### УДК 621.396.96

# ОПТИМАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ЭХО-СИГНАЛА СПУТНИКОВОГО ВЫСОТОМЕРА ПО КОРРЕЛИРОВАННЫМ ОТСЧЕТАМ НАБЛЮДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

Жестерев А.Е., к.т.н., начальник отдела АО «Российский институт радионавигации и времени» (АО «РИРВ»), e-mail: zhesterev\_ae@rirt.ru.

Ипатов В.П., д.т.н., профессор, главный специалист АО «Российский институт радионавигации и времени» (АО «РИРВ»), e-mail: ival1941@yandex.ru

# OPTIMAL ESTIMATE OF THE SATELLITE ALTIMETER ECHO–SIGNAL DELAY FROM CORRELATED OBSERVATION SAMPLES UNDER ROUGH SEA STATE

## Zhesterev A.E., Ipatov V.P.

An optimal algorithm for estimating the delay of the satellite altimeter echo signal based on dependent discrete observations in a rough sea condition is synthesized and expressions are obtained for the potential accuracy of the estimate. It is shown that in the presence of sea surface waves, the MSK signal yields in the estimate accuracy to LFM-signal noticeably less than it gains under the calm sea state.

Key words: satellite altimeter, Cramer-Rao bound, LFM-signal, probing signal, MSK.

Ключевые слова: спутниковый высотомер, граница Крамера-Рао, зондирующий сигнал, ЛЧМ-сигнал, минимальная частотная манипуляция.

#### Введение

Спутниковый радиолокационный высотомер – один из основных измерительных инструментов в составе миссий дистанционного исследования Земли из космоса. Высокая точ-

ность оценки текущей высоты с помощью подобных приборов в условиях ограничения на пиковую мощность излучения достигается за счет применения широкополосных сигналов с большим частотно-временным произведением. Традиционно в этой роли выступают сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) [1-6], основным достоинством которых является относительная простота структуры приемопередатчика. В то же время, как установлено в [7], в отсутствие волнения морской поверхности точностные показатели высотомера можно улучшить, обратившись к форматам фазовой манипуляции с непрерывной фазой, примером которых является минимальная частотная манипуляция (МЧМ).

При рассмотрении названных альтернатив наряду с требованием высокой точности измерения запаздывания в рамках лимитированного энергоресурса приходится учитывать два серьезных дополнительных ограничения: концентрацию спектра в отведенной регламентом ITU [8] полосе  $W_r$  и умеренное (достаточно близкое к единице) значение пик-фактора излучения. В предлагаемой статье в продолжение [7] синтезирован оптимальный алгоритм и определена потенциальная точность оценки запаздывания эхо-сигнала при использовании зондирующего МЧМ-сигнала в условиях волнения морской поверхности.

Синтезирован оптимальный алгоритм оценки запаздывания эхо-сигнала спутникового высотомера по зависимым дискретным наблюдениям при взволнованной морской поверхности и получены выражения для потенциальной точности оценки. Показано, что при существенном волнении проигрыш сигнала с минимальной частотной модуляцией в точности измерения запаздывания по отношению к сигналу с линейной частотной модуляцией не превышает долей децибела, т.е. ощутимо меньше выигрыша в условиях спокойного моря.

# Корреляционная матрица вектора наблюдений на выходе согласованного фильтра для случая взволнованной морской поверхности

Пусть, как и в [7],  $S_e(t)$  – комплексная огибающая полезного эхо-сигнала на выходе приемного согласованного фильтра высотомера. Поскольку модель эхосигнала традиционно трактуется как суперпозиция элементарных отражений от множества точек освещаемого пятна [9], результирующую комплексную огибающую при волнении морской поверхности в предположении идеальной вертикальной юстировки антенны можно (см. [7]) выразить как:

$$\dot{S}_{e}(t) = a \sum_{i} \frac{\dot{S}\left(t + \frac{2(h - r_{i} - z_{i})}{c}\right)}{r_{i}^{2}} G(\theta_{i}) e^{j\psi_{i}}, \qquad (1)$$

где  $\dot{S}(t)$  – комплексная огибающая элементарного отражения, обработанного согласованным фильтром,  $r_i$ ,  $\theta_i$  и  $\psi_i$  – соответственно расстояние от фазового центра антенны, угол видимости с КА и случайная начальная фаза принятого сигнала для i -го элементарного отражателя, h – высота орбиты КА, c – скорость света,  $G(\cdot)$  – диаграмма направленности антенны (ДНА),  $z_i$  – возвышение i -го индивидуального отражателя над

средним уровнем отражающей поверхности, вызванное волнением, а коэффициент a не зависит от слагаемых суммы. При составлении (1), разумеется, принята во внимание малая ширина луча ДНА. Полагая вслед за [7] колебание  $\dot{S}(t)$  действительной функцией и распределение начальных фаз элементарных отражений  $\psi_i$ равномерным на отрезке  $[0, 2\pi]$ , запишем автокорреляционную функцию (АКФ) действительной части комплексной огибающей U(t) эхо-сигнала от всего освещаемого пятна в виде:

$$R_{U}(t_{1},t_{2}|\mathbf{z}) =$$

$$= \frac{a^{2}}{2} \sum_{i} \frac{S\left(t_{1} + \frac{2(h-r_{i})}{c} - \frac{2z_{i}}{c}\right)S\left(t_{2} + \frac{2(h-r_{i})}{c} - \frac{2z_{i}}{c}\right)}{r_{i}^{4}} G^{2}(\theta_{i}),$$
(2)

где аргумент за чертой в левой части подчеркивает, что АКФ вычислена при фиксированных возвышениях  $z_1, z_2, ...,$  объединенных в вектор **z**, имеющий плотность вероятности  $W(\mathbf{z})$ . Усредняя (2) по **z**, получим  $R_{ij}(t_i, t_2) =$ 

$$=\frac{a^{2}}{2}\sum_{i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S\left(t_{1}+\frac{2(h-r_{i})}{c}-\frac{2z_{i}}{c}\right)S\left(t_{2}+\frac{2(h-r_{i})}{c}-\frac{2z_{i}}{c}\right)}{r_{i}^{4}}\times$$

 $\times G^2(\theta_i)W(z_i)dz_i,$ 

или при допущении идентичности плотностей вероятности всех возвышений, т.е.  $W(z_i)=W(z),\ z_i=z,$   $i=1,2,\ldots$  ,

$$R_{U}(t_{1},t_{2}) =$$

$$= \frac{a^{2}}{2} \sum_{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S\left(t_{1} + \frac{2(h-r_{i})}{c} - \frac{2z}{c}\right)S\left(t_{2} + \frac{2(h-r_{i})}{c} - \frac{2z}{c}\right)}{r_{i}^{4}} \times G^{2}(\theta_{i})W(z)dz.$$

После предельного перехода к континуальному множеству отражателей [7] получается

$$R_U(t_1, t_2) = \tag{3}$$

$$=\frac{a^{2}\sigma_{0}}{2}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S\left(t_{1}+\frac{2(h-r)}{c}-\frac{2z}{c}\right)S\left(t_{2}+\frac{2(h-r)}{c}-\frac{2z}{c}\right)}{r^{4}}\times$$

 $\times W(z)dzG^{2}(\theta)\rho d\rho d\phi,$ 

где  $\sigma_0$  – удельная эффективная площадь рассеяния (ЭПР), полагаемая неизменной в пределах засвечиваемого пятна. При аппроксимациях  $h - r \approx -\rho^2 / 2h$  и

$$G(\theta) = G \exp\left(-\frac{2}{\gamma}\sin^2\theta\right), \ \gamma = \frac{2\sin^2(\theta_{0.5}/2)}{\ln 2},$$

где G – коэффициент усиления антенны, а  $\theta_{0.5}$  – ширина луча по уровню –3 дБ, (3) приводится к виду  $R_U(t_1, t_2) =$ 

$$=\frac{a^2G^2}{2h^4}\pi h^2\sigma_0\int_{0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}S\left(t_1-\frac{hx}{c}-\frac{2z}{c}\right)S\left(t_2-\frac{hx}{c}-\frac{2z}{c}\right)\times$$

$$\frac{\times W(z)dz \exp\left[-\frac{4x}{\gamma(1+x)}\right]}{(1+x)^2} dx$$

Учтя идентичность АКФ действительной и мнимой компонент комплексной огибающей эхо-сигнала и некоррелированность этих компонент, а также используя для них общее обозначение  $R_s(t_1, t_2)$  и переходя к нормированной АКФ зондирующего сигнала  $\rho_0(t)$ , получим [7]:

 $R_{s}(t_{1},t_{2}) = \frac{\sigma_{n}^{2}q_{0}}{2}A_{r}(t_{1},t_{2}), \qquad (4)$ 

где  $\sigma_n^2$  – дисперсия шума на выходе фильтра,  $q_0$  – отношение сигнал-шум по мощности на выходе согласованного фильтра, создаваемое зондирующим сигналом от цели с единичной ЭПР, а функция

$$A_{r}(t_{1},t_{2}) =$$

$$= \pi h^{2} \sigma_{0} \int_{0-\infty}^{\infty} \rho_{0} \left( t_{1} - \frac{hx}{c} - \frac{2z}{c} \right) \rho_{0} \left( t_{2} - \frac{hx}{c} - \frac{2z}{c} \right) \times$$

$$\times W(z) dz \frac{\exp \left[ -\frac{4x}{\gamma(1+x)} \right]}{(1+x)^{2}} dx$$
(5)

отличается от аналога в [7] присутствием усреднения по возвышению *z*.

Следуя основополагающим работам по спутниковой альтиметрии [9-11], в качестве первого приближения плотности вероятности возвышения водной поверхности можно принять гауссовское

$$W(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right),$$

где  $\sigma_z$  – среднеквадратическое отклонение возвышения *z*. Тогда из (4)-(5)

$$R_{s}(t_{1},t_{2}) = \frac{\sigma_{n}^{2}q_{0}}{2}\pi h^{2}\sigma_{0} \times$$

$$\times \int_{0}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z}}\int_{-\infty}^{\infty}\rho_{0}\left(t_{1}-\frac{hx}{c}-\frac{2z}{c}\right)\rho_{0}\left(t_{2}-\frac{hx}{c}-\frac{2z}{c}\right)\times$$

$$\times \exp\left(-\frac{z^{2}}{2\sigma_{z}^{2}}\right)dz \right] \frac{\exp\left[-\frac{4x}{\gamma(1+x)}\right]}{(1+x)^{2}}dx.$$
(6)

Зависимость этой величины от запаздывания эхосигнала  $\tau$  выявляется после подстановки в (6) значений  $t_1 - \tau$  и  $t_2 - \tau$  вместо  $t_1$  и  $t_2$ . При взятии n отсчетов действительной/мнимой компоненты на выходе согласованного фильтра с шагом дискретизации  $\delta$   $t_1 = i\delta - \tau$ ,  $t_2 = j\delta - \tau$ ,  $1 \le i, j \le n$ , элемент i-й строки и j-го столбца корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_s(\tau)$  вектора отсчетов действительной/мнимой компоненты комплексной огибающей эхо-сигнала есть  $R_s(i\delta - \tau, j\delta - \tau)$ . Далее, вследствие независимости эхо-сигнала и шума корреляционная матрица  $\mathbf{R}(\tau)$  вектора отсчетов действительной/мнимой компонент комплексной огибающей наблюдаемой смеси эхо-сигнала и шума на выходе согласованного фильтра

# $\mathbf{R}(\tau) = \mathbf{R}_{s}(\tau) + \mathbf{R}_{n},$

где  $\mathbf{R}_n = [R_{n,ij}]$  – симметричная корреляционная матрица шумовых отсчетов и все матрицы имеют размер  $n \times n$ .

#### Однопараметрическая оценка запаздывания

Обратимся к гипотетическому сценарию, в рамках которого среднеквадратическое отклонение возвышения  $\sigma_z$  полагается известным и оценке подлежит только время прихода сигнала  $\tau$ . Согласно [7], граница Крамера-Рао для среднеквадратического отклонения  $\sigma_{\tau}$  оценки  $\hat{\tau}$  запаздывания эхо-сигнала, имеющего истинное запаздывание  $\tau_0$ ,

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{\operatorname{var}\{\hat{\tau} \mid \tau_0\}} \ge \frac{1}{\sqrt{Ng}}, \qquad (7)$$

где *N* – число зондирований, используемых при выработке оценки, а точностной фактор

$$g = \operatorname{tr}\left\{ \left[ \mathbf{R}'(\tau_0) \cdot \mathbf{R}^{-1}(\tau_0) \right]^2 \right\}$$
(8)

целиком определяется корреляционной матрицей вектора наблюдения  $R(\tau)$  и ее производной в точке  $\tau_{_0}$  .

Для сценария невзволнованной морской поверхности при типовом наборе исходных данных (высота орбиты h = 1000 км, угловой раствор антенны  $\theta_0 = 1, 2^\circ$ , регламентная ширина полосы  $W_r = 320$  МГц, число зондирований на одну оценку N = 100, шаг дискретизации по времени  $1/2W_r$ ) усредненные по  $\tau_0$  кривые зависимости (7) от отношения сигнал-шум  $q_0$  приведены на рис. 1.



Рис. 1. Усредненные границы Крамера-Рао при отсутствии волнения

Как можно видеть, при спокойной воде, фиксированной регламентной полосе и любых значениях  $q_0$  из рабочего диапазона МЧМ-сигнал реализует более высо-

кую потенциальную точность измерения высоты относительно ЛЧМ-сигнала [7]. В энергетическом выражении этот выигрыш при больших значениях  $q_0$  может достигать 6,5 дБ.

При оговоренном выше однопараметрическом допущении граница Крамера-Рао в случае морского волнения рассчитывается по-прежнему с помощью (7)-(8) с тем отличием, что корреляционная матрица эхо-сигнала определяется из равенства (6). Результаты соответствующих вычислений для ЛЧМ- и МЧМ-сигналов при прежних исходных данных представлены графиками рис. 2, свидетельствующими, что в условиях возмущенной морской поверхности отмеченное выше преимущество МЧМ-сигнала сокращается с увеличением  $\sigma_z$ . Тем не менее, это преимущество сохраняется в значительном диапазоне  $q_0$  и при наличии волнения, уступая место проигрышу только при  $\sigma_z \ge 2$  м, не превышающему, однако, 1,5 децибел при  $\sigma_z = 4$  м.

За интерпретацией результатов обратимся к АКФ сигналов на рис. З. В рамках общих регламентных ограничений протяженность АКФ МЧМ-чипа по оси  $\tau$  составляет примерно 4,73/ $W_r$  [12], тогда как основной лепесток АКФ ЛЧМ-сигнала, имеющий длительность  $2/W_r$ , в два с лишним раза короче.

Для спокойной воды влияние длительности сжатого сигнала на точность измерения времени прихода сигнала сводится к противоборству двух эффектов. С одной стороны, с увеличением длительности сжатого сигнала нарастающий фронт профиля становится более пологим, что потенциально снижает точность оценки запаздывания. С другой - в импульсно-ограниченном высотомере площадь отражающего кольца пропорциональна длительности сжатого сигнала [1, 5, 13], что равносильно возрастанию мощности принятого эхо-сигнала, т.е. повышению точности оценки по мере роста длительности. Тот факт, что в актуальной области отношений сигнал-шум точность оценки запаздывания для МЧМ-чипа выше, чем для ЛЧМ-сигнала, говорит о преобладании в названной области второго из названных эффектов над первым.

Для взволнованной водной поверхности картина меняется. Как показано в [13], интегральный эффект волнения можно учесть сверткой сжатого импульса с плотностью вероятности возвышения волны, трактуя ситуацию так, будто зондирование осуществляется при спокойной воде, но не реальным, а неким эквивалентным, более протяженным импульсом. При этом, однако, расширение сигнала за счет волнения сопровождается не ростом, а снижением принятой мощности, так как свертка с вышеназванной плотностью вероятности одновременно с растяжением сигнала снижает его уровень. Смягчения же этих негативных эффектов возрастанием площади отражающего кольца не происходит.





Рис. 3. АКФ сигналов: 1 – МЧМ-чип, 2 – ЛЧМ-сигнал

## Заключение

В работе получены выражения для потенциальной точности оценки запаздывания эхо-сигнала спутникового высотомера по дискретным зависимым наблюдениям в условиях взволнованной зондируемой поверхности. Расчет границ Крамера-Рао среднеквадратических отклонений оценок запаздывания эхо-сигналов для двух альтернативных форматов модуляции (ЛЧМ и МЧМ) выявил границы предпочтительного применения каждого из форматов. Преимущество МЧМ в меньшей погрешности оценки высоты может быть использовано при работе высотомера в условиях слабо возмущенной водной или ледовой поверхности. Если же адаптация формата модуляции к текущему состоянию морской поверхности не предусмотрена, МЧМ-сигнал все равно можно признать приоритетной опцией, так как в условиях сильного волнения его проигрыш в точности ЛЧМ-сигналу меньше его выигрыша при спокойной воде.

## Литература

1. Комплексный спутниковый мониторинг морей России / О.Ю. Лаврова, А.Г. Костяной, С.А. Лебедев, М.И. Митягина, А.И. Гинзбург, Н.А. Шеремет. М.:ИКИ РАН, 2011. 480 с.

2. Баскаков А.И., Жутяева Т.С., Лукашенко Ю.И. Локационные методы исследования объектов и сред. М.: Издательский центр «Академия», 2011, 384 с.

3. Coastal Altimetry; ed. by S. Vignudelli, A.G. Kostianoy, P. Cipollini, J. Benveniste. Berlin: Springer, 2011. 565 p.

4. Martin S. An Introduction to Ocean Remote Sensing. 2 nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 496 p.

5. Satellite Altimetry and Earth Sciences. A Handbook of Techniques and Applications; ed. by L.-L. Fu and A. Cazenave. San Diego: Academic Press, 2001. 463 p.

6. Vincent P., Steunou N., Caubet E., Phalippou L., Rey L., Thouvenot E., Verron J. AltiKa: a Ka-band altimetry payload and system for operational altimetry during the GMES period. Sensors. 2006, vol. 6, pp. 208-234.

7. Жестерев А.Е., Ипатов В.П. Оптимальное измерение запаздывания эхо-сигнала спутникового высотомера при дискретных зависимых наблюдениях. Новости навигации. 2022, № 2. с. 30-35.

8. Регламент радиосвязи Международного союза электросвязи. 2020.

9. Brown G.S. The average impulse response of a rough

С. Куренной С.А. Куренной С.А. Куренной СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ



surface and its applications. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1977, vol 25, no.1, pp. 67-74.

10. Hayne G.S. Radar altimeter mean return waveforms from near-normal-incidence ocean surface scattering. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1980, vol 28, no. 5, pp. 687-692.

11. Barrick, D. E., and Lipa, B. J. Analysis and interpretation of altimeter sea echo, Adv. Geophys., 1985, vol. 27, pp. 60-99.

12. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2013.

13. Вопросы построения радиоинтерфейса спутникового высотомера / Д.С. Боровицкий, А.Е. Жестерев, В.П. Ипатов, Р.М. Мамчур; под ред. В.П. Ипатова. Санкт-Петербург, «БХВ-Петербург», 2017.

# НОВЫЕ КНИГИ

## Основы статистической теории радиотехнических систем:

Учебное пособие под ред. А.В. Коренного. М.: Изд-во Радиотехника, 2021 г. 240 с.: ил.

Приведены необходимые сведения из теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики, и на их основе рассмотрены статистические методы анализа линейных и нелинейных систем. На базе теории фильтрации изложены современные методы синтеза радиоэлектронных систем различного назначения, основы теории информации и методы статистического моделирования. Методика применения теоретических результатов к решению практических задач проиллюстрирована содержательными примерами.

Предназначено для слушателей и курсантов военных вузов, а также студентов вузов, обучающихся по специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы». Может быть аспирантам и преподавателям вузов, занимающихся вопросами синтеза и анализа радиотехнических устройств и систем.

# Гаврилов К.Ю., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н. Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в MATLAB: Учебное пособие. М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 264 с.: ил.

Рассмотрены методы моделирования радиолокационных сигналов при отражении от сложных целей, принципы моделирования аналоговых и цифровых устройств обработки сигналов, включающие формирование двумерной матрицы цифровых отсчетов, методы согласованной фильтрации, обнаружения и обработки сигналов в импульснодоплеровских радиолокационных системах.

Показаны примеры обработки наиболее распространенных видов радиолокационных сигналов – импульсных, с линейной частотной модуляцией и фазо-кодоманипулированных сигналов. Приведены программы моделирования и обработки сигналов в среде МАТLAB.

Для студентов, аспирантов и инженеров, изучающих и использующих теорию радиолокации и методы моделирования и обработки радиолокационных сигналов. Будет полезна научным работникам и разработчикам радиолокационных систем.