

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОГО ПРОДУКТА В X-ДИАПАЗОНЕ ОТ ГИДРОМЕТЕОРОВ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПОЛНОМ ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ПРИЕМЕ

Васильев О.В., доктор технических наук, профессор кафедры Технической эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта МГТУ ГА, e-mail: vas_ov@mail.ru

Зябкин С.А., ведущий инженер-программист АО «Концерн «Международные авиационные системы», e-mail: sergezyab@mail.com

Никоненко А.В., старший преподаватель МГТУ ГА, e-mail: Nikon-74@mail.ru

Чиров Д.С., доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Радиотехнические системы», МТУСИ, e-mail: d.s.chirov@mtuci.ru

A FUNCTIONALLY-ORIENTED MODEL OF THE FORMATION OF A METEOROLOGICAL PRODUCT IN THE X-RANGE FROM HYDROMETEORS OF A SUPERCOOLED LIQUID WITH FULL POLARIZATION RECEPTION

Vasiliev O.V., Zybkin S.A., Nikonenko A.V. Chirov D.C.

An algorithm for simulation of polarimetric products of a weather radar under conditions specific to the phenomenon of aircraft icing is described. Classes of drizzle, rain, dry and wet snow and oriented ice crystals were considered as hydrometeors. Hydrometeors are approximated as spheroids with dimensions, shape, orientation and dielectric composition depending on the class. A direct calculation by the T-matrix method was used as method for calculating the reflections of a single particle. Simulation modeling of polarimetric products from an ensemble of hydrometeors is based on Monte Carlo methods. The adequacy of the simulation model was evaluated by comparing the histograms obtained with the membership functions selected based on experimental data in the S-band.

Key words: Weather radar, near airfield zone, hydrometeor classification and estimation, aircraft icing, simulation modeling, polarimetry, radar meteorology.

Ключевые слова: Метеорологический радиолокационный комплекс, ближняя аэродромная зона, классификация гидрометеоров, обледенение воздушных судов, имитационное моделирование, поляриметрия, радиолокационная метеорология.

Введение

Поляриметрические метеорологические радиолокационные комплексы (МРЛК) позволяют обнаруживать и идентифицировать различные классы гидрометеоров в жидкой, смешанной и ледяной фазах. Возможность подобной классификации возникает из факта, что поляриметрические продукты метеолокатора, такие как радиолокационная отражаемость Z_h , дифференциальная отражаемость Z_{dr} , линейное деполяризационное отношение LDR и удельная дифференциальная фаза K_{dp} чрезвычайно чувствительны к физическим и диэлектрическим свойствам гидрометеоров, таким как проницаемость, состав, размер, форма и ориентация [1]. Классификация гидрометеоров опасного метеоявления может существенно способствовать исследованию микрофизики облаков, обнаружению града и зон вероятного обледенения воздушных судов. В настоящее время задача классификации успешно решается при помощи нечеткой логики. Существует значительное число теоретических и практических исследований, посвященных классификации гидрометеоров, разработан-

Описан алгоритм имитационного моделирования поляриметрических продуктов метеорологического радиолокационного комплекса X-диапазона в условиях, соответствующих явлению обледенения воздушных судов. В качестве гидрометеоров было рассмотрены классы мороси, дождя, сухого и мокрого снега и ориентированных кристаллов льда. Гидрометеоры представляются сфероидами с размерами, формой, ориентацией и диэлектрическим составом, зависящим от класса. В качестве метода расчета отражений единичной частицы был использован прямой расчет методом Т-матриц. Имитационное моделирование поляриметрических продуктов от ансамбля гидрометеоров основано на методах Монте-Карло. Адекватность имитационной модели была оценена при помощи сравнения полученных гистограмм с функциями принадлежности, полученными на основе экспериментальных данных в S-диапазоне.

ным для метеорологических радаров с двойной поляризацией S- и C-диапазонов (например, [2, 3]).

В последнее время широкое развитие и распространение получили метеорологические РЛС X-диапазона ближней аэродромной зоны, обрабатывающие только горизонтально поляризованный сигнал. Одним из перспективных направлений модернизации подобных комплексов является переход к антенным системам с полным поляризационным приемом.

Как показывают исследования [4] поляриметрические продукты существенно зависят от частоты, используемой метеорологической радиолокационной системой. Теоретические и экспериментальные данные показали, что на амплитуды отраженного сигнала на двойной по-

ляризации в S- и C- диапазонах существенно отличаются от отражений в X-диапазоне. С электромагнитной точки зрения на сигнатуры гидрометеоров в X-диапазоне могут существенно влиять резонансные эффекты, возникающие в частицах размера более 2 мм. Несмотря на то, что исследования в X-диапазоне существуют, очевидна их недостаточность для решения многих практических задач, например классификации зон вероятного обледенения. Процесс получения верифицированных экспериментальных данных при разработке новых радиолокационных систем – длительный процесс, поэтому целесообразна разработка функционально-ориентированной модели для имитации поляриметрических метеорологических продуктов, чему и посвящена настоящая работа.

Поляриметрические продукты МРЛК

Упрощенная схема обработки информации в доплеровском метеорологическом радиолокационном комплексе показана на рис. 1.



Рис. 1. Упрощенная схема обработки информации МРЛК

Излученный доплеровским локатором сигнал отражается от метеорологического явления, содержащего гидрометеоры воды в различных фазовых состояниях. Принятые реализации амплитуд сигнала подвергаются обработке для расчета первичных радиолокационных параметров, таких как мощность отраженного сигнала, доплеровское смещение и ширина спектра. На основе этих параметров могут быть получены метеорологические продукты, такие как радиолокационная отражаемость, радиальная скорость, скорость диссипации турбулентной энергии (EDR), а также различные поляриметрические продукты. Далее отражаемость используется для построения цветовой карты метеорологических явлений, радиальная скорость применяется для расчета ветровых продуктов, например, векторного поля скоростей, EDR – для оценки тцрбулентности. Основным применением поляриметрических продуктов является классификация фазового состояния гидрометеоров, обычно выполняемая при помощи методов нечеткой логики [5]. Возможность подобной классификации основана на том, что полного поляризационного приема позволяет связать характеристики отраженных сигналов с такими параметрами гидрометеоров, как их размеры, форма, пространственная ориентация и термодинамическое состояние, что учитывается при клас-

сификации. В качестве алфавита классов в настоящей работе определим, специфичные для явления опасного обледенения: морось, дождь, мокрый снег, сухой снег и ориентированные кристаллы льда. Перейдем к определению основных поляриметрических продуктов МРЛК.

Поляризационные характеристики отдельного гидрометеора имеют фундаментальное значение. Эти характеристики описываются с помощью матрицы обратного рассеяния [S]:

$$\begin{bmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{E}_2 \end{bmatrix}^b = [S] \begin{bmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{E}_2 \end{bmatrix}^i \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{E}_1 \\ \overline{E}_2 \end{bmatrix}^i \cdot \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (1)$$

где индексы 1 и 2 означают две ортогональные поляризации, например, линейную вертикальную и линейную горизонтальную, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $[E]^b$ – электрическое поле обратного рассеяния, падающее электрическое поле $[E]^i$. Первый индекс элемента матрицы рассеяния относится к поляризации обратного рассеяния, а второй – к поляризации падающего электрического поля.

Поляриметрические продукты МРЛК являются усредненными значениями элементов матриц обратного рассеяния для всех гидрометеоров в ансамбле. Формулы для расчета поляриметрических продуктов через средние по ансамблю (обозначается $\langle \rangle$) значения элементов матрицы рассеяния записываются в виде:

$$Z_{hh,vv} = \frac{\lambda^4}{\pi^5 |K|^2} \int_0^\infty \sigma_{hh,vv}(D_e) \cdot N(D_e) dD_e = \frac{\lambda^4 \langle \sigma_{hh,vv} \rangle}{\pi^5 |K|^2} = \frac{\lambda^4 \langle S_{hh,vv}^2 \rangle}{\pi^5 |K|^2}; \quad (2)$$

$$Z_{dr} = 10 \log_{10} \left(\frac{Z_{hh}}{Z_{vv}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle \sigma_{hh} \rangle}{\langle \sigma_{vv} \rangle} \right); \quad (3)$$

$$K_{dp} = 10^{-3} \frac{180}{\pi} \times \lambda \left\{ \int_0^\infty N(D_e) [f_{hh}(r, D_e) - f_{vv}(r, D_e)] dD_e \right\}; \quad (4)$$

$$LDR = 10 \log_{10} \left(\frac{Z_{hv}}{Z_{vv}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle \sigma_{hv} \rangle}{\langle \sigma_{vv} \rangle} \right), \quad (5)$$

где D_e – эквивалентный диаметр частицы, $N(D_e)$ – распределение частиц по размерам, λ – длина волны излучаемого сигнала, σ и f – ЭПР обратного рассеяния частиц и амплитуды прямого рассеяния соответственно. Первый индекс относится к поляризации обратного рассеяния, а второй – к поляризации падающего электрического поля, где h – горизонтальная поляризация, v – вертикальная поляризация.

В случае, если статистические, диэлектрические и физические свойства ансамбля гидрометеоров определены, можно получить реализацию свойств для каждого гидрометеора в ансамбле, далее возможно численное решение для элементов матрицы обратного рассеяния [S], а значит и расчет σ и f для каждого из гидрометеоров, усреднение результата по ансамблю и получение поляриметрических продуктов по формулам (2)-(5). Ис-

ходя из этого, сформулируем задачу имитации метеорологического продукта.

Постановка задачи формирования поляриметрического продукта МРЛК

Основная задача разрабатываемой модели – формирование данных для обучения классификатора гидрометеоров для алгоритма классификации зон вероятного обледенения воздушных судов в X-диапазоне. Устойчивым признаком наличия зон вероятного обледенения ВС является существование переохлажденной жидкости на высоте выше нулевой изотермы. Как показано в работе [6], аппроксимация частицы гидрометеора в форме сфероида является достаточно адекватной для всех типовых классов гидрометеоров переохлажденной жидкости, рассматриваемых в данной работе

В соответствии с определениями для метеорологи-

ческих продуктов поляриметрических МРЛК БАЗ, будем анализировать амплитуды отраженных волн не от единичного гидрометеора, а от ансамбля частиц, занимающего объем в 1 м^3 . Тогда постановка задачи моделирования отражений ансамбля гидрометеоров сфероидной формы может быть представлена в виде рис. 2.

Сначала, в зависимости от моделируемого класса гидрометеоров и параметров имитации, таких как температура и длина волны излучения, определяются возможные статистические, физические и диэлектрические параметры ансамбля. Далее, при помощи генератора случайных чисел, происходит выбор единичной реализации свойств ансамбля. После этого происходит итеративный выбор реализации свойств единичной частицы в ансамбле, расчет матрицы обратного рассеяния для этой частицы и усреднение результата по всему ансамблю. В качестве метода численного поиска матрицы $[S]$ в настоя-

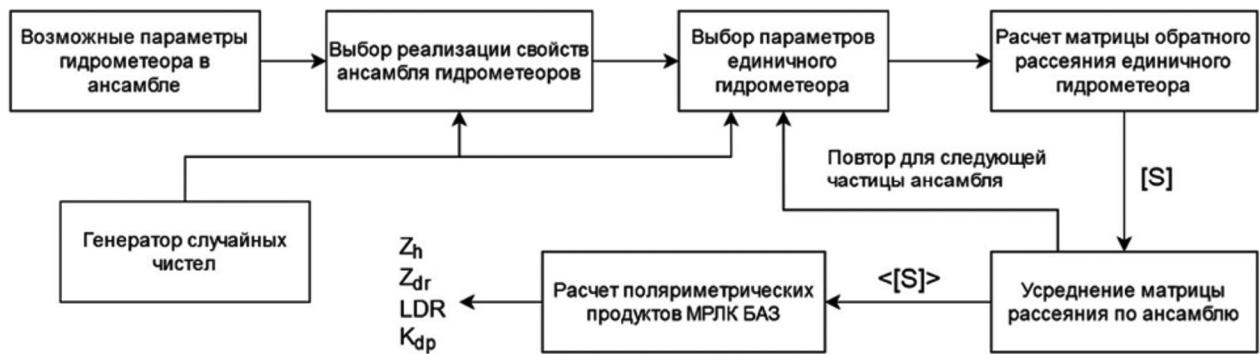


Рис. 2. Задача получения радиолокационных отражений от ансамбля гидрометеора сфероидной формы

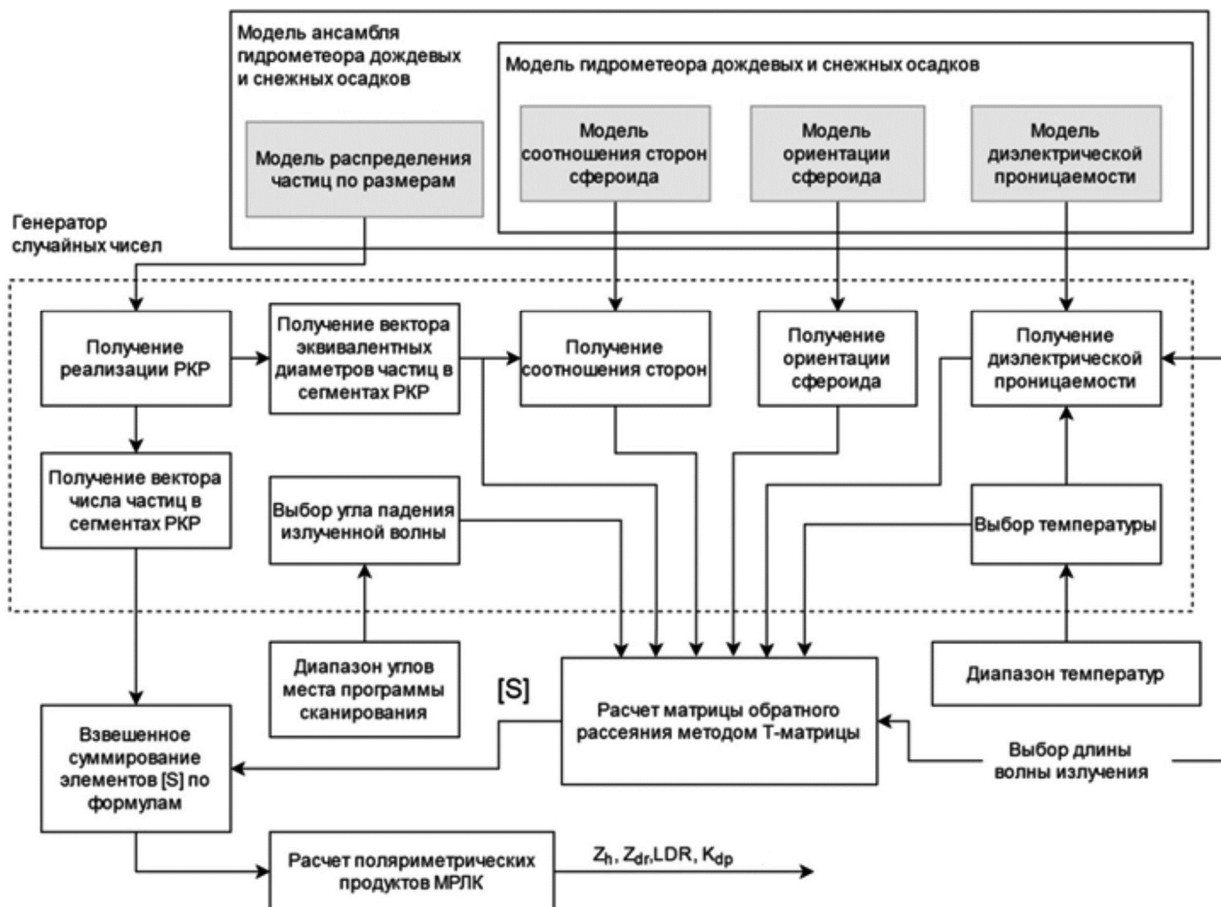


Рис. 3. Моделирование ансамбля гидрометеоров сфероидной формы

щей работе будем использовать метод Т-матрицы [7]. После того, как все частицы в ансамбле были учтены, по формулам 2-5 происходит расчет поляриметрических продуктов для текущей реализации ансамбля гидрометеоров моделируемого класса.

Имитация поляриметрического продукта МРЛК от ансамбля гидрометеоров переохлажденной жидкости

Уточнение рис. 2 с дополнениями в виде частных моделей для свойств гидрометеоров показано на рис. 3:

В настоящей работе свойства модели ансамбля гидрометеоров задаются 4 частными моделями, выделенными блоками оранжевого цвета. Таким образом, для создания модели ансамбля конкретного класса гидрометеора требуется определить следующие модели физических, статистических и диэлектрических свойств гидрометеоров:

- модель распределения частиц по размерам внутри ансамбля;
- модель соотношения сторон единичного гидрометеора в ансамбле;
- модель ориентации единичного гидрометеора в ансамбле;
- модель диэлектрической проницаемости вещества гидрометеора в ансамбле.

Анализ материалов, представленных в [6] показал, в рамках описания гидрометеоров подобными частными моделями для решения задачи обучения классификатора опасности обледенения, классы гидрометеоров сухого снега и переохлажденной жидкости можно разбить на несколько базовых характеристических групп, что показано на рис. 4.

Модель формы частицы. Форма падающей капли не является строго сферической. При увеличении размера, дождевые капли становятся более сплюснутыми, что было подтверждено и измерено при помощи фотографирования. Зависимость отношения сторон капли γ от размера описывается моделью Брандона [8]. Морось представляет собой капли дождя малого размера, поэтому подобные гидрометеоры могут быть представлены в виде сферы. Кристаллы льда могут иметь различную форму в зависимости от типа снега. Следуя работе [6], представим соотношение γ для снежных гидрометеоров в виде случайной величины, распределённой по равномерному закону.

Ориентация частиц. При моделировании ориентации падающих осадков, таких как дождь, мокрый и сухой снег, частицу гидрометеора будем считать ориентированной под зенитным углом β , представляющим гауссовой случайной величины с математическим ожиданием $\bar{\beta}$ и дисперсией σ_{β} . При этом $\bar{\beta}$ фиксируется для всех гидрометеоров в ансамбле однажды, в отличие от β , которое выбирается для каждого элемента. Ориентация для классов мороси и ориентированных кристаллов льда будет промоделирована подобным образом, но для $\bar{\beta}$, являющейся случайной величиной, равномерно распределенной в интервале 0 до 90°.

Модель диэлектрической проницаемости. Известно, что диэлектрическая проницаемость является функцией от температуры вещества и длины волны. Диэлектрическая проницаемость для классов дождя и мороси описывается моделью Рея для воды [9], для ориентированных кристаллов льда – моделью Рея для

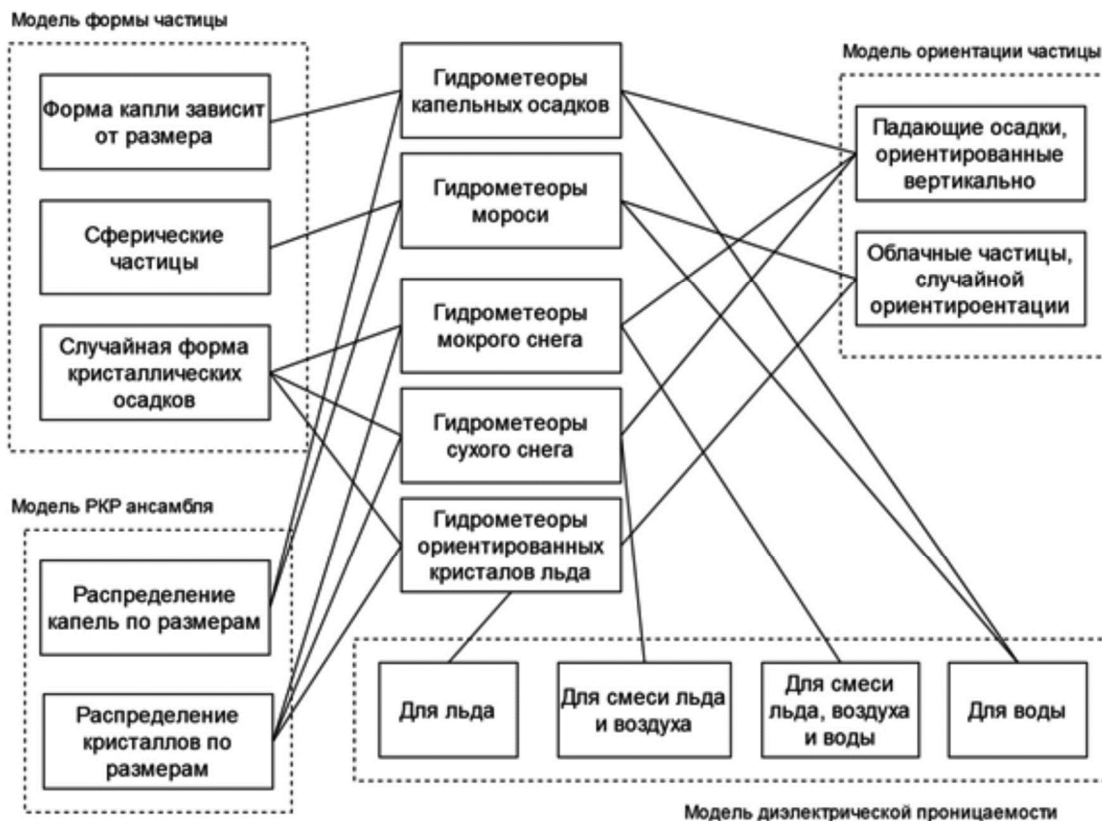


Рис. 4. Базовые группы классов гидрометеоров и их частные модели

льда [10]. В работе [5] показано, что гидрометеоры сухого снега могут быть описаны в виде двухкомпонентной смеси воздуха и льда со случайной долей включения воздуха $5 \leq \gamma_{\text{вкл}} \leq 20\%$, а гидрометеоры мокрого снега – в виде трехкомпонентной модели тающего снега с долей плавления, распределенной равномерно в интервале: $10 \leq \gamma_m \leq 30\%$.

Модель распределения частиц по размерам. Одной из фундаментальных характеристик дождя является распределение капель по размерам РКР, обозначается $N(D)$ и имеет размерность $\# \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{мм}^{-1}$. РКР определяется при помощи наблюдений дисдрометром. Для удобства применения РКР дождевых капель обычно представляются в виде гамма распределения [6]:

$$N(D) = N_0 f(\mu) \left(\frac{D}{D_0} \right)^\mu e^{-(3,67+\mu) \frac{D}{D_0}}, \quad (6)$$

где $N_0 [\text{м}^{-3} \cdot \text{мм}^{-1}]$ – числовой параметр концентрации, μ – безразмерный параметр формы распределения, $D [\text{мм}]$ – эквивалентный диаметр частицы, а $f(\mu)$ есть функция от параметра формы распределения, определяемая как

$$f(\mu) = \frac{\Gamma(\mu+4) \cdot \Gamma(\mu+6)}{\Gamma(\mu+3) \cdot \Gamma(\mu+7)}. \quad (7)$$

Следуя [1], для описания распределения частиц по размерам РЧР снежных осадков будем использовать экспоненциальное распределение в следующей форме:

$$N(D) = N_0 e^{-D\Lambda} \quad (8)$$

где $N_0 [\text{м}^{-3} \cdot \text{мм}^{-1}]$ – числовой параметр концентрации, а $\Lambda [\text{мм}^{-1}]$ – множитель наклона, $D [\text{мм}]$ – эквивалентный диаметр частицы.

Параметры распределений частиц по размерам для используемых классов сведены в таблицу ниже:

Таблица 1. Параметры функции распределения частиц по размерам

Тип осадков	Гамма-распределение РКР		
	$N_0 [\text{м}^{-3} \cdot \text{мм}^{-1}]$	μ	$D [\text{мм}]$
Дождь	$10^3 \leq N_0 \leq 2,1 \cdot 10^4$	$-1 \leq \mu \leq 4$	$0,9 \leq D_0 \leq 2,8$
Морось	$10^2 \leq N_0 \leq 8 \cdot 10^2$	$-1 \leq \mu \leq 1$	$0,5 \leq D_0 \leq 1,4$
Экспоненциальное распределение РЧР			
Тип осадков	$N_0 [\text{м}^{-3} \cdot \text{мм}^{-1}]$	$\Lambda [\text{мм}^{-1}]$	
Ориентированные кристаллы	$10 \leq N_0 \leq 50$	$1 \leq \Lambda \leq 3$	
Сухой снег	$2380 \leq N_0 \leq 4,2 \cdot 10^4$	$2,5 \leq \Lambda \leq 8,2$	
Мокрый снег	$1500 \leq N_0 \leq 5000$	$1,8 \leq \Lambda \leq 3,1$	

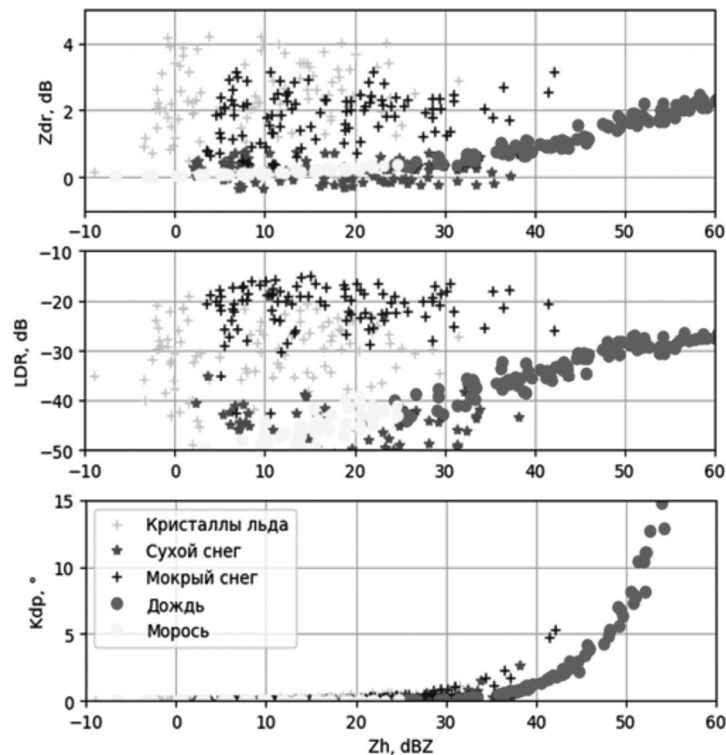


Рис. 5. Зависимости Z_{dr} , LDR , K_{dp} от Z_h , полученные в результате моделирования продуктов МРЛК БАЗ в 11 сантиметровом диапазоне частот. Изображено по 100 значений для каждого из классов

Анализ адекватности имитационного алгоритма

Как было указано ранее, достоверные поляриметрические радиолокационные наблюдения явлений опасного обледенения в X-диапазоне отсутствуют. Поэтому для оценки адекватности предлагаемой модели воспользуемся работой [3] в S-диапазоне частот. По пред-

ставленным выше в табл. 1 параметрам произведено 1000 независимых сеансов моделирования для каждого из классов гидрометеоров. Результаты моделирования изображены на рис. 5 и 6. В качестве диапазона температур выбран интервал от -15 до 0 °С.

С учетом того, что функции принадлежности являют-

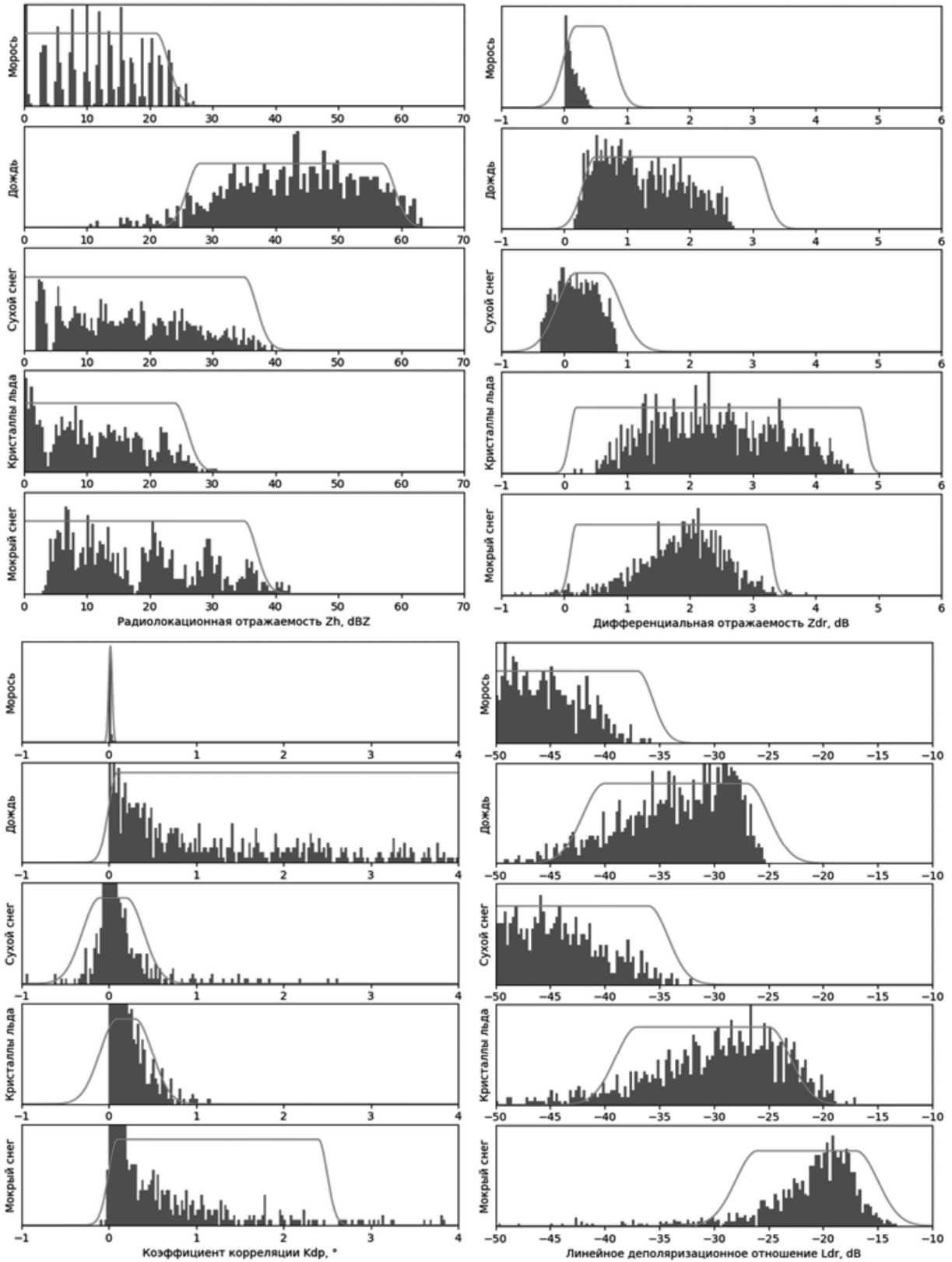
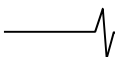


Рис. 6. Гистограммы смоделированных поляриметрических продуктов Z_h для различных классов, построенные на фоне ФП из работы [3]



ся лишь инструментом перехода от точного измерения к нечеткому множеству, характеризуя степень принадлежности, статистически произвести сравнение полученных гистограмм с известными функциями принадлежности, полученными по экспериментальным данным невозможно.

Единственную информацию, которую можно из них извлечь являются верхняя и нижняя границы допустимых значений – границы допуска. При этом стоит отметить, что исходя из природы назначения функций принадлежности, непопадание в интервал допуска не обязательно приводит к ошибке классификации, а только к тому, что данный продукт не внесет вклад в расчет финального значения агрегации, т.е. функции принадлежности формируются таким образом, чтобы максимизировать значение агрегации для корректного класса относительно остальных, а не учесть все возможные значения поляриметрических продуктов.

Таким образом, в качестве признака корректного формирования продукта примем попадание в интервал допуска, определяемый по значениям, где функция

принадлежности для соответствующего класса и продукта превышает значение 0,5 и произведем количественную оценку сгенерированных данных. Анализ проводится по схеме (рис. 7).

Результаты оценки адекватности предложенного алгоритма сведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, результат моделирования по предложенному в настоящей работе алгоритму имеет высокую степень согласования с экспериментальными данными в S-диапазоне частот для всех продуктов МРЛК БАЗ, поэтому для моделирования продуктов Z_{dr} , LDR , K_{dp} и Z_h в X-диапазоне модель является адекватной.

Рассмотрим теперь адекватность совместного моделирования набора поляриметрических продуктов, т.е. вероятность того, что сформированные значения всех продуктов для одного такта моделирования лежат в границах, задаваемых функциями принадлежности из работы [3]. Схема оценки адекватности для набора продуктов имитации МРЛК БАЗ представлена на рис. 8.

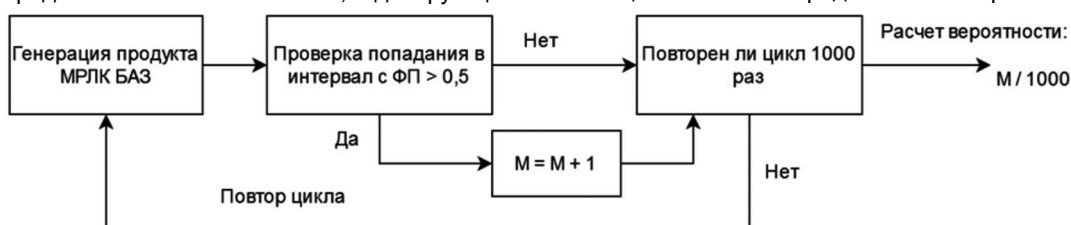


Рис. 7. Схема оценки адекватности имитации единичного продукта

Таблица 2. Результаты оценки адекватности моделирования единичного продукта МРЛК различных классов гидрометеоров

Класс гидрометеора	Продукт МРЛК			
	Z_h	Z_{dr}	LDR	K_{dp}
Морось	0,988	1,0	0,999	1,0
Дождь	0,968	1,0	0,992	1,0
Сухой снег	1,0	0,986	0,994	0,972
Ориентированные кристаллы льда	0,95	1,0	0,963	0,982
Мокрый снег	0,992	0,984	0,968	0,974
Средняя вероятность	0,9796	0,994	0,983	0,986

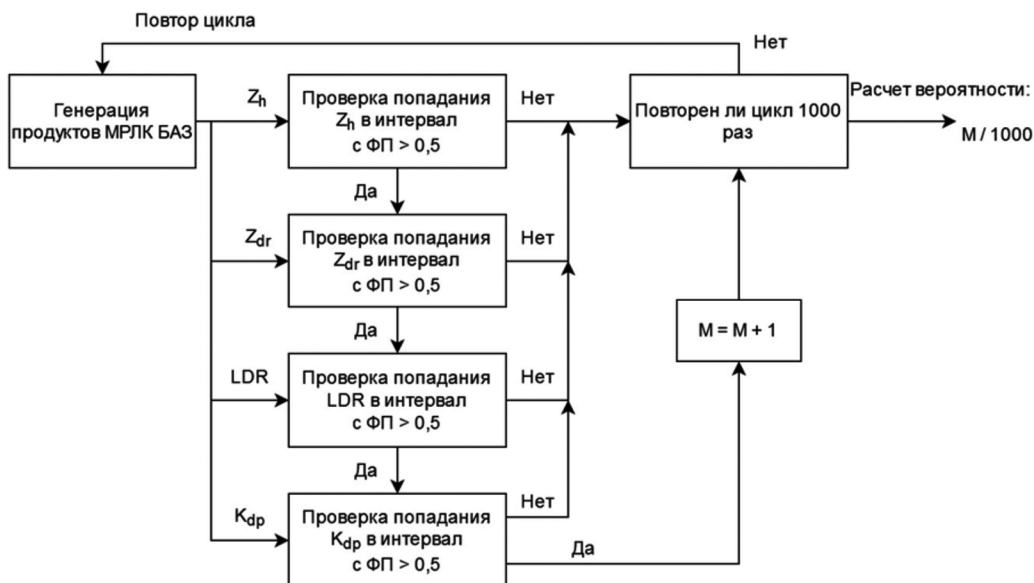


Рис. 8. Схема оценки адекватности имитации набора продуктов МРЛК БАЗ

Таблица. Результаты оценки адекватности моделирования набора продуктов МРЛК для различных классов гидрометеоров

Класс гидрометеора	Морось	Дождь	Сухой снег	Ориентированные кристаллы	Мокрый снег
Вероятность	0,987	0,967	0,951	0,914	0,929

Заключение

Разработана модель формирования метеорологического продукта от гидрометеоров переохлажденной жидкости при полном поляризационном приеме на основе прямого расчета отражений от сфероида методом Т-матрицы.

В качестве входных параметров модель использует характеристики моделируемого класса гидрометеоров. Типичная модель класса включает в себя частные модели для описания угла наклона частиц, отношения сторон частиц в зависимости от размера, диэлектрической постоянной в зависимости от температуры и несущей частоты. В качестве выходных параметров модель формирует случайные измерения поляризметрических продуктов МРЛС БАЗ, такие как радиолокационную отражаемость, дифференциальную отражаемость, удельную дифференциальную фазу и линейное деполаризационное отношение.

Базовые классы гидрометеоров включают в себя сухой и мокрый снег, капли дождя и мороси, кристаллы льда.

Адекватность модели проверена методом сравнения получаемых поляризметрических продуктов с экспериментальными данными, полученными при помощи радара CSU-CHILL в 11 сантиметровом диапазоне частот. Для этого определены параметры классы мороси, дождя, ориентированных кристаллов льда, мокрого и сухого снега и произведено 1000 независимых сеансов моделирования для каждого из этих классов. Анализ результатов показал высокую согласованность результатов моделирования и эксперимента для всех продуктов и классов. Вероятность правильного формирования поляризметрического продукта для любого из рассмотренных базовых классов по результатам моделирования была получена не ниже 0,9796.

Проведена оценка адекватности моделирования полного набора продуктов МРЛК, включающего Z_{dr} , LDR , K_{dp} и Z_h для различных классов гидрометеоров. По результатам моделирования, вероятности корректного моделирования в X-диапазоне для классов мороси,

дождя, ориентированных кристаллов льда, сухого и мокрого снега составляют 0,987, 0,967, 0,914, 0,951 и 0,929 соответственно.

Исследования проводятся за счет гранта Российского научного фонда в рамках проекта № 23-29-00450.

Литература

1. Straka J., Bulk hydrometeor classification and quantification using polarimetric radar data: Synthesis of relations. / J. Straka, D. Zrnić, and A. Ryzhkov. Journal of Applied Meteorology, 39, 1341-1372, 2000.
2. Park H., The hydrometeor classification algorithm for the polarimetric WSR- 88D: Description and application to an MCS / H. Park, A. Ryzhkov, D. Zrnic and K. Kim. Weather Forecasting, 24, 730-748, 2009.
3. Liu H. Classification of hydrometeor based on polarimetric radar measurements: Development of fuzzy logic and neuro fuzzy systems and in situ verification / H. Liu, V. Chand-rasekar. J. Atmos. Oceanic Technol, vol.17, 2000, pp. 140-164.
4. Ryzhkov A., Radar polarimetry at S, C and X bands comparative analysis and operational implications / A. Ryzhkov and D. Zrnic. in Proc. 32nd Conf. Radar Meteorol., 2005.
5. G. Zhang, Weather Radar Polarimetry. CRC Press, Inc, FL, United States, 2016, 322 p.
6. Marzano F., Supervised fuzzy-logic classification of hydrometeors using C-band weather radars / F. Marzano, D. Scaranari, and G. Vulpiani. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 45, no. 11, pp. 3784-3799, Nov. 2007.
7. Mishchenko M., T-matrix computations of light scattering by nonspherical particles: A review / M. I. Mishchenko, L. D. Travis, and D. W. Mackowski. J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 55, 535-575 (1996).
8. Ulbrich C. W. Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. Journal of Climate and Applied Meteorology, 22, 1764-1775, 1983.
9. P. Ray, Broadband complex refractive indices of ice and water, Appl. Opt., vol. 11, no. 8, pp. 1836-1844, Aug. 1972.
10. S. Warren, Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave, Appl. Opt., vol. 23, no. 8, pp. 1206-1225, Apr. 1984.