

УЛУЧШЕННЫЙ СИНТЕЗ ФОРМИРУЮЩИХ КИХ-ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СИСТЕМ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Мингазин А.Т., к.т.н., в.н.с. «РАДИС Лтд», e-mail: alexmin@radis.ru

IMPROVED DESIGN OF PULSE-SHAPING FIR FILTERS FOR DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

Mingazin A.T.

The paper discusses the design problem of a pulse-shaping linear-phase FIR filters for digital communication systems. The transmitter and receiver filters of the system forming the pair are identical. The investigated design method is based on a weighted Chebyshev approximation using the Remez algorithm. At the same time additional requirements are imposed on the transition band of the filter, namely, the setting is not one control point in this band, as in the previously known approach, but a number of additional points at given frequencies. It is proposed to calculate the frequency response levels at these frequencies using only one auxiliary parameter, which is selected iteratively in the process of solving the problem. Design criteria related to obtaining the desired values of stopband attenuation, inter-symbol interference and peak-to-average power ratio are considered. The example shows that the proper selection of the number of control points and their location in the transition band can significantly improve the previously obtained results. The problem of filter coefficient quantization in the process of finding solutions is raised. The design method is widely illustrated by 2D- and 3D-graphics.

Key words: pair of identical pulse-shaping linear-phase FIR filters, weighted Chebyshev approximation, Remez algorithm, additional control points in transition band, stopband attenuation, inter-symbol interference, peak-to-average power ratio, quantization of coefficients, 2D- and 3D-graphics.

Ключевые слова: пара идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров, взвешенная чебышевская аппроксимация, алгоритм Ремеза, дополнительные точки контроля в переходной полосе, ослабление в полосе задерживания, межсимвольная интерференция, отношение пиковой мощности к средней мощности, квантование коэффициентов, двумерная и трехмерная графика.

Введение

В силу известных причин применение идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров в передатчике и приемнике систем цифровой связи наиболее предпочтительно. Аналитические методы синтеза таких фильтров при приемлемом их порядке не всегда обеспечивают заданные требования, особенно при малом факторе ската. В связи с этим к настоящему времени разработано большое количество численных методов синтеза, см., например, работы [1-7] и ссылки в них.

В [6] исследованы три метода синтеза квантованных формирующих КИХ-фильтров прямой структуры. Первый - на основе аналитического синтеза фильтров с частотной характеристикой вида корень квадратный из приподнятого косинуса, а второй [1] и третий [5] - на основе взвешенной чебышевской аппроксимации (ВЧА) с применением алгоритма Ремеза. В [1] проводится дополнительный контроль АЧХ для одной заранее известной точки в переходной полосе и подбор веса для уровня АЧХ в полосе задерживания. В [5] выполняется двухэтапная ВЧА для полуполосного фильтра и амплитудного корректора, каскадное соединение которых образует формирующий фильтр. Синтез в [6] с использованием каждого из этих методов был направлен на достижение

Рассматривается проблема синтеза формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Фильтры передатчика и приемника системы, образующие пару, идентичны. Исследуемый метод синтеза основан на взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма Ремеза. При этом к переходной полосе фильтра предъявляются дополнительные требования, а именно задается не одна точка контроля в этой полосе, как в ранее известном подходе, а ряд дополнительных точек на заданных частотах. Предлагается вычислять уровни АЧХ на этих частотах лишь по одному вспомогательному параметру, который подбирается итеративно в процессе решения проблемы. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления АЧХ в полосе задерживания, межсимвольной интерференции и отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра. На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля и их местоположения в переходной полосе можно существенно улучшить ранее полученные результаты синтеза. Затронута проблема квантования коэффициентов фильтров в процессе поиска решений. Метод синтеза иллюстрируется двумерной и трехмерной графикой.

требуемых уровней ослабления АЧХ в полосе задерживания и межсимвольной интерференции (МСИ) при минимальных значениях порядка фильтра и длины слова его коэффициентов. Наилучшие результаты получены для второго метода.

В [7] синтез на основе ВЧА [1] сравнивается с другими методами, использующими нелинейное программирование [2], выпуклую оптимизацию [3] и полуаналитическую процедуру [4], включающую численное решение системы нелинейных уравнений. На примерах, формирующих КИХ-фильтров, взятых из литературы, показано, что этот метод, названный в [7] ВЧА-1 (из-за одной точки контроля в переходной полосе), не всегда приводит к

повторению или улучшению известных решений. Однако предложенная в статье его модификация – метод ВЧА-Р, связанная с добавлением еще $P-1$ точек контроля, может способствовать существенному улучшению этих решений как по ослаблению в полосе задерживания, так и по уровню МСИ. В данной статье продолжено исследование метода ВЧА-Р. Предложен способ вычисления всех уровней для произвольного числа точек в переходной полосе лишь по одному вспомогательному параметру, который подбирается итеративно в процессе синтеза формирующего фильтра. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления в полосе задерживания, МСИ и отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра передатчика. На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля и их местоположения в переходной полосе можно существенно улучшить ранее полученные результаты. Затронута проблема квантования коэффициентов обсуждаемых фильтров в процессе их синтеза.

Требования к переходной полосе формирующих КИХ-фильтров

В отличии от обычного метода ВЧА с контролем лишь полос пропускания и задерживания КИХ-фильтров нижних частот, в методе ВЧА-1 [1] дополнительно контролируется уровень $1/\sqrt{2}$ на средней частоте переходной полосы, границы которой зависят от заданного фактора ската и коэффициента передискретизации. Кроме того, для получения минимальной МСИ итеративно подбирается вес для уровня АЧХ формирующего фильтра в полосе задерживания, а вес для уровня в полосе пропускания принимается единичным. Вес на средней частоте также полагается единичным, хотя он оказывает некоторое влияние на конечный результат. Таким образом метод ВЧА-1 помимо контроля одной точки в переходной полосе предполагает многократное применение алгоритма Ремеза.

В методе ВЧА-Р, предложенном в [7], наряду с упомянутой выше точкой [1] контролируются еще $P-1$ дополнительных точек АЧХ на равномерно расположенных частотах переходной полосы. Границы полосы не включаются. Предполагается, что P нечетное. В случае $P = 3$ требуется итеративно установить уровень АЧХ для двух дополнительных точек, используя взаимозависимость этих уровней [4], что было выполнено в [7] для примеров 3 и 4. При $P > 3$ проблема сильно усложняется. Однако был найден подход, связанный с введением вспомогательного параметра, по которому определяются уровни для произвольного числа точек $P \geq 3$. Детали в [7] опущены, поскольку требовалась их некоторая доработка, хотя хорошие результаты получены для примера 3 при $P = 5$.

Смысль этого подхода заключается в том, чтобы при синтезе формирующего фильтра использовать уровни АЧХ переходной полосы характерные для специального фильтра нижних частот, рассчитанного методом ВЧА для заданных фактора ската, коэффициента передискретизации, единичных весов для полос пропускания и задерживания без требований к переходной полосе.

Порядок этого фильтра итеративно подбирается в процессе синтеза формирующего фильтра. Известно, что при четном порядке такой специальный фильтр близок к фильтру Найквиста. Кроме того, если уровни справа от средней частоты переопределить, как в методе [4], через уровни слева на зеркально симметричных частотах и рассчитать фильтр, контролируя все уровни переходной полосы, то эту близость можно значительно усилить, что выражается в уменьшении МСИ при практически том же или несколько меньшем ослаблении АЧХ в полосе задерживания. В идеале каскадное соединение пары формирующих фильтров должно представлять собой фильтр Найквиста с нулевой МСИ, но для двух идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров это, как известно, недостижимо. Однако, получение для этой пары формы АЧХ в переходной полосе близкой к форме характерной фильтру Найквиста дает хорошие результаты. Поэтому корень квадратный из уровней $x_i, i = 1, 2, \dots, (P-1)/2$ на заданных частотах переходной полосы специального фильтра используем в качестве уровней контроля слева от средней частоты для синтеза собственно формирующего фильтра. Все P уровней контроля переходной полосы с учетом изложенного определим как

$$y_i = \begin{cases} \sqrt{x_i}, & i = 1, 2, \dots, (P-1)/2, \\ 1/\sqrt{2}, & i = (P+1)/2, \\ \sqrt{1-x_{P-i+1}}, & i = k, k+1, \dots, P; k = (P+3)/2. \end{cases}$$

Таким образом, вспомогательным параметром, введенным в [7], является порядок специального фильтра. Минимальный четный или нечетным порядок этого фильтра можно выбрать исходя из того, что уровень его АЧХ на граничной частоте полосы задерживания должен быть меньше или равен возведенному в квадрат заданному уровню АЧХ формирующего фильтра на этой же частоте.

Обнаружено, что лучшие результаты синтеза формирующего фильтра могут быть часто достигнуты для промежуточных P уровней, полученных путем линейной интерполяции P уровней для порядков специального фильтра, отличающихся на 1. Количество промежуточных P уровней может быть любым. Так, например, при порядках специального фильтра 75, 76, 77 и трех промежуточных P уровнях вспомогательный параметр примет следующие значения 75; 75,25; 75,5; 75,75; 76; 76,25; 76,5; 76,75; 77.

Исходные параметры и варьируемые переменные

Определим исходные параметры для синтеза формирующих КИХ-фильтров на основе ВЧА-Р с применением алгоритма Ремеза в среде MATLAB:

N – порядок фильтра,

K – коэффициент передискретизации,

$roll-off$ – фактор ската,

$a_{0\min}$ – минимально допустимое ослабление АЧХ в полосе задерживания,

$Peak ISI_{max}$ – максимально допустимая пиковая МСИ,

P – количество контрольных точек в переходной полосе,

M – длина слова коэффициентов фильтра, соответствующая шагу квантования 2^M .

Полагаем, что усиление в полосе пропускания равно 1, усиление в полосе задерживания равно 0, веса в полосе пропускания и переходной полосе равны 1, частота дискретизации равна 1.

Определим варьируемые переменные:

r – вес для АЧХ в полосе задерживания,

v – вспомогательный параметр,

A – параметр, влияющий на усиление фильтра (максимальный диапазон $0,5 \leq A \leq 1$).

Кроме того, для выбранного критерия синтеза фильтров и количества точек P интерактивно определим диапазоны и шаги изменения переменных r и v . Для фильтров с непрерывными коэффициентами ($M = \infty$) параметр A может быть произвольным. В случае квантования (округления) коэффициентов ($M \neq \infty$) диапазон и шаг изменения A устанавливаем интерактивно. Результаты синтеза можно наблюдать по двумерным и/или трехмерным графикам и полученным данным. Все это проиллюстрируем после описания критериев. Весь процесс синтеза может быть автоматизирован, но в ущерб наглядности и лучшего понимания решаемой задачи.

Критерии синтеза формирующих КИХ-фильтров

Далее используем четыре критерия синтеза формирующих КИХ-фильтров:

– минимум ошибки [6], учитывающей допустимые уровни пиковой МСИ и ослабления АЧХ в полосе задерживания

$e \rightarrow \min;$

– максимум ослабления при ограниченной пиковой МСИ

$a_0 \rightarrow \max$ при $\text{Peak ISI} \leq \text{Peak ISI}_{\max}$;

– минимум пикового уровня МСИ при ограниченном ослаблении

$\text{Peak ISI} \rightarrow \min$ при $a_0 \geq a_{0\min}$;

– минимум отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра при ограниченных уровнях пиковой МСИ и ослабления

$\text{PAPR} \rightarrow \min$ при $\text{Peak ISI} \leq \text{Peak ISI}_{\max}$ и $a_0 \geq a_{0\min}$ или иначе при $e \leq 1$.

Если ошибка $e \leq 1$ или в децибелах $e \leq 0$ дБ, то тре-

бования по ослаблению и МСИ удовлетворены.

Иллюстрация метода ВЧА-Р для непрерывных коэффициентов

Метод ВЧА-Р проиллюстрируем на примере синтеза формирующих КИХ-фильтров при следующих требованиях:

$N = 62$;

$K = 2$;

$\text{roll-off} = 0,25$;

$a_{0\min} = 63$ дБ;

$\text{Peak ISI}_{\max} = -82$ дБ;

$P = 3, 5, 7$ и 9 ;

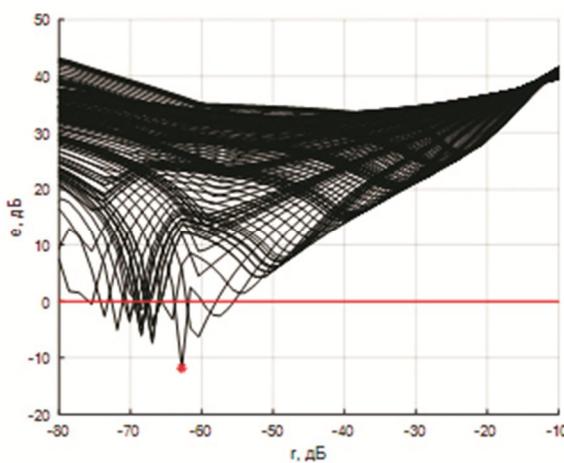
$M = \infty$.

В начале напомним [7], что при этих требованиях метод ВЧА-1 позволяет получить лишь сильно завышенный уровень $\text{Peak ISI} = -49$ дБ и чрезмерно большое ослабление $a_0 = 107$ дБ, но ВЧА-3 приводит к значениям этих параметров -99 дБ и 77 дБ, которые, как видим, существенно лучше указанных предельных Peak ISI_{\max} и $a_{0\min}$, соответствующих решению полуаналитическим методом [4] при $P = 5$.

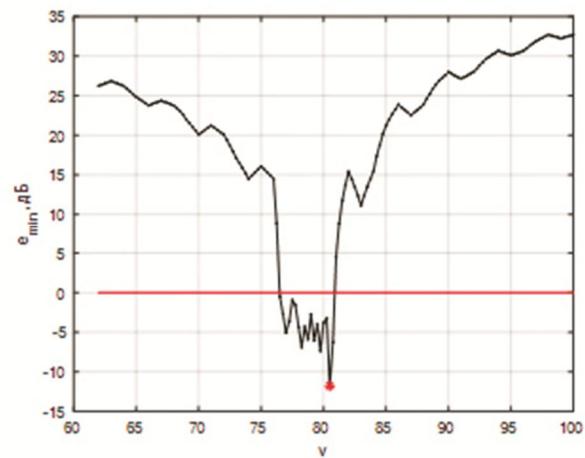
Для иллюстрации метода ВЧА-Р используем критерий синтеза $e \rightarrow \min$. На рис.1 а-г слева для $P = 3, 5, 7, 9$ показаны семейства зависимостей ошибки e от переменной r . Шаг изменения r соответствует 300 точкам. Эти семейства обусловлены вариацией вспомогательного параметра $62 \leq v \leq 100$ с шагом 0,25. Знаком * отмечены значения $e = e_{\min}$. На рис. 1 а-г справа показаны зависимости e_{\min} от v .

На всех рисунках проведена прямая $e = 0$ дБ. Все точки на кривых при $e \leq 0$ дБ удовлетворяют заданным допускам на параметры a_0 и Peak ISI . Согласно рис. 1 а-г полученные e_{\min} для разных P отличаются и много меньше 0 дБ. Подобные зависимости можно изобразить и для трех других упомянутых ранее критериев синтеза. Заметим, что семейства на рис. 1 а-г включают решения для всех обсуждаемых критериев.

На рис. 2 а-г приведены еще два полезных графика для $P = 3, 5, 7$ и 9 , а именно два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$. Строго говоря, кривыми компромисса следовало бы называть лишь участ-



а)



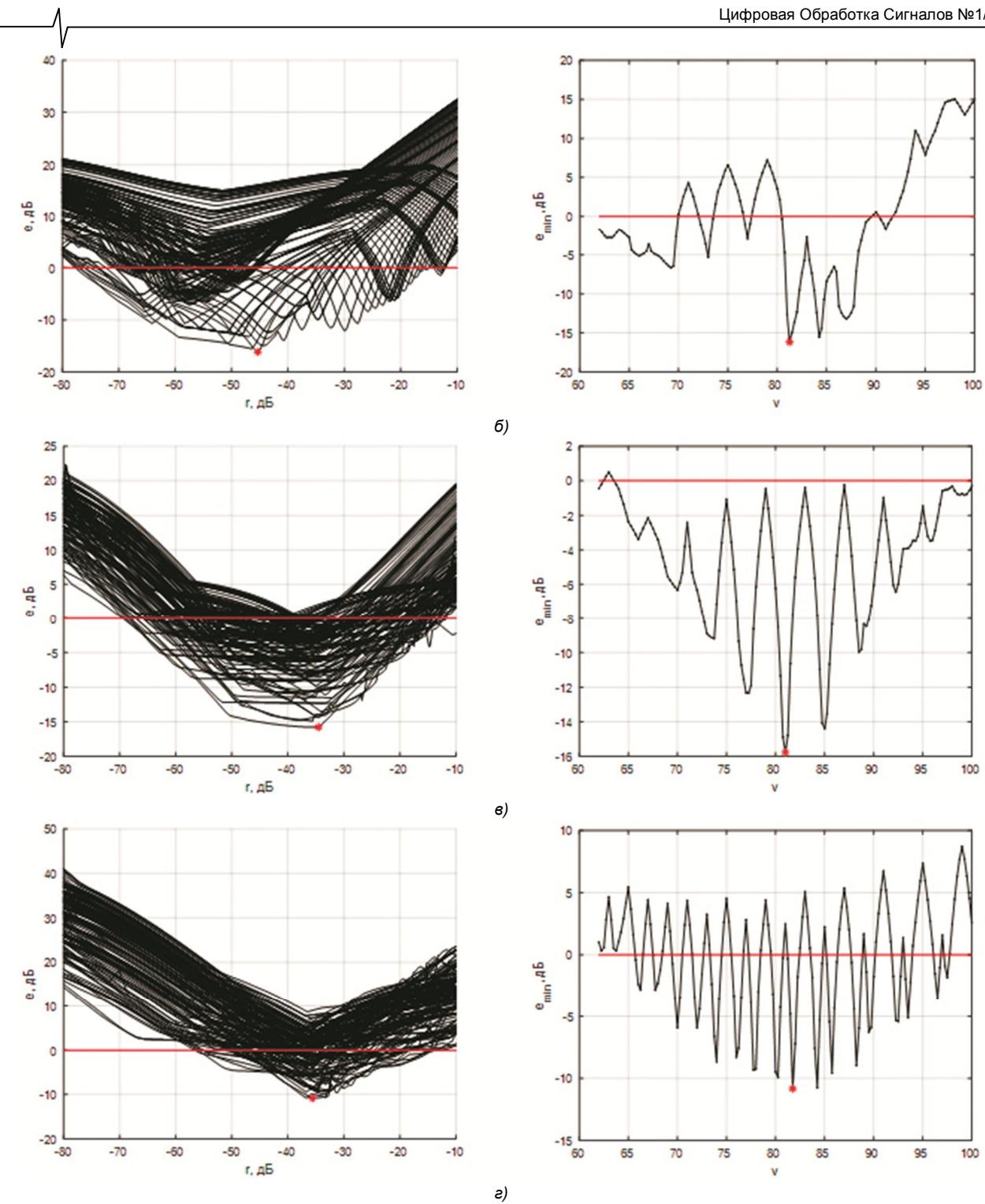


Рис.1. Семейства зависимостей ошибки e от r и зависимости ошибки e_{min} от v для $P = 3$ (а), $P = 5$ (б), $P = 7$ (в) и $P = 9$ (г)

ки этих кривых, на которых один из двух параметров улучшается за счет ухудшения другого. Точки, отмеченные знаком *, соответствуют аналогичным точкам на рис.1 а-г и дают информацию о значениях параметров e , a_0 , Peak ISI и PAPR. Кроме того, по рис. 2 а-г можно оценить результаты применения других критериев, учитывая линии допуска – вертикальные и горизонтальные прямые, показанные на этих рисунках. Например, по левым частям рис. 2 а-г видно, что при $P > 3$ можно получить меньшие уровни Peak ISI, чем при $P = 3$. Так, наименьшее значение Peak ISI = -113 dB имеет место при $P = 7$. Интересно также отметить, что согласно правым частям рис. 2 а-г с ростом P для $e < 0$ увеличивает-

ся диапазон изменения PAPR от $\approx 0,07$ dB при $P = 3$ до $\approx 0,5$ -0,6 dB при $P > 3$.

Очевидно, что диапазоны переменных r и v , а также шаги их вариации для каждого P можно в разной степени интерактивно изменять с тем, чтобы более точно и быстро найти искомые решения. Результаты подобного синтеза формирующих фильтров для всех обсуждаемых критериев вместе с сопутствующими параметрами при $P = 3, 5, 7$ и 9 и фиксированном шаге (0,25) по v приведены в табл. 1-4. Кроме того, здесь указаны значения переменной v , для которых получены эти результаты. Заметим, что максимальным a_0 соответствуют большие v , а минимальным PAPR – малые v .



Таблица 1. Результаты синтеза для критерия $e \rightarrow \min$

P	e , дБ	a_0 , дБ	$Peak ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	v
3	-14,6	77,6	-97,9	6,51	80,25
5	-17,3	80,4	-99,3	6,53	81,25
7	-15,8	78,8	-98,1	6,53	81,00
9	-10,8	73,8	-93,1	6,56	84,25

Таблица 2. Результаты синтеза для критерия $a_0 \rightarrow \max$

P	e , дБ	a_0 , дБ	$Peak ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	v
3	-0,21	79,8	-82,2	6,51	80,50
5	-0,01	88,7	-82,0	6,64	91,00
7	-0,09	88,0	-82,1	6,68	92,50
9	-0,00	84,0	-82,0	6,66	89,75

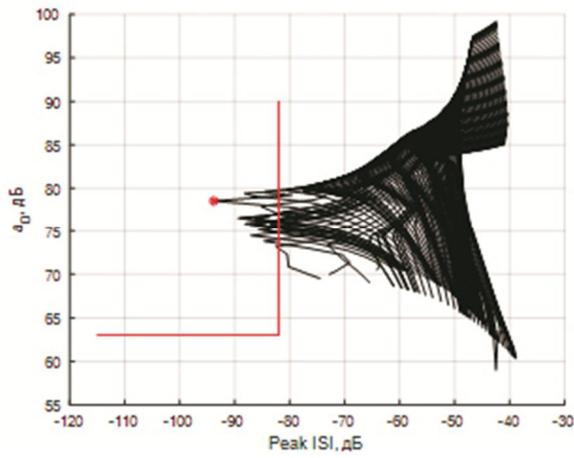
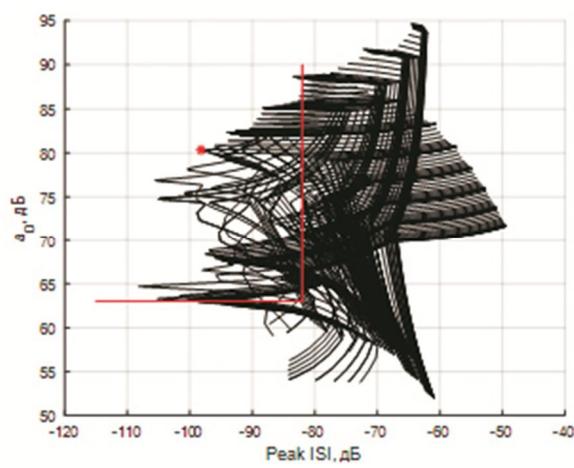


Таблица 3. Результаты синтеза для критерия $Peak ISI \rightarrow \min$

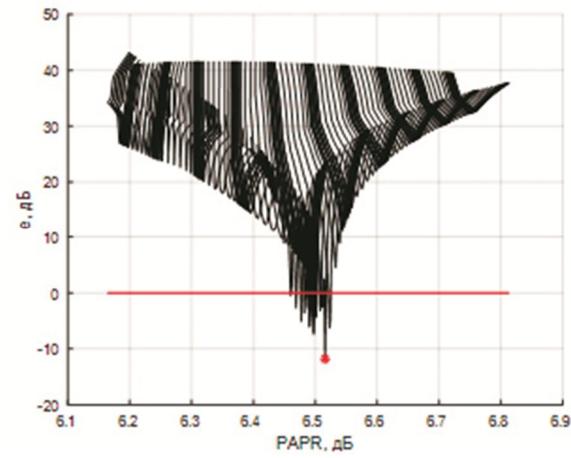
P	e , дБ	a_0 , дБ	$Peak ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	v
3	-14,6	77,6	-98,4	6,51	80,25
5	-1,7	64,7	-108	6,26	65,25
7	-4,3	67,3	-113	6,40	73,00
9	-0,1	63,2	-104	6,60	85,50

Таблица 4. Результаты синтеза для критерия $PAPR \rightarrow \min$

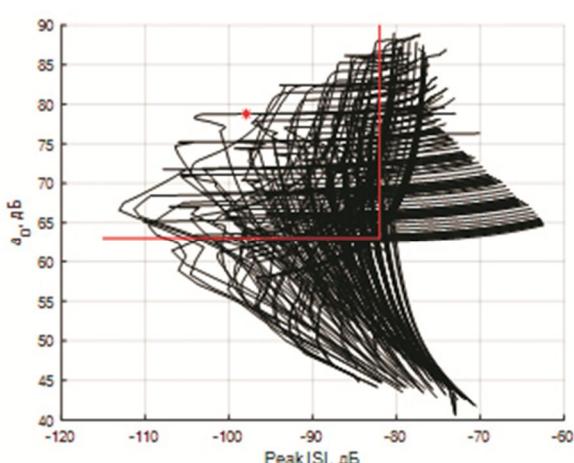
P	e , дБ	a_0 , дБ	$Peak ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	v
3	-0,5	73,2	-82,5	6,46	76,50
5	-0,27	63,3	-106	6,17	63,00
7	-0,01	63,2	-93,3	6,20	62,00
9	-0,14	63,1	-100	6,28	68,00



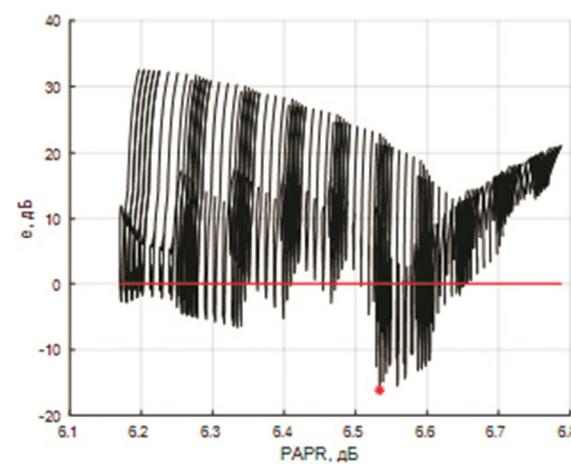
а)



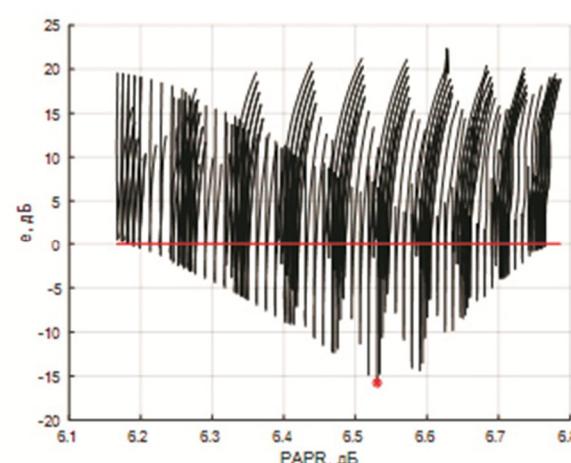
а)



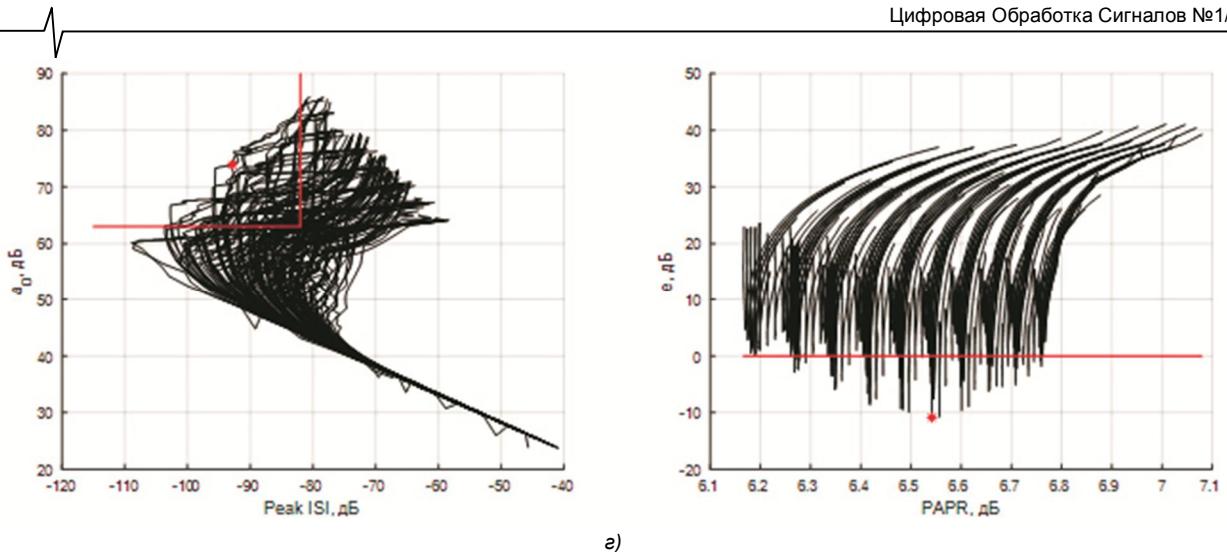
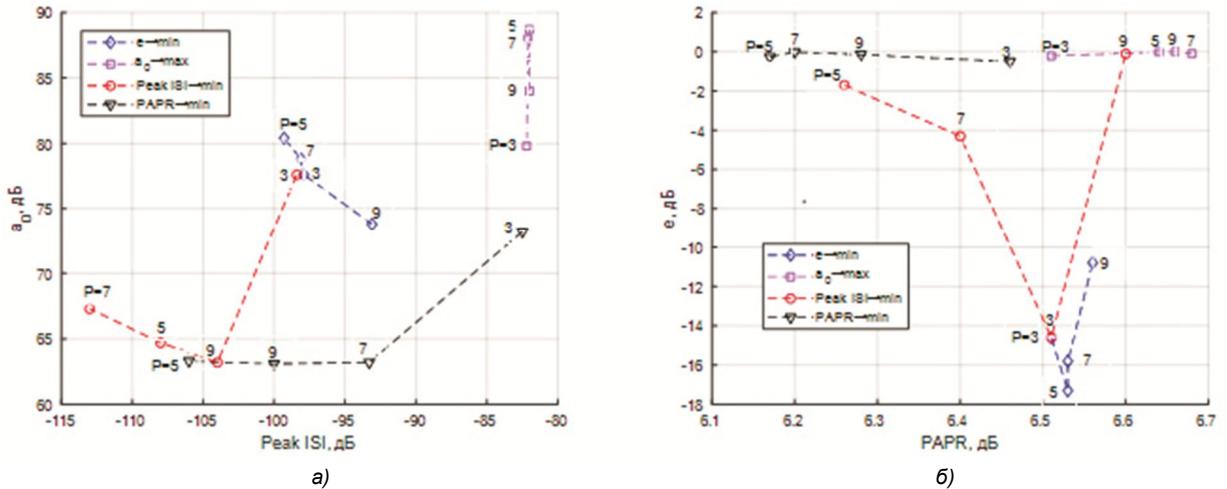
б)



б)



б)

Рис. 2. Два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$ для $P = 3$ (а), $P = 5$ (б), $P = 7$ (в) и $P = 9$ (г)Рис. 3. Отображение данных из табл. 1-4 в плоскостях a_0 , Peak ISI (а) и e , PAPR (б) для четырех критериев синтеза

Лучшие решения в каждой таблице выделены жирным шрифтом. Как видим, для трех критериев они найдены при $P = 5$, а для одного при $P = 7$. Разброс полученных параметров e , a_0 , Peak ISI и PAPR при разных P в пределах выбранного критерия составляет 6,5; 8,9; 14,6 и 0,29 дБ, а в пределах всех критериев – 17,3; 25,6; 31 и 0,51 дБ. Эти и другие факты удобно наблюдать с оценочной точностью на рис. 3 а, б, где в двух плоскостях a_0 , Peak ISI и e , PAPR отображены данные из табл. 1-4.

Представленные результаты подтверждают целесообразность предложенного контроля переходной полосы в процессе синтеза формирующих КИХ-фильтров.

Иллюстрация метода ВЧА-Р для квантованных коэффициентов

Требования к формирующему КИХ-фильтру сохраним прежними. Положим только, что нормированные относительно единицы коэффициенты квантуются в процессе синтеза с длиной слова $M = 16$. Ограничимся критерием $e \rightarrow \min$.

На рис. 4 а-г показаны семейства зависимостей e от r , зависимости e_{\min} от v , а также два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$. Все графики получены при $P = 5$ для $M = \infty$ слева и $M = 16$ справа. При этом здесь шаг изменения r соответствует 390 точкам, а

вспомогательный параметр варьируется в диапазоне $62 \leq v \leq 93$ с шагом 0,25.

Как видим, при $M = 16$ имеет место одно допустимое решение с $e = e_{\min} = -0,026$ дБ, отмеченное знаком *, которое сильно отличается от наилучшего решения при $M = \infty$. Интересно, что значения переменных r на рис. 4 а и v на рис. 4 б для этих решений также сильно отличаются. Из рис. 4 в следует, что квантование коэффициентов в гораздо большей степени влияет на Peak ISI, а не на a_0 . При этом существенно искажается форма кривых. Семейства в левой и правой части рис. 4 г очень схожи. Основной эффект квантования здесь выражен смещением кривых из области допуска при некотором искажении их формы.

Полученные результаты синтеза можно попытаться улучшить, введя вариацию упомянутого ранее параметра A влияющего на усиление фильтра. При этом коэффициенты КИХ-фильтра перед их квантованием умножаются на текущее значение A . Диапазон и шаг изменения A , как и переменных r и v устанавливается интерактивно. Задача усложняется и для ее решения требуются дополнительные временные затраты. Ограничимся малыми значениями вспомогательного параметра v . Так, руководствуясь зависимостями в правых частях рис. 1 а-г зададим диапазоны изменения v : 77-78, 62-63, 64-65 и 65-66, соответственно для $P = 3, 5, 7$ и 9. Шаг изменения

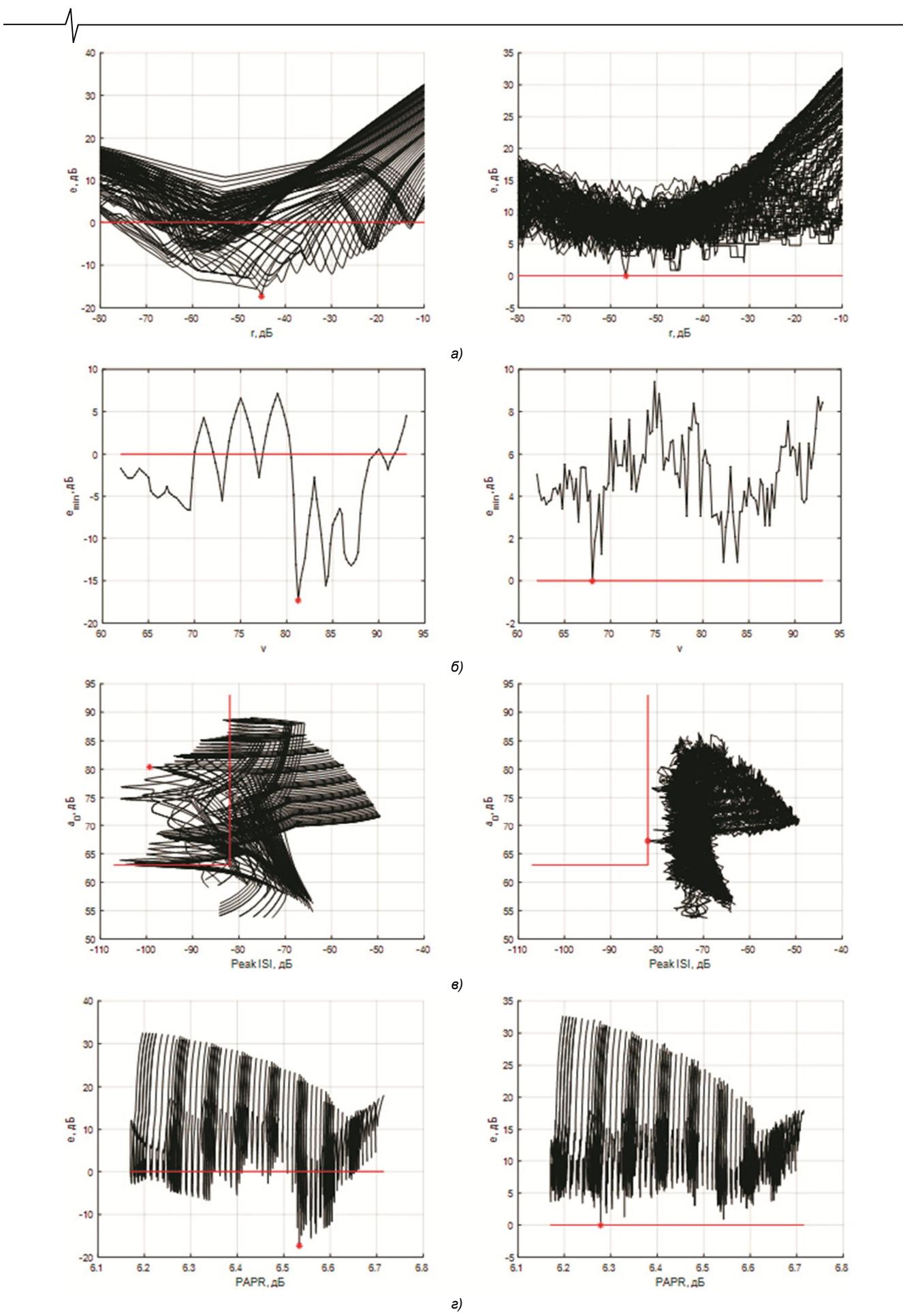


Рис. 4. Семейства зависимостей e от r (а), зависимости e_{min} от v (б) и два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ (е) и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$ (е). Все графики получены при $P = 5$ для $M = \infty$ слева и $M = 16$ справа

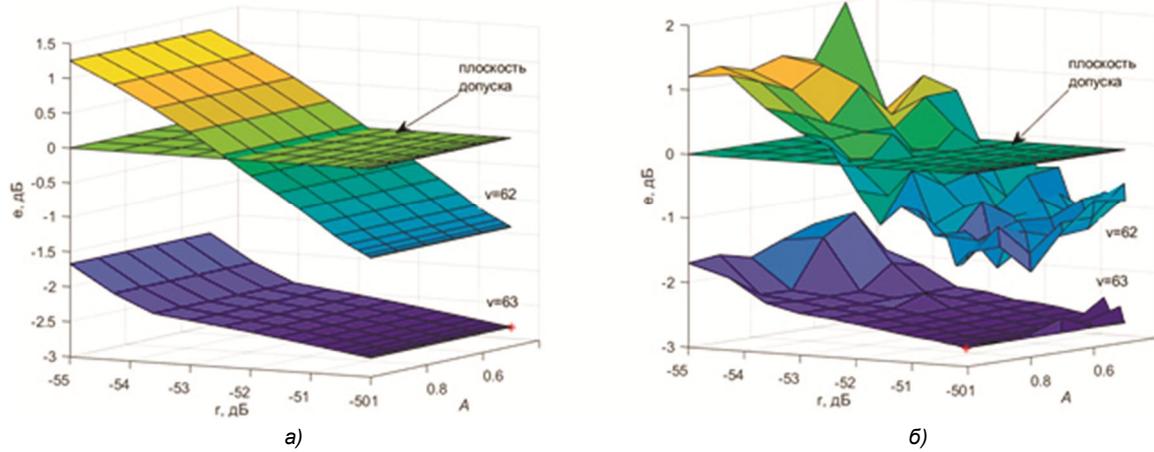


Рис. 5. Трехмерные семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A для формирующего КИХ-фильтра при $M = \infty$ (а) и $M = 21$ (б)

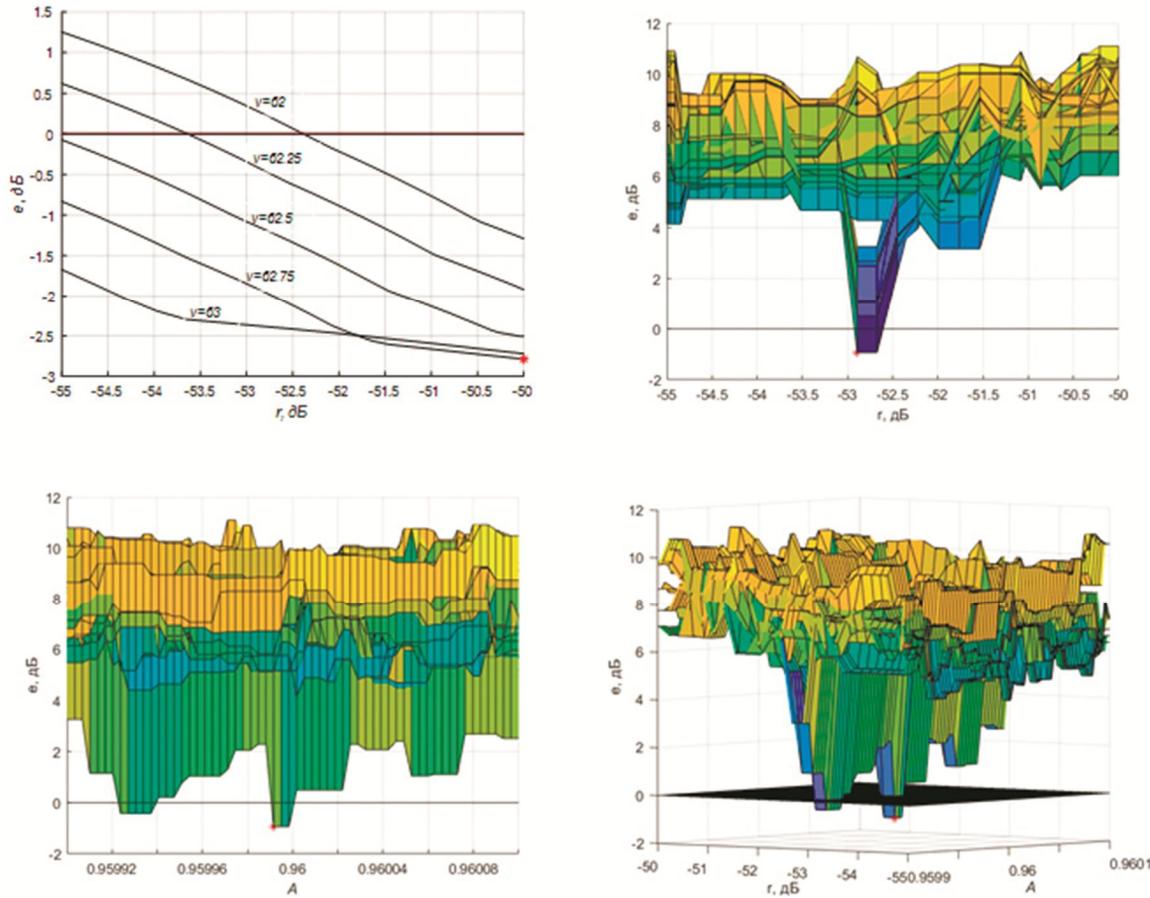


Рис. 6. Ракурс трехмерного семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A (сверху слева) при $M = \infty$ и три ракурса этого семейства при $M = 16$

ν примем равным 0,25. Графическую иллюстрацию синтеза выполним только для $P = 5$. Кроме того, для всех P представим числовые данные.

На рис. 5 а и б показаны трехмерные семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A для $P = 5$ при $M = \infty$ и $M = 21$. Там же показана плоскость допуска $e = 0$ дБ. Для простоты восприятия семейства представлены всего лишь двумя поверхностями, соответствующими значениям $\nu = 62$ и 63 . Как видим, при $M = \infty$ изменение A не влияет на поведение поверхностей, а при $M = 21$ – влияет.

На рис. 6 сверху слева показан ракурс трехмерного семейства зависимостей ошибки e от переменных r и A для $P = 5$ и $M = \infty$. Семейство обусловлено изменением вспомогательного параметра ν от 62 до 63 с шагом 0,25. Кроме того, на рис. 6 изображены три ракурса этого слившегося семейства при $M = 16$. Там же показана плоскость допуска $e = 0$ дБ. Заметим, что диапазон вариации A в сравнении с упомянутым ранее максимальным диапазоном очень сильно сужен. Имеются два допустимых решения с параметром e меньше ранее полученного значения $-0,026$ дБ. Лучшему из них с $e = e_{\min} =$

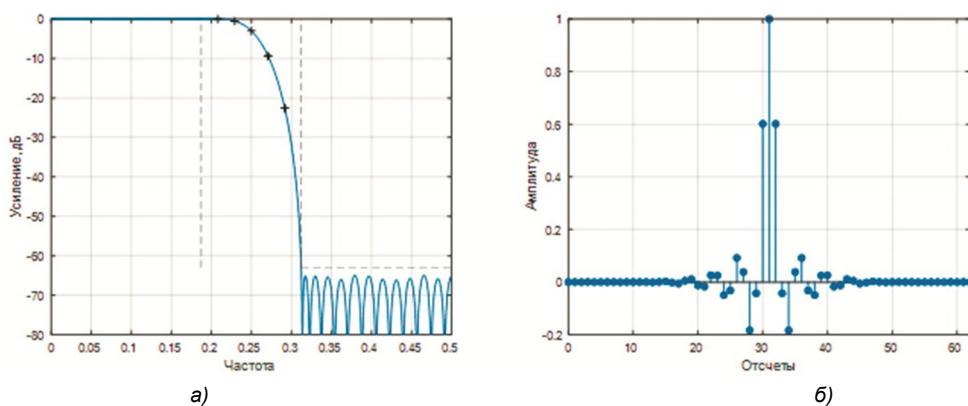


Рис. 7. Нормированные АЧХ (а) и ИХ (б) квантованного формирующего КИХ-фильтра при $M = 16$

$= -0,94$ дБ, отмеченному знаком $*$, соответствуют нормированные АЧХ и ИХ квантованного формирующего КИХ-фильтра, представленные на рис. 7 а, б. Знаком $+$ на рис. 7 а отмечены пять точек контроля в переходной полосе. Нормированная ИХ каскадного соединения пары таких фильтров показана на рис. 8.

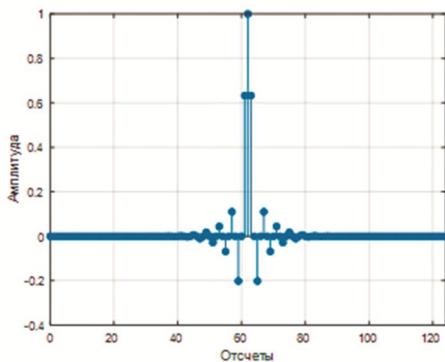


Рис. 8. Нормированная ИХ каскадного соединения пары квантованных формирующих КИХ-фильтров при $M = 16$

Значение e и сопутствующие параметры найденных решений для $P = 3, 5, 7$ и 9 при $M = 16$ представлены в табл. 5. Здесь также указаны значения ν . Лучшее решение, согласно выбранному критерию, достигнуто при $P = 5$ и выделено жирным шрифтом. Для $P = 3$ получено существенно большее значением a_0 , но ему соответствует несколько увеличенный уровень $PAPR$. Все решения по параметру $Peak ISI$ близки. Наименьшее значение $PAPR$ найдено при $P = 5$.

Таблица 5. Результаты синтеза для критерия $e \rightarrow \min$ при $M = 16$

P	e , дБ	a_0 , дБ	$Peak ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	ν
3	-0,29	74,4	-82,3	6,49	77,75
5	-0,94	64,9	-82,9	6,18	62,75
7	-0,18	63,8	-82,2	6,23	64,50
9	-0,48	64,4	-82,5	6,28	66

Синтез формирующих КИХ-фильтров для $M < 16$ и $P = 3, 5, 7$ и 9 не имел успеха. Можно предположить, что для рассмотренных формирующих КИХ-фильтров минимально возможная или близкая к таковой длина слова коэффициентов $M = 16$.

Заключение

Исследован метод синтеза формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Фильтры передатчика и приемника системы идентичны. Метод основан на взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма

Ремеза при дополнительном контроле уровней АЧХ на заданном числе частотных точек в переходной полосе и итеративном подборе веса для уровня в полосе задерживания. Предложен способ вычисления уровней АЧХ на всех этих частотах лишь по одному вспомогательному параметру, который определяется итеративно в процессе синтеза. Таким образом, при фиксированном числе точек оптимальному решению, согласно выбранному критерию, соответствуют определенные значения двух варьируемых переменных, а именно упомянутый вес и вспомогательный параметр. Для фильтров с квантованными коэффициентами оптимальное решение может быть улучшено введением в процесс синтеза еще одной варьируемой переменной влияющей на усиление фильтра. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления АЧХ в полосе задерживания, пиковой межсимвольной интерференции и отношения пиковой мощности к средней для сигнала на выходе фильтра.

На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля (3, 5, 7 или 9) и их местоположения в переходной полосе можно существенно увеличить ослабление и/или уменьшить межсимвольную интерференцию в сравнении с ранее опубликованными значениями. Такой выбор позволяет несколько уменьшить и отношение пиковой мощности к средней. Обсуждаемый метод синтеза формирующих КИХ-фильтров, в том числе с квантованными коэффициентами, широко проиллюстрирован двумерной и трехмерной графикой, а также полученными данными.

Литература

1. Siohan P., Moreau de Saint-Martin F. New designs of linear-phase transmitter and receiver filters for digital transmission systems. IEEE Trans. 1999. CAS-II. Vol. 47. No. 4. Pp. 428-433.
2. Farhang-Boroujeny B. A square-root Nyquist (M) filter design for digital communication systems. IEEE Trans on SP. 2008. Vol. 56. No. 5. Pp. 2127-2132.
3. Ashrafi A. Optimized linear phase square-root Nyquist FIR filters for CDMA IS-95 and UMTS standards// Signal Processing. 2013. Vol. 93. No. 4. Pp. 866-873.
4. Traverso S. A family of square-root Nyquist filter with low group delay and high stopband attenuation. IEEE Communication Letters. 2016. Vol. 20. No. 6. Pp. 1136-1139.
5. Xiao R., Lei Q., Guo X., Du W., Zhao Y. A design of two sub-stage square-root Nyquist matched filter. IEEE Access. 2018. Vol. 6. May. Pp. 23292-23302.
6. Мингазин А.Т. Синтез квантованных формирующих КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С. 3-15.
7. Мингазин А.Т. Взвешенная чебышевская аппроксимация в синтезе формирующих КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 2. С. 3-11.