счет использования новых методов оптимизации режима работы высокоэффективных активных устройств и обеспечения высокой точности формирования амплитудно-фазового распределения с помощью предложенной системы автоматической калибровки. Представлены результаты экспериментальных исследований возможностей цифрового диаграммообразования и точностных характеристик калибровки макета цифровой решетки.

Для научных работников и инженеров, занимающихся исследованиями в области разработки, создания и применения цифровых решеток в современных радиоэлектронных системах. Может быть рекомендована в качестве учебного пособия студентам радиотехнических специальностей, а также аспирантам и магистрантам по направлениям «Радиотехника», «Радиофизика и электроника».

