

# МНОГОСКОРОСТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ: ретроспектива и современное состояние

Витязев В.В.

Рязанский государственный радиотехнический университет

## Введение

Многоскоростная обработка сигналов (multirate processing) предполагает, что в процессе линейного преобразования цифровых сигналов возможно изменение частоты дискретизации в сторону уменьшения или увеличения и, как следствие, требуемой скорости обработки. Это приводит к более эффективной обработке сигналов, так как открывается возможность значительного уменьшения требуемой вычислительной производительности проектируемой цифровой системы.

В последние годы в области многоскоростной обработки сигналов достигнуты громадные успехи. Многоскоростная фильтрация и особенности ее применения стали предметом исследований многочисленных научных работ по ЦОС. Появились десятки монографий и учебных пособий, так или иначе связанных с научными и практическими достижениями в этой области [1 – 7]. Совершенно уникальные возможности дает использование многоскоростной обработки в системах адаптивной и нелинейной фильтрации, сжатия, анализа и восстановления речи, звука и изображений.

В докладе рассматривается эволюция теории и техники многоскоростной обработки сигналов в период с начала 70-х прошлого столетия до наших дней с позиции вклада, который внесли в эту теорию и практику работы российских ученых и специалистов в области цифровой обработки сигналов.

## Эволюция теории и техники многоскоростной обработки сигналов

Как показывает анализ работ, опубликованных по проблемам многоскоростной обработки сигналов в период с начала 70-х годов прошлого столетия и по настоящее время, в развитии данного направления исследований можно условно выделить три этапа. На первом этапе (1975 – 1985 гг.) были заложены теоретические основы многоскоростной фильтрации и обработки сигналов с применением децимации и интерполяции, эффектов прореживания по времени и по частоте [1, 2]. На втором этапе (1985 – 1995 гг.) получила развитие теория компенсации наложений и полного восстановления при синтезе банка фильтров с полной децимацией [3]. Была установлена связь с вейвлет-преобразованием [8-11]. Третий этап (1995 – 2005 гг.) – это этап широкого практического внедрения методов многоскоростной обработки сигналов и дальнейшего их развития и систематизации [6,7]. Важную роль на этом этапе играет создание эффективных инструментальных средств автоматизированного проектирования систем многоскоростной ЦОС, реализуемых на базе цифровых сигнальных процессоров (ЦСП) и программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС).

### *Этап 1. Основы многоскоростной обработки сигналов*

Исторически первыми работами по многоскоростной обработке сигналов являются исследования американских ученых Р. Шафера, Л. Рабинера [12], Г. Оуткина, Т. Паркса [13] по применению линейных цифровых фильтров к интерполяции сигналов. В то время как полиномиальная интерполяция недостающих данных оставалась классической проблемой численного анализа, новый подход вызвал повышенный интерес у специалистов в области ЦОС. Однако точкой отсчета следует считать 1974 год, когда появилась статья французских ученых М. Белланже, Ж. Догета, Г. Лепанола «Интерполяция, экстраполяция и уменьшение скорости вычислений в цифровых фильтрах» [14]. Год спустя выходит серия работ американских специалистов Л. Рабинера, Р. Крошье [15, 16], Р. Шивели [17], в которых рассматривается оптимизация многоскоростных структур узкополосных КИХ-фильтров по критерию минимизации общего числа умножений и ячеек памяти данных. Дальнейшие исследования этих авторов были продолжены в работах [18, 19]. В [20] впервые была предложена полифазная форма фильтра-дециматора и фильтра-интерполятора, позволяющая эффективно использовать простые математические модели односкоростных

систем обработки сигналов для описания и программной реализации многоскоростных систем.

Начиная с 1975 года, проводятся активные исследования по многоскоростной фильтрации и в СССР. В работе [21] была представлена одноступенчатая структура узкополосного низкочастотного фильтра с применением вторичной дискретизации и последующей интерполяции, в которой фильтр-дециматор впервые был построен по параллельной форме. Это позволило для используемых приложений уменьшить в десятки раз не только объем вычислений, но и число регистров памяти данных. С тем чтобы расширить рассмотренный подход на более общий случай – синтез узкополосных фильтров с произвольной центральной частотой полосы пропускания и высокой прямоугольностью АЧХ, в [22] была предложена двухступенчатая реализация с использованием дополнительного формирующего фильтра. В последующие 10 лет идея многоскоростной обработки получила свое развитие применительно к построению набора цифровых полосовых фильтров на основе эффектов прореживания по времени и по частоте. Систематизированное изложение этих методов можно найти в монографии [2].

Одним из ярких событий в теории и применении многоскоростной обработки в эти годы было введение двухканального банка квадратурно-зеркальных фильтров (КЗФ) для компрессии речевого сигнала. В соответствии с данным методом сигнал раскладывается на низкочастотную и высокочастотную субполосные составляющие с использованием банка фильтров анализа. Каждый субполосный сигнал децимируется с понижением частоты дискретизации в два раза и кодируется (квантуется). Проквантованные субполосные сигналы могут быть рекомбинированы с использованием банка фильтров синтеза для восстановления исходного сигнала. При этом возникает ошибка восстановления, которая обусловлена частично компрессией (субполосным квантованием) и частично погрешностями, возникающими на этапе реализации фильтров анализа и синтеза.

Ключевым источником ошибки восстановления являются наложения спектра цифрового сигнала при его децимации, поскольку фильтры анализа являются неидеальными в зоне их непрозрачности. Это требует принятия каких-то решений по компенсации наложений. Другим источником ошибки являются амплитудно-фазовые искажения, вносимые банком фильтров. Всё это предполагает, что банк фильтров полного восстановления должен обладать свойствами, которые устраняют все виды искажений. Поэтому дальнейшие усилия ученых и специалистов по многоскоростной обработке сигналов были направлены на разработку теории компенсации наложений и полного восстановления.

### ***Этап 2. Банки фильтров с полным и квазиполным восстановлением***

Задача синтеза систем полного восстановления была прежде всего решена для двухканального банка КЗФ с использованием полифазного представления структуры фильтров и условий параунитарности полифазной матрицы без потерь.

В последующих исследованиях был выработан более общий подход к синтезу банка фильтров с максимальной децимацией и полным восстановлением, расширенный на  $M$ -полосные системы анализа-синтеза.

В случае равномерного разбиения исходного сигнала  $x(nT)$  на субполосные составляющие ( $v_i = M$  для всех  $i = \overline{1, M}$ )  $Z$ -образ восстановленного сигнала принимает вид

$$\hat{X}(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} F_k(z) H_k(zW^l) X(zW^l). \quad (1)$$

Из (1) видно, что наряду с исходным сигналом восстановленный сигнал содержит  $(M-1)$  составляющих наложения  $X(zW^l)$ ,  $l > 0$ . Поэтому главная задача на этапе синтеза – компенсация  $(M-1)$  - кратных наложений.

Условие компенсации наложений в матричной форме принимает вид:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) & \cdots & H_{M-1}(z) \\ H_0(zW) & H_1(zW) & \cdots & H_{M-1}(zW) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_0(zW^{M-1}) & H_1(zW^{M-1}) & \cdots & H_{M-1}(zW^{M-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0(z) \\ F_1(z) \\ \vdots \\ F_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MT(z) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Если матрица компонент наложений  $[H_k(zW^l)]$  допускает обращение, то теоретически можно найти фильтры синтеза  $F_k(z)$ ,  $k = \overline{0, M-1}$ , компенсирующие наложения полностью. Однако при этом обратная матрица при обращении матрицы компонент может соответствовать БИХ-фильтрам и, как следствие, система становится неустойчивой или потребует использования фильтров очень высоких порядков. По этим причинам обращение матрицы компонент наложения не приемлемо, и гораздо более удачным является подход, опирающийся, как и для двухканального КЗФ, на полифазное представление фильтров анализа-синтеза, рассматриваемое в классе параунитарных матриц без потерь.

Во многих приложениях построение системы анализа-синтеза с теоретически полным восстановлением является необязательным. Достаточно синтезировать сигнал с наперед заданной точностью. Для построения банка фильтров с «квазиполным» восстановлением разными авторами предложено большое количество разнообразных методик. Многие из них имеют эвристический характер и предназначены для расчета ограниченного класса банка фильтров. Другие подходы, претендующие на общность, можно разделить на класс банков фильтров, получаемых при помощи так называемой « $H_\infty$ -оптимизации», и на класс банков фильтров на основе косинусной модуляции фильтра-прототипа.

Многоскоростные банки фильтров, как показали параллельные исследования [8 – 11], очень тесно связаны с вейвлет-преобразованием. Вейвлет-преобразование выполняет декомпозицию сигнала по базисным функциям с различным «весом» последних в различных частотно-временных участках. Каждая базисная функция является версией расширения и сдвига так называемой «материнской» (порождающей) вейвлет-функции. Вейвлеты – это очень полезное представление сигналов с времяпеременными характеристиками.

Вейвлет-преобразование было изначально развито для аналоговых сигналов. Одним из наиболее важных достижений за прошедшее десятилетие является прежде всего установление математической зависимости между непрерывными по времени вейвлетами и банком дискретных фильтров, а также их связи с представлением сигналов, предполагающим множественное разрешение по частоте. Например, ортонормальное вейвлет-представление с базисными функциями конечной длительности относится к древовидному соединению двухканального ортонормального банка фильтров. Синтезируя один из фильтров анализа в двухканальном модуле таким образом, чтобы он имел достаточное число нулей в области высоких частот, можно добиться вейвлет-базиса, наиболее близкого к желаемому.

### *Этап 3. Оптимальное проектирование систем анализа-синтеза на сигнальных процессорах*

В конце 90-х годов прошлого столетия и начале нового века продолжают дальнейшие интенсивные исследования и систематизация знаний в области общей теории многоскоростной обработки сигналов и синтеза банка фильтров. Теория многоскоростного банка фильтров вызвала целое семейство теорем дискретизации, дополняющих классическую теорему Котельникова-Найквиста. Вместе с тем основной акцент в эти годы смещается в сторону прикладных разработок, прежде всего применительно к системам телекоммуникаций и компрессии аудио- и видеосигналов. Решающую роль играет разработка методики, алгоритмов и программ моделирования и оптимального автоматизированного проектирования систем анализа-синтеза сигналов на основе банка фильтров и адаптивной обработки.

В основе дальнейшего развития субполосного кодирования, эффективной реализации эхо-компенсаторов и эквалайзеров лежит идея многоскоростной адаптивной фильтрации. Суть идеи заключается в предварительном частотно-временном «расщеплении» входного сигнала с помощью банка фильтров и последующей адаптивной обработки каждой субпо-

лосной составляющей по заданному алгоритму. При необходимости на этапе синтеза выполняется дуальная процедура восстановления выходного сигнала, предварительно сжатого или «очищенного» от помех, шумов и искажений.

При проектировании систем адаптивной многоскоростной обработки сигналов встает целый комплекс проблем, связанных с поиском наиболее эффективных надежно работающих структур и оптимизацией параметров системы. Каким образом реализовать совместную адаптацию в субполосных каналах? Как будут влиять наложения при использовании децимации? Сколько субполосных каналов и с какими характеристиками обеспечат наивысшую производительность и качество работы всей системы адаптивной многоскоростной обработки сигналов? Все это и является предметом исследований в данной области на современном этапе.

Поиск эффективных структур системы анализа-синтеза с применением банка фильтров, требующий оптимизации «структурных» параметров ( число фильтров в наборе, значение коэффициентов децимации, порядки фильтров, число ступеней преобразования ), поставил вопрос о разработке методики оптимального проектирования. Поскольку в большинстве случаев аппаратно-программная реализация системы ЦОС ориентируется на применение ЦСП, то, как следствие, подобная методика должна была отражать все особенности архитектуры и внутренние ресурсы данного класса микропроцессорных средств обработки. Методика оптимального проектирования на сигнальных процессорах систем ЦОС была заложена в [2] и получила дальнейшее развитие и применение в последние годы.

### Литература

1. Crochiere R.E., Rabiner L. Multirate Digital Signal Processing. Prentice Hall. Englewood Cliffs.- NJ, 1983.
2. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993. 240 с.
3. Vaidyanathan P.P. Multirate Systems and Filter Banks. Prentice Hall. Englewood Cliffs.- NJ, 1993.
4. Mitra S.K. Digital Signal Processing: a computer-based approach. McGraw-Hill. Comp. Inc., 1998.
5. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов и др. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 608 с.
6. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический курс : Пер. с англ. М.: Изд.дом «Вильямс», 2004. 992 с.
7. The Digital Signal Processing Handbook / Ed. Vijay K. Madisetti, Douglas B. Williams by CRC Press LLC, 1998.
8. Meyer Y. Wavelets and Operators // Cambridge University Press. Cambridge.- UK, 1990.
9. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and Applications // SIAM. Philadelphia.- PA, 1993.
10. Vetterli M., Kovacevic J. Wavelets and Subband Coding. Prentice Hall. Englewood Cliffs.- NJ, 1995.
11. Strang G., Nguyen T. Wavelets and Filter Banks. Wellesley-Cambridge Press. Cambridge.- UK, 1996.
12. Shafer R.W., Rabiner L.R. A digital signal processing approach to interpolation // Proc. IEEE. V. 61. June, 1973. P. 692-702.
13. Oetken G., Parks T.W., Schussler W. New results in the design of interpolators // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-23. June, 1975. P. 301-309.
14. Bellanger M.G., Daguette J.L., Hepagnol G.P. Interpolation, extrapolation and reduction of computation speed in digital filter // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-22. Aug., 1974. P. 231-235.
15. Rabiner L.R., Crochiere R.E. A novel implementation for narrow-band FIR digital filters // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-23. Oct., 1975. P. 457-464.
16. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Optimum FIR digital filter implementations for decimation, interpolation and narrow band filtering // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-23. Oct., 1975. P. 444-456.
17. Shively R.R. On multistage FIR filters with decimation // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-23. Aug., 1975. P. 353-357.
18. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Further considerations in the design of decimators and interpolators // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-24. Aug., 1976. P. 296-311.
19. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Interpolation and decimation of digital signals: a tutorial review // Proc. IEEE. V. 69. March, 1981. P. 300-331.
20. Bellanger M.G., Bonnerot G., Coudreuse M. Digital filtering polyphase network: Application to sample rate alteration and filter banks // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. V. ASSP-24. Apr., 1976. P. 109-114.
21. Витязев В.В., Степашкин А.И. Метод синтеза цифровых узкополосных фильтров с усеченной импульсной характеристикой // Изв. вузов. Приборостроение. 1977. Т. 20. № 6. С. 25—29.

22. Витязев В.В., Степашкин А.И. Синтез структуры цифрового узкополосного фильтра с использованием вторичной дискретизации // Изв. вузов. Приборостроение. 1980. Т. 23. № 6. С. 32—38

## MULTIRATE SIGNAL PROCESSING

Vladimer V. Vityazev

Ryazan State Radio Engineering University

Today the theory of the multirate signal processing (MSP) is a conventional part of modern textbooks, manuals and tutorials. Multirate Signal Processing is an important toolset for efficient implementation of numerous DSP-algorithms. On the one hand it provides decreasing computational costs, the capacity of data memory and the number of filter taps many times (the class of FIR circuits). On the other hand it makes possible to develop high-resolution systems for purposes of the frequency selection using short data precision (the class of IIR circuits). Multirate Signal Processing displays really unique facilities in such applications as adaptive and non-linear filtering, compression and reconstruction of speech, voice, and images (video). Of course, this sequence of examples can be continued.

Now it is generally accepted that the earliest publications in the MSP history were investigations of American scientists Ronald Schaffer, Lawrence Rabiner and others on the subject of use linear digital filters for signal interpolation. Nevertheless it is to be considered that the reference point is the year 1974 when the work of French scientists M. Bellanger and others called “Interpolation, extrapolation, and reduction of computation speed in digital filters” was issued. One year later in 1975 American researchers Ronald Crochiere and Lawrence Rabiner published a series where they described optimization of the FIR filter with a multirate structure by criterion of minimum quantity of multiplications and volume of data memory. This is the way the MSP was born. New terms such as “decimation”, “polyphase structure”, and finally a general definition “multirate signal processing” were appeared in English language. But what was in the USSR at the same time? I should say that because of many investigations were secret then so the first open publications appeared about in 1975. Nevertheless the examination of some works of Russian scientists makes it obvious that in the USSR the problems of Multirate Signal Processing were being solved at least from middle of 60-th.

From 1975 to 1985 dozens of research papers were published in the central periodical press on this subject. Most of this works were translated into English and issued in the USA, for example in the magazine “Telecommunications and Radio Engineering”. The main results of the investigations are systematized in the monograph “Digital frequency selection of signals” which contains the principles of optimal synthesis of multistage and pyramidal structures of digital bandpass filters and filter-banks with time and frequency decimation.

I bring to your attention the retrospective view (review) on those works in which some basic concepts of the MSP were suggested for the first time.