

АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ ФАЗОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАЛЬНОМЕРА С ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ЗОНДИРУЮЩЕГО СИГНАЛА

Паршин В.С., д.т.н., профессор кафедры РУС РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: vsparshin@gmail.com

Нгуен В.Д., аспирант кафедры РУС РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: ducnguyenvan15043003@gmail.com

ALGORITHMS FOR ESTIMATING THE PHASE CHARACTERISTICS OF A RANGEFINDER WITH FREQUENCY MODULATION OF THE PROBING SIGNAL

Parshin V.S., Nguyen V.D.

The main requirement for short-range radar systems is high accuracy in measuring the distance to the reflecting surface. Radar rangefinders with frequency modulation of radiated oscillations can provide high accuracy of distance measurement when using the maximum likelihood method for processing the difference frequency signal. However, the use of coherent distance estimation algorithms requires a priori knowledge of both the phase-frequency characteristic of the range finder and the component of the initial phase of the received signal due to the dielectric properties of the reflecting surface. The aim of the work is a comparative analysis of algorithms for estimating the phase response of FM rangefinders. It is shown that the estimation of the phase response of the FM rangefinder using the features of the logarithm of the likelihood function makes it possible to minimize the estimation error both when receiving a difference frequency signal against the background of white normal noise and in the presence of interference in the form of interfering reflections.

Key words: phase response, phase estimation, maximum likelihood method, Rao-Kramer boundaries, interfering reflectors, spectral component, FM rangefinder, difference frequency signal.

Ключевые слова: фазовая характеристика, оценка фазы, метод максимального правдоподобия, границы Рао-Крамера, мешающие отражения, спектральная составляющая, ЧМ дальномер, сигнал разностной частоты.

Введение

Появление и развитие автоматизированных систем управления производством привело к широкому использованию в промышленности радиолокационных устройств ближнего действия, предназначенных для измерения расстояния до уровня жидкой среды, находящейся в замкнутом объеме (для контроля уровня заполнения технологических резервуаров), с точностью вплоть до долей мм. Такая задача часто решается с помощью радиолокационных дальномеров [1-5] с частотной модуляцией зондирующего сигнала (ЧМ дальномеров).

Сигнал разностной частоты (СРЧ), снимаемый с выхода смесителя ЧМ дальномера, обычно представляется в виде [5]

$$y(t) = S(t) + n(t) = S_c \cos \left[\omega_0 \frac{2R}{c} + \frac{4R\Delta\omega_d}{cT_{mod}} t + \varphi_c \right] + n(t), \quad (1)$$

где S_c – амплитуда полезного сигнала; ω_0 – минимальное значение несущей частоты передатчика; $\Delta\omega_d$ – диапазон перестройки частоты передатчика; T_{mod} – период модуляции несущего колебания; R – расстояние до полезного уровня; c – скорость света; φ_c – фазовая добавка, зависящая от фазовой характеристикой ЧМ дальномера и диэлектрических свойств отражающей

Основным требованием к радиолокационным системам ближнего действия является высокая точность измерения расстояния до отражающей поверхности. Высокую точность измерения расстояния могут обеспечить радиолокационные дальномеры с частотной модуляцией излучаемых колебаний при использовании для обработки сигнала разностной частоты метода максимального правдоподобия. Однако использование когерентных алгоритмов оценки расстояния требуют априорных сведений как о фазочастотной характеристике дальномера, так и о составляющей начальной фазы принятого сигнала, обусловленной диэлектрическими свойствами отражающей поверхности. Целью работы является сравнительный анализ алгоритмов оценки фазовой характеристики ЧМ дальномеров. Показано, что оценка фазовой характеристики ЧМ дальномера с использованием особенностей логарифма функции правдоподобия позволяет минимизировать ошибку оценивания как при приеме сигнала разностной частоты на фоне белого нормального шума, так и при наличии помех в виде мешающих отражений.

поверхности; $n(t)$ – белый гауссовский шум с одномерной спектральной плотностью N_0 .

Из выражения (1) следует, что информация о расстоянии R заложена как в частоте ω_c СРЧ

$$\omega_c = \frac{4R\Delta\omega_d}{cT_{mod}}, \quad (2)$$

так и в его фазе

$$\varphi_n = \omega_0 \frac{2R}{c} + \varphi_c, \quad (3)$$

где φ_n – начальная фаза СРЧ.

Приблизится к потенциальной точности измерения позволяет метод максимального правдоподобия (ММП), позволяющий использовать для оценки расстояния как частоту, так и фазу СРЧ. Однако для его реализации

необходимо знать фазовую добавку φ_c СРЧ. Из (1, 3) следует, что для оценки фазы необходимо вначале произвести предварительную оценку расстояния, определить фазовую добавку, и лишь затем использовать ММП.

Алгоритмы оценки расстояния

Как правило, в современных ЧМ дальномерах за оценку частоты СРЧ принимается та частота, на которой находится максимальная спектральная составляющая спектральной плотности амплитуд $A(\hat{\omega})$, то есть

$$A(\hat{\omega}) = \max_{\omega} \quad (4)$$

Затем расстояние до отражающей поверхности рассчитывается по формуле

$$\hat{R} = \frac{\hat{\omega} c T_{\text{мод}}}{4 \Delta \omega_d}, \quad (5)$$

где $\hat{\omega}$ – оценка частоты СРЧ.

Нижняя граница дисперсии оценки расстояния (нижняя граница Рао-Крамера) при использовании алгоритма (4) определяется так:

$$D(\hat{R}) \geq \frac{N_0}{2E} \frac{3c^2}{\Delta \omega_d^2}, \quad (6)$$

где E – энергия СРЧ, вычисляемая на одном полупериоде модуляции, т.е. $E = S_c^2 T_{\text{мод}} / 4$.

Из (6) очевидно, что дисперсию оценки расстояния можно уменьшить при увеличении значения $\Delta \omega_d$. Однако на практике часто увеличение диапазона перестройки частоты несущего колебания ограничено техническими возможностями.

Для уменьшения дисперсии оценки расстояния целесообразно воспользоваться методом максимального правдоподобия, используя СРЧ, получаемый на одном полупериоде. Логарифм функции правдоподобия (ЛФП) на непрерывной обработке имеет вид [5, 6]

$$\ln(A[R, S_c, \varphi_c]) = \quad (7)$$

$$= \frac{2}{N_0} \int_0^{T_{\text{мод}}/2} \left\{ y(t) S[t, S_{on}, R_{on}, \varphi_{on}] - \frac{1}{2} S^2[t, S_{on}, R_{on}, \varphi_{on}] \right\} dt,$$

где $S[t, S_{on}, R_{on}, \varphi_{on}]$ – опорный сигнал.

Для оценки расстояния согласно алгоритму (7) при известной фазе φ_c необходимо варьированием величины R_{on} определить то значение, при котором ЛФП достигает максимума. Значение R_{on} при этом принимается за оценку расстояния \hat{R} .

Полагая амплитуду СРЧ известной, нижняя граница дисперсии оценки расстояния при известном значении фазы φ_c определяется по формуле [5]

$$D(\hat{R}) \geq \frac{N_0}{2E} \frac{c^2}{4\omega_0^2}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что нижняя граница дисперсии оценки расстояния при известной фазе СРЧ уменьшается пропорционально квадрату несущей частоты передатчика.

Из выражений (6, 8) следует, что при известной фазе сигнала с использованием алгоритма (7) дисперсию оценки расстояния можно значительно уменьшить. Ве-

личину выигрыша при использовании максимально правдоподобной оценки можно определить так:

$$B = \frac{12\omega_0^2}{\Delta \omega_d^2}. \quad (9)$$

Для примера можно указать, что при несущей частоте 10 ГГц и диапазоне перестройки частоты несущего колебания 1 ГГц дисперсия оценки расстояния уменьшается в 1200 раз.

Значительное уменьшение дисперсии оценки расстояния объясняется особенностями сигнальной функции СРЧ. Полагая амплитуду СРЧ известной, вычисляя интеграл (7), пренебрегая слагаемыми с удвоенной частотой, получаем сигнальную функцию

$$q[R, \varphi_c] = \quad (10)$$

$$= \frac{2E}{N_0} \cos \left[(\omega_0 + \Delta \omega_d / 2) \left(\frac{2R}{c} - \frac{2R_{on}}{c} \right) + \varphi_c - \varphi_{on} \right] \times$$

$$\times \frac{\sin(\Delta \omega_d (R - R_{on}) / c)}{(\Delta \omega_d (R - R_{on}) / c)}.$$

Из соотношения (10) следует, что сигнальная функция является осциллирующей с периодом осцилляций, равным $\lambda/2$, то есть период осцилляций равен половине длины волны несущего колебания. Наличие узких экстремумов и определяет существенное уменьшение дисперсии оценки расстояния при использовании алгоритма (7). Необходимо отметить, что в работе [5] проведена оценка влияния погрешности измерения расстояния при использовании алгоритма (7) в зависимости от таких факторов, как нестабильность частоты передатчика, паразитная амплитудная модуляция, отличие частот опорного сигнала и СРЧ. Показано, что при учете вышеупомянутых факторов выигрыш уменьшается, но тем не менее, в зависимости от измеряемого расстояния, дисперсии оценки расстояния примерно на порядок меньше, чем дисперсия оценки, обеспечиваемая алгоритмом (4).

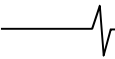
Многоэкстремальный характер логарифма функции правдоподобия определяет особенности его практического применения. Для исключения аномальных ошибок необходимо использовать двухэтапную процедуру. На первом этапе необходимо использовать алгоритм (4), а затем в узком расстоянии ($\hat{R} - \lambda/4, \hat{R} + \lambda/4$), в который попадает лишь главный максимум, производить уточнение расстояния.

Вычисляя производную $\left. \frac{\partial q(R, \varphi_c)}{\partial R} \right|_{R=R_{on}}$ и полагая, что

сомножитель вида $\sin(z)/z$ на положение экстремумов сигнальной функции влияет несущественно, получаем погрешность измерения расстояния вследствие неточного определения фазы СРЧ

$$\Delta R = - \frac{\lambda(\varphi_c - \varphi_{on})}{4 \cdot 180^\circ (1 + \Delta \omega_d / 2\omega_0)}, \quad (11)$$

где значения φ_c и φ_{on} выражены в градусах. Знак «-» означает, что когда фаза СРЧ отстаёт от фазы опорного сигнала, то оценка расстояния больше истинного расстояния. И, наоборот, когда фаза СРЧ опережает фазу опорного сигнала, то оценка расстояния меньше истинного расстояния.



Из выражения (11) следует, что различия фазы СРЧ и опорного сигнала приводит к значительному увеличению погрешности. Например, можно указать, что при разнице в 10 градусов погрешность увеличивает на 0,41 мм при несущей частоте 10 ГГц и диапазоне перестройки несущей частоты 1 ГГц.

Алгоритмы оценки фазовой характеристики

В соответствии с формулой (3) фазовую добавку φ_c можно определить, вычисляя оценку начальной фазы $\hat{\varphi}_n$ СРЧ и оценку \hat{R} расстояние до отражающей поверхности, то есть

$$\varphi_c = \hat{\varphi}_n - \omega_0 \frac{2\hat{R}}{c}. \quad (12)$$

Оценка максимального правдоподобия начальной фазы, используя спектральную плотность $S(i\omega)$ СРЧ, имеет следующий вид

$$\hat{\varphi}_n = -\arctg \left\{ \frac{ImS(i\hat{\omega}_c)}{ReS(i\hat{\omega}_c)} \right\}, \quad (13)$$

где $\hat{\omega}_c$ – оценка частоты СРЧ, определяемая с помощью алгоритма (4).

Дисперсия оценки начальной фазы СРЧ равна [5, 6] величине $D\{\hat{\varphi}_n\} = 2N_0/E$, а дисперсия величины $\omega_0 2\hat{R}/c$ будет определяться дисперсией оценки расстояния (6):

$$D\left\{\omega_0 \frac{2\hat{R}}{c}\right\} \approx \frac{N_0}{2E} \frac{12\omega_0^2}{\Delta\omega_d^2}. \quad (14)$$

Поскольку $D\{\hat{\varphi}_n\} \ll D\left\{\omega_0 \frac{2\hat{R}}{c}\right\}$, то, пренебрегая

статистическим связей между величинами $\hat{\varphi}_n$ и \hat{R} , в качестве оценки дисперсии примем значение, определяемое формулой (14).

Однако при определении фазы φ_c сигнала в соответствии с (12) возникают специфические сложности – возникают выбросы, величина которых в градусной мере примерно равна 360° . В работе [5] подробно проведен анализ причин появления выбросов и приведены алгоритмы для их устранения, основанные на логических операциях.

Для получения значения фазовой добавки возможно использовать непосредственно ММП.

При каждом измерении расстояния необходимо осуществлять предварительную оценку расстояния \hat{R} , используя алгоритм (4), гарантирующий попадание оценки в окрестность глобального максимума ЛФП. Погрешность измерения расстояния на первом этапе не должна превышать $\lambda/4$, т.е. должно выполняться очевидное условие

$$-\lambda/4 \leq \hat{R} - R_{ист} \leq \lambda/4, \quad (15)$$

где $R_{ист}$ – истинное расстояние.

Для каждого измерения расстояния, рассчитанного на первом этапе по алгоритму (4), поиск фазы СРЧ осуществляется в интервале расстояний, удовлетворяю-

щем условию (15), путем варьирования фазы опорного сигнала. За оценку величины фазовой добавки принимается то ее значение, при котором выполняется условие

$$\int_{\hat{R}-\lambda/4}^{\hat{R}} A(R, \varphi_c) dR = \int_{\hat{R}}^{\hat{R}+\lambda/4} A(R, \varphi_c) dR. \quad (16)$$

Нетрудно показать, что оценка $\hat{\varphi}_c$ фазовой добавки при поиске положения экстремума ЛФП в соответствии с формулой (16) будет несмещенной, т.е. есть

$$M\{\hat{\varphi}_c\} = \varphi_c, \quad (17)$$

для относительных частот $\Delta\omega_d T_{мод} \gg 1$. Для указанных относительных частот глобальный максимум ЛФП в среднем расположен симметрично относительно интервала $(-\lambda/4, \lambda/4)$.

Вычисляя производную второго порядка $\left[\frac{\partial^2 \Lambda(\varphi_c)}{\partial \varphi_c^2} \right]_{\varphi_c = \varphi_{оп}}$ получим нижнюю дисперсию оценки фазовой добавки:

$$D(\hat{\varphi}_c) \geq \frac{N_0}{2E} \frac{12\omega_0^2}{\Delta\omega_d^2}. \quad (18)$$

Из соотношений (14, 18) отметить, что дисперсия оценки фазовой добавки φ_c одинакова при использовании алгоритмов (12, 16), и определена нижней границей Рао-Крамера.

На рис. 1 приведена оценка фазовой добавки РД ЧМ, определенная с помощью алгоритмов (12, 16). При моделировании фазовая добавка задана выражением

$$\varphi_c = 360^\circ \left\{ \sin[\pi(R + R_n)/R_k] \right\}^2, \quad (19)$$

где R_n и R_k – начальное и конечное значения расстояния до отражающей поверхности.

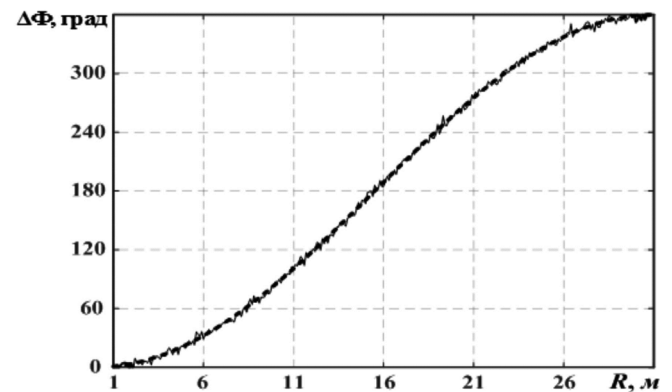


Рис. 1. Мгновенная зависимость оценки фазовой добавки от расстояния до отражателя

Моделирование осуществлялось при следующих условиях. Несущая частота передатчика и диапазон перестройки частоты равны соответственно значению 10 ГГц и 1 ГГц. R_n и R_k равны 1 м и 31 м. Шаг перемещения отражающей поверхности составляет 10 см. Отношение сигнал/шум $q_{с/ш} = 30$ дБ. Из рис. 1 видно, что погрешность оценки фазы определяется только шумом.

На практике часто возникает необходимость измерения сверхмалых расстояний [7, 8], то есть таких расстояний, при которых СРЧ представлен реализацией с ма-

лым числом периодов ($\omega_c T_{\text{мод}}/2\pi \leq 1...5$). В этом случае погрешность измерения возникает за счет перекрытия спектральных плотностей сигнала, вычисленных на положительных и отрицательных частотах. Это влияет на точность оценки фазы в соответствии с (12, 16), поскольку используется оценка расстояния, вычисляемая в соответствии с алгоритмом (4). Для уменьшения влияния спектральных составляющих, вычисляемых на отрицательных частотах, на точность оценки можно воспользоваться различными окнами просмотра данных [9], то есть умножить СРЧ, принимаемый в общем случае на фоне шума, на весовую функцию $w(t)$, то есть

$$\xi(t) = y(t)w(t) = S(t)w(t) + n(t)w(t). \quad (20)$$

Необходимо отметить, что с использованием весовой функции можно существенно ослабить величину боковых лепестков. Однако при этом происходит расширению главного лепестка, что приводит к увеличению влияния шума.

Результаты моделирования приведены на рис. 2. Несущая частота, диапазон перестройки частоты равны соответственно 10 ГГц и 1 ГГц. Использована весовая функция Блэкмана.

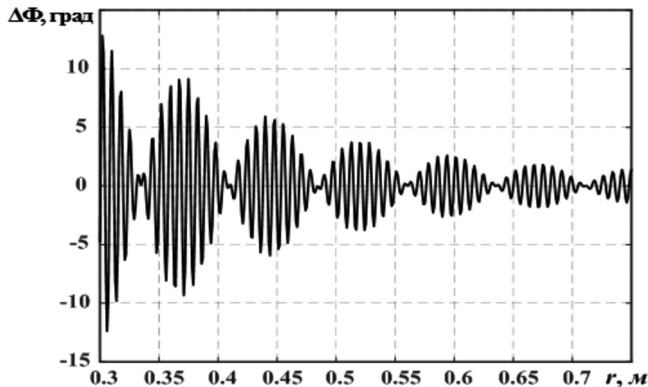


Рис. 2. Мгновенные погрешности оценки фазовой добавки при малых расстояниях

Из рис. 2 видно, что максимальная погрешность оценки фазы составляет 15 градусов и снижается при увеличении расстояния. При относительных частотах ($\omega_c T_{\text{мод}}/2\pi > 3...4$) погрешность оценки фазовой добавки за счет влияния шума (при $q_{c/ш} \leq 50...60$ дБ) будет больше, чем погрешность, обусловленная боковыми лепестками. Необходимо отметить, что подстановка оценки фазовой добавки в алгоритм (7) для оценки расстояния не приводит к уменьшению дисперсии оценки расстояния (происходит совместная оценка двух параметров – φ_c и R). Для получения оценки расстояния с меньшей дисперсией необходимо осуществить усреднение оценки фазовой добавки либо по ансамблю СРЧ, либо внутри малого интервала дальностей, в пределах которого она меняется незначительно.

Оценка фазовой характеристики при наличии мешающих отражений

При измерении дальности до отражающей поверхности, находящейся в замкнутых объемах, возникают специфические особенности. Наряду с отражениями от уровня, дальность до которого необходимо измерить, могут иметь место отражения от элементов конструкции

резервуара и от его дна. С учетом мешающих отражений (МО) СРЧ можно представить в виде суммы

$$y(t) = S_c \cos \left[\omega_0 \frac{2R}{c} + \frac{4\Delta\omega_d R}{T_{\text{мод}} c} t + \varphi_c \right] + \sum_{i=1}^M S_{ni} \cos \left[\omega_0 \frac{2R_{ni}}{c} + \frac{4\Delta\omega_d R_{ni}}{T_{\text{мод}} c} t + \varphi_c \right] + n(t), \quad (21)$$

где S_n – амплитуда МО; R_n – расстояние до МО; M – число МО; i – номер МО.

Рассмотрим влияние одного МО на погрешность оценки расстояния. На рис. 3 показана зависимость погрешности измерения от расстояния Δr между полезным отражением (ПО) и МО, определяемой как

$$\Delta R = \hat{R} - R_{\text{ист}}, \quad (22)$$

где $R_{\text{ист}}$ – истинное расстояние.

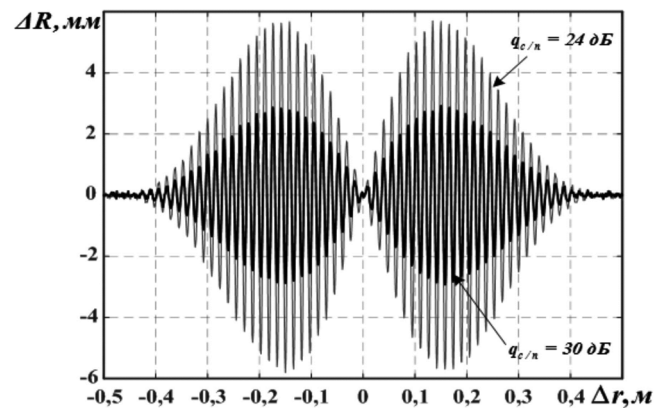


Рис. 3. Зависимость погрешности измерения от разности расстояний между ПО и МО

Графики получены с помощью моделирования. Моделирование осуществлялось при следующих условиях. Несущая частота равна 10 ГГц. Диапазон перестройки несущей частоты – 1 ГГц. Отношение сигнал/шум равно 60 дБ. Тонкая сплошная линия соответствует погрешности при отношении сигнал/помеха, равном 24 дБ. Жирная сплошная линия – погрешности при отношении сигнал/помеха, равном 30 дБ. Из рис. 3 видно, что погрешность измерения расстояния, вычисляемая в соответствии с формулой (4), резко возрастает в окрестностях МО. Такая погрешность приводит к значительному увеличению погрешности оценки фазовой добавки φ_c .

Для исследования влияния мешающего отражателя на погрешность оценки фазовой добавки φ_c при наличии одного МО воспользуемся среднеквадратичным критерием:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{K} \sqrt{\sum_{i=1}^K (\varphi_{ci \text{ ист}} - \hat{\varphi}_{ci})^2}, \quad (23)$$

где $\varphi_{c \text{ ист}}$ – истинная величина фазовой добавки; $\hat{\varphi}_c$ – оценка фазовой добавки; K – число расчетных точек на интервале расстояния, равном длине волны. В данной работе принято, что $K = 30$.

На рис. 4 показаны (зависимости 1 и 2) графики среднеквадратической погрешности (СКП) оценки фазовой добавки φ_c , определенной в соответствии с формулой (12). Графики, приведенные на рис. 4, получены с помощью моделированием в программе Matlab. Условие

проведение моделирование: начальное и конечное расстояния соответственно равны $R_n = 4,5$ м и $R_x = 5,5$ м. Шаг перемещения отражающей поверхности составляет $\Delta = 0,003$ м. Несущая частота – 10 ГГц, диапазон перестройки частоты – 1 ГГц. Отношение сигнал/шум равно 70 дБ. Моделирование осуществлялось при наличии одного МО, расположенного на расстоянии 5 м от ЧМ дальномера. Графики 1, 2 соответствуют СКП фазовой добавки при отношении сигнал/помеха $q_{c/n} = 24$ дБ, $q_{c/n} = 30$ дБ.

Видно, что из-за влияния МО погрешность оценки фазовой добавки резко увеличивается. Значение роста погрешности измерения зависит от отношения сигнал/помеха $q_{c/n}$.

Согласно [5] смещение максимумов сигнальной функции $q[R_x, \varphi_c]$ под воздействием МО при $S_c \geq S_n$, включая главный, можно определить по формуле:

$$\Delta R(R_x) = R_{ucm} - \frac{c}{2\omega_0} \arctg \left\{ \frac{S_c \sin[z_1] + S_x \sin[z_2]}{S_c \cos[z_1] + S_x \cos[z_2]} \right\}, \quad (24)$$

где $S_x = S_n \frac{\sin[\Delta\omega_d (R_n - R_x)/c]}{\Delta\omega_d (R_n - R_x)/c}$ – значение огибающей

сигнальной функции $q[R_x, \varphi_c]$ на расстоянии R_x от МО;

$$z_1 = \omega_0 \frac{2R}{c} + \varphi_c - \varphi_{on}, \quad z_2 = \omega_0 \frac{2R_n}{c} + \varphi_c - \varphi_{on}.$$

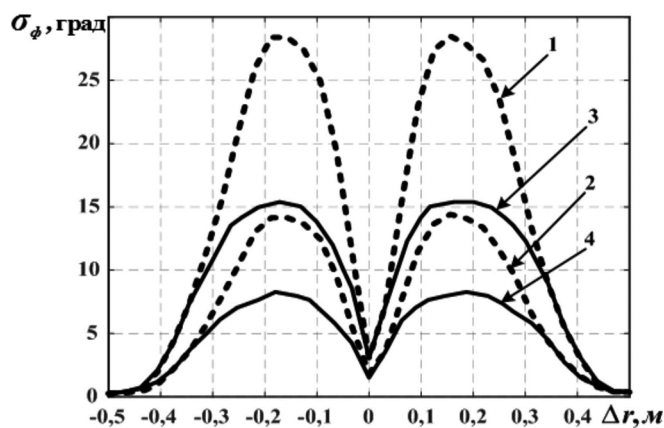


Рис. 4. Среднеквадратическая погрешность оценки фазовой добавки при наличии МО

Смещение максимумов сигнальной функции $q[R_x, \varphi_c]$, определенное в соответствии с (24), будет существенно меньше, чем смещение экстремума огибающей ЛФП, то есть при измерении частоты СРЧ по положению максимума его спектра. Поэтому использование для оценки фазовой добавки φ_c алгоритма (16), построенного на основе ЛФП, позволяет уменьшить погрешность измерения. Результаты моделирования приведены на рис. 4. Условие проведения моделирования те же самые, что и при получении графиков 1 и 2, приведенных на рис. 4. При использовании ММП погрешность измерения уменьшается примерно в 2 раза по сравнению с использованием известного алгоритма (12).

Заключение

В работе проведен анализ двух алгоритмов оценки фазовой характеристики ЧМ дальномера. Первый алгоритм основан на вычислении начальной фазы СРЧ и расстояния до отражающей поверхности. Второй алгоритм – на оценке фазовой характеристики с использованием метода максимального правдоподобия. Показано, что дисперсия оценки фазы одинакова для обоих алгоритмов. Однако особенности ЛФП позволяют уменьшить погрешность оценки фазовой характеристики при наличии мешающих отражений (СКП уменьшается примерно в 2-3 раза).

Литература

1. Паршин В.С. Уменьшение погрешности измерения расстояния дальномером с частотной модуляцией зондирующего сигнала при использовании перестройки несущей частоты передатчика / В.С. Паршин, Н.С. Заигров. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2020. №74. С. 14-22. DOI 10.21667/1995-4565-2020-74-14-22. EDN IBJKEX.
2. Паршин В.С. Повышение точности измерения дальности ЧМ дальномером при наличии мешающих отражений с помощью методов параметрического спектрального анализа / В.С. Паршин, А.А. Багдадюлян. Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. №18. С. 46-50. EDN JWZNBТ.
3. Сравнительный анализ помехоустойчивости алгоритма измерения дальности ЧМ дальномером в спектральной области / В.В. Езерский, В.С. Паршин, И.В. Баранов [и др.]. Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2004. №14. С. 43-58. EDN JWNDHZ.
4. Атаянц Б.А. Влияние паразитной частотной модуляции, вызванной эхо-сигналами, на погрешность частотного дальномера с оценкой разностной частоты на основе метода фазовых добавок / Б.А. Атаянц, В.М. Давыдочкин, В.В. Езерский. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 64. С. 29-34. DOI 10.21667/1995-4565-2018-64-2-29-34. EDN XRSRWX.
5. Атаянц Б.А., Езерский В.В., Давыдочкин В.М., Паршин В.С., Смольский С.М. Прецизионные системы ближней частотной радиолокации промышленного применения. М.: Радиотехника, 2012. 512 с.
6. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио связь, 1983. 320 с.
7. Зандер Ф.В. Алгоритмы оптимальной оценки параметров радиосигнала при времени измерения менее периода и некратном периоде с привязкой результата к началу измерительного интервала. Измерительная техника. 2003. № 2. С. 43-45.
8. Лабутин С.А., Пугин М.В. Помехоустойчивость и быстродействие методов измерения частоты по короткой реализации гармонического сигнала. Измерительная техника. 1998. № 9. С. 34-77.
9. Хэррис Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье. ТИИР.1978. Т. 66. № 1. С. 60-96.