

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С НЕРЕКУРСИВНЫМИ РЕЖЕКТОРНЫМИ ФИЛЬТРАМИ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: adop@mail.ru

OPTIMIZATION OF SIGNAL DETECTION SYSTEMS WITH NON-RECURSIVE REJECTION FILTERS

Popov D.I.

The article considers the optimization of systems for detecting signals of moving targets against the background of passive interference by a probabilistic criterion. The object of the study is detection systems that carry out coherent interference rejection with subsequent coherent or incoherent accumulation of rejection residues. The aim of the work is to optimize the weight coefficients of non-recursive rejection filters depending on the correlation properties of passive interference according to the probability criterion. Expressions are obtained for the probabilistic characteristics of detection systems with coherent interference rejection and subsequent coherent or non-coherent accumulation of rejection residues, respectively. These expressions establish a functional relationship between the probability of correct detection averaged over the Doppler phase of the signal and the correlation parameters of the passive interference and the characteristics of the detection system. The criteria for the optimization of the weight vector of the rejection filter are given. These criteria make it possible to establish the relationship of the optimal weight vector with the interference parameters based on nonlinear programming methods. A quasi-Newtonian iterative procedure for finding the optimal vector is given. In order to achieve a unimodal extremum, restrictions on the frequency response of the rejection filter are introduced. Numerical results of optimization of a system with coherent rejection and subsequent incoherent equilibrium accumulation according to a probabilistic criterion are considered. Their comparison with similar results of optimization of the rejection filter according to the energy criterion is carried out. The proposed method of optimization of detection systems by probabilistic criterion makes it possible to obtain significant gains in the efficiency of signal detection compared to optimization by energy criterion and to realize the marginal efficiency for the class of systems under consideration.

Key words: probabilistic criterion, doppler phase, optimization, passive interference, rejection filter, signals, detection system.

Ключевые слова: вероятностный критерий, доплеровская фаза, оптимизация, пассивные помехи, режекторный фильтр, сигналы, система обнаружения.

Введение

При проектировании и эксплуатации систем обнаружения радиолокационных сигналов одной из актуальных является проблема выделения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех [1, 2]. Пассивные помехи в виде мешающих отражений от неподвижных или медленно перемещающихся объектов – местных предметов, гидрометеоров (облаков, дождя, града, снега), металлизированных отражателей, сбрасываемых для маскировки цели, и др. – существенно нарушают нормальную работу радиолокационных систем. Интенсивность пассивных помех может значительно превышать уровень собственных шумов приемника, что приводит к перегрузкам приемного тракта («ослеплению» радиолокатора) и, как следствие этого, к потере полезных сигналов. Однако даже при отсутствии перегрузок полезный сигнал может быть не обнаружен на фоне интенсивных мешающих отражений [3, 4].

Априорная неопределенность корреляционных характеристик пассивных помех существенно

Рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех по вероятностному критерию. Объектом исследования являются системы обнаружения, осуществляющие когерентное режекторирование помехи с последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режекторирования. Цель работы – оптимизация весовых коэффициентов нерекурсивных режекторных фильтров в зависимости от корреляционных свойств пассивной помехи по вероятностному критерию. Получены выражения для вероятностных характеристик систем обнаружения с когерентным режекторированием помехи и последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режекторирования соответственно. Данные выражения устанавливают функциональную связь между усредненной по доплеровской фазе сигнала вероятностью правильного обнаружения и корреляционными параметрами пассивной помехи и характеристиками системы обнаружения. Приведены критерии оптимизации весового вектора режекторного фильтра. Данные критерии позволяют установить связь оптимального весового вектора с параметрами помехи на основе методов нелинейного программирования. Приведена квазиньютонаовская итерационная процедура поиска оптимального вектора. Для достижения унимодального экстремума введены ограничения на отсчеты частотной характеристики режекторного фильтра. Рассмотрены числовые результаты оптимизации системы с когерентным режекторированием и последующим некогерентным равновесным накоплением по вероятностному критерию. Проведено их сравнение с аналогичными результатами оптимизации режекторного фильтра по энергетическому критерию. Предложенный метод оптимизации систем обнаружения по вероятностному критерию позволяет получать существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию и реализовать предельную эффективность для рассматриваемого класса систем.

затрудняет реализацию эффективного обнаружения движущихся целей. Преодоление априорной неопределенности основывается на адаптации систем обнаружения к параметрам пассивных помех. Адаптация систем обнаружения предполагает предварительную оптимизацию их узлов, в частности, режекторных фильтров (РФ), в зависимости от корреляционных свойств помехи, что приводит к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работах [6, 7] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [8]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [9]. Другим вариантом упрощения процедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [10]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [11].

Режекторный фильтр является основным узлом системы обнаружения сигналов движущихся целей, и в случае произвольных корреляционных свойств помехи характеристики РФ должны быть оптимизированы с целью повышения эффективности системы обнаружения в целом. Известный метод синтеза адаптивных РФ сводится к выбору вектора весовых коэффициентов РФ по энергетическому критерию – максимуму усредненного по доплеровской фазе сигнала выигрыша в отношении сигнал/помеха [5]. Однако данный усредненный выигрыш в общем случае не эквивалентен усредненной по доплеровской фазе сигнала вероятности правильного обнаружения, наиболее полно характеризующей эффективность выделения полезных сигналов. В силу этого, энергетический критерий оптимизации не всегда приводит к оптимальным по критерию Неймана – Пирсона параметрам РФ. Такой подход оправдан при малых порядках нерекурсивных РФ. Ниже рассматривается метод оптимизации систем обнаружения, осуществляющих когерентное режектирование помех нерекурсивными РФ произвольного порядка с последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режектирования, по вероятностному критерию.

Вероятностные характеристики систем обнаружения

Оптимизация системы обнаружения по критерию

Неймана – Пирсона предполагает максимизацию вероятности правильного обнаружения D . Средняя вероятность обнаружения при неизвестной и равномерно распределенной в интервале однозначности $[-\pi, \pi]$ величине доплеровского сдвига фазы сигнала φ за период повторения T зондирующих импульсов определяется усредненной зависимостью вероятности правильного обнаружения D от входного отношения сигнал/помеха q :

$$D(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi. \quad (1)$$

Конкретизируем выражение характеристик обнаружения $D(q)$, установив функциональную зависимость вероятности D от параметров системы и входных данных. Для систем с когерентным режектированием помехи и последующим когерентным накоплением сигналов при вероятности ложной тревоги F справедливо соотношение [12]

$$D(q, \varphi) = F^{1/[1+q\mu(\varphi)]} = \exp\{\ln F / [1+q\mu(\varphi)]\}.$$

При этом выигрыш в отношении сигнал/помеха

$$\mu(\varphi) = \mathbf{W}^{*\top} \mathbf{R}_c(\varphi) \mathbf{W} / \mathbf{W}^{*\top} (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{W},$$

где \mathbf{W} – N -мерный вектор обработки системы, элементы которого $W_k = \sum_{l=0}^k g_{k-l} h_l e^{i(k-l)\psi}$; N – объем обрабатываемой выборки; g_{k-l} – весовые коэффициенты нерекурсивного режекторного фильтра; h_l и $(k-l)\psi$ – модули и аргументы весовых коэффициентов накопителя; $\mathbf{R}_c(\varphi)$ и \mathbf{R}_n – корреляционные матрицы сигнала и помехи соответственно; \mathbf{I} – единичная матрица; λ – отношение собственный шум/пассивная помеха на входе системы.

Выделение сигналов в доплеровском диапазоне $[-\pi, \pi]$ достигается его перекрытием совокупностью каналов накопления, число которых с учетом исключения переходного процесса в РФ порядка m обычно выбирается равным $N - m$, а среднее значение и ширина полосы пропускания каждого канала определяются соответственно величинами $\psi_j = 2\pi j / (N - m) - \pi$ и $\Delta\psi = 2\pi / (N - m)$. С учетом аналогичного (1) усреднения в пределах полосы пропускания каждого канала и по каналам в целом средняя вероятность

$$D(q) = \frac{1}{(N - m)\Delta\psi} \sum_{j=1}^{N-m} \int_{\psi_j - \Delta\psi/2}^{\psi_j + \Delta\psi/2} \exp\{\ln F / [1+q\mu_j(\varphi)]\} d\varphi,$$

расчет которой осуществляется путем подстановки в формулу выигрышей $\mu_j(\varphi)$, значений весовых коэффициентов РФ g_k , матриц $\mathbf{R}_c(\varphi)$ и \mathbf{R}_n , весовых коэффициентов накопителя в зависимости от номера канала j и величины λ .

Для систем с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением алгоритм обнаружения описывается квадратичной формой, приводящей к решающей статистике

$$v = \mathbf{U}^{*\top} \mathbf{Q} \mathbf{U} \geq v_0,$$

где $\mathbf{U} = \{U_j\}^T$ – N -мерный вектор-столбец входных данных, $\mathbf{Q} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ – матрица обработки системы обнаружения, образованная матрицей режекции \mathbf{G} треугольной формы с элементами $G_{jk} = g_{j-k}$ при $0 \leq j-k \leq m$ и $G_{jk} = 0$ при $j-k > m$ и $j-k < 0$, v_0 – пороговый уровень обнаружения.

Для определения вероятностных характеристик системы обнаружения необходимо найти распределение решающей статистики v . С этой целью будем использовать универсальную методику анализа на основе метода характеристических функций [13, 14]. Характеристическая функция величины v при гауссовой совместной плотности вероятности вектора \mathbf{U} определяется в виде:

$$\Theta_v(it) = \overline{\exp(itv)} = [\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{R}\mathbf{Q})]^{-1},$$

где \mathbf{R} – корреляционная матрица вектора \mathbf{U} .

Искомая плотность вероятности статистики v находится с помощью преобразования Фурье данной характеристической функции:

$$\begin{aligned} p(v) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_v(it) \exp(-itv) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-itv)}{\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{R}\mathbf{Q})} dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Для приведения определителя $\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{R}\mathbf{Q})$ в подынтегральном выражении к необходимому для интегрирования виду могут быть использованы метод следа и метод собственных значений [13, т. 2]. Метод следа позволяет в результате преобразования характеристической функции найти кумулянты распределения $p(v)$, которые оказываются пропорциональными величинам $\text{sp}(\mathbf{R}\mathbf{Q})^s$, где символ sp обозначает след матрицы, под которым понимается сумма диагональных элементов матрицы. Искомая плотность вероятности теперь может быть представлена в виде разложения в ряд по ортогональным полиномам, например, в виде ряда Эджвортса, коэффициенты разложения которого выражаются через кумулянты распределения. Процедура расчета при этом оказывается алгоритмически однозначной, но в принципе приближенной, приводя к существенным погрешностям при малых вероятностях ложной тревоги.

Для получения точных расчетных соотношений необходимо использовать метод собственных значений, позволяющий представить характеристическую функцию в виде [13]

$$\Theta_v(it) = \prod_{j=1}^N (1 - 2it\alpha_j)^{-1}, \quad (3)$$

где α_j – собственные значения матрицы $\mathbf{R}\mathbf{Q}$.

Интегрированием в соотношении (2) с использованием метода вычетов и с учетом выражения (3) находится плотность вероятности $p(v)$, по которой определяется искомая вероятность превышения порогового уровня v_0 статистикой v :

$$P(v \geq v_0) = \int_{v_0}^{\infty} p(v) dv = \sum_{j=1}^L \exp\left(-\frac{v_0}{\alpha_j}\right) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(1 - \frac{\alpha_k}{\alpha_j}\right)^{-1}, \quad (4)$$

где L – число различных положительных собственных значений матрицы $\mathbf{R}\mathbf{Q}$.

Использование в выражении (4) собственных значений матрицы $\mathbf{R}\mathbf{Q} = (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I})\mathbf{Q}$ приводит к вычислению вероятности ложной тревоги F , а собственных значений матрицы $\mathbf{R}\mathbf{Q} = \mathbf{R}_{\text{cn}}(\varphi)\mathbf{Q} = [q\mathbf{R}_c(\varphi) + \mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}]\mathbf{Q}$ – вероятности правильного обнаружения $D(q, \varphi)$. Усредненная по величине φ в доплеровском интервале однозначности $[-\pi, \pi]$ вероятность правильного обнаружения $D(q)$ определяется в соответствии с выражением (1).

Параметры РФ по вероятностному критерию будем определять в зависимости от корреляционной матрицы помехи \mathbf{R}_n , элементы которой $R_{jk}^n = \rho_{jk}^n = \rho_{jk}$.

Процедура оптимизации

Задача оптимизации системы обнаружения при фиксированной вероятности F и заданном отношении q_0 сводится к определению действительного вектора $\mathbf{g} = \{g_k\}^{m+1}$ по критерию

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{g}} |_{q=q_0}, \quad (5)$$

а при заданной вероятности D_0 по критерию

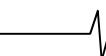
$$q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{g}} |_{D=D_0}, \quad (6)$$

позволяющим установить связь оптимального вектора \mathbf{g} с параметрами помехи. Поскольку функционалы $D(\cdot)$ и $q(\cdot)$ недифференцируемы в явном виде и нахождение оптимального вектора \mathbf{g} аналитическими методами невозможно, следует пользоваться методами нелинейного программирования [15, 16]. Итерационная процедура на k -м шаге поиска при использовании квазиньютоновского метода имеет вид

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}^{(k-1)} - \nabla \Phi(\mathbf{g}^{(k-1)}) \nabla^2 \Phi(\mathbf{g}^{(k-1)}), \quad (7)$$

где ∇ – оператор градиента; $\Phi(\mathbf{g}^{(k-1)})$ – целевая функция, в качестве которой выступает функционал $D(\cdot)$ или $q(\cdot)$.

Процедура (7) в общем случае приводит к определению локальных экстремумов (5) или (6). Для обеспечения сходимости задачи нелинейного программирования к главному экстремуму введем ограничения на равнотостоящие отсчеты $X_n = x_n e^{i\theta_n}$ ($n = \overline{1, m+1}$) частотной характеристики РФ, полагая фазовую характеристику θ_n линейной, а амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) за пределами полосы режекции монотонной. С учетом симметрии АЧХ в диапазоне однозначности число l варьируемых отсчетов равно $m/2$ для четного и $(m-1)/2$ для нечетного m .



Использование в качестве независимых переменных итерационной процедуры оптимизации l частотных отсчетов x_n позволяет, исключив нежелательные деформации АЧХ РФ (характерные для большинства локальных экстремумов), получить унимодальный характер целевой функции и достичь сходимости решения к главному экстремуму. Критерий оптимизации вектора $\mathbf{x} = \{x_n\}^l$ принимает вид

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{x}} |_{q=q_0} \text{ или } q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{x}} |_{D=D_0}, \quad (8)$$

а обратное дискретное преобразование Фурье $m+1$ равноточных отсчетов АЧХ РФ определяет его весовые коэффициенты

$$g_k = \sum_{j=0}^m x_j e^{i\theta_j} e^{i2\pi jk/(m+1)}.$$

Решение задачи оптимизации (8) в результате применения к вектору \mathbf{x} аналогичной (7) процедуры позволяет установить соответствие между параметрами помехи и оптимальным вектором \mathbf{g} . На основе данных зависимостей рассчитывается совокупность значений вектора \mathbf{g} . В процессе адаптации системы обнаружения определяются оценки коэффициентов корреляции $\hat{\rho}_{jk}$, которые используются для классификации помеховой обстановки путем их идентификации в априорном пространстве характеристик помех с последующим выбором предварительно рассчитанного оптимального вектора \mathbf{g} .

Числовые результаты оптимизации

Рассмотрим результаты оптимизации системы с ко-гентным режектированием и последующим неког-рентным накоплением по вероятностному критерию и сравним их с аналогичными результатами, соот-ствующими оптимизации РФ по энергетическому критерию. Полагаем, что сигнал флюктуирует совместно ($\rho_{jk}^c = 1$), огибающую коэффициентов корреляции по-мехи аппроксимируем гауссовой кривой $\rho_{jk} = \exp\{-[\pi(j-k)\beta]^2/2,8\}$ при нормированной ши-рине спектра $\beta = \Delta f T = 0,05$, $N = 10$, $\lambda = 10^{-4}$ дБ, $F = 10^{-3}$ и $D_0 = 0,8$. В процессе расчетов порядок РФ m , связанный с порядком накопителя при $N = \text{const}$, варьировался.

Как показали числовые результаты, для систем с РФ малого порядка ($m = 2; 3$) сравниваемые критерии оптимизации приводят к близким значениям весовых коэффициентов РФ, а результирующая эффективность систем практически равнозначна, что указывает на пра-

вомерность использования в этом случае энергетического критерия оптимизации [5]. Однако при увеличении порядка РФ ($m \geq 4$) появляются дополнительные степени свободы формирования АЧХ РФ, позволяющие оптимизировать его коэффициенты по вероятностному критерию и приводящие к существенным отличиям их величин и результирующей эффективности.

Значения коэффициентов g_k для $m = 4$ и 5 сведены в табл. 1. Характеристики обнаружения системы

соответствующие оптимизации по двум критериям, и АЧХ РФ, являющиеся дискретным преобразованием Фурье приведенных в табл. 1 коэффициентов g_k , при $m = 4$ изображены соответственно на рис. 1 и 2 (кривые 1 соответствуют вероятностному критерию, кривые 2 – энергетическому). Как видим, выигрыш в пороговом отношении сигнал/помеха q вследствие оптимизации параметров РФ по критерию (8) при $D = 0,8$ составляет 14 дБ (при $m = 5 - 24$ дБ).

Таблица 1. Весовые коэффициенты РФ

		g_k	
m	k	энергетический критерий	вероятностный критерий
4	0; 4	1	1
	1; 3	-3,89698	-17,37016
	2	5,79484	32,32044
5	0; 5	± 1	± 1
	1; 4	$\mp 4,82924$	$\pm 3,23276$
	2; 3	$\pm 9,49212$	$\mp 13,93103$

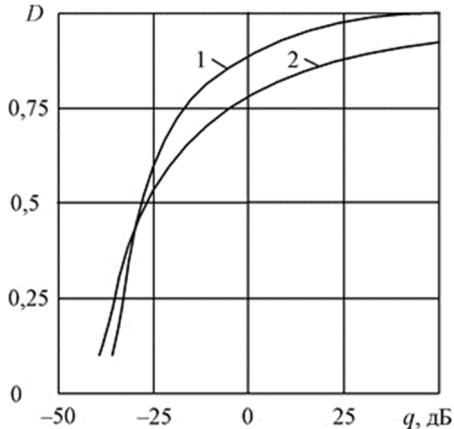


Рис. 1. Характеристики обнаружения системы

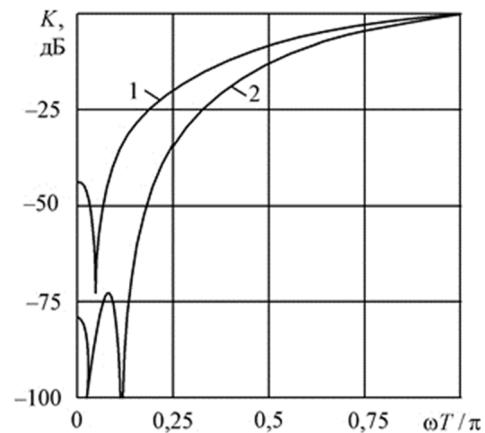


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики РФ

Данные выигрыши объясняются особенностями АЧХ РФ. В случае применения энергетического критерия до-стается предельное подавление коррелированной составляющей помехи, уровень остатков которой на вы-ходе РФ при рассматриваемых параметрах m и λ ока-зывается значительно ниже уровня некоррелированной составляющей. Наблюдающееся при этом сужение по-лосы пропускания АЧХ приводит к потерям в эффектив-ности выделения доплеровских сигналов и, следова-

тельно, в пороговом отношении q . Выбор весовых коэффициентов по вероятностному критерию приводит к подавлению коррелированной составляющей помехи до уровня некоррелированного шума при максимально возможной ширине полосы пропускания доплеровских частот, обуславливающей результирующие выигрыши в пороговом отношении сигнал/помеха.

Увеличение порядка РФ повышает возможность формирования АЧХ, но одновременно приводит к снижению порядка накопителя и его вклада в повышение эффективности системы. Существует оптимальное соотношение между порядками РФ и накопителя, при котором реализуется предельная эффективность системы, что в условиях априорной неопределенности предполагает наряду с адаптацией параметров РФ перестройку структуры системы в целом. Значения $m_{\text{опт}}$ зависят от величины λ . В частности, для рассматриваемых параметров и $\lambda = 10^{-6}$ – $m_{\text{опт}} = 6$, а для $\lambda = 10^{-8}$ – $m_{\text{опт}} = 7$.

Заключение

В работе рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех. Предложен метод оптимизации систем, реализующих когерентное режектирование нерекурсивными фильтрами с последующим когерентным или некогерентным накоплением, по вероятностному критерию. Установлено, что предложенный метод оптимизации систем обнаружения по вероятностному критерию позволяет получить существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию и реализовать предельную для рассматриваемого класса систем эффективность, что в условиях априорной неопределенности предполагает адаптивную перестройку структуры и параметров системы.

Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. 924 p.

НОВЫЕ КНИГИ



Поборчая Н.Е.

Методы и алгоритмы оценивания параметров канала связи в условиях априорной неопределенности в системах с приемником прямого преобразования: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 240 с.: ил.

Изложены методы и алгоритмы совместного оценивания параметров сигнала (канала связи) в условиях априорной неопределенности относительно статистических характеристик канала связи и законов распределения шумов. Особое внимание уделено системам с приемником прямого преобразования. Рассмотрены вопросы синтеза и анализа процедур оценивания для систем связи с одной передающей и приемной антенной (SISO), с несколькими передающими и приемными антеннами (MIMO), а также для систем с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM).

Предложенные алгоритмы способствуют повышению помехоустойчивости приема информации или понижению вычислительной сложности процедур обработки сигнала.

Для научных работников, инженеров и аспирантов. Может быть полезна студентам старших курсов и магистрантам, обучающимся по направлению подготовки «Радиотехника» и «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

3. Melvin W.L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. 846 p.
4. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Сколника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 672 с.
5. Попов Д.И. Адаптация нерекурсивных режекторных фильтров. Известия вузов. Радиоэлектроника. 2009. Т. 52. № 4. С. 46-55.
6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 30-33.
7. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы многочастотных пассивных помех. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 65. С. 32-37.
8. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32-37.
9. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа. Цифровая обработка сигналов. 2016. № 2. С. 53-56.
10. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами. Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 22-26.
11. Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режекторных фильтров с частичной адаптацией. Цифровая обработка сигналов. 2018. № 1. С. 28-32.
12. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
13. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т. / Пер. с англ. М.: Сов. Радио, 1961. Т. 1. 782 с.; 1962. Т. 2. 832 с.
14. Попов Д.И. Адаптивная межпериодная обработка многочастотных сигналов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 64. С. 17-22.
15. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование; пер. с англ. под ред. М. Л. Быховского. М.: Мир, 1975. 536 с.
16. Попов Д.И. Оптимизация систем обработки многочастотных радиолокационных сигналов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 67. С. 11-18.