

## АЛГОРИТМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОГНИТИВНЫХ КАРТ В ПРОЦЕДУРЕ ПЕРЕСТАНОВОЧНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ДВОИЧНЫХ КОДОВ

*Гладких А.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Радиотехника, телекоммуникации и защита информации» Ульяновского государственного технического университета, e-mail: a\_gladkikh@mail.ru*

*Овинников А.А., к.т.н., с.н.с. кафедры Телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: ovinnikov.a.a@yandex.ru*

*Ничунаев А.А., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: ni4unaev\_art@mail.ru*

*Брынза А.А., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: abrynza73@gmail.com*

*Аттаби А.Л.Х., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: aqeel.attaby@gmail.com*

## PERMUTATION DECODING WITH A SYSTEM OF ADAPTED ALTERNATIVE SOLUTIONS

*Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A., Nichunaev A.A., Brynza A.A., Attaby A.L.X.*

*The expediency of using the permutation decoding (PD) method in practice is presented in a number of papers, where the procedure for searching for equivalent codes (EC) offers a unique opportunity to replace matrix calculations of various permutations of symbols, accepted code vectors, with a list of ready-made solutions calculated a priori and fixed in the cognitive maps of the decoder. The problem arises of organizing a rational search for the required data in the system of lists of cognitive decoder cards. The paper describes new properties of permutations of character numerators of binary code combinations, which may be of interest to specialists working in the field of abstract algebra and combinatorics. The concepts of the combined orbit (CO) of permutations are clarified and the term of the local orbit (LO) of permutations is introduced. It is shown that combining these properties with the features of constructing binary group codes makes it possible to organize more advanced algorithms for their processing in the PD system by introducing a list of alternative solutions into the decoder's cognitive map. The aim of the work is to develop and discuss the general principles of drawing up cognitive maps of block redundant codes of various lengths.*

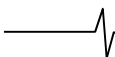
**Key words:** permutation decoding, cognitive maps of the decoder, numerators of binary code combinations, local orbit of permutations.

**Ключевые слова:** перестановочное декодирование, когнитивная карта результативных перестановок, когнитивная карта непроеизводительных перестановок, интервальная оценка нумераторов, взаимодействие когнитивных карт декодера.

### Введение

Подавляющее большинство работ, связанных с описанием метода перестановочного декодирования (ПД) двоичных избыточных кодов, устанавливают общие закономерности формирования множества записей когнитивных карт (КК) результативных перестановок нумераторов (РПН) и не пересекающего с первым множества нерезультативных перестановок нумераторов (НПН) [1-6]. С математической точки зрения в ПД результативность перестановки определяется однозначной возможностью формирования эквивалентного кода (ЭК) по последовательности надежных нумераторов для принятой приемником символов комбинации основного кода. Мерой надежности в такой системе выступают мягкие решения символов (МРС) в целочисленном или действительном формате. При этом с учетом различных манипуляций, выполняемых над оценками в виде их ранжирова-

*Предлагается подробное описание алгоритмов реализации метода перестановочного декодирования двоичных избыточных кодов в условиях, когда по объективным причинам не все перестановки символов после их ранжирования в пределах принятой приемником комбинации обеспечивают результативный переход к эквивалентному аналогу из-за вырожденности переставленной матрицы. Исследования показали, что это явление существенно снижает эффективность избыточного кодирования по мере роста длины кодовых векторов, когда общий объем результативных перестановок нумераторов неуклонно выравнивается с объемом нерезультативных перестановок нумераторов. Используя свойство вырожденности некоторого подмножества переставленных матриц, было доказано, что варианты результативных и нерезультативных перестановок нумераторов не пересекаются. Это открывает возможность для большинства последних за счет целенаправленной замены всего одного нумератора перевести их в множество результативных перестановок. При этом в процедуре декодирования однозначно исключается метод проб и ошибок. Было предложено указывать в когнитивной карте в явном виде априори неблагоприятные исходы коррекции нерезультативной перестановки. Это позволило сократить объем таких перестановок с 40 % ... 50 % примерно до 10 % от общего числа подобных неудачных исходов. Вместе с этим, в известных работах никак не оценивались объемы памяти когнитивных карт, которые решающим образом могут повлиять на конструктивные и временные параметры декодера.*



ния, перестановок и определения интервальных оценок предпочтение отдается целочисленному формату МРС. Признаком принадлежности к множеству РПН является невырожденность переставленной информационной части порождающей матрицы основного кода. Напротив, вырожденность такой матрицы свидетельствует о принадлежности перестановки к множеству НПН. Указанные признаки являются взаимоисключающими, что определяет суть и научную новизну описанных в данной работе алгоритмов [7, 8].

Анализ известных работ предметной области показывает, что их содержание не затрагивает такой важный элемент, который определяет содержание первичной информации, поступающей на вход КК для организации решения альтернативной задачи принадлежности текущей перестановки нумераторов к множествам РПН или НПН. При этом в случае принадлежности оперативно обрабатываемой перестановки к множеству РПН требуется процедура поиска обратной матрицы для переставленной информационной части порождающей матрицы ЭК. В противном случае выполняется коррекция обрабатываемой перестановки нумераторов для ее высоковероятного приведения к множеству РПН [9]. В работе дается подробное описание такого перехода.

Известно, что попытка разместить в КК декодера все возможные перестановки нумераторов информационной части кодового вектора с ростом его длины становится труднореализуемой задачей. Поэтому предлагается использовать орбитальное представление всего пространства перестановок, что повышает оперативность поиска ЭК и работы декодера в целом. При этом учитывается, что в каждой сборной орбите (СО) находится несколько локальных (ЛО) орбит и для их отличия требуется вычислительный ресурс декодера [10]. Предлагается оригинальный способ решения указанной задачи, приводящий к компактной записи в списках КК всех необходимых данных о перестановках.

### Принцип формирования записей когнитивной карты РПН

В любом случае в ходе сеанса связи при обработке данных в системе ПД, поступающих на вход приемника, формируется два кортежа данных, первый из них представляет последовательность нумераторов наиболее надежных из зафиксированных разрядов, которые принимаются за последовательность информационных

символов будущего ЭК, обозначим его как  $[k]$ . Второй кортеж – это последовательность менее надежных символов, представляет набор, оставшийся после формирования кортежа  $[k]$ , нумераторов проверочных символов формируемой комбинации ЭК. Обозначим второй кортеж как  $[n-k]$ . Например, для кода (15, 5, 7) возможно получить.

$$[1\ 2\ 3\ 4\ 13]\ [5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ 14\ 15]; \det [k] \neq 0. \quad (1)$$

$$[10\ 11\ 12\ 6\ 7]\ [15\ 1\ 2\ 9\ 13\ 14\ 5\ 8\ 3\ 4]; \det [k] \neq 0. \quad (2)$$

$$[11\ 5\ 2\ 1\ 7]\ [8\ 12\ 6\ 3\ 9\ 10\ 13\ 14\ 15\ 4]; \det [k] = 0. \quad (3)$$

В выражении (1) последовательности нумераторов для  $[k]$  и для  $[n-k]$  представлены в лексикографическом формате. В ходе обработки реальной информации при наличии помех получить подобные последовательности маловероятно. Основными кортежами данных в системе ПД будут последовательности, которые представлены выражениями (2) и (3), но для обеспечения регулярности преобразований данных для кортежей из множества  $[k]$  неупорядоченные данные целесообразно представлять в виде (1), что потребует от декодера дополнительных временных и энергетических ресурсов. В этом случае упорядоченные данные являются для КК своеобразной хэш-таблицей, что в определенной степени компенсирует, указанные выше затратные ресурсы.

Возникают альтернативные задачи: сравнения результата поиска обратной матрицы конкретной упорядоченной лексикографически перестановки за счет прямого вычисления такой матрицы или получения такой матрицы за счет использования хэш-функции и поиска требуемой матрицы в КК РПН. Полученные результаты сравнения для двух кодов (15, 5, 7) и (15, 7, 5) приведены в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что увеличение кортежа  $[k]$  всего на два нумератора увеличивает время процедуры получения обратной матрицы примерно в 600 раз. Полученный результат не позволяет найти явно выраженное граничное значение между двумя конкурирующими концепциями: осуществлять вычисление обратной матрицы или искать готовое решение в базе данных, внесенных в КК РПН. Дело в том, что с увеличением размерности кортежа  $[k]$  однозначно увеличивается список эталонных перестановок. При этом заполнение когнитивной карты осуществляется данными полученными априори с использованием внешних вычислителей и не представляется критичным в смысле сложности реализации деко-

Таблица 1. Сравнительные данные по числу операций и времени для двух кодов БЧХ при тактовой частоте условного микроконтроллера 32 МГц

№ п/п	Наименование операции	Код (15, 5, 7). Число операций и требуемое время (с)		Код (15, 7, 5). Число операций и требуемое время (с)	
1	Формирование переставленной матрицы	5	$1,57 \cdot 10^{-7}$	7	$2,19 \cdot 10^{-7}$
2	Копирование переставленной матрицы	26	$8,12 \cdot 10^{-7}$	50	$1,56 \cdot 10^{-6}$
3	Вычисление миноров и дополнений	4702	$\approx 14,6 \cdot 10^{-5}$	288220	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$
4	Вычисление присоединенной матрицы	4778	$\approx 14,9 \cdot 10^{-5}$	288361	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$
5	Получение обратной матрицы завершено	4803	$\approx 15 \cdot 10^{-5}$	288410	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$

дера. Поиск необходимой для осуществления способа ПД перестановки может занять большее время, чем обычное вычисление обратной матрицы. В такой формальной модели возможны три события:

- требуемая комбинация находится вначале списка и для ее поиска необходимо время  $t_{нач}$ ;
- искомая комбинация находится в середине списка и время ее поиска составляет значение  $t_{ср}$ ;
- комбинация находится в конце списка и необходимое время ее поиска оценивается как  $t_{ок}$ .

Прямое прохождение списка однозначно обеспечивает соотношение  $t_{нач} < t_{ср} < t_{ок}$ . Напрашивается применение в процедуре поиска кластерного анализа, реализация которого преобразует приведенное неравенство к равенству вида  $t_{нач} \approx t_{ср} \approx t_{ок} \approx t_{поиска}$ . Однако для этого размерность кластеров должна быть равномерной. Исследование показало, что в пространстве перестановок этого добиться невозможно. Состав кластера с номером  $j$  определяется множеством лексикографически упорядоченных перестановок, для которых на первой позиции в кортеже  $[k]$  всегда будет находиться нумератор с индексом  $j$ , как показано ниже. При этом всегда выполняется условие:  $1 \leq j \leq (n - k + 1)$ . Выражению (4) соответствует индекс  $j = 8$ .

$$\begin{aligned} & [8 \ 9 \ 10 \ 12 \ 13] \\ & [8 \ 9 \ 12 \ 13 \ 14] \\ & \dots\dots\dots \\ & [8 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14]. \end{aligned} \quad (4)$$

В табл. 2 представлены размерности кластеров перестановок с определителем не равным нулю для исследуемых в работе кодов.

Таблица 2. Составы кластеров для двух кодов БЧХ

Код (15, 5, 7)		Код (15, 7, 5)	
Признак кластера	Число элементов	Признак кластера	Число элементов
1	616	1	1512
2	440	2	872
3	304	3	480
4	201	4	219
5	131	5	107
6	80	6	35
7	40	7	11
8	21	8	3
9	11	9	1
10	3	Не формируется	
11	1	Не формируется	

Численным методом доказано, что кластерное представление множества РНП неравномерное и не представляет практического интереса из-за сложного учета тонкой структуры кластеров. Однако в работе [7] было показано, что все перестановки лексикографического формата, начинающиеся на единицу (кластер 1 в любом систематическом коде) являются образующими комбинациями орбит (ОКО) всего множества РПН. Кроме этого, появляется возможность уменьшить кластер 1 любого кода в  $k$  раз [7]. При этом потребуется некоторый вычислительный ресурс для нахождения параметров обрабатываемой перестановки. А в общем случае

множества РПР для исследуемых кодов уменьшается в 15 раз. Главным достоинством такого разбиения, кроме числа анализируемых перестановок, является равномерное распределение ОКО по орбитам и в этом случае кластерный анализ становится продуктивным. Недостатком является необходимость в тривиальном случае вычислять всю орбиту перестановок, что приводит к росту сложности вычислительного процесса. При этом за показатель кластера необходимо брать второй нумератор любой перестановки первого кластера.

### Развитие алгоритма поиска обратной матрицы в системе РПН

Вычисление обратной матрицы  $A^{-1}$  для сформированной приемником перестановки  $p_{пр}$  занимает центральное место в ПД, поскольку на основе этой матрицы в последующем формируется порождающая матрица эквивалентного систематического кода  $G_{экв}$ . Пусть известно, что переставленная матрица  $P_{пер}$ , обрабатываемой перестановки  $p_{пр}$ , имеет определитель  $det \neq 0$ . При этом определители возможных перестановок множества  $\{P_{пер}\}$  определяются априори и загружаются в КК декодера или хранятся в системе внешней памяти. Поиск требуемой перестановки осуществляется с использованием хэш-таблицы, содержащей кортежи  $[k]$  с  $det \neq 0$ . По этой же таблице находится значение обратной матрицы  $A_{пер}^{-1}$  для переставленной матрицы  $A_{пер}$ . При этом вычисление матриц  $A_{пер}^{-1}$  осуществляется также априори и заносится в КК. Как вариант, содержание матриц  $A_{пер}^{-1}$  может вычисляться непосредственно декодером. Описание алгоритма дается в вербальной форме.

**Шаг 1.** Перестановка  $p_{пр}$  приводится к лексикографическому формату  $F_{лекс}$  и в этом формате определяется система интервальных оценок  $F_{инт}$ , которая единственным образом отражает все подмножество комбинаций {ОКО} для данной орбиты. В работе [7] показано, что для любой орбиты из РПН в ней насчитывается  $k$  ОКО. Из них одна является образующей комбинацией сборной орбиты (ОКСО) и  $(k - 1)$  локальных орбит (ОКЛО).

**Шаг 2.** Определяется перестановка, связанная с  $F_{инт}$  из первого шага.

**Шаг 3.** На основе интервальных оценок формируется проверочная часть порождающей матрицы ЭК для ОКСО. Если обрабатываемая перестановка не принадлежит ОКСО на основе регулярной процедуры по составу интервальных оценок формируются одна из  $(k - 1)$  требуемых ОКЛО.

**Шаг 4.** По значению правых нумераторов в разрядной сетке оценивается порядковый номер искомой комбинации в составе своей орбиты относительно ОКО.

**Шаг 5.** В зависимости от размещения обрабатываемой перестановки в составе ОКСО или ОКЛО отыскивается порождающая часть эквивалентной порождающей матрицы ЭК.

**Пример:**

**Шаг 1.** Пусть  $p_{пр} = [10 \ 7 \ 12 \ 6 \ 11]$ , при этом  $p_{пр} \in [k]$  с  $det \neq 0 \rightarrow F_{лекс} = [6 \ 7 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow F_{инт} = 1 \ 3 \ 1 \ 1$ .

**Шаг 2.** Первый нумератор является 1, тогда ОКО с учетом  $F_{\text{инт}} = 1\ 3\ 1\ 1$  представляется как [1...] далее [1 2...] → [1 2 5...] → [1 2 5 6...] → [1 2 5 6 7].

**Шаг 3.** Находят другие ОКО: [1 10 11 14 15] –  $F_{\text{инт}} = 9\ 1\ 3\ 1$ ; [1 2 11 12 15] –  $F_{\text{инт}} = 1\ 9\ 1\ 3$ ; [1 2 3 12 13] –  $F_{\text{инт}} = 1\ 1\ 9\ 1$ ; [1 4 5 6 15] –  $F_{\text{инт}} = 3\ 1\ 1\ 9$ . Заметно, что последовательность [1 2 5 6 7] среди ОКО имеет минимальное значение в правом нумераторе, следовательно, это ОКО СО.

**Шаг 4.** Искомая комбинация  $F_{\text{лекс}} = [6\ 7\ 10\ 11\ 12]$ , а значение ОКСО [1 2 5 6 7], отсюда  $12 - 7 = 5$ , т.е. порядковый номер цикла преобразования проверочной части порождающей матрицы будет равен 5. Принципиально это означает, что для получения порождающей матрицы искомой комбинации необходимо в исходной матрице ОКСО отсчитать пять столбцов справа и перенести их в левую часть матрицы, как показано в табл. 3.

Таблица 3. Пример преобразования проверочной части порождающей матрицы ЭК

Н для ОКО СО [1 2 5 6 7]	Н для комбинации $F_{\text{лекс}} = [6\ 7\ 10\ 11\ 12]$
0 1 1 1 0 1 0 1 0 1	0 1 0 1 0 0 1 1 1 0
1 1 0 1 1 1 0 0 1 1	0 0 1 1 1 1 1 0 1 1
1 0 1 1 1 1 1 1 0 0	1 1 0 0 1 0 1 1 1 1
0 1 0 1 1 0 1 1 1 0	1 1 1 0 0 1 0 0 1 1
1 0 1 1 0 0 1 0 1 1	1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
7 6 15 14 9 8 10 12 13 11	8 10 12 13 11 7 6 15 14 9

Отсюда следует, что все ОКЛО в КК РПН должны иметь метку с какого цикла перестановок матрицы Н следует начинать отсчет для точного определения параметров этой матрицы для конкретной перестановки  $p_{\text{пр}}$ . При этом совершенно не важно представлять матрицу Н в лексикографической форме. Целесообразно представлять шаг 3 алгоритма в следующем формате:

ОКО: [1 2 5 6 7] – **3 1 1 9 (0)**; [1 10 11 14 15] – **9 1 3 1 (9)**; [1 2 11 12 15] – **1 9 1 3 (10)**; [1 2 3 12 13] – **1 1 9 1 (11)**; [1 4 5 6 15] – **3 1 1 9 (14)**.

Круглые скобки указывают на номер позиции в сборной орбите, с которой следует отсчитывать очередное ОКО.

Очевидно, что лексикографическая переставленная матрица некоторой перестановки из кортежа  $[k]$  может быть представлена  $k! - 1$  перестановками строк такой матрицы (исключается исходная единственно лексикографически упорядоченная перестановка). Технология получения произвольной перестановки из лексикографического образца не является сложной задачей, и ее реализация представляется табл. 4 для трех случаев. Все другие перестановки формируются путем соответствующего перемещения строк исходной матрицы.

Особенности обработки данных когнитивной карты НПН достаточно подробно описаны работе [9], когда в

Таблица 4. Технология получения произвольной перестановки из лексикографического образца

Упорядоченная перестановка для $A^{-1}$	Произвольная перестановка	Произвольная перестановка	Произвольная перестановка
[6 7 10 11 12]	[7 6 10 11 12]	[12 7 10 11 6]	[6 10 7 12 11]
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 6	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 7	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 12	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 6
7	6	7	10
10	10	10	7
11	11	11	12
12	12	6	11

ситуации равенства определителя  $\det = 0$  переставленной матрицы  $P_{\text{пер}}$  через систему интервальных оценок в КК НПН указывается ряд нумераторов, которые нецелесообразно использовать для трансформации перестановки. В этом случае код (15, 5, 7) оказывается более продуктивным, чем код (15, 7, 5) за счет большего числа альтернативных вариантов. В работе [6] показано, что представленный прием позволяет существенно расширить множество результативных перестановок после адаптивной целенаправленной коррекции исходной перестановки.

## Процедура поиска и исправления ошибок

Работа устройства рассматривается на примере кода БЧХ (15, 5, 7) с порождающей матрицей  $G$  вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Столбцы матрицы  $G$  нумеруются для удобства от 1 до 15 в терминах десятичной системы счисления слева направо в виде верхних индексов для символов жестких решений. Пусть источник информации передает информационный вектор  $V(\text{инф}) = 10010$  тогда в канал связи будет отправлен вектор избыточного кода

$$V_{\text{кан}} = V_{\text{инф}} \times G = 100100011110101.$$

Пусть вектор ошибок  $V_e$  при передаче по каналу связи вектора  $V_{\text{кан}}$  имел вид  $V_e = 001110011000110$ . Тогда в ходе фиксации вектора приема  $V_{\text{пр}} = V_{\text{кан}} \oplus V_e$  в блоке приема и последовательной выработки для каждого бита этого вектора мягких решений в блоке мягких решений формируется совместная последовательность жестких решений символов и соответствующих им целочисленных МРС. В результате в накопителе оценок фиксируется последовательность вида:

$$V_{\text{мрс}} = 1_5^1 0_5^2 1_3^3 0_2^4 1_4^5 0_6^6 0_6^7 0_4^8 0_5^9 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_5^{13} 1_6^{14} 1_6^{15}. \quad (6)$$

Значения МРС в блоке мягких решений формируется по правилу  $\lambda_i = (\lambda_{\text{max}} / \rho \sqrt{E_B}) \cdot Z_i$ , где  $\rho$  – интервал стирания;  $E_B$  – энергия сигнала, приходящаяся на один бит;  $Z_i$  – уровень принятого сигнала (модулируемого параметра);  $\lambda_{\text{max}}$  – фиксированная целочисленная оценка МРС с максимальным значением, как правило, определяемая конструктором декодера [5]. Целесообразно, например, назначит  $\lambda_{\text{max}} = 7$ ,  $\rho = 0,95$ ,  $E_B = 2$ . По сути широкий интервал стирания задается в таком приемнике для формирования углового коэффициента в линейной

функции  $\lambda_i(Z_i)$ . Тогда вектор  $V_{\text{мрс}}$  для накопителя оценок мог быть получен по результатам фиксации в блоке приема параметра  $Z_i$ , как показано в табл. 5.

Упорядоченный вектор имеет вид

$$V_{\text{мрс уп}} = 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_6^6 0_6^7 1_6^{15} 1_5^1 0_5^2 0_5^9 0_5^{13} 1_4^5 0_4^8 1_4^{14} 1_3^3 0_2^4. \quad (7)$$

В целях удобства зрительного восприятия последовательностей векторов в ходе их преобразований они условно разбиваются на пятизначные группы. Для дальнейшей организованной обработки кортеж  $[k]$  (информационная часть) вектора  $V_{\text{мрс уп}}$  представляется в виде лексикографически упорядоченной последовательности нумераторов:

$$[6 \ 7 \ 10 \ 11 \ 12] \text{ и } [15 \ 1 \ 2 \ 9 \ 13 \ 5 \ 8 \ 14 \ 3 \ 4]. \quad (8)$$

Копия последовательности  $[k]$  поступает в систему интервальных оценок. В этом блоке для нумераторов 6 7 10 11 12, формируется последовательность интервальных оценок вида  $V_{\text{инт}} = 1 \ 3 \ 1 \ 1$ , как расстояния между соседними нумераторами. Установлено, что любые ОКО в лексикографическом формате начинаются с нумератора, равного единице [6]. Для наглядности представим комбинации сборной орбиты в виде табл. 6.

По этим параметрам в когнитивной карте РПН находится структура обратной матрицы  $A_{6...12}^{-1}$ , которая является ключевым эталоном для формирования любых перестановок из лексикографически упорядоченной последовательности нумераторов кортежа  $[k]$ , в частности  $[6 \ 7 \ 10 \ 11 \ 12]$ , как было показано выше.

$$A_{6...12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A_{6...12}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 10. \\ 11 \\ 12 \end{matrix}.$$

Следует учесть, что упорядоченная последовательность  $A_{6...12}$  порождает  $(5! - 1)$  неупорядоченных последовательностей перестановок. При нахождении для каждой из них обратной матрицы нет необходимости вычислять собственно обратную матрицу традиционным способом с использованием системы алгебраических дополнений. Для конструирования таких матриц необходимо сохранить в обратной матрице ту последовательность строк, которая задана текущей выборкой. Например, задана последовательность вида 7 12 6 11 10. Тогда получаем с использованием ключевой матрицы:

$$S_{71261110}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 12 \\ 6 \\ 11 \\ 10 \end{matrix}.$$

Таким образом, когнитивная карта РПН должна хранить только образцы строк обратных матриц, а конструктор обратных матриц собирает требуемую перестановку из тех записей, которые соответствуют текущему кортежу данных в лексикографически не упорядоченной форме отличной от эталона последовательностью строк. Следующим этапом обработки данных будет получение порождающей матрицы ЭК. Для этого целесообразно использовать уже полученную ранее последовательность (8) не самых надежных символов из кортежа  $[n-k]$ :

$$V_{\text{пер}} = 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_6^6 0_6^7 1_6^{15} 1_5^1 0_5^2 0_5^9 0_5^{13} 1_4^5 0_4^8 1_4^{14} 1_3^3 0_2^4. \quad (9)$$

Следовательно, требуется использовать столбцы проверочной части порождающей матрицы основного кода в переставленном виде. В результате для последовательности столбцов из  $[n-k]$  вида  $[15 \ 1 \ 2 \ 9 \ 13 \ 5 \ 8 \ 14 \ 3 \ 4]$ , поступающей из блока сортировки данных в блок эквивалентного кода формируется образ проверочной части порождающей матрицы ЭК с использованием данных из матрицы  $A_{10111267}^{-1}$ . Получаем:

Таблица 5. Оценка мягких решений символов в накопителе приемника

№ символа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$Z_i$	1,4	-1,4	0,8	-0,6	1,1	-1,7	-1,7	-1,1	-1,4	1,9	1,9	-1,9	-1,4	1,1	1,7
$\lambda_i$	5	5	3	2	4	6	6	4	5	7	7	7	5	4	6

Таблица 6. Структура сборной орбиты с ОКО 1 2 5 6 7

Код БЧХ (15, 5, 7)						Число циклов		Интервальная оценка ОКО	
6	7	10	11	12					
7	8	11	12	13					
8	9	12	13	14					
9	10	13	14	15					
1	10	11	14	15	ОКО 2	Локальная	0	9	1 3 1
1	2	11	12	15	ОКО 3	Локальная	0	1	9 1 3
1	2	3	12	13	ОКО 4	Локальная	2	1	1 9 1
2	3	4	13	14					
3	4	5	14	15					
1	4	5	6	15	ОКО 5	Локальная	0	3	1 1 9
1	2	5	6	7	ОКО 1	Сборная	8	1	3 1 1
2	3	6	7	8					
3	4	7	8	9					
4	5	8	9	10					
5	6	9	10	11					
Повтор цикла. $\det \neq 0$ РПН									

$$H_{15...4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

После умножения  $A_{10\ 11\ 12\ 6\ 7}^{-1} \times H_{5...4}$  получаем истинную проверочную часть порождающей матрицы ЭК:

$$H_{ЭК} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В выражении (9) информационный кортеж  $[k]$  представлялся для ЭК в виде вектора 1 1 0 0 0. Это означает, что безошибочный вариант проверочной части порождающей матрицы ЭК (10) потребует обработки только первых двух строк. В результате такой обработки будет получен вектор вида

$$V_{H_{ЭК}} = 11011\ 01001. \quad (12)$$

Сравнивая проверочные части выражений (9) и (12), получаем

$$\begin{array}{cc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 15 & 1 & 2 & 9 & 13 & & 5 & 8 & 14 & 3 & 4 \end{array} \quad (13)$$

В выражении (13) в нижней строке выделены номера позиций, которые в результате мешающих факторов были приняты приемником ошибочно. Это соответствует, указанному выше вектору  $V_c$ . Таким образом показана возможность ПД исправлять ошибки за пределами границы Хэмминга. В работах [6, 7, 9-11] показано, что в общем случае максимальное число исправляемых кодом ошибок при использовании алгоритма ПД равно  $[n-k]$ .

Приведенный пример показывает, что не все возможности кода по исправлению ошибок использованы. Делается это преднамеренно, поскольку в случае конфигурации надежных символов из кортежа  $[k]$  не обеспечивающих получения ЭК неиспользованные символы из кортежа  $[n-k]$  позволяют адаптивно трансформировать перестановку НПН в перестановку РПН. Для этого правый разряд (нумератор символа) из кортежа  $[k]$  заменяется на левый незадействованный символ из кортежа  $[n-k]$ . Например, в табл. 7 показан вариант перестановки, попавшей в множество НПН.

Таблица 7. Структура нумераторов ОКО локальных орбит из множества НПН

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов	Запрещенные нумераторы
1 2 3 4 6	1 1 2 2	8 9 12
2 12 13 14 15	10 1 1 1	3 4 7
1 3 13 14 15	2 10 1 1	<b>ВСЕ</b>
1 2 4 14 15	1 2 10 1	6 7 10
1 2 3 5 15	1 1 2 10	7 8 11

Заменяя в первой строке последовательность 1 2 3 4 6 на последовательность 1 2 3 4 15, получаем перестановку из множества РПН. ЭК может быть получен.

## Заключение

КК перестановочного декодера создаются за счет внешних вычислительных ресурсов. При этом общее множество результирующих и нерезультативных перестановок распадается на два непересекающихся подмножества РПН и НПН. С технической точки зрения это означает, что после приведения полученной перестановки к лексикографическому формату такая перестановка может одновременно обрабатываться в двух КК одновременно: и в карте результирующих перестановок, и в карте нерезультативных перестановок. Отклик появится только на выходе одной карты.

Между КК должна быть организована связь для упорядочения процесса реализации адаптивной целенаправленной коррекции исходной перестановки, попавшей первоначально в множество НПН.

Лексикографически организованная перестановка из множества РПН легко преобразуется в любую из  $(k-1)$  перестановок за счет коммутации строк лексикографической перестановки в текущую неупорядоченную перестановку.

Из-за наличия верхних индексов у нумераторов символов нет необходимости применять в процедуре декодирования перестановочную матрицу.

Установлено, что процедура обработки данных в картах РПН и НПН оказывается неравновесной по числу реализуемых функций. Поэтому возникает целесообразность выделить еще одну когнитивную карту, в которой решать вопрос по коррекции НПН.

## Литература

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Вильямс. 2003. 1104 с.
2. Morelos-Zaragoza R. The Art of noise-tolerant coding. Methods, algorithms, and applications. Per. from the English ed. Afanasiev V.B. M.: Technosphere. 2005. 320 p.
3. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: «Мир», 1976. 594 с.
4. Аджемов А.С., Санников В.Г. Общая теория связи. Учебник для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2018. 624 с.
5. Гладких А.А., Овинников А.А., Тамразян Г.М. Математическая модель когнитивного перестановочного декодера. Цифровая обработка сигналов. 2019. № 1. С. 14-19.
6. Гладких А.А., Овинников А.А., Пчелин Н.А., Брынза А.П. Перестановочное декодирование с системой адаптированных альтернативных решений. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 4. С. 73-78.
7. Ганин Д.В., Дамдам М.А.Я., Савкин А.Л. Перестановочное декодирование в маломощных беспроводных сенсорных сетях. Автоматизация процессов управления. 2022. № 1 (68). С. 54-61. doi:10.35752/1991-2927\_2022\_1\_68\_54.
8. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. Пер. с венгер. Ю.А. Данилова. М.: Мир, 1979, 260 с.
9. А.А. Брынза, А.А. Гладких, А.А. Ничунаев, А.Л. Савкин, П.Б. Лютвинская Структура и взаимосвязь когнитивных показателей в системе перестановочного декодирования. Автоматизация процессов управления. 2023. № 4 (74). С. 126-133. doi:10.35752/1991-2927\_2023\_4\_126.
10. Бабанов Н.Ю., Шахтанов С.В. Циклические свойства орбит перестановок когнитивной карты перестановочного декодера систем реального времени. Проектирование и технология электронных средств. 2020. №4(62). С.85-92.
11. Оценка статистических характеристик перестановочного декодера методом его программной реализации / А.Л.Х. Аттаби, А.А. Брынза, Д.В. Ганин, А.А. Ничунаев, А.В. Новоселов. Автоматизация процессов управления. 2023. № 2 (72). С. 91-98. doi:10.35752/1991-2927\_2023\_2\_72\_91.