

УДК 621.396.93

## ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ НА ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ БЕСПРОВОДНЫХ MIMO СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

Паршин Ю.Н., д.т.н., профессор РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: parshin.y.n@rsreu.ru  
 Нгуен В. Н. Т., аспирант РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: thuan.nvn88@gmail.com

## THE INFLUENCE OF THE SPATIAL STRUCTURE ON THE CAPACITY OF WIRELESS MIMO SYSTEMS IN THE PRESENCE OF INTERFERENCE

Parshin Yu.N., Nguyen V.N.T.

*In modern radio engineering, systems with multiple transmitting and receiving antennas (MIMO – Multiple Input Multiple Output) have become a popular solution to reduce the impact of interference on the system capacity. Such systems make it possible to increase the efficiency of data transmission, increasing the capacity of the communication channel and reducing the number of errors when receiving data. The paper analyzes the MIMO bandwidth of a telecommunications system depending on the spatial structure of antennas in the presence of interference. The results obtained allow us to justify the choice of the number of antennas to obtain a given capacity in wireless MIMO systems.*

**Key words:** MIMO system, bandwidth, interference, spatial structure.

**Ключевые слова:** MIMO система, пропускная способность, помеха, пространственная структура.

### Введение

Современные системы передачи информации широко используют пространственный ресурс для повышения скорости и надежности передачи информации. В работах [1-4] предложено использовать системы с множеством антенн на приемном и передающем сторонах, называемые MIMO системами, для увеличения пропускной способности канала связи и повышения помехоустойчивости в беспроводных системах связи. Большое развитие в последнее время получили антенные решетки, широко используемые в пространственной обработке сигналов. В работах [1, 2, 6, 7] исследуются методы пространственно-временной обработки, в том числе пространственное кодирование и декодирование для обеспечения уменьшения влияния замираний сигналов, а также подавление пространственно коррелированных помех. Анализ пропускной способности MIMO системы при действии пространственно коррелированных помех проведен в работе [8] в предположении, что пространственные характеристики сигнала, помех и среды распространения известны, а взаимное влияние сигналов в антенной системе не учитывается.

Эффективность пространственной обработки в значительной степени зависит от пространственной структуры антенной системы – количества антенн, их расположения в пространстве. В работах [7-11] показано, что оптимизация пространственной структуры позволяет повысить эффективность радиосистем, функционирующих в условиях действия пространственно коррелированных помех. Пространственная структура определяет матрицу пространственной корреляции помех, корреляционные свойства канальных коэффициентов MIMO радиосистем, а также матрицу взаимных импедансов приемной и передающей антенных систем. В работе [5] проведен анализ MIMO системы передачи информации

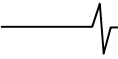
*В современной радиотехнике системы с множественными передающими и приемными антеннами (MIMO – Multiple Input Multiple Output) стали популярным решением для уменьшения влияния помех на пропускную способность системы. Такие системы позволяют повысить эффективность передачи данных, увеличивая пропускную способность канала связи и уменьшая число ошибок при приеме данных. В работе проведен анализ пропускной способности MIMO телекоммуникационной системы в зависимости от пространственной структуры антенн при наличии помех. Полученные результаты позволяют обосновать выбор количества антенн для получения заданной пропускной способности в беспроводных MIMO системах.*

при наличии корреляции шумов антенной системы, вызванной взаимными импедансами антенной системы. Таким образом, пространственная структура влияет на целый комплекс характеристик MIMO радиосистемы, что особенно заметно при уменьшении размеров антенной системы.

Целью работы является исследование пропускной способности MIMO системы передачи информации в зависимости от пространственной структуры антенной системы при действии внешних пространственно коррелированных помех.

### Постановка задачи и ее формализация

Для решения поставленной задачи определим зависимость пропускной способности от числа и расположения антенн в передающей и приемной антенных системах. Пусть пространственная структура MIMO системы состоит из передатчика с  $N_{Tx}$  антеннами, расположенных на плоскости с координатами  $x_m, y_m, m = 1, \dots, N_{Tx}$ , и приемника с  $N_{Rx}$  антеннами с координатами  $x_n, y_n, n = 1, \dots, N_{Rx}$ . Также в окрестности приемных антенн располагаются  $K$  одноантенных источников помех. Сигнал в окрестности приемных антенн образуется путем



преобразования вектора переданных антеннами передатчика сигналов  $\underline{X}$  в многолучевом канале:  $\underline{S} = \underline{H}\underline{X}$ , где  $\underline{H}$  – матрица канальных коэффициентов размерностью  $N_{Rx} \times N_{Tx}$ .

Рассмотрим модель коррелированных канальных коэффициентов, которая учитывает пространственную структуру приемной и передающей антенных систем. Полагаем, что в окрестности приемной антенны располагаются рассеиватели, мощность сигнала которых в зависимости от угловой координаты образует в точке приема угловой спектр  $p_{Rx}(\theta)$ . Используя эквивалентность характеристик антенны в режиме приема и передачи, аналогичный угловой спектр  $p_{Tx}(\theta)$  имеется также и для описания свойств рассеивающей среды в окрестности передающей антенны.

Угловой спектр и пространственная структура антенной системы определяют матрицу пространственной корреляции сигналов в антеннах приемной или передающей антенной систем. Например, корреляция сигналов в ненаправленных элементах плоской антенной решетки рассчитывается с использованием углового спектра по формуле:

$$r_{mn} = \int_0^{2\pi} p(\theta) e^{j \frac{2\pi}{\lambda} [(x_m - x_n) \cos \theta + (y_m - y_n) \sin \theta]} d\theta,$$

$$n, m = 1, \dots, N_{Tx} (N_{Rx}),$$

где  $x_n, y_n, n = 1, \dots, N_{Tx} (N_{Rx})$  – координаты антенн антенной системы,  $\theta$  – угловая координата рассеивателя относительно оси  $x$  в плоскости расположения антенн,  $\lambda$  – длина волны.

Пусть корреляция сигналов различных лучей в приемной антенне задается корреляционной матрицей

$\underline{R}_{Rx} = \{r_{Rxij} = \underline{h}_{im} \underline{h}_{jm}^*, i, j = 1, \dots, N_{Rx}\}$  и в дальней зоне не зависит от номера  $m$  передающей антенны. Аналогично для передающей антенны, работающей в режиме приема, корреляция сигналов различных лучей задается

матрицей  $\underline{R}_{Tx} = \{r_{Txij} = \underline{h}_{in} \underline{h}_{jn}^*, i, j = 1, \dots, N_{Tx}\}$  и не зависит от номера  $n$  приемной антенны, работающей в режиме передачи. Корреляция между канальными коэффициентами с любыми парами индексов  $mn$  и  $ij$  рассчитывается на основе корреляционных матриц сигналов в приемных и передающих антенных системах следующим образом:

$$\underline{R}_{MIMO} = \underline{R}_{Tx} \otimes \underline{R}_{Rx}, \quad (1)$$

где  $\otimes$  обозначает кронекеровское произведение матриц.

Для согласования модели канальных коэффициентов с экспериментально полученной дисперсией  $D_H$  необходимо произвести нормировку корреляционной матрицы следующим образом:  $\underline{R}_H = \underline{R}_{MIMO} \frac{D_H}{|\underline{R}_{MIMO}(1,1)|}$ .

Для получения необходимой корреляции  $N_{Rx} N_{Tx} \times 1$  вектор некоррелированных канальных коэффициентов моделируется уравнением:

$$\underline{H}_1 = \underline{C}\underline{V},$$

где  $\underline{V} = \left[ v_1 \ v_2 \ \dots \ v_{N_{Tx} N_{Rx}} \right]^T$  – вектор независимых комплексных гауссовских чисел с  $|v_i|^2 = 1$ . Матрица  $\underline{C}$  получается в результате факторизации по Холецкому корреляционной матрицы канальных коэффициентов  $\underline{R}_H = \underline{C}\underline{C}^H$ . Матрица канальных коэффициентов размером  $N_{Rx} \times N_{Tx}$  получается из вектора-столбца коэффициентов  $\underline{H}_1$  путем последовательного формирования столбцов:

$$\underline{H} = \{ \underline{H}_1(1 : N_{Rx}) \quad \underline{H}_1(1 + N_{Rx} : 2N_{Rx}) \quad \dots \\ \underline{H}_1(1 + (N_{Tx} - 1)N_{Rx} : N_{Rx} N_{Tx}) \}.$$

Помеха в окрестности приемных антенн формируется путем амплитудно-фазового преобразования помехи в соответствии с ее изменением при распространении. Пространственно-коррелированная помеха задается  $K$  источниками некоррелированных гауссовских процессов  $\underline{p}_k$  с дисперсией  $D_k$ , приходящими с направлений, задаваемых азимутом  $\alpha_k, k = 1, \dots, K$ , в системе координат приемных антенн. В пространстве все помехи суммируются в соответствии с пространственной структурой антенной системы и расположением помех [1]

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^K \underline{p}_k \underline{V}_k, \quad \text{где} \quad \underline{V}_k = \{V_{kn} = \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda} (x_n \cos \alpha_k + y_n \sin \alpha_k) \right], n = 1, \dots, N_{Rx} \}$$
 – направляющий вектор  $k$ -й помехи, определяющий фазовое распределение помехи в различных антеннах.

Вследствие взаимного влияния сигнала и помех в антенной системе происходит изменение сигнальной и помеховой составляющих наблюдаемого процесса в соответствии с матричным коэффициентом передачи  $\underline{Q} = \underline{Z}_L (\underline{Z}_A + \underline{Z}_L)^{-1}$  [10], где  $\underline{Z}_A$  – матрица взаимных импедансов антенн,  $\underline{Z}_L$  – диагональная матрица нагрузочных импедансов приемного тракта. В данной работе используется матрица взаимных импедансов системы полуволновых диполей, а нагрузочные импедансы согласованы с импедансами каждой из антенн  $\underline{Z}_L(n, n) = \underline{Z}_A^*(n, n), n = 1, \dots, N_{Rx}$ . Выражение для матрицы взаимных импедансов, отражающее ее зависимость от пространственной структуры, приведено в работе [12].

С учетом взаимного влияния сигнальная и помеховая составляющие преобразуются в соответствии с их пространственными характеристиками:

$$\underline{\bar{H}} = \underline{Q}\underline{H}, \quad \underline{\bar{V}}_k = \underline{Q}\underline{V}_k.$$

На выходе антенной системы помеха в наблюдаемом процессе представляет собой сумму двух составляющих  $\underline{V} = \underline{\bar{Z}} + \underline{U}$ , где  $\underline{\bar{Z}} = \underline{Q}\underline{Z}$  – пространственно-коррелированная помеха,  $\underline{U} = \{u_n, n = 1, \dots, N_{Rx}\}$  – шумы антенны. Корреляционная матрица пространственно-коррелированной помехи равна  $\underline{R}_Z = \sum_{k=1}^K D_k \underline{\bar{V}}_k \underline{\bar{V}}_k^H$ . Корреляционная матрица шумов антенны, учитывающая взаимное влияние в антенной

системе, равна  $\underline{R}_U = \frac{D_U}{\text{Re} \underline{Z}_A(1,1)} \underline{Q} \text{Re} \underline{Z}_A \underline{Q}^H$  [13].

В результате на выходе приемных антенн получаем вектор наблюдаемого процесса на входе приемного тракта  $\underline{Y} = \underline{H}\underline{X} + \underline{V}$ , где  $\underline{V}$  – вектор-столбец помехи. Корреляционная матрица помехи равна сумме корреляционных матриц для внешней помехи и шума антенн  $\underline{R}_V = \underline{R}_Z + \underline{R}_U$ .

Пропускная способность MIMO системы связи при передаче некоррелированных сообщений, действии пространственно-некоррелированных помех и шумов и заданной реализации канальной матрицы  $\underline{H}$  равна [3]:

$$C_H = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{q}{N_{Tx}} \underline{H}\underline{H}^H \right), \quad (2)$$

где  $q = \frac{D_X}{D_U}$  – отношение сигнал-шум,  $D_X$  – дисперсия всех сигналов, передаваемых всеми передатчиками,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размером  $N_{Rx} \times N_{Rx}$ .

Так как внешние помехи являются пространственно коррелированными случайными величинами, для расчета пропускной способности по формуле (2) предлагается преобразовать коррелированные помехи в некоррелированные помехи. В рассматриваемой работе такое преобразование – декорреляция осуществляется с помощью линейного фильтра с матричным коэффициентом передачи  $\underline{W}$ :

$$\underline{\tilde{Y}} = \underline{W}\underline{Y} = \underline{\tilde{X}} + \underline{\tilde{V}} = \underline{W}\underline{H}\underline{X} + \underline{W}\underline{V}. \quad (3)$$

После декорреляции на выходе фильтра корреляционная матрица помех  $\underline{\tilde{V}}$  должна иметь вид:

$$\begin{aligned} \underline{R}_V &= \overline{\underline{\tilde{V}}\underline{\tilde{V}}^H} = \overline{(\underline{W}\underline{V})(\underline{W}\underline{V})^H} = \\ &= \overline{\underline{W}\underline{V}\underline{V}^H\underline{W}^H} = \underline{W}\underline{R}_V\underline{W}^H = D_U \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (4)$$

Поэтому матричный фильтр декоррелятора  $\underline{W}$  получается в результате разложения по Холецкому левой части выражения:

$$\frac{1}{D_U} \underline{R}_V = \underline{W}^{-1}(\underline{W}^H)^{-1}, \quad (5)$$

с последующим обращением результата разложения:

$$\underline{W} = \sqrt{D_U} [\text{Chol}(\underline{R}_V)]^{-1}.$$

Учитывая изменение преобразования сообщения при

декорреляции в (3), получим выражение для расчета пропускной способности в помеховой обстановке, которая характеризуется наличием пространственно некоррелированных шумов и пространственно коррелированных помех:

$$C_H = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{q}{N_{Tx}} \underline{W}\underline{H}(\underline{W}\underline{H})^H \right). \quad (6)$$

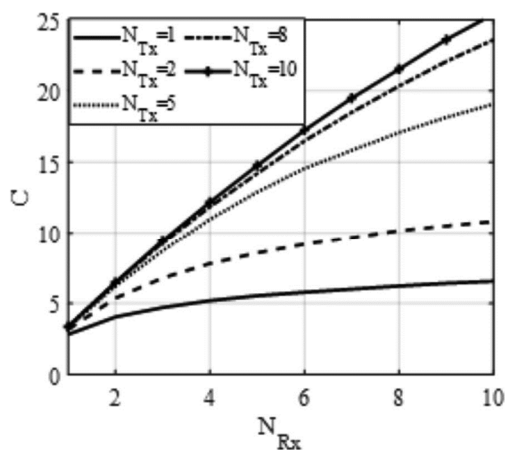
В дальнейшем для количественной оценки пропускной способности используем эргодическую пропускную способность, получаемую усреднением (6) по ансамблю реализаций канальных матриц  $C = \overline{C_H} \approx \sum_{i=1}^N C_H(i)$ ,  $C = \overline{C_H} \approx \sum_{i=1}^N C_H(i)$ , где  $N$  – число реализаций канальной матрицы  $\underline{H}$  и азимута помех  $\alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

### Результаты моделирования

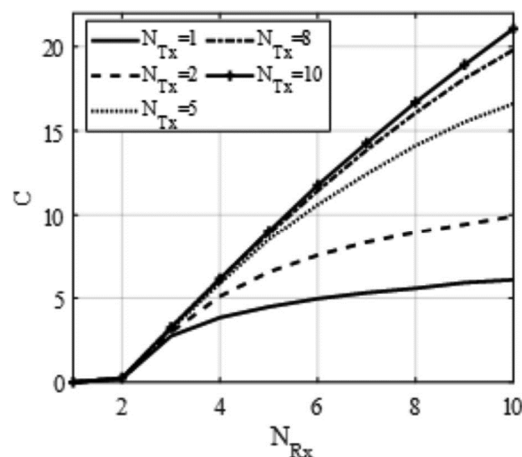
Моделирование проведем для канальной матрицы, полученной для равномерных угловых спектров  $p_{Tx}(\theta) = p_{Rx}(\theta) = 1/2\pi$ , и дисперсии канальных коэффициентов равной  $D_H = 1$ . Полагаем, что антенны образуют линейные эквидистантные антенные решетки с координатами антенн  $x_k = 0$ ,  $y_k = d(k-1)$ ,  $k = 1, \dots, K$ , а помехи располагаются в одной плоскости с плоскостью антенн в угловом секторе  $0 < \alpha_k < 360^\circ$  случайно, независимо и равномерно. Отношение сигнал-шум равно  $q = \frac{D_X}{D_U} = 10$  дБ, отношение помеха-шум для каждой из помех равно  $p_k = \frac{D_k}{D_U} = 30$  дБ,  $k = 1, \dots, K$ . Число источников помех равно  $K = 0, 2, 5, 6$ .

На рис. 1 приведены зависимости пропускной способности от количества приемных антенн при различном числе передающих антенн и расстоянии между антеннами  $d = 0,5\lambda$ .

На рис. 2 приведены зависимости пропускной способности от количества приемных антенн при различном числе источников помех. Число передающих антенн  $N_{Tx} = 1, 2, 5, 10$ .



а)  $K = 0$



б)  $K = 2$

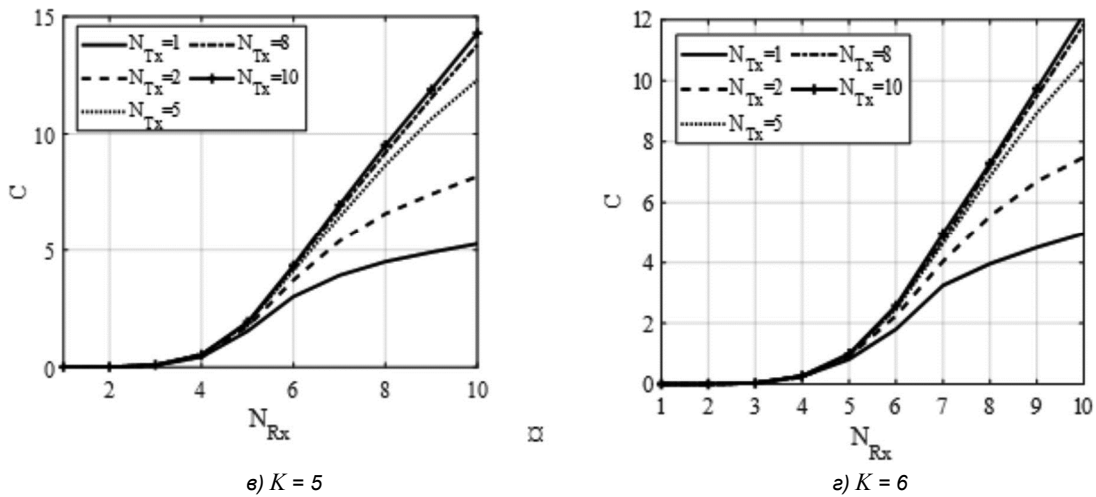


Рис. 1. Зависимости пропускной способности от количества приемных антенн при различном числе передающих антенн и числе источников помех

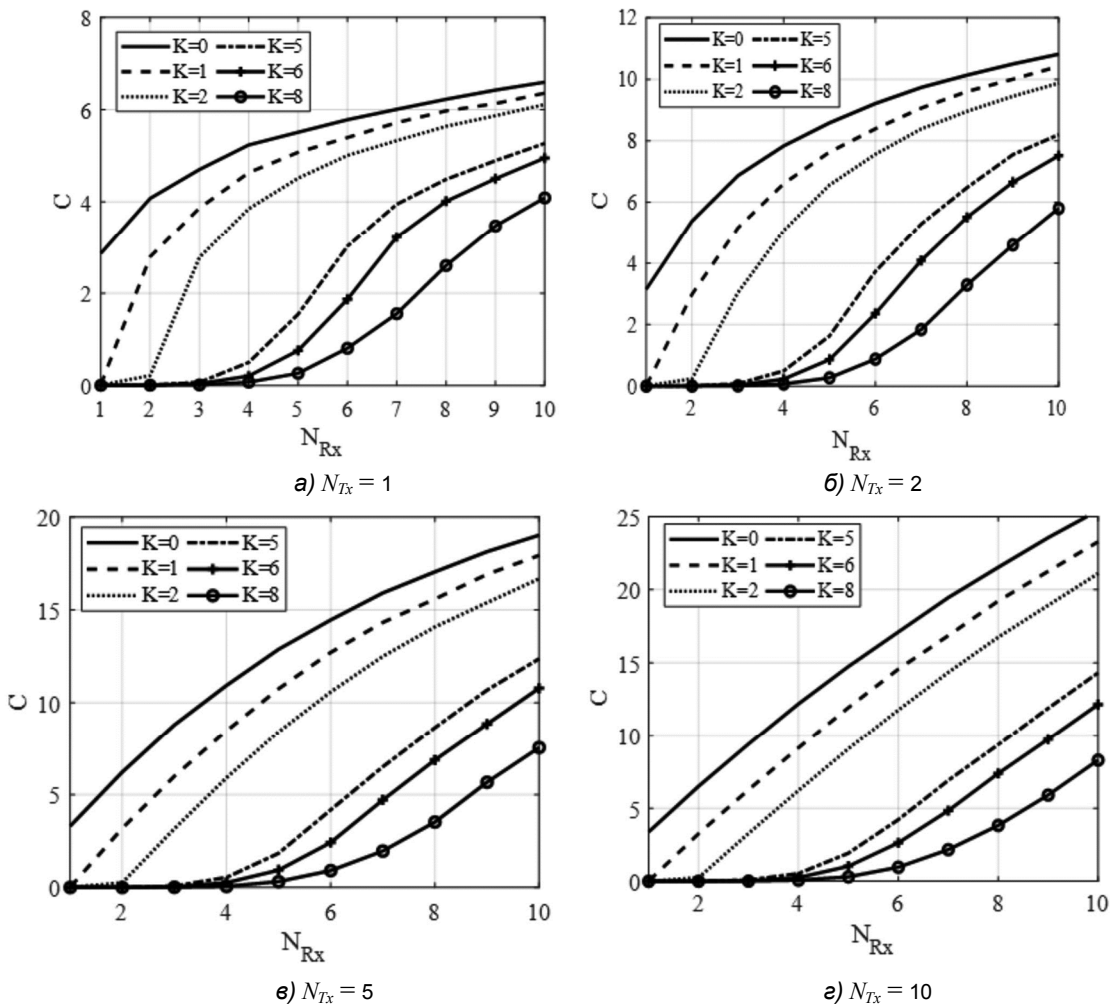


Рис. 2. Зависимости пропускной способности от количества приемных антенн при различном числе передающих антенн и числе источников помех

Анализ зависимостей пропускной способности от количества приемных антенн показал, что при увеличении количества передающих и приемных антенн пропускная способность увеличивается, особенно когда числа передающих и приемных антенн одинаково. При действии пространственно-коррелированных помех пропускная способность уменьшается в несколько раз при заданном числе передающих и приемных антенн. Способность подавления

помех зависит от количества приемных антенн. При увеличении числа источников помех пропускная способность стремится к нулю при  $K > N_{Rx}$ , а при достаточном количестве антенн  $N_{Rx} \geq K + 1$  начинает увеличиваться.

На рис. 3 приведены зависимости пропускной способности от расстояния между антеннами приемных и передающих антенных систем. Число передающих ан-

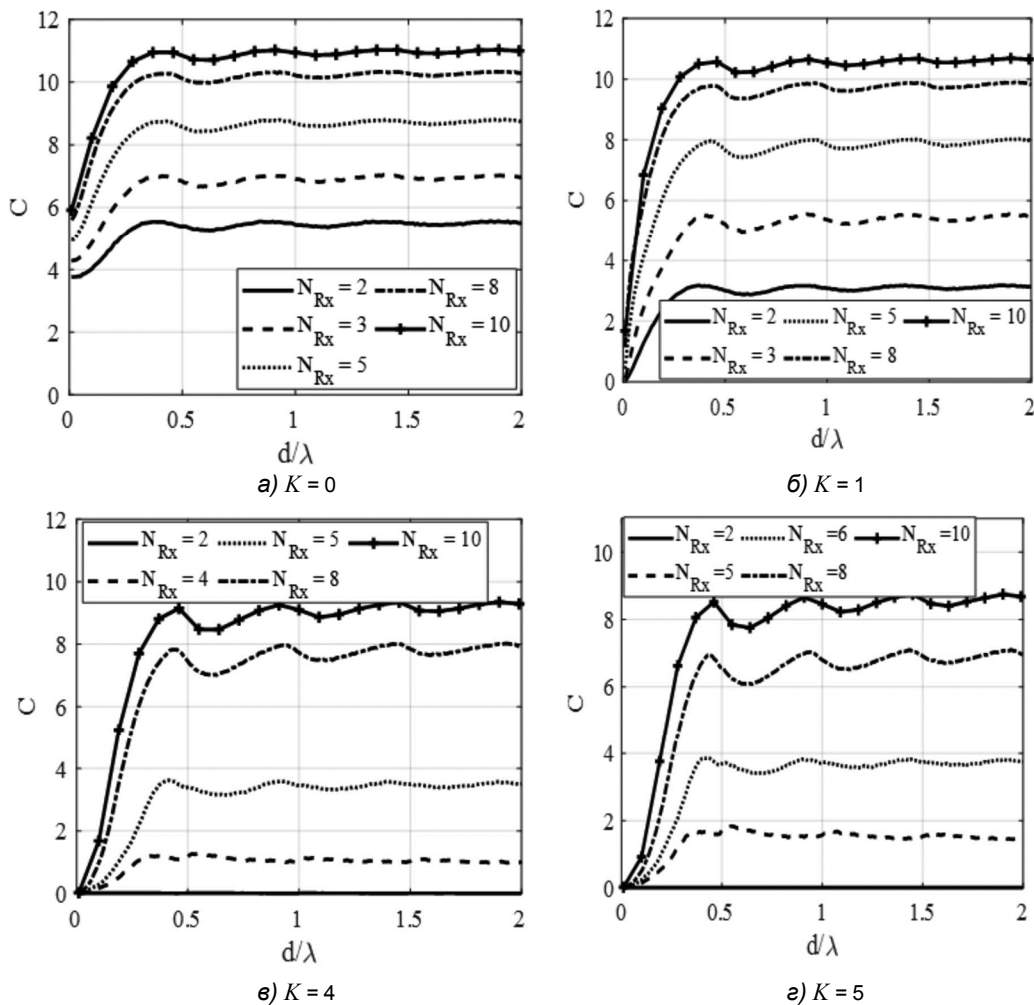


Рис. 3. Зависимости пропускной способности от расстояния между элементами антенн при различном числе приемных антенн и числе источников помех

тентн равно  $N_{Tx} = 2$ , а число приемных антенн равно  $N_{Rx} = 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10$ .

Анализ зависимостей пропускной способности от расстояния между элементами антенн показал, что при небольших межэлементных интервалах способность и наличии помех пропускная остается небольшой при любом числе приемных антенн. При достаточно большой величине расстояния между элементами  $d \geq 0,5\lambda$  пропускная способность достигает предельного значения, соответствующего некоррелированным канальным коэффициентам. Наличие пространственно-коррелированных помех вызывает уменьшение пропускной способности, что соответствует известным результатам. При изменении расстояния между антеннами в пределах  $0 < d \leq 0,5\lambda$  пропускная способность увеличивается от значения, соответствующего  $N_{Rx} = 1$ , до максимального значения.

### Заключение

Пространственные структуры имеют определяющее значение для пропускной способности MIMO канала при действии пространственно коррелированных помех. Пропускная способность системы увеличивается при увеличении количества передающих и приемных антенн, особенно когда числа передающих и приемных антенн одинаковы. При действии пространственно-коррелиро-

ванных помех пропускная способность уменьшается в несколько раз при заданном числе передающих и приемных антенн. Способность подавления помех зависит от количества приемных антенн. При увеличении числа источников помех пропускная способность стремится к нулю когда  $K > N_{Rx}$ , а при достаточном количестве антенн  $N_{Rx} \geq K + 1$  начинает увеличиваться. Пропускная способность также зависит от расстояния между элементами антенн. При достаточном значении расстояния между элементами  $d \geq 0,5\lambda$  можно достигнуть максимального значения пропускной способности и коэффициента подавления помех.

Полученные результаты позволяют обосновать выбор конфигурацию антенн для получения заданной пропускной способности в беспроводных MIMO системах, использующих малогабаритные антенные системы.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 22-29-01652, <https://rscf.ru/en/project/22-29-01652/> в Рязанском государственном радиотехническом университете имени В.Ф. Уткина.

### Литература

1. Григорьев В.А., Щесняк С.С., Гулюшин В.Л. и др. Адаптивные антенные решетки. Учебное пособие в 2-х частях / Григорьев В.А., Щесняк С.С., Гулюшин В.Л. и др.

Часть 1: под общ. ред. Григорьева В.А. СПб: Университет ИТМО, 2016. – 179 с.

2. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.

3. Telatar I.E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. European transactions on tele-communication, 1999, vol. 10, no 66 pp. 585-595.

4. Volker Kuhn. Wireless communications over MIMO channels: Applications to CDMA and multiple antenna systems. John Wiley & Sons, 2006.

5. Грачев М.В., Паршин Ю.Н. Анализ пропускной способности ММО системы связи с учетом взаимного влияния каналов приемного тракта. Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXV международной научно-технической конференции (16-18 апреля 2019 г.). В 6-ти томах. Воронежский государственный университет; АО «Концерн «Созвездие». Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. Т. 5. С. 242-248.

6. Паршин Ю.Н., Ксендзов А.В. Влияние пространственной корреляции на эффективность оптимизации пространственной структуры многоантенной системы при разнесенном приеме. Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. Рязань: РГРТУ, вып. 19, 2006. С. 54-62.

7. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Определение оптимальной пространственной структуры системы обработки

сигналов по критерию максимального правдоподобия. Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. Вып.2. Рязань: РГРТА, 1997. С.5-11.

8. Колупаева А.С., Паршин Ю.Н. Пропускная способность ММО системы при наличии пространственно коррелированных помех. Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXVI международной научно-технической конференции. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2020, Т.5. С. 156-161.

9. Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н. Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014. 632 с.

10. Паршин Ю.Н., Грачев М.В. Многоэтапная реконструируемая обработка сигналов в пространственно распределенной радиосистеме. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета Рязань: РГРТУ, 2019, № 67. С. 3-10.

11. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Влияние сигнально-помеховой ситуации на оптимальную пространственную структуру антенной системы. Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. Вып.4. Рязань: РГРТА, 1998. С. 117-120.

12. Сазонов Д. М. Антенны и устройства СВЧ: Учебник для радиотехнических специальностей вузов. М.: Высшая школа, 1988. 432 с.

13. Паршин Ю.Н. Пространственно-временная обработка сигналов и компенсация помех. М.: КУРС, 2021. 200 с.

## НОВЫЕ КНИГИ



Воскресенский Д.И., Добычина Е.М.

**Цифровые антенные решетки: Монография. М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 240 с.: ил.**

Рассмотрен новый класс антенных систем – цифровых антенных решеток бортовых радиолокационных комплексов, позволяющих повысить энергетический потенциал за счет использования новых методов оптимизации режима работы высокоэффективных активных устройств и обеспечения высокой точности формирования амплитудно-фазового распределения с помощью предложенной системы автоматической калибровки. Представлены результаты экспериментальных исследований возможностей цифрового диаграммообразования и точностных характеристик калибровки макета цифровой решетки.

Для научных работников и инженеров, занимающихся исследованиями в области разработки, создания и применения цифровых решеток в современных радиоэлектронных системах. Может быть рекомендована в качестве учебного пособия студентам радиотехнических специальностей, а также аспирантам и магистрантам по направлениям «Радиотехника», «Радиофизика и электроника».

### *Уважаемые авторы !*

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

#### **1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:**

- Текст – текстовый редактор Microsoft Word, формулы – в редакции **MathType**.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

#### **2) Требования к иллюстрациям:**

- Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300 dpi, формат tiff.