

КОМПЛЕКСНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ

Кузнецов В.П., к.т.н., доцент РГРТУ им В.Ф. Уткина, e-mail: kuznetsovaitu@yandex.ru

COMPLEX NEURAL NETWORK

Kuznetsov V.P.

The conception of complex neural networks construction on example of a two-layer feed-forward network is proposed. The network contains the complex weights and the complex activation functions as a complex variable function. Complex neural network is meant for complex signals processing, which use widely for telecommunication systems analysis. Such neural networks may be used for identification, pre-distortion, prediction, control. The results of experimental research of complex neural network for identification of nonlinear power amplifier are presented.

Key words: neural network, weight coefficient, activation function, error signal, learning algorithm, target function, gradient, partial derivative.

Ключевые слова: нейронная сеть, весовой коэффициент, функция активации, сигнал ошибки, алгоритм обучения, целевая функция, градиент, частная производная.

Введение

Предметом данной работы является методика построения комплексных нейронных сетей, содержащих комплексные весовые коэффициенты и функции активации в виде функций комплексной переменной. Областью применения таких сетей являются системы телекоммуникаций, при анализе которых широкое использование находят аналитические сигналы, основанные на преобразовании Гильберта [1]. Аналитический сигнал является комплексным сигналом и должен обрабатываться системой как единое целое без разделения на вещественную и мнимую составляющие. Такая же задача ставится перед нейронной сетью, определяя ее комплексный характер. Одной из задач в области телекоммуникаций, которая может быть решена на основе нейронной сети, является идентификация нелинейной динамической системы. Известны подходы к решению этой задачи для вещественных сигналов на основе сетей прямого распространения и рекуррентных сетей [2]. В данной работе используется сеть прямого распространения (рис. 1). Особенность работы состоит в комплексном характере входной и выходной последовательностей нелинейной динамической системы.



Рис. 1. Идентификация нелинейной системы

Предлагается концепция построения комплексных нейронных сетей на примере двухслойной сети прямого распространения. Нейронная сеть содержит комплексные весовые коэффициенты и функции активации в виде функций комплексной переменной. Комплексная нейронная сеть предназначена для обработки комплексных сигналов, которые находят широкое применение при анализе телекоммуникационных систем с различными видами модуляции. Такие нейронные сети могут использоваться для решения задач идентификации, предсказания, прогнозирования, управления. Приводятся результаты экспериментального исследования комплексной нейронной сети в задаче идентификации нелинейного усилителя мощности.

Структура нейронной сети

Решение задачи предлагается искать на основе двухслойной нейронной сети прямого распространения (рис. 2). В первом слое стоят нелинейные нейроны с комплексными весовыми коэффициентами и функцией активации в виде функции комплексной переменной функции активации из множества функций комплексной переменной $f(q)$. Выходной слой представлен одним линейным нейроном. Основная проблема построения комплексной нейронной сети состоит в выборе функции активации из множества функций комплексной переменной. Широкое применение в вещественных сетях находит биполярная логистическая функция, которая, сохраняя знак входного сигнала, преобразует его в диапазон $(-1, 1)$. В данной работе в качестве функции активации предлагается использовать такую функцию комплексной переменной, которая, сохраняя фазу входного сигнала, преобразует его модуль внутри окружности единичного радиуса с центром в начале координат комплексной плоскости. Комплексную функцию активации с такими свойствами можно сконструировать на основе известных вещественных функций активации. Это, во-первых, алгебраическая сигмоида [3]: $y = x / \sqrt{1 + x^2}$, где x и y – вещественные переменные. Создадим на ее основе функцию комплексной переменной $z = \frac{q}{\sqrt{1 + |q|^2}} =$

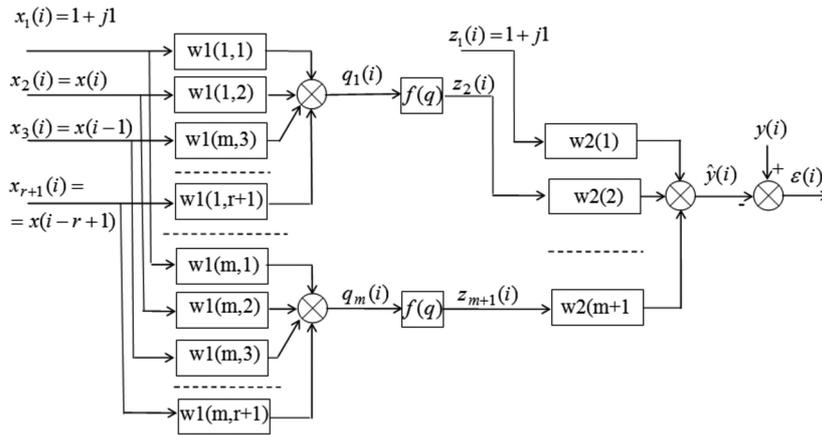


Рис. 2. Структурная схема нейронной сети

$$= \frac{q_u + jq_v}{\sqrt{1+q_u^2+q_v^2}} = \frac{q_u}{\sqrt{1+q_u^2+q_v^2}} + j \frac{q_v}{\sqrt{1+q_u^2+q_v^2}} = z_u + jz_v.$$

Во-вторых, можно взять за основу функцию SoftSigm [4]: $y = x / (1 + |x|)$ и превратить ее в функцию комплексной переменной

$$z = \frac{q}{1+|q|} = \frac{q_u + jq_v}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = \frac{q_u}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} + j \frac{q_v}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = z_u + jz_v.$$

Экспериментальные исследования показали, что предложенные функции активации сопровождаются примерно одинаковой эффективностью обучения. Однако функция SoftSigm приводит к меньшему объему вычислений на этапе нахождения ее частных производных.

Выходной сигнал нейронной сети $\hat{y}(i)$ в настоящий момент времени t_i формируется на основе входного отсчета $x(i)$ и $(r-1)$ входных отсчетов (задержек) в предыдущие моменты времени. Таким образом, выходной сигнал сети описывается функцией регрессии $\hat{y}(i) = \varphi(x(i), x(i-1), x(i-2), \dots, x(i-r+1))$, причем функция φ конструируется структурой и параметрами сети.

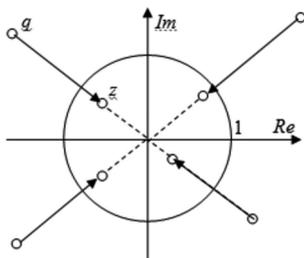


Рис. 3. Преобразование сигнала функцией активации

Алгоритм обучения

При построении нейронной сети экспериментальный материал, которым располагает исследователь, делится на обучающую и тестовую части. Из первой части формируется множество обучающих примеров, которое многократно предъявляется нейронной сети. После обучения нейронная сеть проверяется на тестовом множестве примеров.

В работе используется пакетный режим обучения, основанный на минимизации суммарного квадрата модуля ошибки $\varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) = \varepsilon_u(i) + j\varepsilon_v(i)$:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N |\varepsilon(i)|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_u^2(i) + \varepsilon_v^2(i)) \rightarrow \min_{W_u, W_v}.$$

Здесь: $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ – вещественная и мнимая составляющие сигнала ошибки, N – число примеров обучения в пакете, W_u, W_v – векторы вещественных и мнимых частей весовых коэффициентов. Таким образом, целевая функция рассматривается как вещественная функция многих переменных, в качестве которых выступают вещественные и мнимые части весовых коэффициентов первого и второго слоев.

Минимизацию целевой функции проведем методом градиента:

$$W(k+1) = W(k) - h \cdot \text{grad } E(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь W – вектор всех аргументов целевой функции, k – номер эпохи, h – параметр обучения, grad – вектор-градиент частных производных целевой функции по каждому аргументу.

Рассмотрим обучение выходного нейрона. Найдем частные производные целевой функции по каждому весовому коэффициенту, представленному вещественной и мнимой частями. Частную производную по вещественной части коэффициента $W2(l), l = \overline{1, m+1}$, найдем следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial W2_u(l)} = \sum_{i=1}^N \left[\varepsilon_u(i) \frac{\partial \varepsilon_u(i)}{\partial W2_u(l)} + \varepsilon_v(i) \frac{\partial \varepsilon_v(i)}{\partial W2_u(l)} \right], \quad l = \overline{1, m+1}.$$

Вещественная и мнимая части сигнала ошибки имеют вид:

$$\varepsilon_u(i) = y_u(i) - \hat{y}_u(i), \quad \varepsilon_v(i) = y_v(i) - \hat{y}_v(i).$$

Поэтому частная производная

$$\frac{\partial E}{\partial W2_u(l)} = - \sum_{i=1}^N \left[\varepsilon_u(i) \frac{\partial \hat{y}_u(i)}{\partial W2_u(l)} + \varepsilon_v(i) \frac{\partial \hat{y}_v(i)}{\partial W2_u(l)} \right], \quad l = \overline{1, m+1} \tag{1}$$

Выходной сигнал нейронной сети

$$\hat{y}(i) = \sum_{n=1}^{m+1} z_n(i) \cdot W2(n) =$$

$$= \sum_{n=1}^{m+1} [z_{n,u}(i) + jz_{n,v}(i)] \cdot [W2_u(n) + jW2_v(n)]. \quad (2)$$

После очевидных преобразований получим:

$$\hat{y}(i) = \sum_{n=1}^{m+1} \{ [z_{n,u}(i)W2_u(n) - z_{n,v}(i)W2_v(n)] + j[z_{n,u}(i)W2_v(n) + z_{n,v}(i)W2_u(n)] \}. \quad (3)$$

От весового коэффициента $W2(l)$ зависит только одно слагаемое в этой сумме при $n=l$. Поэтому частные производные

$$\frac{\partial \hat{y}_u(i)}{\partial W2_u(l)} = z_{l,u}(i), \quad \frac{\partial \hat{y}_v(i)}{\partial W2_u(l)} = z_{l,v}(i).$$

В итоге получим:

$$\frac{\partial E}{\partial W2_u(l)} = -\sum_{i=1}^N [\varepsilon_u(i)z_{l,u}(i) + \varepsilon_v(i)z_{l,v}(i)], \quad l = \overline{1, m+1}.$$

Частная производная по мнимой части коэффициента $W2(l)$, $l = \overline{1, m+1}$, вычисляется аналогично:

$$\frac{\partial E}{\partial W2_v(l)} = \sum_{i=1}^N \left[\varepsilon_u(i) \frac{\partial \varepsilon_u(i)}{\partial W2_v(l)} + \varepsilon_v(i) \frac{\partial \varepsilon_v(i)}{\partial W2_v(l)} \right], \quad l = \overline{1, m+1}.$$

Повторяя предыдущие преобразования, установим:

$$\frac{\partial E}{\partial W2_v(l)} = -\sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)z_{l,v}(i) + \varepsilon_v(i)z_{l,u}(i)], \quad l = \overline{1, m+1}.$$

Перейдем к обучению нейронов первого слоя. Для большей наглядности вычислим частные производные целевой функции по конкретному коэффициенту, например, $W1(1,1) = W1_u(1,1) + jW1_v(1,1)$, а затем обобщим результаты на остальные коэффициенты первого слоя. Найдем частную производную по вещественной части этого коэффициента, отталкиваясь от соотношения (1):

$$\frac{\partial E}{\partial W1_u(1,1)} = -\sum_{i=1}^N \left[\varepsilon_u(i) \frac{\partial \hat{y}_u(i)}{\partial W1_u(1,1)} + \varepsilon_v(i) \frac{\partial \hat{y}_v(i)}{\partial W1_u(1,1)} \right]. \quad (4)$$

Дальнейшие рассуждения проведем в русле соотношений (2) и (3), а затем обратим внимание на то, что от коэффициента $W1(1,1)$ зависит только сигнал $z_2(i)$.

Поэтому частные производные

$$\frac{\partial \hat{y}_u(i)}{\partial W1_u(1,1)} = W2_u(2) \frac{\partial z_{2,u}(i)}{\partial W1_u(1,1)} - W2_v(2) \frac{\partial z_{2,v}(i)}{\partial W1_u(1,1)},$$

$$\frac{\partial \hat{y}_v(i)}{\partial W1_u(1,1)} = W2_v(2) \frac{\partial z_{2,u}(i)}{\partial W1_u(1,1)} + W2_u(2) \frac{\partial z_{2,v}(i)}{\partial W1_u(1,1)}.$$

Подставим этот результат в (4) и сгруппируем слагаемые следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial W1_u(1,1)} = -\sum_{i=1}^N [\varepsilon_u(i)W2_u(2) + \varepsilon_v(i)W2_v(2)] \frac{\partial z_{2,u}(i)}{\partial W1_u(1,1)} - \sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)W2_v(2) + \varepsilon_v(i)W2_u(2)] \frac{\partial z_{2,v}(i)}{\partial W1_u(1,1)}. \quad (5)$$

Перейдем к вычислению производных от сигнала $z_2(i)$, который также представим в виде вещественной

и мнимой частей (аргумент i опустим):

$$z_2 = f(q_1) = f(q_{1,u} + jq_{1,v}) = f_u(q_{1,u}, q_{1,v}) + j f_v(q_{1,u}, q_{1,v}) = z_{2,u} + jz_{2,v}.$$

Рассмотрим производные

$$\frac{\partial z_{2,u}}{\partial W1_u(1,1)} = \frac{\partial f_u}{\partial q_{1,u}} \cdot \frac{\partial q_{1,u}}{\partial W1_u(1,1)} + \frac{\partial f_u}{\partial q_{1,v}} \cdot \frac{\partial q_{1,v}}{\partial W1_u(1,1)},$$

$$\frac{\partial z_{2,v}}{\partial W1_u(1,1)} = \frac{\partial f_v}{\partial q_{1,u}} \cdot \frac{\partial q_{1,u}}{\partial W1_u(1,1)} + \frac{\partial f_v}{\partial q_{1,v}} \cdot \frac{\partial q_{1,v}}{\partial W1_u(1,1)}. \quad (6)$$

Здесь первые множители зависят от конкретной функции активации, а вторые обусловлены линейной структурой сигнала q_1 :

$$q_1 = \sum_{n=1}^{r+1} x_n W1(1, n) = \sum_{n=1}^{r+1} (x_{n,u} + jx_{n,v}) [W1_u(1, n) + jW1_v(1, n)].$$

Представим сигнал q_1 в виде вещественной и мнимой частей:

$$q_1 = \sum_{n=1}^{r+1} [x_{n,u} W1_u(1, n) - x_{n,v} W1_v(1, n)] + j \sum_{n=1}^{r+1} [x_{n,u} W1_v(1, n) + x_{n,v} W1_u(1, n)].$$

От коэффициента $W1(1,1)$ зависят только первые слагаемые в каждой сумме, поэтому частные производные

$$\frac{\partial q_{1,u}}{\partial W1_u(1,1)} = x_{1,u}, \quad \frac{\partial q_{1,v}}{\partial W1_u(1,1)} = x_{1,v}. \quad (7)$$

С учетом этого результата выражения (6) примут более компактный вид:

$$\frac{\partial z_{2,u}}{\partial W1_u(1,1)} = \frac{\partial f_u}{\partial q_{1,u}} x_{1,u} + \frac{\partial f_u}{\partial q_{1,v}} x_{1,v},$$

$$\frac{\partial z_{2,v}}{\partial W1_u(1,1)} = \frac{\partial f_v}{\partial q_{1,u}} x_{1,u} + \frac{\partial f_v}{\partial q_{1,v}} x_{1,v}.$$

Теперь частная производная (5) может быть представлена в окончательном виде:

$$\frac{\partial E}{\partial W1_u(1,1)} = -\sum_{i=1}^N [\varepsilon_u(i)W2_u(2) + \varepsilon_v(i)W2_v(2)] \times \left[\frac{\partial f_u}{\partial q_{1,u}} x_{1,u}(i) + \frac{\partial f_u}{\partial q_{1,v}} x_{1,v}(i) \right] - \sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)W2_v(2) + \varepsilon_v(i)W2_u(2)] \times \left[\frac{\partial f_v}{\partial q_{1,u}} x_{1,u}(i) + \frac{\partial f_v}{\partial q_{1,v}} x_{1,v}(i) \right].$$

Обобщим полученный результат на частные производные по вещественной части каждого весового коэффициента первого слоя:

$$\frac{\partial E}{\partial W1_u(l, n)} = -\sum_{i=1}^N [\varepsilon_u(i)W2_u(l+1) + \varepsilon_v(i)W2_v(l+1)] \times \left[\frac{\partial f_u}{\partial q_{l,u}} x_{n,u}(i) + \frac{\partial f_u}{\partial q_{l,v}} x_{n,v}(i) \right] - \sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)W2_v(l+1) + \varepsilon_v(i)W2_u(l+1)] \times \left[\frac{\partial f_v}{\partial q_{l,u}} x_{n,u}(i) + \frac{\partial f_v}{\partial q_{l,v}} x_{n,v}(i) \right]. \quad (8)$$

$$-\sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)W2_v(l+1) + \varepsilon_v(i)W2_u(l+1)] \times \left[\frac{\partial f_v}{\partial q_{l,u}} x_{n,u}(i) + \frac{\partial f_v}{\partial q_{l,v}} x_{n,v}(i) \right], \quad l = \overline{1, m}, \quad n = \overline{1, r+1}.$$

Частные производные по мнимой части каждого весового коэффициента первого слоя вычисляются аналогичным образом. В соотношениях (4), (5), (6) придется поменять только переменную дифференцирования $W1_u(1,1)$ на $W1_v(1,1)$, а соотношения (7) примут другой вид:

$$\frac{\partial q_{1,u}}{\partial W1_v(1,1)} = -x_{1,v}, \quad \frac{\partial q_{1,v}}{\partial W1_v(1,1)} = x_{1,u}.$$

В итоге, частные производные по мнимой части каждого весового коэффициента первого слоя вычисляются таким образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W1_v(l,n)} &= -\sum_{i=1}^N [\varepsilon_u(i)W2_u(l+1) + \varepsilon_v(i)W2_v(l+1)] \times \\ &\times \left[\frac{\partial f_u}{\partial q_{l,u}} (-x_{n,v}(i)) + \frac{\partial f_u}{\partial q_{l,v}} x_{n,u}(i) \right] - \\ &- \sum_{i=1}^N [-\varepsilon_u(i)W2_v(l+1) + \varepsilon_v(i)W2_u(l+1)] \times \\ &\times \left[\frac{\partial f_v}{\partial q_{l,u}} (-x_{n,v}(i)) + \frac{\partial f_v}{\partial q_{l,v}} x_{n,u}(i) \right], \quad l = \overline{1, m}, \quad n = \overline{1, r+1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Соотношения (8), (9) содержат частные производные функций активации. Рассмотрим вычисление этих производных для функции активации SoftSign, описываемой выражением:

$$z = \frac{q}{1+|q|} = \frac{q_u + jq_v}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = \frac{q_u}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} + j \frac{q_v}{1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = f_u(q_u, q_v) + j f_v(q_u, q_v).$$

Частные производные имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_u}{\partial q_u} &= \frac{\sqrt{q_u^2 + q_v^2} + q_u^2}{(1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2})^2 \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = \frac{|q| + q_u^2}{(1 + |q|)^2 \cdot |q|}, \\ \frac{\partial f_v}{\partial q_v} &= \frac{\sqrt{q_u^2 + q_v^2} + q_v^2}{(1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2})^2 \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = \frac{|q| + q_v^2}{(1 + |q|)^2 \cdot |q|}, \\ \frac{\partial f_u}{\partial q_v} &= \frac{\partial f_v}{\partial q_u} = -\frac{q_u \cdot q_v}{(1 + \sqrt{q_u^2 + q_v^2})^2 \sqrt{q_u^2 + q_v^2}} = \frac{q_u \cdot q_v}{(1 + |q|)^2 \cdot |q|}. \end{aligned}$$

Экспериментальная часть

Предложенная концепция построения комплексной нейронной сети использована в задаче идентификации нелинейного усилителя мощности, входной и выходной сигналы которого имеют комплексный характер. На рис. 4 показаны фрагменты входной и выходной последовательностей исследуемого объекта длиной 500 комплексных отсчетов, приведенных в интервал (-1; 1), а также сигнал рассогласования. Сигналы разделены на вещественные и мнимые составляющие. На визуальном уровне отличие между входным и выходным сигналами

практически неразличимо, однако сигнал рассогласования вскрывает это различие; он располагается в диапазоне (-0,1; 0,1). В системах телекоммуникаций, использующих комплексные сигналы, отличие между ними принято оценивать показателем NMSE (Normalized Mean Square Error):

$$NMSE = 10 \lg \left(\frac{|e|^2}{|x|^2} \right).$$

В данном случае $NMSE = -21,5$ дБ.

Разработанное математическое обеспечение реализовано в виде программы, написанной на языке системы MATLAB. Для нейронной сети, представленной на рис. 2, есть два основных параметра, определяющих точность аппроксимации желаемых откликов. Это число отсчетов входного сигнала r и число нейронов первого слоя m . На этапе обучения к этим основным параметрам добавляются объем обучающей выборки, параметр обучения h и число эпох, необходимых для отыскания минимума целевой функции. Точность обучения будем характеризовать показателем $NMSE$ в виде:

$$NMSE = 10 \lg \left(\frac{|e|^2}{|y|^2} \right).$$

Сигнал рассогласования обусловлен нелинейными эффектами в каскадах усилителя (нечувствительность, насыщение) и внутренним шумом. При отсутствии шума задача идентификации сводится к задаче аппроксимации желаемых откликов. В задаче аппроксимации усложнение модели позволяет получить необходимую точность приближения для любого обучающего множества, представленного набором входов и желаемых откликов. Применительно к двухслойной нейронной сети, это утверждение базируется на теореме об универсальной аппроксимации [3]. При наличии шума задача идентификации сводится к задаче регрессионного анализа. В этой задаче усложнение модели за счет большего числа отсчетов входного сигнала r и большего числа нейро-

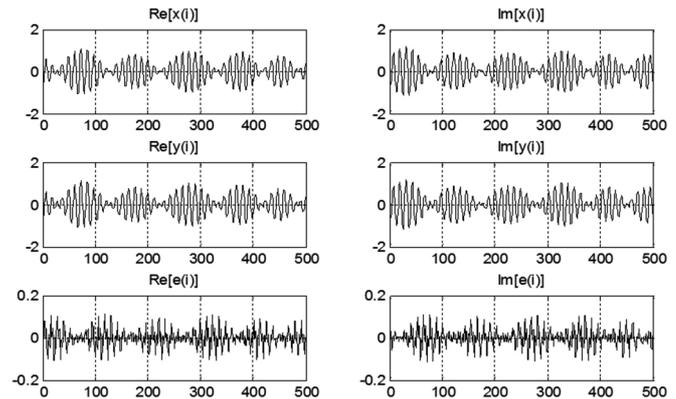


Рис. 4. Фрагменты вещественных и мнимых составляющих входного, выходного сигналов и сигнала рассогласования

нов первого слоя m приведет к некоторому точностному порогу, который не удастся преодолеть. Это объясняется тем, что при одном и том же входном векторе нейронной сети отклик объекта будет принимать разные значения, обусловленные шумом. Как только сигнал ошибки обучения начинает отождествляться с дискретным белым шумом, обучение останавливается.

Таблица 1. Результаты экспериментального исследования

m	NMSE, дБ							
	r = 4		r = 6		r = 8		r = 10	
	Обучение	Тест	Обучение	Тест	Обучение	Тест	Обучение	Тест
2	-25,90	-22,93	-26,16	-22,97	-26,24	-23,01	-26,45	-23,21
4	-27,27	-24,57	-27,89	-24,67	-27,98	-25,73	-28,95	-26,63
6	-30,32	-28,26	-31,14	-29,27	-31,81	-30,29	-32,33	-30,63
8	-32,71	-30,62	-33,17	-31,30	-33,50	-31,55	-33,67	-31,72
10	-33,28	-31,14	-33,71	-31,40	-33,74	-31,47	-33,88	-31,68
12	-33,61	-31,51	-34,16	-31,77	-34,28	-31,85	-34,52	-31,95
14	-33,92	-31,73	-34,17	-31,85	-34,57	-31,77	-34,86	-32,07
16	-34,22	-32,07	-34,42	-32,17	-34,67	-32,22	-35,15	-32,27
20	-34,26	-32,18	-34,78	-32,41	-35,16	-32,65	-35,38	-32,45
30	-34,45	-32,31	-34,82	-32,72	-35,47	-32,86	-36,04	-33,16

Результаты экспериментального исследования (лучшие реализации обучения) представлены в табл. 1. Для обучения нейронной сети использовалась 1000 комплексных отсчетов входного и выходного сигналов усилителя. Тестирование обученной сети проводилось на следующей 1000 отсчетов. Проведем анализ полученных результатов для процедуры обучения нейронной сети. Для большей наглядности эти результаты оформлены в виде графиков (рис. 5).

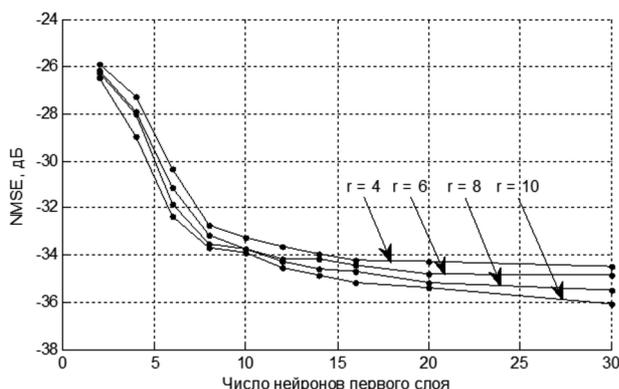


Рис. 5. Точность обучения в зависимости от числа нейронов первого слоя m при разном числе отсчетов входного сигнала r

Как и следовало ожидать, точность обучения нейронной сети повышается с увеличением числа нейронов первого слоя. Причем на начальном этапе увеличение числа нейронов с двух до восьми приводит к заметному повышению точности обучения. При дальнейшем увеличении числа нейронов эффективность обучения снижается.

Точность обучения в зависимости от числа отсчетов входного сигнала r увеличивается более равномерно (рис. 6).

На этапе тестирования нейронной сети предъявлялись новые отсчеты входного сигнала, которые не участвовали в обучении. Поэтому точность приближения выходного сигнала нейронной сети \hat{y} к выходному

сигналу усилителя y снизилась примерно на 10 %.

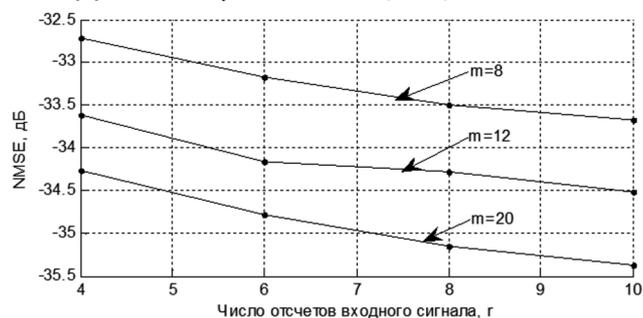


Рис. 6. Точность обучения в зависимости от числа отсчетов входного сигнала r при разном числе нейронов первого слоя m

Заключение

В данной работе предложена концепция построения комплексных нейронных сетей, которые могут найти применение при анализе и проектировании телекоммуникационных систем с комплексными сигналами. Эта концепция реализована на примере сравнительно простой двухслойной нейронной сети и показала свою работоспособность. Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на разработку многослойных сетей прямого распространения и рекуррентных сетей. В плане практического применения интерес представляет задача предсказания, когда нейронная сеть ставится перед нелинейной системой с целью коррекции ее нелинейных эффектов.

Литература

1. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
2. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2004.
3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. М.: Изд. дом «Вильямс», 2008.
4. Николенко С., Кадуринов А., Архангельская Е. Глубокое обучение. СПб.: Питер, 2018.